

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 22 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2009～2013

課題番号：21340013

研究課題名(和文)幾何解析的手法による収束・崩壊現象の解明

研究課題名(英文)Study of convergence and collapsing phenomena by methods of geometric analysis

研究代表者

山口 孝男 (Yamaguchi, Takao)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：00182444

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,100,000円、(間接経費) 3,930,000円

研究成果の概要(和文)：断面曲率と直径が一様に有界な閉リーマン多様体のなすモジュライにおいて熱核の局所データに関するスペクトル逆問題の一意性と安定性を得た(代表者)。閉じた3次元アレクサンドロフ空間の崩壊現象を完全に分類し、更にアレクサンドロフ空間の局所リプシッツ強可縮性とリプシッツ強可縮距離球の安定性を証明した(代表者)。リッチ曲率の曲率次元条件が測度距離空間の集中において保たれることを証明し、正リッチ曲率をもつ閉リーマン多様体の第 $k$ 固有値と第1固有値の比の $k$ のみによる一様評価を得た(塩谷隆)。双曲的なオービフォールドに関して一般のエンドに対応する $S$ 行列から多様体を再構成する理論を完成した(磯崎洋)。

研究成果の概要(英文)：We obtained the uniqueness and the stability of the inverse spectral problem concerning the local data of the heat kernels in the moduli of closed Riemannian manifolds whose sectional curvature and diameters are uniformly bounded (T.Yamaguchi, S. Kurylev, M.Lassas). We classified the collapsing phenomena of three-dimensional closed Alexandrov spaces with curvature uniformly bounded below. Moreover we proved the local strong Lipschitz contractibility of Alexandrov spaces and the stability of strongly Lipschitz contractible balls (T.Yamaguchi, A.Mitsuishi). We proved that the curvature dimension condition of Ricci curvature is preserved under the concentration of metric measure spaces (T.Shioya, K.Funano). We reconstructed hyperbolic orbifolds from  $S$ -matrix corresponding to a general end (H. Isozaki, Y. Kurylev).

研究分野：数学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：崩壊理論 グロモフ・ハウスドルフ収束 スペクトル逆問題 アレクサンドロフ空間 幾何解析 測度距離空間

### 1. 研究開始当初の背景

- (1) 断面曲率の下限が一樣に有界である場合の一般崩壊現象を同相の枠組みで記述することの難点が幾つか存することから、ホモトピー論的な記述の可能性を模索していた。
- (2) 境界つきリーマン多様体の崩壊現象については先行研究がほとんどない状態だったため、まず断面曲率と第2基本形式が一樣に有界な境界つきリーマン多様体の崩壊理論を確立し、その後で境界スペクトル逆問題を考察するという展望をもっていた。
- (3) 3次元閉多様体上のリッチ流の特異時間における退化の決定は直径の有界性に関わる重要な問題を含んでいるため、大域的な退化現象の決定を課題としていた。

### 2. 研究の目的

- (1) リーマン多様体の極限空間として現れるアレクサンドロフ空間の特異点集合を解明し、崩壊多様体の構造をホモトピー的に記述する。
- (2) 断面曲率と第2基本形式が一樣に有界な境界つきリーマン多様体のなすモジュライ空間において崩壊理論を構築し、そのコンパクト化において境界スペクトル逆問題の一意性と安定性を解明すること。
- (3) 3次元閉多様体上のリッチ流の特異時間における退化を決定しスペクトル収束を解明する。

### 3. 研究の方法

- (1) 三石史人氏の筑波大学への定期的な招聘により、3次元アレクサンドロフ空間の崩壊理論や一般次元アレクサンドロフ空間の局所リップシッツ・ホモトピー構造の研究が大きく進展した。
- (2) 代表者のロンドン大学、ヘルシンキ大学への出張、Kurylev, Lassas 両氏の筑波大学への招聘により、崩壊多様体のスペクトル逆問題研究が大きく進展した。代表者がニュートン研究所やミッタク・レフラー研究所でスペクトル逆問題研究に携わったことも、世界的な逆問題研究の動向が分かり研究の方向付けをするうえで有益であった。
- (3) ほぼ各年度にわたり研究集会「リーマン幾何と幾何解析」を筑波大学で開催し、研究課題全般の活性化と研究分野における若手の育成、情報交換などに努めた。

### 4. 研究成果

- (1) 断面曲率の絶対値と直径が一樣に有界な閉リーマン多様体のなすモジュライにおいて熱核の局所データに関するスペクトル逆問題の一意性と安定性を得た(代表者と Y. Kurylev, M. Lassas 両氏)。(2) 閉じた3次元アレクサンドロフ空間の崩壊現象を完全に分類し、更にアレクサンドロフ空間の局所リップシッツ強可縮性とリップシッツ強可縮距離球の安定性を証明した(代表者と三石史人氏)。

(3) 3次元閉多様体上のリッチ流の退化の局所的な記述を得たが、退化の一意性が今後の課題である(代表者と横田巧氏)

