

# 電卓を用いた必修数学の指導

数学科 栗原 幹夫

# 電卓を用いた必修数学の指導

数学科 栗原 幹夫

## 1. コンピューターの使用について

この頃、情報化社会などと叫ばれて、その時代的な要請から、ここに指導要領の改定をみた。今回の改定には5本の柱がある。

- ① 代数・幾何      ② 解析      ③ 確率・統計
- ④ 集合と論理      ⑤ 電算機

この改定には、いろいろな批判がともなっているが、最も大きな特色は、「集合と論理」、「電算機」が入ったことであろう。「集合と論理」はともかくとして、「電算機」の方は、数学教育における位置づけや、意義づけはまったく不明のまま、48年度から突入しなければならない。すでに、各都道府県の高校には、所轄の援助を得て、電子卓上計算機（以下電卓）とよばれるミニコンピュータが、大半の現場に持ちこまれている。

私は、いまだにコンピュータを、どうして数学科が取り扱う必要があるのか、扱う必要があるとすれば

- ① コンピューターを指導するのか
- ② コンピューターで指導するのか

いまだに疑問に思っているが、私の意見としては、次のように考えている。

- ① 数学教育にコンピュータを役立てるのだから、ソフトウェアを主として、ハード的なことはあまり触れる必要はない。
- ② コンピューター用の指導体系があってもよい。
  - ① アルゴリズムの発見から、フローチャートを経て、プログラムづくりまで
  - ② コンピューターを自由に使用できるためのテキストづくり。

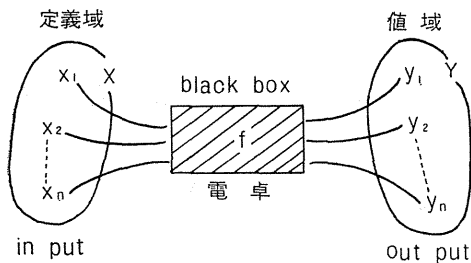
このような立場で、総合的な体系づくりをするのが最も望ましいと思っている。この場合、必ずしも、新指導要領に拘束される必要はないと思う。

## 2. プログラムづくりまで

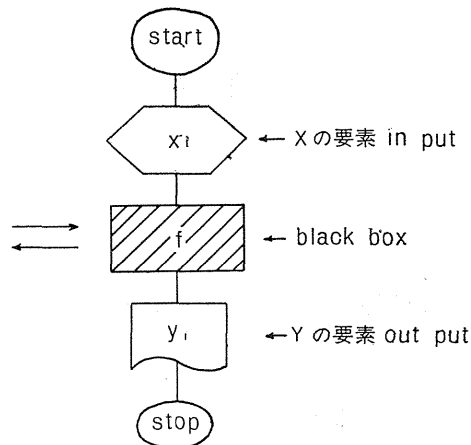
今回の指導要領の改定で、必修数学のうち数学Iに「写像」が導入された。そこで、電卓の指導体系づくりの基礎に、写像の考えを利用することにした。

二つ以上の集合の間で、要素どうしの対応を考えると、写像の考えが生まれる。

写像の考えを理解するためには、対応の概念が重要である。対応の理解のためには(1)図がよく



(1 図)



(2 図)

用いられるが、これは(2)図のフローチャート（以下流れ図という。）に結びつこう。この単線形の流れ図を、 $x_i$  の値は、規則によって、 $y_i$  の値に対応してくることを、理解させながらかかせれば、流れ図は単に、プログラム化するための図式化ではなく、数学としての教育的な意味をもってくる。流れ図は、その内容の理解と分析がともなわなければかことができない。流れ図がかけたことは、内容の理解がなされたことであり、プログラムをつくることによって、その理解は定着化される。ここに、プログラムづくりの意義づけがあるろう。

### 3. 写像を基礎概念として

さて、写像という概念を理解させるために、その手助けとして、電卓はどのような役割りを演じるだろうか。いくら電卓を利用するといっても、写像の何たるかを知らずに、利用することはできないから、相変わらずの板書教育によって、写像について授業しておくことは勿論である。ただし、電卓の機能を、よりよく発揮させるためには、板書だけにたよる指導方針と、やがて、電卓を用いようとする指導方針とでは、その導入事項や、細部において相違点がでてくることは、当然としなければならない。これが、コンピューター用の指導体系の必要を主張する理由の一つである。以下に、写像の概念を理解するのに、電卓の機能を十分に利用するための、指導方針や導入事項を、電卓のための電卓の利用とならないように、自戒しながらあげていくことにする。

