

教科書に現れた用語の調査 その1

高校 数学 1.

数学科

内 容

I 数学用語調査の目的	53頁
II 調査の対象	54頁
III 調査の結果と考察	55頁
1. 各教科書にとりあげられた用語の数	55頁
2. 用語の出現状況	55頁
3. 定義の不統一な用語	56頁
4. 同一内容を表わす用語の不統一	57頁
5. 別の意味に使われる用語	57頁
6. その他の問題点	58頁
(1) 新しい用語提出の時期	
(2) 定義の精粗	
(3) その他の誤解し易い定義	
7. 学習指導要領の用語の調査	60頁
IV ま と め	61頁

1. 数学用語調査の目的

数学には、極度に抽象化された内容、数多くの記号の使用というような特殊性があって、その学習に難しさを加えている。生徒の指導に当っては、これを充分理解してかからなければならぬ。

生徒の誤りの原因を調べてみると、

- ① 推論の正しい筋道がたどれない
- ② 不注意（計算違い等）による誤り
- ③ 問題の意味がわからない

に大きく分けられる。

日常の指導では①「論理性」に最重点が置かれるのであるが、②「不注意」と③「問題の不理解」も案外に軽視できない大きい指導対象であるように思われる。「問題の不理解」については、数学特有の簡潔な表現に不慣れであったり、数学用語の意味を理解していない者が多いようである。

用語を誤って理解していたり、意味を明らかに把握していないために、誤った推論を進めて、①のグループに入るものも少なくない。数学では、論理的に正しく推論することを学ぶのであるが、その推論の素材となる用語を知らなければ、入口にも入れず足踏みを

しなければならない。その生徒は「考える」以前の段階でつまづいているわけである。数学のできない生徒、数学の嫌いな生徒を作る一つの原因がここにある。

指導する側にどれだけ慎重な用意があるか、反省してみる必要があるように思われる。

1. 生徒の用語理解の状況はどうか
2. 数学用語はどれだけ必要か、不要な用語まで押付けて混乱させていないか
3. 用語の意味、説明が統一されているか
4. 紛らわしい用語が不用意に使われてはいないか

等、種々の問題がありそうである

ここでは、それらの検討の第一歩として、現行教科書では用語がどのように取り扱われているかを調査する

II. 調査の対象

昭和34年7月に、昭和35年度用として展示された教科書は高校用として25種であった。そのうち、次の18種類（6単位の教科書を除いて、入手した教科書のみ）について、調査を行った。ここにまとめたのは、数学I代数の部分である。

出 版 社	教 科 書 名	著 者
池 田 書 店	数学I代数篇改訂版	鍋島信太郎 他11
大阪教育図書	〃 代数	伊藤誠
大原出版	〃 代数篇	成実清松
学芸出版	〃 代数	秋月康夫 他2
好 学 社	〃 代数篇改訂版	辻正次 他2
三省堂	〃 代数 改訂版	田中正夫 他2
実教出版	〃 代数	福原満洲雄
清 水	〃 代数	平野智治 他3
修文館出版	〃 代数	森新治郎 他2
昇 竜 堂	〃 代数篇	小林善一
数 研 出 版	〃 代数篇三訂版	功力金二郎 他3
大 修 館	〃 代数篇	平野次郎 他1
大日本図書	〃 代数篇	末綱恕一
〃	〃 代数篇	佐藤良一郎 他9
中教出版	〃 代数篇	野村武衛 監
帝国書院	〃 代数 改訂版	守屋美賀雄 他2
東京書籍	〃 代数学	弥永昌吉
日本書院	〃 代数改訂版	泉信一 他2

III. 調査の結果と考察

1. 教科書にとりあげられた用語の数

教科書番号	用語数	教科書番号	用語数	教科書番号	用語数
1	158	8	190	15	194
2	123	9	214	16	183
3	148	10	258	17	121
4	139	11	153	18	173
5	161	12	170	学習指導要領	80
6	267	13	203	18種の 全教科書	533
7	180	14	168		

