

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 5 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500342

研究課題名(和文) 心理的バイアスを考慮した意思決定問題に関する計算モデルの開発とその応用

研究課題名(英文) A computational model of the intertemporal optimal choice under psychological biases

研究代表者

庄司 功 (Shoji, Isao)

筑波大学・システム情報系・教授

研究者番号：20282329

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円、(間接経費) 630,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、異時点間最適分配問題という意思決定問題を設定し、これに対して、近視眼的な利得追求、損失回避、異なるリスク許容度という3つの心理的バイアスを取り上げ、これらが最適分配問題にどのような影響を及ぼしているかをシミュレーション通じて数値的に解析した。それによれば、従来では非合理とされた戦略でも、心理的なバイアスの存在下では合理的な戦略であり得る事を示すことができ、最適分配のあり方に対して新たな知見を提供することができた。

研究成果の概要(英文)：This research discusses a decision problem under human psychological biases through numerical experiments. A decision maker tries to find the optimal choice in a financial problem by maximizing the subjects' expected utility for multiple periods, which is measured by the value function in the prospect theory. The subjects are assumed to be myopic for monetary reward and show time-inconsistent preference. Additionally, they have different risk tolerances for gains and losses, causing the framing effect. Under these conditions, a comparative analysis is carried out numerically to evaluate a combined effect of the two psychological factors on the intertemporal choice. The research also presents a simple computational method for the numerical analysis and proves its validity.

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：行動計量分析

キーワード：意思決定 時間選好 プロスペクト理論 動的最適化 行動ファイナンス

## 1. 研究開始当初の背景

異時点間最適選択問題は、最適消費計画や証券投資計画といった経済問題から、最近では、依存症などの病的な行動様式まで、その関わる範囲は広く、それゆえ重要な問題として捉えられている。

最適選択をどのように導くかに関する方法論は、将来の選択を効用関数を通じて数値的に評価し、その期待効用を最大化することによって、最適選択を導くことが一般的に行われている。期待効用の計算では、将来の効用を現在の価値に割り戻すために、通常指数割引が用いられているが、いわゆる選好の逆転を表現できないという問題がある。

例えば、行動経済学に関するある実験によると、同じ選択問題であるにもかかわらず、ショートランとロングランでは、選好が逆転する例があることが知られている。これは、長期よりも短期の利得を重視する、人の近視眼的な行動原理が働くためであり、実際、McClure et al (2004)に代表される最近の脳科学の研究からも裏付けられている。このような選好の逆転を表現できる割引モデルとして、双曲型割引が知られているが、これを取り入れた異時点間最適選択問題を数値的に解くには膨大な計算量と計算時間が求められることが、我々の行った先行研究でも確認されている。

更に、選好の数値的評価に関しても問題点が指摘されている。例えば、Kahneman and Tversky (1979)によれば、物の多い少ないは、絶対量によって評価するのではなく、レファレンスポイントと呼ばれるある水準からの相対量による評価が実は問題であって、それゆえに、効用関数よりも相対的な損得を表わす価値関数が、より適切であると指摘されている。特に、この価値関数の中では、人は利得と損失に対する感受性が異なり、損失に対してより敏感である、いわゆる loss averse である点と、利得の局面と損失の局面とでは、リスク許容度が異なる点が指摘されている。これら二つの経験的事実は、単なる仮説ではなく、やはり De Martino et al (2006)や Knutson et al (2008)に代表される最近の脳科学の研究によって、こうした心理的バイアスの存在が証明されている。

このように、近視眼的な利得追求、loss

averse や利得/損失局面での異なるリスク許容度は人の本来的な行動原理であるため、異時点間最適意思決定問題を考える際には、これら心理的バイアスの存在を無視するわけにはいかない。実際、我々の行った先行研究では、loss averse を考慮した場合とそうでない場合では、全く異なった解が得られることが示されている。しかし、ここで用いられている計算モデルは、必ずしも最適解の存在を保証するものではなく、また、解の一意性などの理論的な根拠に欠けている点が問題である。更に、近視眼的な利得追求、loss averse、異なるリスク許容度を同時に考慮しながら、最適選択問題を解く必要があるが、問題は相当程度に複雑になり、現実的な数値解法さえ期待できないのが現状である。