(1) 図は、次の3通りの意味を包含している。

- Ⓐ 定義域  $X$  と規則  $f$  から、 $Y$  を定める。
- Ⓑ 定義域  $X$  と値域  $Y$  から、規則  $f$  を見つける。
- Ⓒ 値域  $Y$  と定義域  $X$  から、規則  $f$  を見つける。

以上の観点から、一次から三次関数までの性質を究明していこう。

#### 4. 平均変化率の導入

④からは、電卓のメカニカルな良さを十分に見せつけられる。ループ計算によって、定義域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  と、規則  $f$  を与えれば、値域  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  は連続的に印字される。連続的に印字された  $Y$  の値を、追跡することによって、

- ① 根の存在、と
- ② グラフの状態がつかめる。

根の算出には、数Ⅰの範囲内では、区間縮小法（二分法）を用いればよいし、教師のデモ用として、ニュートンの方法をプログラム化しておき、計算させてみると面白い。生徒の興味をひきつけるのに十分である。

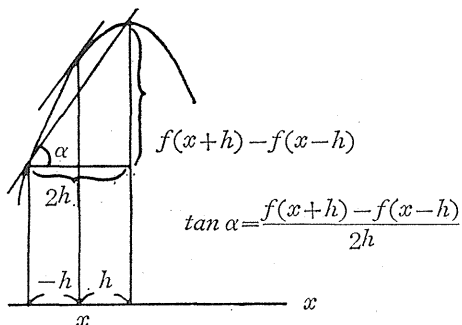
グラフの変化の状態を知るには、平均変化率を次のように導入する。

◎  $f(x) = ax^2 + bx + c$  より、 $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ,  $x + \frac{b}{2a} = 0$ , つまり  $2ax + b = 0$

のとき、最大または最小となる。ここに平均変化率を  $m$  とすれば、 $m = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$   
 $= 2ax + b$  よって、 $f(x)$  の最大最小は、平均変化率が 0 のとき与えられる。

◎ 右の図から  $h$  が微小な場合には、 $m$  は接線の傾きとなる。

◎  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ならば、  
 $m = 3ax^2 + 2bx + c + ah^2$  となって、 $h$  が微小ならば、 $ah^2$  は無視してよいから、同様に  $m$  は接線の傾きである。 $m = 0$  となる  $x$  の値は、極値を与え、 $m$  が最大または最小となる点は、変曲点である。



(3 図)

極限を用いれば、上のことは、数Ⅱ、数Ⅲの微積分につながるわけである。

#### 5. 初歩の差分法

⑥の場合は、生徒の方から質問されることが多い。この解決には差分法がよからう。

◎  $f(x) = ax + b$ , 第一階差を  $\Delta f(x)$  とすれば、 $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$  が一定となるし、第一階差が一定ならば、 $f(x) = ax + b$  となる。

◎  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ならば、第二階差  $\Delta^2 f(x)$  は  $\Delta^2 f(x) = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$  が一定であるし、逆もまた成立する。何となれば、 $\Delta^2 f(x)$  が一定ならば  $\Delta f(x) = Ax + B$  であるから、

$$f(2) - f(1) = \Delta f(1) = A + B$$

$$f(3) - f(2) = \Delta f(2) = 2A + B$$

$$f(x) - f(x-1) = \Delta f(x-1) = (x-1)A + B \quad (+$$

$$f(x) - f(1) = \frac{x(x-1)}{2}A + (x-1)B$$

$$\therefore f(x) = \frac{A}{2}x^2 + \left(-\frac{A}{2} + B\right)x - B + f(1)$$

ゆえに  $f(x) = ax^2 + bx + c$  とかける。

◎  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ならば、 $\Delta^3 f(x)$  が一定で、 $\Delta^3 f(x)$  が一定ならば、 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  である。