学習指導要領では、80に過ぎないが、各教科書の実用語数は、どれも非常に多い。用語の解説を多くして、生徒の理解を助ける親切心か、または、基準となる指導要領の実用語数が少な過ぎるのであろうか。

いずれにしても、教科書による差が大き過ぎるようである。最低121から最高267まで、その間に倍の開きがある。中学校で出た用語を重ねてとりあげたものも多いようであるが、新用語が多いことはそれだけ生徒の負担が大きいのを意味する。逆に用語数が少くても、解説なしで新用語が使われるとすると、生徒の負担は別の意味で大きくなるとも考えられる。両様の意味を含めて、教科書間のこの差異は縮められなければならない。18種の教科書を通して見ると、用語の種類は533となっているが、これは明らかに多過ぎる。数学I代数の実用語としては、不要なものも多く入っているようである。

ただ1か所だけに現われて、その後全く使われないような用語は削除すべきである。

2. 用語の出現状況

どの教科書でも同じ用語をとりあげているかというに、実状では必ずしもそうでない。18種類の教科書が揃ってとりあげている用語は、僅かの数でしかない。反対に僅かに一つの教科書に現われただけという用語の数は以外に多いのに驚く。教科書調査によって得た533種類の用語の数がどの程度にちらばっているかを示すのが次の出現度数表である。

教科書出現度数	用語数	教科書出現度数	用語数
18	27	14	11
17	20	13	20
16	16	12	12
15	9	11	12

10	11	4	34
9	10	3	54
8	9	2	57
7	16	1	170
6	14		
5	31		
		計	533

教科書出現度数というのは何種類の教科書に出てくるかを示す数である。

3. 定義の不統一な用語

同一の用語はどの教科書にも同じ定義説明のあることが望ましいが、実情は、必ずしも統一されていない。同じ数学 I を学ぶのに教科書によって違う理解を与えられるのは困ったことである。用語の定義が誤っているものなどは論外であるが、現実には厳密なもの、粗雑なもの、詳しいもの、例示しただけのもの等様々である。

たとえば「無理数」という用語の例を示すと次のようになっている。○印は定義，×印は文章中の説明。

説明	教科書																	
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r
有理数では表わせない数	○	○	○	○	○		○	○	○	○			○	○		○		○
有理数でいくらでも近似可能						○												
循環しない無限小数	×						×	×			○	×	×	×			○	×
分数，有限小数では正しく表わせない数															○			
三角比の多くが表わされる												×						
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	○	×	×	×	×	×
π	×		×	×	×	×			×	×	×		×	×	×		×	×
$\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$,				×														

ここでは少々言葉の違いは見逃して、内容的に定義の違う用語を拾い出すことにする。(定義内容は省略)

- [数] n乗根 虚数 複素数 素数 絶対値
- [比, 比例] 後項 比例する 反比例 比 一次関数 最小 最大 変数
- [式] 因数(単項式の) 因数(整式の) 因数分解 係数 頂 同類項 倍数 繁分数式
平方を完成する 無理式
- [方程式] 一元一次方程式 一元二次方程式 加減法 虚根 恒等式 根の公式
代入法 二次方程式 判別式 一次不等式 二次不等式 不等号
不等式を解く 証明 必要条件
- [グラフ] 数直線 放物線 漸近線 接する

[対数]	指数	指標	常用対数	真数	対数	対数関数	重みつき平均	
	階級値		共点図表		算術平均		散布度	相加平均
	相乗平均		相関		相関係数		代表値	統計
	標準偏差		分散		平均値		偏差	変量

4. 同一内容を表わす用語の不統一

函数とかくか関数とかくか、論議されだしてから久しいが、いまだに統一されず、不徹底なままに残っている。これは、読み方が同じであるからまだよいとしても、全く違う二つ以上の用語が整理されずに残っている。これらは早く統一して、一語を覚えればよいようにしたい。

根号, ルート, 平方根号について調べると

根号に統一した教科書 9. 根号とルートをあげたもの 3.