## 2. 研究の目的

近視眼的な利得追求、loss aversion、異なるリスク許容度という人の3つの心理的バイアスを同時に考慮した異時点間最適選択問題を解く実用的な計算モデルを提供する点に、本研究の特色がある。過去にもこうした心理的バイアスを考慮した研究もあったが、これらの心理的要因の一部だけに焦点を絞り、その影響を議論するような種類の研究が知られているだけである。これは、ひとえにその計算の複雑さに起因していると考えられる。実際、指数割引の期待効用モデルでさえ、部分的な最適化計算を、問題が想定する  $n$ -期間分を行う必要があり、更に、不確実性を考慮すると、その数はその数倍にも達し、結果として、解が得られるまでに数日単位の膨大な計算時間が要求されるからである。これでは、心理的要因が最適選択にどの程度影響するかを十分調べることもできず、まして、上に掲げた全ての要因を同時に考慮するなどほとんど不可能である。こうした現実的に不可能な問題に対して、ごく短時間のうちに解を見つけ出す計算モデルを提供することに、本研究の独創性が認められる。

計算モデルの開発に当たっては、幅広い問題に応用が可能なように計算モデルの汎用性に留意する。これにより、特定の問題に依存することなく、従来の指数割引の期待効用アプローチから双曲型割引の期待価値関数アプローチまで適用できるモデルが得られる。従って、従来のモデルとの比較が、同一の計算過程で実行することが可能である。これにより、どのような心理的要因がどのような行動様式を導き出すかを容易に解明できる。例えば、近視眼的な利益追求型で、過度にリスク愛好的な性向を持つ

人の消費行動にはどのような特徴が認められるか、あるいは、利得については比較的長期的視点から判断できるが、損失を極力避ける人に対して、どのような投資行動が最適であるか、などを数値的にシミュレーションできる。

こうした心理的要因が原因で行動に変化を生じるものは、上のような経済行動に留まらず、依存症などもその一例と考えられており、その行動パターンも本計算モデルを用いて、同じように計算機上でシミュレーションすることも可能であろう。どのようにして依存症状が発現するかは、そもそも実験になじまないものであるから、こうしたシミュレーション技術を提供することは極めて意義深いものと考えられる。そして、そうした行動と神経科学的な脳内部位の働きとの間に、日々脳科学から明らかにされつつある関係が成り立てば、計算モデル上のどのパラメータが、脳内部位のどの働きとリンクしているかがわかり、神経病理学に対する貢献も期待できるであろう。

### 3. 研究の方法

本研究では、 $n$ -期間にわたる異時点間最適意思決定問題を考え、その問題を解く計算モデルを開発し、次に、その計算モデルの正しさを数学的に裏付ける。そして、意思決定問題に開発した計算モデルを応用し、心理的要因のもたらす影響を定量的に評価する。

まず初めに、異時点間最適意思決定問題として、 $n$ -期間最適配当金分配問題を考える。即ち、意思決定者である投資会社が、投資家から資金を募り、その資金をもとに株価指数や債券指数に投資して、定期的に投資家に分配金を払い、最終期には全ての投資額を投資家に還元する。

ここでは、株価指数や債券指数が確率的に変動すると仮定し、これが将来の不確実性をもたらす。一方、投資家には、近視眼的な利益追求、loss averse やリスク許容度の違いといった心理的なバイアスがあると仮定する。投資会社はこうした心理的バイアスを考慮しながら、各期においてどれくらい分配金を支払うことが、投資家にとって最も好ましいかを最適化の問題として考える。

この  $n$ -期間最適配当金分配問題のもとで、投資家の近視眼的な利益追求を、Berns et al (2007)でも紹介されている、双曲型割引としてモデル化し、Tversky and Kahneman (1991)による価値関数によって loss

averse やリスク許容度の違いをモデル化する。最適化問題では、この価値関数をもとに、双曲型割引を適用して得られる期待価値関数を目的関数として設定する。投資会社はこの目的関数を最大化するように、分配金額を決める。この一連の計算過程を実行する計算アルゴリズムを開発する。