ただし、 $x$  は自然数であって、実数ではないから、厳密な意味では問題点があるが、この段階では意識的に触れずに、数列を指導するときの基礎にしたい。

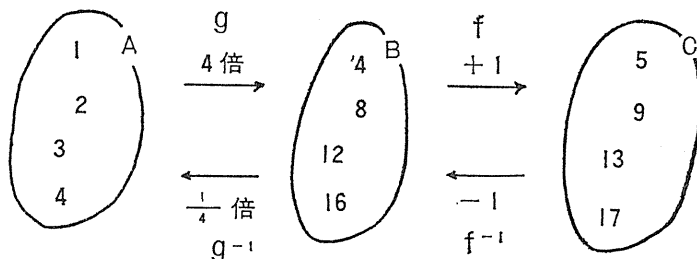
## 6. 逆写像

第三の場合は、◎で示したように逆写像である。逆写像の理解には

- ① 一意対応      ② 一対一対応      ③ 合成写像

等が必要になってくる。即ち、新指導要領の程度を、あらかじめ指導しておくことが前提である。

◎  $y = 4x + 1$  を、 $g(x) = 4x$ ,  $f(x) = x + 1$  とおけば  $y = f\{g(x)\}$  となって、これは合成写像である。 $f^{-1}(x) = x - 1$ ,  $g^{-1}(x) = \frac{1}{4}x$ ,  $\therefore g^{-1}\{f^{-1}(x)\} = \frac{1}{4}(x - 1)$  となって、 $g^{-1}\{f^{-1}(x)\}$  は  $f\{g(x)\}$  の逆写像である。→VII~②。このとき  $f\{g(x)\} = 0$  の根は、 $g^{-1}\{f^{-1}(0)\}$  の値である。



(4 図)

◎  $f(x) = ax^2 + bx + c$  の逆対応は、一意対応ではないから、このままでは逆写像はないが、 $x \geq -\frac{b}{2a}$  なる制限をつければ、 $x$  と  $f(x)$  は、一対一対応となって、逆写像が存在する。ただし、 $a > 0$  としておく、

$$f^{-1}(x) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a(c-x)}}{2a} \rightarrow \text{prog (7)}$$

すなわち、根の公式は  $f^{-1}(0)$  の値である。

一般に、方程式の根は、逆写像  $f^{-1}(0)$  の値であることを、理解・徹底させたい。

## 7. 具体的な展開

Ⓐ 指導目標 写像について

Ⓑ 指導内容

- ① 対応  $f(a)$  を求める。
- ② 像と原像 定義域  $X$  は規則  $f$  によって、どんな値域  $Y$  に写るか。
- ③ 対応規則 集合  $X$  と集合  $Y$  との対応規則  $f$  は何か。
- ④ 逆対応 集合  $Y$  を集合  $X$  にもどす規則を求める。
- ⑤  $f^{-1}(0)$  の値 方程式  $f(x)=0$  を解く。

Ⓒ 指導教材 一次、二次、三次関数

Ⓓ 指導展開

① 一次関数について

I  $f(x)=2x-5$  について、 $\rightarrow$  prog (1)

- ①  $f(-1), f(0.5), f(3)$  の値を求めよ。
- ② 定義域  $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$  は、どのような値域  $Y$  に写るか。
- ③  $2x-5=0$  を解け。

II  $3x-4y=15$  の解集合を求めよ。

III  $\begin{cases} y=2x-5 \\ 3x-4y=15 \end{cases}$  を解け  $\rightarrow$  prog (2)

〔解〕

	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ
I ~ ② $\rightarrow$ Ⓐ	1.000	2.300	-2.000
I ~ ③ $\rightarrow$ Ⓑ	-3.000	-0.400	-5.250
III $\rightarrow$ Ⓒ	2.000	2.400	-1.000
指導上の留意点	-1.000	-0.200	-4.500
$x$ に対応する $y$ の値を右のように連続的に印字させ	3.000	2.500	0.000
	1.000	0.000	-3.750

○  $X$  は  $f$  によって  $Y$  に写されること

○  $y$  の符号の変化が根の存在を知らせる。 $y=0$  となるまで区間の巾を小さくしてみる。

○ 二つの解集合に共通な  $x, y$  の組があれば、それは連立方程式の解であること。

(根がある)

1.000  
-3.000

5.000 2.700 2.000  
5.000 0.400 -2.250

○ 平均変化率  $m$  が一定であること

IV  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  から,  $Y = \{5, 9, 13, 18, 23\}$  に写す規則  $f$  を求めよ