根号と平方根号 2. 根号, 平方根号, ルートをあげたもの 1.

がある。

(二つ以上の用語を用いる例)

- | | |
|---------------------|-------------------|
| ○ 根号, ルート, 平方根号 | ○ 乗根, 累乗根 |
| ○ 平方, 二乗, 2乗, 自乗 | ○ 立方, 三乗, 3乗 |
| ○ 平方根, 二乗根, 2乗根 | ○ 変域, 定義域 |
| ○ 累乗, べき | ○ 横軸, x 軸 |
| ○ 根, 解 (方程式の) | ○ 横座標, x 座標 |
| ○ 縦軸, y 軸 | ○ 傾き, 勾配, 方向係数 |
| ○ 縦座標, y 座標 | ○ 上に凸, 下に凹 |
| ○ 函数, 関数 | ○ 比例する, 正比例する |
| ○ 下に凸, 上に凹 | ○ 反比例する, 逆比例する |
| ○ 反比, 逆比 | ○ 入れる, 代入する (数値を) |
| ○ 切片, y 切片 | ○ 昇べきの順, 昇累乗の順 |
| ○ 簡約する, まとめる (同類項を) | ○ 関数のグラフ, 方程式のグラフ |
| ○ 降べきの順, 降累乗の順 | |

5. 別の意味に使われる用語

一つの用語が二様に異なる意味に使われるものがある。このような紛らわしさは、放任しておくべきではない。

- | | |
|-------|----------------|
| 指 数 | 1) a^n の n |
| | 2) 物価指数等の指数 |
| 因 数 | 1) 整数の因数 |
| | 2) 整式の因数 |
| 素因数分解 | 1) 整数の素因数分解 |

	2) 整式の素因数分解
約 数	1) 整数の約数 2) 整式の約数
倍 数	同 上
互に素	同 上 (整数の場合と整式の場合の意味が異なる)
公 約 数	上と同じ
公 倍 数	
最大公約数	
最小公倍数	
既 約	1) それ以上因数分解できない整式は既約であるという。 2) 分母, 分子に共通因数のない分数は既約であるという。
項	1) 比例式の項 2) 多項式の項
原 点	1) 数直線の原点 2) 平面座標の原点
座 標	1) 数直線の座標 2) 平面座標
比例する	1) 四つの量について比例式ができるという意味 2) 関数について, $y=kx$ (k は定数)

6. その他の問題点

(1) 新しい用語提出の時期

- 一元方程式, 二元方程式, 三元方程式
- 一次式, 二次式, 三次式
- 一次関数, 二次関数
- 整数, 有理数, 無理数
- 実数, 虚数
- 整式, 有理式, 無理式

等の区別をするための用語は, 学習の最初に出すと生徒には理解し難い。二元, 三元の方程式が出てはじめて一元方程式の意味が明らかになるのである。ほとんどの教科書が一元方程式のはじめの段階で定義しようと試みているので, 説明が難しくなるのは当然である。

はじめは単に名前だけ出すに止めて, 二元, 三元が出てからあらためて, 内容を説明し定義するという方法も考えられる。

(2) 定義, 説明の精粗

二つの異なる立場がある。

- 1) 単に内容を理解すればよい。実例を挙げて概念を把握するに止めて, 今後学習の進むに従って徐々に厳密な定義に発展させようとする。

2) できるだけ正確さを失わないように詳しくして、数学の厳密性を保持する
 以上二つの立場のどちらが教育的にみて正しいであろうか。いずれの立場にも長短があ
 って簡単に結論は出せないように思われる。今後の研究調査を必要とする事項である。