次に、開発した計算モデルの妥当性を理論的に評価する。例えば、どのような場合に解が存在し、それは一意性を持っているかを数学的な観点から検討する。

双曲型割引を使った最適化問題については、Laibson (1997)が知られているが、前提条件によっては、解が存在するかどうか不明であり、仮に存在が保証されても、一意性を満たさない場合もあり得ることが知られている。

本研究では心理的バイアスの影響を詳しく見ることが目的であるため、最適解の存在と一意性は数値分析上も重要であり、計算モデルの理論的な妥当性を数値分析に先立って保証する必要がある。

そして、先に開発した計算モデルを利用して、人の心理的バイアスがどのような影響をもたらすかを定量的に分析する。心理的要因としては3つあるが、単独の効果と相乗的な効果の違いを詳しく分析する。こうした比較分析を通じて、どのパラメータが行動に大きな影響を与えるかを調べ、一般的に非合理的とされる行動が、本当に非合理的なのか、それとも、心理的なバイアスの存在下では合理的な行動とみなされるのか、そうした行動は一体どのような心理的要因によるものなのかを明らかにする。

### 参考文献

1. Berns, G. S., Laibson, D. and Loewenstein, G., (2007), Intertemporal choice - toward an integrative framework, Trends in Cognitive Science 11, 482-488.
2. De Martino, B., Kumaran, D., Seymour, B., and Dolan, R. J., (2006), Frames, biases, and rational decision-making in the human brain, Science, 313, 684-687.
3. Kahneman, D. and Tversky, A., (1979), Prospect theory: An analysis of decision under risk, Econometrica, 47, 263-291.
4. Knutson, B., Wimmer, G. E., Rick, S., Hollon, N. G., Prelec, D., and Loewenstein, G., (2008), Neural

antecedents of the endowment effect, *Neuron*, 58, 814-822.

5. Laibson, D., (1997), Golden eggs and hyperbolic discounting, *Quarterly Journal of Economics*, 112, 443-477.
6. McClure, S. M., Laibson, D., Loewenstein, G. Cohen, J. D., (2004), Separate neural systems value immediate and delayed monetary rewards, *Science*, 306, 503-507.
7. Montague, P. R., Hyman, S. E., and Cohen, J. D., (2004), Computational roles for dopamine in behavioural control, *Nature*, 431, 760-767.
8. Tversky, A. and Kahneman, D., (1991), Loss aversion in riskless choice: A reference-dependent model, *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1039-1061.

#### 4. 研究成果

本研究を通じて得られた主要な成果は、二つあり、一つは動的最適化を行うアルゴリズムを開発したことであり、もう一つは、投資信託に現れる非合理的な配当金の配分方法に関して、行動ファイナンス的な観点からそのメカニズムを説明できることを示した点である。

また、追加的な成果として、投資信託の運用対象である資産価格の時系列を分析する新たな手法も開発することができた。

異時点間最適意思決定問題を解くには、動的最適化をする必要がある。ところが、これまでの研究では、このための有効な数値的アルゴリズムは提供されていなかった。それゆえ、膨大な計算量が必要となり、異時点間といっても、せいぜい2あるいは3期間の計算にとどまっていた。

こうした最適化計算の数値的な取り扱い難さの原因の一つは、目的関数が非線形であることである。実際、経済的便益を評価する効用関数や、プロスペクト理論の価値関数などは、どれもかなりの非線形性を伴っており、それ故、必然的に目的関数も複雑な非線形性を持つに至る。

本研究ではこれを区分的に線形関数で表すことにより、非線形な関数から生じる計算負荷の増大を回避している。

しかし、目的関数を区分的線形関数で表現した場合、動的最適化の過程に現れる目的関数(いわゆる value function)も区分的線形関数になるという保障はない。本研究では、value function もやはり区分的線形関