V 下の表は, ある薬品を一定量の水に溶かしたときの, 水の温度と, 水に溶ける量との関係を調べたものである。実験式をつくれ。

温 度( $x^{\circ}\text{C}$ )	0	20	40	60	80
溶解量( $y\text{g}$ )	50	62	75	87	100

VI この実験式から, 次の各問を算出せよ。

①  $30^{\circ}\text{C}$  のときの溶解量はいくらか

② 溶解量が  $70\text{g}$  のときの温度を求めよ。

③ 溶解量から温度を求める式をつくれ。

VIII①  $y=4x+1$  の解集合を求めて,  $4x+1=0$  の解を求めよ。

②  $y=4x+1$  の逆写像を求めて,  $4x+1=0$  の解を求めよ。

〔解〕

IV  $4f(x)=4$  で一定だから  $\rightarrow$  prog (3)

$$f; y=ax+b, \quad \therefore y=4x+1$$

V  $m=\text{一定}$   $\therefore y=0.625x+50$

①

0.60

0.65

0.60

0.65

0.625

②

29.000

68.125

30.000
68.750

31.000

69.375

32.000
70.000

33.000

70.625

③

66.875

27.000

67.500

28.000

68.125

29.000

68.750
30.000

69.375

31.000

70.000
32.000

70.625

33.000

④

-2.000

-7.000

-1.000

-3.000

0.000

1.000

1.000  
5.000

2.000

9.000

70.000
32.000

70.625

33.000

-0.400

-0.600

-0.300

-0.200

-0.200

0.200

-0.100  
0.600

0.000

1.000

70.000
32.000

70.625

33.000

-0.270

-0.080

-0.200

-0.040

-0.250

0.000

-0.240  
0.040

-0.230

0.080

V ~ ①, ② → ㉔

V ~ ③ 逆写像を求める。  $f^{-1}; y = \frac{8}{5}(x-50) \rightarrow$  ㉕

VI ~ ① → ㉖ 区間の巾を小さくしていく。

VI ~ ② → 6 章を参照

**指導上の留意点**

- 一対一対応の理解
- $f(x)=0$  の解は  $f^{-1}(0)$  の値。
- $f$  と  $f^{-1}$  の値をグラフにかくと、 $y=x$  に関して対称となること。

**㉔ 二次関数について**

I  $f(x)=2x^2+x-8$  について、各問に答えよ。 → prog (4)

- ①  $X = \{x | 0 \leq x \leq 5, x \text{ は整数}\}$  は、どのような値域  $Y$  に写されるか。
- ②  $2x^2+x-8=0$  の正根を小数第 3 位まで求めよ。

II  $f(x)=x^2-2$  について → prog (4)

- ①  $f(0), f(0.5), f(1), f(1.5), f(2)$  を求めよ。
- ②  $x^2-2=0$  の実根は、どのような整数の間にあるか。
- ③ 上の写像で、定義域を  $x \geq 0$  としたときの逆写像を求めて、②の正根を求めよ。

→ prog (5)

III  $y=2x^2-3x-5$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) について、

- ① 与えられた範囲内でグラフをかけ
- ② 最大値と最小値を求め

よ → prog (6) ㉖

IV $X = \{1, 2, 3, 4, 5\},$	0.000	1.500	1.750	1.76400
$Y = \{5, 11, 19, 29, 41\}$ が	-8.000	-2.000	-0.125	-0.00013
ある。 $X$ を $Y$ に写す規則	1.000	1.600	1.760	1.76500
を求めよ。	-5.000	-1.280	-0.045	-0.00005
[解]	(根がある)		(根がある)	
I → ㉖	2.000	1.700	1.770	1.76600
II $f: y=x^2-2, x \geq 0$	2.000	-0.520	0.035	0.00003
$f^{-1}: y=\sqrt{x+2}, x \geq -2$	3.000	1.800	1.780	1.76700
III → ㉖	13.000	0.280	0.116	0.00011
$x, m, y$ の順に印字し、	4.000	1.900	1.790	1.76800
$m$ が 0 となる点を探す。	28.000	1.120	0.198	0.00019



IV  $\Delta^2 f(x)$  が一定値となるから、二次関数である。 $y=x^2+3x+1$

指導上の留意点

- 一意対応と一対一対応の相違。
- 逆対応が一意対応でなければ、逆写像はない。
- 二次関数において、始集合と終集合の間に制限をつけて、その要素が一対一対応となれば、逆写像は無理関数となること。
- 根の公式を逆写像としてとらえる

→ prog (7)

- 割線に平行な接線があることから、最大値、最小値を判定する。→ (3 図)
- 二次関数は、第二階差  $\Delta^2 f(x)$  が一定となること。→ 5 章を参照