精粗定義の差異の例

- 累乗
 - 1) $a=b^n$ のとき a を b の累乗という。
 - 2) 同上、ただし、 ab は数または式、 n は正の自然数とする。
- 一次式
 - 1) $ax+b$ の形の式を一次式という。
 - 2) x について整頓すると $ax+b$ (a, b は定数で $a \neq 0$) の形となる式を x についての一次式という。
- 複比例する
 - 1) $z=kxy$ (k は定数) のとき z は x, y に複比例するという。
 - 2) 二つの変数 x, y に伴って変化する量 z があって、常に $z=kxy$ という関係を満足するとき、変量 z は x, y に複比例するという。

ここには二、三の例をあげるだけにするが、全般的に、教科書による精粗の差は目立っ
 ている。先に述べた二つの態度、単に用語の概念がわかればよいとするものと、数学学習
 の将来の発展を考えて、厳密に規定していこうとするもの、との違いであろうと考えられる。

(3) その他、誤解し易い定義

用 語	問 題 点
変 化 率	1 次関数の変化率として、内容は平均変化率をとりあげている例があった。これは将来、平均変化率、変化率の混同を起す原因となるかも知れない。
虚 数	純虚数と複素数のどちらを指すのか不明な定義がある。定義は純虚数の意味にしておきながら、後に複素数にまで拡張して使うものがある。
約 数	1 を約数と考えるのかどうか、まちまちになっている。1 以外に共通な約数のない分数式を既約であるとする説明もある。
次 (単項式の) 数	単項式に含まれている文字の数をその単項式の次数と定めるのが通例であるが、 $2a^2$ 等では個数が 1 である。
整 式	1) 多項式と単項式を共に整式という。 2) 式中の文字について、加減乗法よりほかの計算を含まない式上の二つは、どちらも不十分、1) は多項式や単項式は整式だけを含むという前提に立っている。2) は $\frac{x}{2}$ を含まないことになる。
x についての整式	「 x だけを含む整式」では不可、 $2+x, ax+b$ 等の説明が見つからない。
単 項 式	定数項も単項式のうちに入る場合があるが、一般にこれを含む説明を与えていない。
一元一次方程式 一元二次方程式 二 次 方 程 式	いずれについても同じ問題点がある。 1) みかけ上のものを含めるかどうか。 2) みかけ上のものを除き、片方の辺に集めて整理したとき、その式が未知数

一次不等式 二次不等式 分数方程式 無理方程式	につき（一次，二次）となるものを（一次方程式，二次方程式）という，にするか否か。 3) 例をあげただけでは不徹底にならないか。
加減（法） 代入（法）	連立方程式を解く1つの方法とすべきか。解く為に未知数を消去する消去法とすべきか。
虚根	虚数の定義と関連をもっが，虚数を含む根とするのか，虚数の根とするのか。
判別式	b^2-4ac と示すか $D=b^2-4ac$ と示すか？ また $D'=b^2-ac$ をも含めるか？

7. 学習指導要領の用語調査

指導要領に用語と記号という欄がある。数学I代数の内容基準を示す一つの手がかりであるから，どの教科書でも，その程度用語はとりあげていると予想していたのであるが，調査の結果は必ずしもそうでないことを示している。

次の表は，指導要領数学I代数の用語から拾いあげた80語について，それをとりあげた教科書数を調べたものである。

とりあげた教科書数 (用語の出現数)	用語数	とりあげた教科書数 (用語の出現数)	用語数
18	19	8	1
17	12	7	2
16	12	6	0
15	4	5	0
14	5	4	4
13	6	3	2
12	8	2	1
11	1	1	0
10	1	0	1
9	1	計	80

18種のすべての教科書に載っている用語は19語に過ぎない。16種以上の教科書に載っている用語でようやく半数の43語という状況である。

半数以上の教科書に定義の載っていない用語，すなわち出現教科書数9以下の用語を列記すると，次の12語となる。(数字は出現教科書数)

直角双曲線 9. 正比例 8. 交換法則 7. 結合法則 7.
共数因数 4. 既約分数 4. 平行移動 4. 比例部分 4.
最小 3. 最大 3. 比例 2. 分布 0.

