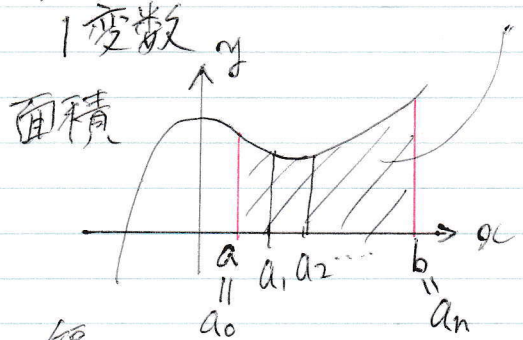


微積分 第9回

1変数 \Rightarrow 多変数

積分



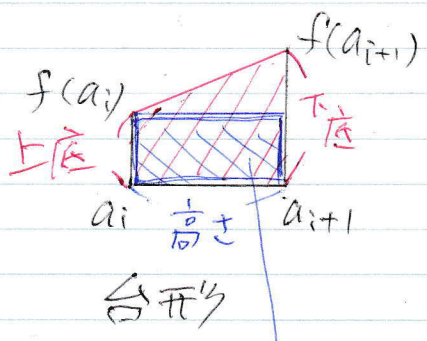
$$\int_a^b f(x) dx$$

短冊

細分

$$a_{i+1} - a_i = d_i \in D$$

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x) dx$$



$$a_{i+1} = a_i + d_i$$

$$\int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{高さ} \times (\text{上底} + \text{下底})$$

$$= \frac{1}{2} d_i (f(a_i) + f(a_i + d_i))$$

$$= \frac{1}{2} d_i (f(a_i) + f(a_i) + f'(a_i) d_i)$$

$$= \frac{1}{2} d_i (2f(a_i) + f'(a_i) d_i)$$

$$= \frac{1}{2} d_i \cdot 2f(a_i) + \frac{1}{2} f'(a_i) \underbrace{d_i^2}_{=0}$$

$$= d_i f(a_i)$$

長方形の面積

∫ 総和 summation

(似た話で
 $\sin d = d$
 $\cos d = 1$
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$)

微積分学の基本定理

原始関数

$$F' = f \quad \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x) dx \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} d_i f(a_i) \end{aligned}$$

微分の定義

$$\begin{aligned} d_i f(a_i) &= F(a_i + d_i) - F(a_i) \\ &= F(a_{i+1}) - F(a_i) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} d_0 f(a_0) \\ d_1 f(a_1) \\ d_2 f(a_2) \\ \vdots \\ +) d_{n-1} f(a_{n-1}) \end{array} \quad \begin{array}{l} = \\ = \\ = \\ \vdots \\ = \end{array} \quad \begin{array}{l} F(a_1) - F(a_0) \\ F(a_2) - F(a_1) \\ F(a_3) - F(a_2) \\ \vdots \\ F(a_n) - F(a_{n-1}) \end{array} \quad \begin{array}{l} (+ \\ \\ \\ \\ +) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \hline F(a_n) - F(a_0) \\ \hline \begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ b & a \end{array} \end{array}$$

足し合わせる。

○ 種明かし

微積分学の基本定理が成り立つように、微分の定義がなされている。

微積分 ← 力学 Newton (17C) 万有引力の法則

ベクトル解析 ← 電磁気学 (19C)

||
多変数の
積分論

ファラデー 本屋
Maxwell の方程式
↳ エンジン

電磁波

電場 ⇒ 磁場

speed は 光の速さ = 光は電磁波
可視光線

行列式

$$a_1, a_2 \in \mathbb{R}^2$$

$|a_1 \ a_2| = a_1, a_2$ 2 張られる平行四辺形の
符号のついた面積

性質: $|a_1 \ a_2| = -|a_2 \ a_1|$

$$|a_1 + a_i \ a_2| = |a_1 \ a_2| + |a_i \ a_2|$$

$$|\alpha a_1 \ a_2| = \alpha |a_1 \ a_2|$$

$$a_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{pmatrix} \text{ とする.}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \text{ である.}$$

$$\left(\begin{array}{l} |e_1 \ e_1| = 0 \\ |e_1 \ e_2| = 1 \text{ などを用いた} \end{array} \right)$$

$$a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}^3$$

$|a_1 a_2 a_3| = a_1, a_2, a_3$ で張られる平行六面体の符号のついた体積

性質 $|a_1 a_2 a_3| = -|a_3 a_2 a_1|$ 入れかえると符号がかわる

$$|\alpha a_1 a_2 a_3| = \alpha |a_1 a_2 a_3|$$

$$|a_1 + a_1' a_2 a_3| = |a_1 a_2 a_3| + |a_1' a_2 a_3|$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|e_1 e_2 e_3| = 1$$

$$|e_2 e_1 e_3| = -1$$

$$|e_1 e_1 e_3| = 0 \leftarrow \text{同じものがあれば} 0$$

report

$$a_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix}$$

とする。

$|a_1 a_2 a_3|$ を計算せよ。

$a_1 = a_{11}e_1 + a_{21}e_2 + a_{31}e_3$ のように書ける。
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 個の項が出て、
 6個の項が残る。