㊦ 三次関数について

I  $f(x)=x^3-5x^2+2x+8$  について → prog (8)

- ①  $x, x-1, x-2$  で割った余りを求めよ
- ② 因数分解せよ

II  $f(x)=x^3+x^2-4x+2$  について → prog (8)

- ① 因数分解せよ
- ②  $f(x)=0$  の根を求めよ。

III  $y=x^3-3x^2+5$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ) について、

次の各問に答えよ。→ prog (8)

- ① グラフをかけ
- ② 与えられた範囲で、最大値、最小値を求めよ。→ prog (9)
- ③  $y=0$  としたときの  $x$  の値を小数第三位まで求めよ。
- ④ 平均変化率  $m$  が最小となる点はどのような点か ( $ah^2$  は無視)

[解]

I → ㉔

- ① 8, 6, 0
- ②  $(x+1)(x-2)(x-4)$

II ~ ①  $x=1$  → ㉔ を得る。次に組立除法 → ㉔ prog (10) より商をだす。

$$(x-1)(x^2+2x-2)$$

㉔

0.000	0.600	0.730
-5.000	-6.080	-6.124
-3.000	-0.600	-0.080

(最小値がある)

1.000	0.700	0.740
-6.000	-6.120	-6.124
1.000	-0.200	-0.040

(最小値がある)

2.000	0.800	0.750
-3.000	-6.120	-6.125
5.000	0.200	0.000

3.000	0.900	0.760
4.000	-6.080	-6.124
9.000	0.600	0.040

4.000	1.000	0.770
15.000	-6.000	-6.124
13.000	1.000	0.080

(a)	(b)	(c)	(e)	(f)	(g)	
-2.000	-1.000	0.000 C	-1.10500	-1.10400	-1.000	0.900
-24.000	6.000	1. E	-0.01230	-0.00201	1.000	3.299
		1. E			9.000	-2.970
-1.000	0.000	1.000 A	-1.10400	-1.10390		
0.000	2.000	1. E	-0.00201	0.00098	0.000	1.000
		2.000 A	(根がある)		5.000	3.000
0.000	1.000	-4. E	-1.10300	-1.10380	0.000	-3.000
8.000	0.000	-2.000 A	0.00827	0.00004		
		2. E			1.000	1.100
1.000	2.000	0.000 A	-1.10200	-1.10370	3.000	2.701
6.000	6.000		0.01852	0.00107	-3.000	-2.970
		(d)				
2.000		0. C	-1.10100	-1.10360	2.000	1.200
0.000		1. E	0.02877	0.00210	1.000	2.408
		2. E			0.000	-2.880
3.000		-2. E				
-4.000		0.73205 A				
		-2.73205 A				
4.000						
0.000						
5.000						
18.000						

II~② 根の公式より → ④  $x=1, x=-1\pm\sqrt{3}$

III~② → ⑤

III~③ → ⑥

III~④ → ⑦ 順に,  $x, y, m$

#### 指導上の留意点

- 数I段階での指導であるから, 少なくとも一根が整数で与えられる方程式のみを考えた
- い。
- $y$  の符号を調べて, まず一根を探し組立除法, 根の公式へと結びつける。
- 三次曲線は,  $m$  を最大または最小にする点で, 点対称であること
- 極大極小と最大最小の相違。

### 8. 効果的なプログラム (← prog と略記)

**prog** (1), (4), (8)

○CA E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(d) M<sub>4</sub> (CK J) E(x) M<sub>5</sub> R<sub>1</sub> ×  
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{(1)} \quad \underbrace{\hspace{4em}}_{(4)}$

$$R_5 = R_2 + \times R_5 = R_3 + \times R_5 = R_4 + \#$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(1)} \quad \underbrace{\hspace{4em}}_{(4)}$$

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  の  $x$  に対応する  $y$  の値を求める prog。棒線部  $\underbrace{\hspace{4em}}_{(4)}$  を除くと、  
 $y = ax^2 + bx + c$  の  $y$  の値、 $\underbrace{\hspace{4em}}_{(1)}$  を除くと、 $y = ax + b$  の  $y$  の値を求める prog となる、  
 入力は、次数の高い方から順に、(CK, J) を入れると、2 度目からは手動 J,  $x$  の値の順で入力すればよい。最初に入れた係数は保存される。

