

氏名	橋本真太郎
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第7568号
学位授与年月日	平成27年11月30日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	Some contributions to mathematical statistics (数理統計学に対するいくつかの貢献)

主査	筑波大学准教授	博士(理学)	小池健一
副査	筑波大学教授	博士(理学)	青嶋誠
副査	筑波大学教授	博士(数理科学)	竹内潔
副査	筑波大学准教授	博士(数理科学)	梁松

論文の要旨

本論文では、数理統計学に関して得られた3つの理論的成果について述べた。

第一章では、ベイズ推定量の良さを測る基準として重要な概念であるベイズリスクに対する情報不等式の改良について述べた。不偏推定量の分散の下界を与える情報不等式として Cramér-Rao の不等式があり、これを精密化した情報不等式として Bhattacharyya の不等式がある。また、ベイズ推測において、Borovkov-Sakhanenko の不等式による下界がよく知られており、これは標本と母数の積測度に対して、コーシー・シュワルツの不等式を適用することで得られた Cramér-Rao 型の下界である。一方で、Brown and Gajek (1990) は母数が与えられたときの標本の確率測度に対してコーシー・シュワルツの不等式を適用し、それを母数で積分することで、推定量のバイアスを考慮した Cramér-Rao 型の下界を提案した。Koike (2006) は前者の Borovkov-Sakhanenko の不等式による下界を Bhattacharyya 型に精密化した。本論文では Brown-Gajek によるバイアスを考慮したベイズリスクの下界を Bhattacharyya 型に精密化した不等式を提案し、下界の2次の漸近近似を導出した。結果として、Borovkov-Sakhanenko の下界や Brown-Gajek の下界との2次の漸近評価式において明示的な差を導出することができ、本論文で得られた下界が従来のもを精密化していることを示した。また、得られた不等式の応用として2次漸近局所ミニマックスリスクやベイズ予測リスクに対する下界も与えた。

第二章では、両側切断指数型分布族の自然母数に対する最尤推定量 (MLE) と最大条件付尤度推定量 (MCLE) の漸近比較について述べた。両側切断指数型分布族は、自然母数の他に2つの切断母数を持ち、切断母数が未知の場合はいわゆる非正則な確率分布になる。本論文では、2つの切断母数を局外母数として扱い、それらが既知の場合と未知の場合のMLEとMCLEの2次の漸近分散をそれぞれ計算し、2次の漸近分散の差を用いて比較した。このことにより、偏り補正したMLEとMCLEが2次の漸近的同等であることが示され、切断指数が既知の場合のMLEに対する切断母数が未知の場合のMLEやMCLEの2次の漸近損失が求められた。

第三章では、非正則な確率分布に対する客観事前分布について述べた。ベイズ推測は、事前情報を積極的に用いて推測を行うその有用性から、一昔に比べて多くの分野で使われるようになってきている。事前分布には、分析者の主観で定める主観事前分布と、事前情報がない場合に用いる客観事前分布の2種類がある。私的分析のような場合には主観事前分布を用いたベイズ推測で良いかもしれないが、医学や政治などの公的分析のような場合には客観事前分布の適用が望ましいと考えられる。客観事前分布として有名なものにジェフリーズの事前分布があり、これは適切な正則条件の下で事前分布と事後分布の間の差異をカルバック・ライブラーダイバージェンスで測り、それを最大化するものとしても得られることが知られている。最近、Ghosh et al. (2011) はカルバック・ライブラーダイバージェンスを含む α -ダイバージェンスを用いることによる一般化を行った。しかし、これらの結果には確率密度の台が未知母数に依存するような非正則な場合には適用できないという問題点がある。本論文では、確率密度の台が未知母数に依存する非正則な確率密度に対して、 α -ダイバージェンスを最大化による客観事前分布を導出し、正則な場合との比較を行った。

審 査 の 要 旨

〔批評〕

第一章の結果は、ベイズリスクに対する情報不等式の改良に関するものであるが、これはこれまでの不等式を改良しているものである。この改良は、標本数が有限値の場合もなされているが、どれだけの改良がなされているか漸近的に非負の数値で評価を与えている。また、不等号で得られる下界の達成については、現時点では未知であり、研究の余地があるが、本論文での不等式の場合にはある程度の見通しを与えうる見通しの良いものとなっている。漸近局所ミニマックスリスクやベイズ予測リスクに対する下界についても考察している。これらの下界についてはこれまで多くの研究がなされているが、それらを改良する下界となっている。

第二章の結果は、両側切断指数型分布族の自然母数に対する最尤推定量 (MLE) と最大条件付尤度 推定量 (MCLE) の漸近比較についてである。MLEとMCLEとの差異は、1次の漸近理論では明らかにならなかったが、2次の漸近理論まで考察することによって、その違いがどのように起こり、どれだけ漸近損失があるかが判明した。

第三章の結果は、非正則な確率分布に対する客観事前分布についてである。「客観事前分布をどうとればよいか」というのは、ベイズ統計学において、古くからある最も重要な問題である。想定される確率分布が正則な場合にはジェフリーズの事前分布をとれば良さそうだというのがベイズ統計学では常識になりつつあるが、非正則な場合にはほとんど不明であった。橋本氏は、 α -ダイバージェンス最大化という基準を用いることにより、事前分布と事後分布が一番遠い確率分布になるような事前分布を客観事前分布として採用し、これを具体的に求めた。これはジェフリーズの前分布とは異なるものであり、非常に興味深いものである。

これらの結果は、従来のもを大きく発展させるとともに推定の構造を明確化しており、数理統計学の分野への理論的貢献と認められ、また実際問題への応用にも有用であるとして高く評価される。

[最終試験結果]

平成27年10月19日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

[結論]

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。