

Homotopy Type Theory

- 1) homotopy type theory
- 2) SDG

集合論

Cantor

$x \in y$ xがyのメンバーである
= xがyの要素である

集合入門... 初めの数学は集合論の中で展開される。
関数も集合

ラッセルのパラドックス

$$f: A \rightarrow B \quad A \times B$$

矛盾

$$A = \{x \mid x \notin x\}$$

Aを集合とすると

$$A \in A \rightarrow A \notin A \text{ 矛盾}$$

$$A \notin A \rightarrow A \in A \text{ 矛盾}$$

ラッセルのパラドックス

この文はラッセルでなく

Church

type

実数の type

type theory

計算機基礎論で発展

Homotopy type theory

dependent type theory

type A

宣言

構成

$$x:A$$

$$\prod_{x:A} B(x)$$

直積

typeがxに依存しない

ex) AとNをとる。

$$\prod_{n:N} B(n) \quad \text{長さnの listの全体}$$

$$\sum_{x:A} B(x)$$

直和

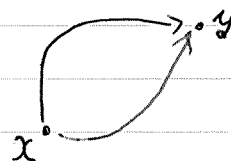
= 等号
 $x, y:A$

0

同視する方法の全体

$x=y$ type

(証明)



Curry-Howard 対応

N 自然数

introduction

$$P \vdash N = \text{type} \quad P \vdash 0 = N$$

formation

数学的帰納法

$$\frac{P \vdash n = N}{P \vdash S(n) = N}$$

(集合論で同じ濃度)

$A=B$ $N \rightarrow$ 有理数

Successor

• 1対1対応のつければいくつかある。

階層

7. Homotopy of n -types is $\text{Con} \pm v$

$x, y \quad A \vdash x = y$
 $x = y$

$n = -2$
 $\lambda = n + 1$

$\prod_{x, y: A} \frac{(x =_A y)}{n'}$

-1
 $x, y = A$
 $x, y = A$

$\frac{x = y}{x = y}$
 $x = y$

proposition -1
 \circ set \circ

truncation ϵ \prod
 3.7 propositional truncation A \circ

$A \quad \|A\|_n$

$a = A \quad |a|_n = \|A\| \quad x, y = \|A\| \Rightarrow x = y \quad n$

7.3