○CA E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(d) M<sub>4</sub> (CK J) E(p) M<sub>5</sub> E(q) ( ) M<sub>1</sub> E(h) ( ) M<sub>2</sub> (CK ( ) J)  
 R<sub>1</sub> × R<sub>5</sub> # = R<sub>2</sub> + × R<sub>5</sub> = R<sub>3</sub> + × R<sub>5</sub> = R<sub>4</sub> + # # R<sub>5</sub> ( ) R<sub>2</sub> + M<sub>5</sub> ( ) R<sub>1</sub> R<sub>5</sub> - (√) ( ) J。

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  の  $y$  の値を、 $x = p$  から  $x = q$  まで  $h$  おきに連続的に出力する prog。  
 (√) があるのは、 $h$  おきに丁度  $q$  とならなくても、その手前で停止するようにしたためである。

**prog** (2)

○CA RΣ E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(a') ( ) M<sub>1</sub> E(b') ( ) M<sub>2</sub> E(c') ( ) M<sub>3</sub> E(x) M<sub>4</sub> E(q) M<sub>5</sub>  
 E(h) ( ) M<sub>5</sub> CK J CK R<sub>1</sub> - × R<sub>4</sub> MΣ R<sub>3</sub> MΣ RΣ ÷ R<sub>2</sub> = MΣ ( ) M<sub>4</sub> CK ( ) R<sub>1</sub> - × R<sub>4</sub> ( ) MΣ ( )  
 R<sub>3</sub> ( ) MΣ ( ) RΣ ÷ ( ) R<sub>2</sub> = ( ) MΣ RΣ ( ) RΣ - # # J R<sub>4</sub> # ( ) R<sub>4</sub> # E J R<sub>4</sub> ( ) R<sub>5</sub> + M<sub>4</sub> R<sub>5</sub>  
 - ( ) R<sub>5</sub> - J ( ) 10 ( ) × × = #

連立方程式  $ax + by = c$ ,  $a'x + b'y = c'$  の解集合をそれぞれ求めて、 $(x, y)$  が一致したとき解としてとりだす prog。与えられた区間に解が無いときは  $10^4$  を出力する。区間  $[p, q]$ 。

○CA RΣ E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(a') M<sub>4</sub> E(b') M<sub>5</sub> E(c') ( ) M<sub>5</sub> R<sub>5</sub> × R<sub>3</sub> MΣ R<sub>2</sub> × ( ) R<sub>5</sub>  
 = -MΣ R<sub>1</sub> × R<sub>5</sub> ( ) MΣ R<sub>4</sub> × R<sub>2</sub> = - ( ) MΣ RΣ ÷ ( ) RΣ ( ) M<sub>4</sub> # ( ) R<sub>4</sub> × R<sub>1</sub> = -R<sub>3</sub> + ( )  
 M<sub>3</sub> ( ) R<sub>3</sub> ÷ R<sub>2</sub> = #

これは、上の連立方程式を、一般の解法どおりに prog したものだ。

**prog** (3)

○CA RΣ CK J MΣ M<sub>1</sub> J E(x<sub>i</sub>) MΣ R<sub>1</sub> ( ) 1 ( ) + M<sub>1</sub> J RΣ ÷ R<sub>1</sub> = #

相加平均を求める prog。x<sub>i</sub> を入力し終わったら、手動 J を押すと平均が自動的に出力される。

**prog** (5)

○CA E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(x) M<sub>4</sub> R<sub>2</sub> × R<sub>4</sub> = R<sub>3</sub> + √ × R<sub>1</sub> = #

$y = a\sqrt{bx+c}$  を求める prog.  $bx+c \geq 0$  のときは  $y$  の値を,  $bx+c < 0$  のときは  $y=0$  を出力する。

prog (6)

○CA E(a) ( ) M<sub>1</sub> E(b) ( ) M<sub>2</sub> E(c) ( ) M<sub>3</sub> (CK J) E(p) M<sub>1</sub> E(q) M<sub>2</sub> E(h) M<sub>3</sub> CK ( ) J ( ) R<sub>1</sub>  
 $\times R_1 \# = ( ) R_2 + \times R_1 = ( ) R_3 + \# ( ) 2 ( ) \times ( ) R_1 \times R_1 = ( ) R_2 + \# \# R_1 = R_3 + M_1 R_2 - R_3 - ( ) J$