(4) 測度距離空間の集中において、リッチ曲率の曲率次元条件が保たれることを証明し、正リッチ曲率をもつ閉リーマン多様体の第  $k$  固有値と第1固有値の比の  $k$  のみによる一樣評価を得た(分担者塩谷隆と船野敬氏)。更に半径が  $n$  の平方根である  $n$  次元球面が  $n$  を無限大へ飛ばしたときに、無限次元のガウス測度をもつヒルベルト空間へ収束することを証明した(塩谷隆)。

(5) 双曲軌道体に関して一般のエンドに対応する  $S$  行列から軌道体を再構成した。更に正方向格子上のポテンシャル散乱に関して一つの固定されたエネルギーに対する  $S$  行列からポテンシャルを再構成することに成功した(分担者磯崎洋と Y. Kurylev 氏)。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 22 件)

1. Mitsuishi Ayato and Yamaguchi, Takao Stability of strongly Lipschitz contractible balls in Alexandrov spaces, to appear in Math. Zeit. 査読有, 印刷中
2. Mitsuishi Ayato and Yamaguchi, Takao Locally Lipschitz contractibility of Alexandrov spaces, to appear in Pacific J Math. 査読有, 印刷中
3. Mitsuishi Ayato and Yamaguchi, Takao Collapsing three-dimensional Alexandrov spaces with a lower curvature bound, to appear in Trans. Amer. Math. Soc. 査読有, 印刷中
4. H. Isozaki and H. Morioka, A Rellich type theorem for discrete Schroedinger operators, to appear in Inverse Problems and Imaging. 査読有, 印刷中
5. Funano, Kei and Shioya, Takashi, Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian, Geom. Funct. Anal. 23(2013), 888-936. 査読有
6. P. Gaitan, H. Isozaki, O. Poisson, S. Siltanen and J. Tamminenn, Inverse

problems for time-dependent singular heat conductivities ;One-dimensional case, SIAM J. Math. Anal. 45 NO 3, (2013), 1675-1690 査読有

7.P.Gaitan,H.Isozaki,O.Poisson,S.Siltanen and J. Tamminenn, Proving for heat conductive bodies, Inverse Problems and Imaging, 6 (2012), 423-446 査読有

8. H.Isozaki and S.Richard, On the wave operators for the Friedrichs-Faddeev model, Ann. Henri Poincare, 2012, 査読有

9.H.Isozaki and E.Korotyaev, Inverse problems, trace formula for discrete Schroedinger operators, Ann. Henri Poincare, 13 (2012), 751-788 査読有

10. Shioya, Takashi, Gemetric Analysis on Alexandrov spaces, Sugaku Exposition 24 (2011), 145-167 査読有

11. Shioya, Takashi, A topological splitting theorem for weighted Alexandrov spaces, Tohoku math. J. 63(2011), 59-76. 査読有

12. Yamaguchi, Takao, Reconstruction of collapsed manifolds, Proceeding of ICM2010, VolIII, 899-913, Hindustan Book Agency, New Delhi, 2010 査読有

13. Kuwae, Kazuhiro and Shioya, Takashi, Infinitesimal Bishop-Gromov condition for Alexandrov spaces, Probabilistic approach to geometry, 293-302, Adv.Stud.Pure math., 56 MSJP, 2010 査読有

14. G. Eskin and H. Isozaki, Gauge equivalence and inverse scattering for long-range magnetic potentials, Russian J. of Math. Phys. Vol 18, (2010), 19-28 査読有

15. G. Eskin, H. Isozaki and S. O'dell, Gauge equivalence and inverse scattering for Aharonov-Bohm effect, Commun. in P. D. E. 35 (2010), 1-31. 査読有

16.H.Isozaki, Y.Kurylev and M.Lassas, Forward and inverse scattering problem on manifolds with asymptotically cylindrical ends, Journal of Funct. Anal. 25 8 (2010) 2060-2118. 査読有

17.T.Ide, H.Isozaki, S.Nakata and S.Siltanen, Local detection of three dimensional inclusions in electrical impedance tomography, Inverse Problems 26 No. 3, (2010) 035001 査読有

18.Yamaguchi, Takao, An upper curvature bound and singularities, Non commutativity and Singularities, Advanced Studies in Pure Mathematics 55, 2009, 161-171 査読有

19. H.Isozaki and J.Rousseau, Pseudodifferential multiproduct representation of the solution operator of a parabolic equation, Comm. in P.D.E. 34, (2009), 625-655. 査読有

[学会発表](計 30件)

1.Yamaguchi, Takao, Collapsing three dimensional Alexandrov spaces I, II. Moduli spaces of low dimensional manifolds, 京都大学数理解析研究所、2013年11月5日

2. 山口孝男, 崩壊とスペクトル逆問題、第60回幾何学シンポジウム基調講演、東京工業大学、2013年8月24日

3. Yamaguchi, Takao, Collapsing manifolds and inverse spectral problems, Geometry and Probability, Kyoto University, August 10, 2013

4. Shioya, Takashi, Metric measure geometry of high-dimensional spaces, The 5th GCOE Internal Symposium on "Weaving Science Web beyond Particle-Matter Hierarchy", 東北大学, 2013年3月5日.