反対に指導要領用語欄にはないが必要度の高い用語が次のように拾い上げられる。

(数字は出現教科書数)

係数 18. 約分する 18. 最大公約数 18. 最小公倍数 18. 相乗平均 18.
比例定数 18. 根の公式 18. 方程式 18. 平方根 17. 公約数 17. 公倍数 17.
度数分布表 17. 根 17. 上に凸 17. 下に凸 17. 放物線の頂点 17. 放物線の
軸 16. 度数 16. 一次不等式 16. 一元一次方程式 16. 同類項 15. 正の相
関 15. 負の相関 15. 二次方程式 15. 未知数(または元) 15. 簡約 14.
約数 14. n 乗根 14. 指数 14. 対数目盛 14. 移項 14. 降べきの順 13.
通分する 13. 倍数 13. 有理化する 13. 対数尺 13. 散布度 13. 度数折
れ線 13. 度数分布多角形 13. 度数多角形 13. 等式 13. 十分条件 13.
必要条件 13. 連比 13. 開平 13. 漸近線 13. 項 13. 繁分数式 12.
重み 12. 象限 11. 内項 11. 外項 11. 平方根に比例する 11. 従属変数 11.
独立変数 11. 絶対値 11. 根号 11. 度数分布曲線 11. 累積度数 11. 必要
十分条件 11. 昇べきの順 10. 定数 10. 定数項 10. 割切れる 10. 分母
の有理化 10. 階級値 10. 連立方程式 10. 解く(方程式を) 10.

出現数の少ない用語の中には、「最大」は「最大値」という用語に置き換えられている
というような事情もあり、また、出現度数の高い用語の中には中学校で既に出たものも含
まれている。しかし、それらを考慮してもなお、標準用語には取捨すべきものがあるよう
に思われる。

IV. ま と め

これまでに述べた調査の結果をまとめると次のようになる。

1. 数学 I ではどれだけの用語を選んで定義すればよいのか、考えが統一されていない。
教科書ごとに独自の判断に基づいて、その用語を選択しているのであるが、その標準が
設定されていない。
 - イ. 中学校の教科書で定義された用語を再び繰り返しているものも多いが、それもすべ
ての用語について配慮しているわけではなく、思いついた一部の用語だけを取上げたので
はないかと思われる状態である。中学校の教科書間で統一がとられていないことも、こ
の混乱を起す原因となる。
 - ロ. とりあげた用語の数もまちまちであるが、その間の共通用語が意外に少ない。これ
は、重要な用語の定義のない教科書もあることを示しているものである。
 - ハ. 数学 I の学習にはさして重要でない用語までを、将来程度の高い数学を学ぶ者のた
めに出しておくという意味で出している教科書がある。この態度も度を越せば、徒らに
生徒の負担を増す結果になるのではないかと心配される。
2. 定義の仕方が一様でない、高校で学ぶ数学は、全国だれもが共通の基盤の上で学習を
進めていけるようにしたい。

次には、表現の厳密性、はじめて現われる時期等にも、適切な考慮を払う必要がありそ
うに思われる。

3. 二様の異なった意味を持つ用語が使われている。古くからの習慣が、そのまま惰性で続いているのであるが、学習中に混同する恐れがある。
4. 同一の事実について、二つの用語の残っているものがある。最近一部整理されてきてはいるが、まだそれが徹底しないで残っているものと思われる。また、気付かずに見逃しているものもあるかも知れない。
5. 用語の示す意味内容の統一されないものもまだ残っている。これは、用語というよりは数学の内容に関連を持ってくる度合いが大きい。

以上のような多くの問題点が指摘されるのであるが、用語の取扱いがあまりに不統一であるという事実ははっきりしている。これらの相違は教育的な見地から自然に一致して行くことが望ましいのであるが、現状では、一つの拠りどころとなるものができ上らない限りは、いっまでもこの状態が続くそうにも思われる。単なる外からの統制でなく、内からの自然の統一の意志で、その標準が作られないものであろうか。