No. 1

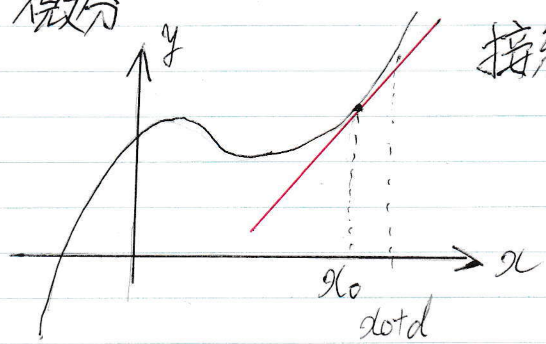
Date '15・4・16

微積分演習 第1回

春term
A } 木2
B }
C 水4

秋term
矢田先生

微分



接線

グラフ
曲がっていると扱いにくい
まっすぐなものに置きかえる

● 高校(19C~)の考え方

曲線 $\xrightarrow{\text{近づいていく}}$ 接線 (一致はしない)

● Newton (17C) の考え方
Euler (18C)

$D=\{d\in\mathbb{R}\mid d^2=0\}$ 十分小さいと接線そのものになる

$f(x_0+d)=f(x_0)+ad \quad (\forall d\in D)$

∃!

微分の定義 $f(x_0+d)=f(x_0)+f'(x_0)d$

実際にやってみる

● 定数関数 $f(x)=c$ の微分

$$f(x_0+d)-f(x_0)=0$$
$$=0\cdot d$$
$$f'(x_0)=0$$

◎ $f(x) = x$ の微分

$$f(x_0+d) - f(x_0) = (x_0+d) - x_0 = 1 \cdot d$$

$$f'(x_0) = 1$$

◎ $f(x) = x^2$ の微分

$$f(x_0+d) - f(x_0) = (x_0+d)^2 - x_0^2 = x_0^2 + 2x_0 d + \underbrace{d^2}_{=0} - x_0^2$$

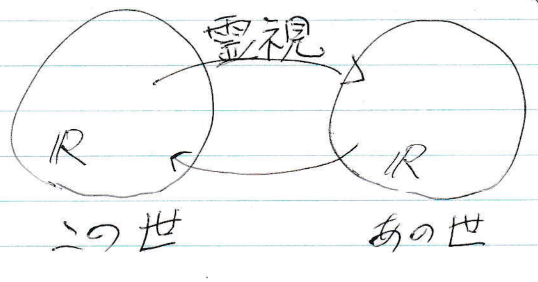
$$f'(x_0) = 2x_0$$

◎ $f(x) = x^n$ の微分

$$f(x_0+d) - f'(x_0) = (x_0+d)^n - x_0^n = x_0^n + {}_nC_1 x_0^{n-1} d + \cdots + {}_nC_{n-1} x_0 d^{n-1} + d^n - x_0^n$$

$$f'(x_0) = n x_0^{n-1}$$

(注) $d^2 = 0 \Longrightarrow d = 0$ ではないか? 当時の数学者 No comment



この世での話
あの世を霊視していた

メンデル「私の時代がくる」

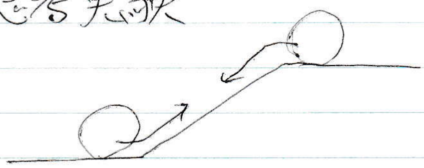
メンデレーエフも霊視

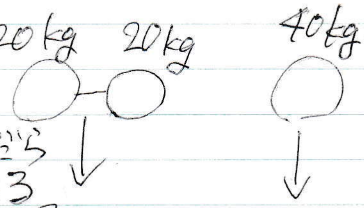
マクスウェル

電磁気学 光の速さと同じ

慣性の法則　　物体は力が加わらなければ
（ガリレオ）　等速度運動する

思考実験

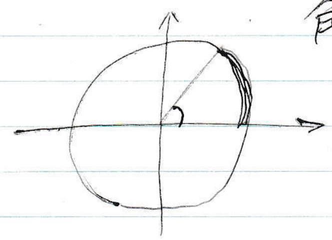




つないだら
速く落ちる
だろうか？

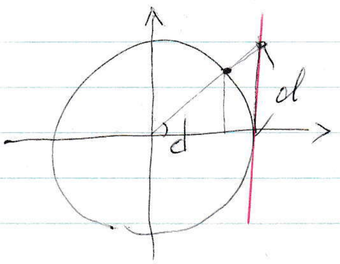
（無限小における）慣性の法則

三角関数



角度は 円弧の長さに比例する

円弧の長さではかる
"ラジアン"を用いる



十分小さいと 接線と同じになる

$\sin\alpha = \alpha \quad , \quad \cos\alpha = 1$

$\sin\alpha - \sin 0 = \alpha - 0 = 1 \cdot \alpha$

$f(x) = \sin x$ のとき
$f'(0) = 1$

$\sin(x+\alpha)$
$= \sin x \cos\alpha + \cos x \sin\alpha$
$= \sin x + \alpha \cos x$

$\underline{f'(x) = \cos x}$

（高校では $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いた）

$\cos\alpha - \cos 0 = 1 - 1 = 0 \cdot \alpha$

$g(x) = \cos x$ のとき　$g'(0) = 0$

$\cos(x+\alpha)$

$= \cos x \cos\alpha - \sin x \sin\alpha$

$= \cos x - \alpha \sin x$

$\underline{g'(x) = -\sin x}$