5. 塩谷 隆, "Metric measure geometry for high-dimensional spaces", 研究会「リーマン幾何と幾何解析」, 筑波大学, 2013年2月23日.

6. 磯崎洋, Inverse spectral theory and the Minkowski problem for the surface of revolution, 広島微分方程式研究会(広島大学)2013年10月11日

7. 磯崎洋, オービフォールド・カスプ・逆散

乱, 実函数論・函数解析合同シンポジウム  
(青山学院大学) 2013年9月5日

8. Isozaki, Hiroshi, Inverse problems for time-dependent heat conductivities in multi-dimensions, Applied Inverse Problems Conference at KAIST (Daejeon, Korea) 2013年7月3日

9. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering on asymptotically hyperbolic orbifolds, Spectral Theory and Partial Differential Equations (UCLA), USA. 2013年6月18日

10. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering on perturbed lattice (Mittag-Leffler Institute), Workshop "Inverse Problems and Applications" ) 2013年4月22日

11. 山口孝男, 崩壊多様体に対するスペクトル逆問題、偏微分方程式の逆問題解析とその周辺分野に関する研究、京都大学数理解析研究所、2012年1月23日

12. Shioya, Takashi, Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian, 日中友好幾何学研究集会, 中国 四川, 2012年9月11日.

13. Isozaki, Hiroshi, Spectral theory and inverse problems for discrete Schroedinger operators, Taiwan-Japan joint conference on PDE and analysis (台湾大学), 台湾、2012年12月26日

14. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering for discrete Schroedinger operators, Seminaire d'EDP (Univ. Rennes)、フランス、2012年12月6日.

15. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering for discrete Schroedinger operators, Inverse problems and applications, (Hangzhou), China, 2012年9月19日.

16. Yamaguchi, Takao, Collapsing manifolds and inverse spectral problems, Finnish-Japanese-Korean Workshop on Inverse Problems 2011, University of Helsinki,

Finland, Dec. 13 2011

17. Shioya, Takashi; Concentration, Ricci curvature, eigenvalues of Laplacian, Metric Geometry and Applications, 中国 南京, 2011年7月28日.

18. Isozaki, Hiroshi, Introduction to the spectral theory on generalized arithmetic surfaces, Inverse Days (University of Helsinki), Finland, 2011年12月16日

19. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering from cusp on generalized arithmetic surfaces, Inverse Problems in Analysis and Geometry, Isaac Newton Institute, Cambridge, England, 2011年8月5日

20. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering on Generalized arithmetic surfaces, International conference on Harmonic analysis, Tufts University, USA. 2011年1月9日

21. Yamaguchi, Takao, Reconstruction of collapsed manifolds, ICM2010、Geometry Session Invited address, Hyderabad, India, Aug. 27, 2010

22. Yamaguchi, Takao, Collapsing and essential coverings of Riemannian manifolds, The 6<sup>th</sup> Geometry Conference of friendship of China and Japan, Xian, China, Sep 4, 2010.

23. Shioya, Takashi, "A splitting theorem for weighted Alexandrov spaces", 日中友好幾何学研究集会, 沖縄市, 2010年1月31日.

24. Yamaguchi, Takao, Collapsing and essential covering of Riemannian manifolds, Colloquim, Univ of Notre Dam, Nov 4, 2009

25. 山口孝男, リーマン多様体の崩壊と本質的被覆、大岡山談話会、東工大、2009年12月2日、

26. Shioya, Takashi, "Geometric aspect of measure concentration", 研究会「保存則と幾何学的偏微分方程式とその応用」, 京都

大学, 2009年6月11日.

27. 磯崎洋, リーマン面上での逆散乱問題,  
浜松偏微分方程式セミナー, 静岡大学,  
2009年12月21日.

28. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering  
from cusp, Paris-London Analysis Seminar,  
L'Institut Henri Poincaré, France, 2009  
年12月4日.

29. Isozaki, Hiroshi, Inverse scattering  
on non-compact manifolds, AIP Conference  
(Wien), オーストリア, 2009年7月20日.

30. 磯崎洋, ラドン変換と波動方程式, 中央  
大学 Encounter with Mathematics, 多様体  
上のフーリエ変換, 2009年5月30日.

〔図書〕(計 1 件)

塩谷 隆, 重点解説 基礎微分幾何, サイエ  
ンス社, 2009年. 204ページ

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山口 孝男 (Yamaguchi takao)  
筑波大学・数理物質系・教授  
研究者番号: 00182444

### (2) 研究分担者

塩谷 隆 (Shioya Takashi)  
東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号: 90235507

磯崎 洋 (Isozaki Hiroshi)  
筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号: 90111913

永野 幸一 (Nagano Koichi)  
筑波大学・数理物質系・講師

研究者番号: 30333777

(3) 連携研究者

(なし)