数になることを理論的に証明し、同時に、最適解を求める実行可能なアルゴリズムを提供した。

更に、最適解の一意性に関する条件を求め、よほど特殊な状況でない限り、最適解は唯一存在することが示された。

なお、開発した数値計算アルゴリズムは、従来の異時点間最適意思決定問題のみならず、本研究で取り扱うような心理的バイアスを加味した問題にも幅広く適用することができるので、異時点間最適意思決定問題を数値的に解く有効なツールとなり得る。

次に、上で開発した動的最適化アルゴリズムを、n-期間最適配当金配分問題に応用した。ここでは、現実に行われている投資信託を想定し、より現実的な意思決定を導くために、投資家には研究方法で説明したような心理的バイアスを持つことを仮定した。

即ち、一つには、投資家は近視眼的に利益を追求することである。そのため双曲型割引関数を持つとしてモデル化した。なお、これには2つのパラメータを使った擬似双曲型割引関数も知られているが、擬似双曲型では、動的最適化において解の一意性が必ずしも保証されないため、本研究で取り扱うような双曲型割引が良いと判断した。

また、プロスペクト理論の価値関数によって loss averse とリスク許容度の違いをそれぞれモデル化した。もちろん、これらは一般に非線形関数で表されているが、本研究では、これを区分的線形関数で近似している。

こうした設定の下、動的最適化アルゴリズムを適用した結果、4 期間問題までは、通常の PC 環境では、比較的短時間で最適解が求められることが解かった。

最適化問題では、この価値関数をもとに、双曲型割引を適用して得られる期待価値関数を目的関数として設定し、この一連の計算過程を実行する計算アルゴリズムを開発した。投資家の心理的なバイアスを考慮する場合としない場合を考え、最適配分計画にどのような違いが生じるかを比較検討した。

実験結果によれば、投資家が近視眼的な利得追求をする場合は、再投資による利益よりも、直近の利益を優先する配分計画が最適な解として導かれることが解かった。

また、投資家が利得と損失において異なるリスク許容度を持つときには、途中で配当金を分配する解も得られることがわかった。

投資期間満了以前に配当金を支払うことは、従来のファイナンスの理論では非合理とされている。なぜなら、配当金は再投資に回し、投資期間満了時に受け取った方が、効用関数の観点では最適だからである。

しかし、投資家が近視眼的に利得を追求し、損失を極端に嫌い、利得と損失の曲面では正反対のリスク許容度を持つときには、途中で配当金を分配することも最適であること示されたわけである。

こうした投資家の存在はむしろ自然な設定であると言うべきであり、上の実験結果から得られた事実は、人の意思決定を考える上で新たな知見を提供することになったと言える。

#### 5. 主な発表論文等 (研究代表者には下線)

##### [雑誌論文](計6件)

Shoji, I., (2013), Filtering for partially observed diffusion and its applications, *Physica A*, 392, 4966-4976, 査読有.

Shoji, I., (2013), Nonparametric estimation of nonlinear dynamics by metric-based local linear approximation, *Statistical Methods & Applications*, 22, 341-353, 査読有.

Shoji, I., (2013), A semiparametric model of estimating volatility of diffusion processes, *Stochastic Analysis and Applications*, 31, 250-261, 査読有.

Shoji, I. and Kanehiro, S., (2012), Intertemporal dynamic choice under myopia for reward and different risk tolerances, *Economic Theory*, 50, 85-98, 査読有.

Shoji, I., (2011), A note on convergence rate of a linearization method for the discretization of stochastic differential equations, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16, 2667-2671, 査読有.

Takahashi, K. and Shoji, I., (2011), An empirical analysis of the volatility of the Japanese stock price index: A nonparametric approach, *Journal of Applied Statistics*, 38,

1381-1394, 査読有.

##### [学会発表](計1件)

庄司功, disposition effect の発生メカニズムに関する一考察, 2013 年度日本行動計量学会 41 回大会, 2013 年 9 月 3 ~ 6 日, 東邦大学.

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

庄司 功 (Shoji Isao)  
筑波大学・システム情報系・教授  
研究者番号: 20282329