平均変化率  $m$  の値が,  $x, y$  の値に続いて出力される prog.  $m$  の符号が調べられる。

○CA E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> R<sub>2</sub> ÷ ( ) 2 ( ) ÷ R<sub>1</sub> = -M<sub>4</sub> # R<sub>4</sub> × = × R<sub>1</sub> = -R<sub>3</sub> + = #

$y = ax^2 + bx + c$  の頂点を求める変形をそのまま prog にしたもの。

prog (7)

○CA RΣ E(a) × ( ) 2 ( ) M<sub>1</sub> E(b) = -M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(x) M<sub>4</sub> R<sub>2</sub> × = MΣ ( ) 2 ( ) × R<sub>1</sub> × R<sub>3</sub> =  
 $-MΣ ( ) 2 ( ) \times R_1 \times R_4 MΣ RΣ MΣ \sqrt{\quad} M_5 J R_2 \div R_1 = \# RΣ = -\sqrt{\quad} \div R_1 = \# ( ) 1 ( ) J R_2$   
 $R_5 + \div R_1 = \# R_2 R_5 - \div R_1 = \# CK J$

$D = b^2 - 4ac + 4ax$  とおくと,  $D \geq 0$  のときは実根を,  $D < 0$  のときは実部と虚部とを出力する。D の正負の判断を自動的に行う。 $x=0$  ならば根の公式である。

prog (9)

○CA E(a) M<sub>1</sub> E(b) M<sub>2</sub> E(c) M<sub>3</sub> E(d) M<sub>4</sub> (CK J) E(p) M<sub>5</sub> E(q) ( ) M<sub>1</sub> E(h) ( ) M<sub>2</sub> CK ( ) J  
 $R_1 \times R_5 \# = R_2 + \times R_5 = R_3 + \times R_5 = R_4 + \# R_5 \times = \times R_1 \times ( ) 3 ( ) MΣ ( ) 2 ( ) \times R_2 \times R_5 MΣ$   
 $R_3 MΣ RΣ \# \# R_5 ( ) R_2 + M_5 ( ) R_1 - ( ) R_2 - ( ) J$

prog (6) と同時で,  $x, y, m$  の順に出力する。

○CA RΣ E(α) M<sub>1</sub> E(a<sub>0</sub>) M<sub>2</sub> # CK J R<sub>2</sub> × R<sub>1</sub> MΣ E(a<sub>i+1</sub>) MΣ RΣ  
 $M_2 R_2 \#$

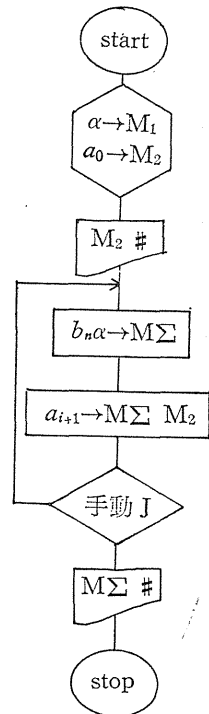
右の流れ図にしたがって prog 化した。 $\alpha, a_0$  を入力すると  $b_0$  が出力され  $a_1$ , 手動 J  $a_2$ , 手動 J  $a_3, \dots$  の順に入力していくと,  $b_1, b_2, b_3, \dots$  と順に出力する。

ただし,  $y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n$ , を  $x - \alpha$  で割った商の, 次数の高い方から順に  $a_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  とする。

$$\begin{array}{r|l} a_0 & a_1 & a_2 \dots a_n & \alpha \\ \hline & b_0 \alpha & b_1 \alpha \dots b_{n-1} \alpha & \oplus \\ \hline a_0 = b_0 & b_1 & b_2 & b_n \end{array}$$

### おわりに

一応, 三次関数まで展開してきたので, 今回はこのへんで, おわりにしたいと思います。必修数学という前提で展開してきましたから, 極限概念等はできるだけ省きました。そのためにかえて, 冗



長の部分ができてしまいましたが、やむを得ないと思っています。

必修数学の題材として「写像」を選んだ理由は、現代数学の基本となる概念ですので、数列や微積分にもつなげると考えたからです。それに、従来、関数の指導で怠りがちであった代数的手法による指導が、電卓を用いることによって、何とか解決できないか、と考えたからです。付連でも「写像」をとりあげたこともあって、着手してみた次第です。諸先生方の御叱声を得れば幸いです。