
数学教育における数学的モデル化

三輪辰郎 筑波大学

近年、数学が応用される範囲は著しく広くなり、また、その手法も極めて多様になってきている。この広がりの中で共通に見られる特徴は、数学を応用する過程それ自身であるといわれる。そして、その過程は、ふつう、数学的モデル化過程と呼ばれる。

数学的モデル化過程というとき、それは、典型的には、次の4つの段階を踏むものである。まずそれまでの経験・観察をもとにして、ある事象が探求を必要とするという認識があるという前提の下で、

- (1) その事象に光を当てるように、数学的問題に定式化する(定式化)。
- (2) 定式化した問題を解く(数学的作業)。
- (3) 得られた数学的結果をもとの事象と関連づけ、その有効さを検討して評価する。
(解釈・評価)
- (4) 問題のいっそう進んだ定式化をはかる(モデルの改良)。

上の4段階の中で、最も中心的であり、しかも困難なのは、(1)定式化である。この段階には、関係のうすい細部の省略ないし無視を踏まえた適当な仮定の設定(変数の生成、変数の選択、関係の生成、関係の選択を含む)、問いの決定、数学的記号による表現及び形式化が含まれる。また、(4)モデルの改良も非常に重要であって見落としてはならない。

この数学的モデル化が最近、数学教育の上で重要視されるようになってきている。それは、

- ・ 応用が教育の不可欠な要素であるという認識が高まり、学校数学をいっそう応用可能なものにしようとする。問題解決重視は、この一つの現れである。
- ・ 数学的モデル化過程には、数学的考え方のさまざまな側面が含まれているので、この過程を通して数学的な考え方の育成をはかろうとする。
- ・ 数学的モデル化過程は、現実の問題との取組であることから、単なる知的好奇心以上に、数学教育に対する動機づけを与えること。

といった理由によると考えられる。

この数学的モデル化を学校数学に持ち込もうとすると、いろいろの問題点が浮かび上がってくる。それを、生徒の側に焦点をあてながら見ていく。

まず、わが国の場合、高校生が数学と現実の事象とのつながりに対して関心を余り持たず、また、積極的でない点あげられる。

たとえば、ある高校での、1・2年生の調査から、次のことが明らかになった。

- ・ 数学の有用性そのものについての確信がうすい。
- ・ 数学が、他教科へのサービスでなく直接に役立つという点については、ほぼ半数しか確信をもっていない。
- ・ 数学が現実問題の解決に使えるという経験を持たない。

一方、カリキュラムのどこに、数学的モデル化過程を位置づけるかという大きな問題点があるが、さらに、教材開発の面で、どのような教材が現実の事象に対して意義をもっているか、数学的技法を有効に使っているか、数学的に豊かであるか、また、生徒の成熟度(興味・関心、習得している数学的技法)に適しているかも考察しなくてはならないなど、多くの困難が見られる。もちろんこれらを一挙に解決することはできない。

しかし、その解決への手がかりは、数学的モデルの実際教授の試みから明らかになった、次の諸点から得られるであろう。

- ・ 前に述べた生徒の側の困難点の解消について明るい見通しが得られること。
 - ・ 数学的モデル化過程の意味については、十分教授可能であるとみられること。
 - ・ 生徒にアピールする教材としては、数学が余り使えないと思われる事象について、単純な仮定でかなりの結果が得られるものを選ぶこと。
 - ・ 仮定設定を生徒に納得させること、それには、低学年からの指導においてこの点への十分な配慮を行うこと。
-

Mathematical modelling in school mathematics

Tatsuro Miwa, University of Tsukuba, Japan

Recently mathematics has become applied to very wide areas with diverse ways. The feature common to these applications is the application process itself and may be called 'the process of mathematical modelling'.

This process typically consists of the following four steps preceded by the recognition that the situation under consideration is of significance to understand,

- (1) to formulate the situation into a problem in mathematical terms (Formulation),
- (2) to find out mathematical results (Mathematical work),
- (3) to interpret and evaluate the results with respect to the original situation (Interpretation and evaluation),
- (4) to improve the model to get better results (Improvement of model).

Today mathematical modelling is becoming much emphasized in mathematical education. Followings are major reasons for this trend:

- a. it has become increasingly recognized that the application is an indispensable component of mathematical education and to introduce genuine applications into school mathematics,
- b. some typical ways of mathematical thinking are included in the process of mathematical modelling and to foster these thinking through the process,
- c. mathematical modelling is to tackle real situations and to give students real motivation rather than curiosity.

When we try to bring mathematical modelling into school mathematics we find some difficulties as we shall see below.

At first we point out that high school students in our country seem to be lack of interest in application and not confident of the utility of mathematics and have few experiences of using mathematics to solve real problems. On the other hand the major problem in curriculum is to determine when, where and how we set mathematical modelling in school mathematics curriculum and to devise the most suitable materials for students' knowledge, abilities and interests.

These can not be solved easily. Here we give following suggestions obtained from the teaching trial of mathematical modelling in high school class:

- a. the meaning of mathematical modelling is teachable to high school students,
 - b. the materials attractive to students are those of situations such that mathematics seems not to be applicable apparently and considerable results can be derived from simple assumptions,
 - c. it is critical for students to establish assumptions in Formulation and it should be fostered from early grades carefully.
-