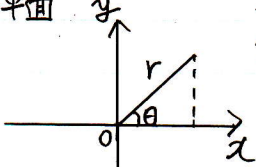


微積分第14回講義ノート

線積分
面積分目標 球の表面積 $4\pi a^2$

極座標

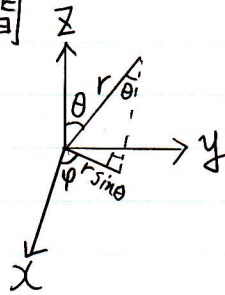
→ 平面



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

空間



$$(0 \leq r < \infty)$$

$$(0 \leq \theta \leq \pi)$$

$$(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$$

$$x = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \theta$$

球面

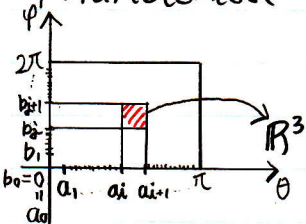
中心: 原点

半径: $a (> 0)$

parameter 表示

$$\begin{cases} x = a \sin \theta \cos \varphi \\ y = a \sin \theta \sin \varphi \\ z = a \cos \theta \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r$$



$$d_i = a_{i+1} - a_i \in D$$

$$e_j = b_{j+1} - b_j \in D$$

正射影

微小な平行四辺形

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} (a_i, b_j) d_i \times \frac{\partial r}{\partial \varphi} (a_i, b_j) e_j$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |a_2 & b_2| \\ |a_3 & b_3| \\ |a_1 & b_1| \end{pmatrix}$$

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^\pi \left| \frac{\partial r}{\partial \theta} (r(\theta, \varphi)) \times \frac{\partial r}{\partial \varphi} (r(\theta, \varphi)) \right| d\theta \right\} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^\pi \left| \begin{pmatrix} a \cos \theta \cos \varphi \\ a \cos \theta \sin \varphi \\ -a \sin \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -a \sin \theta \sin \varphi \\ a \sin \theta \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \right| d\theta \right\} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^\pi \left| \begin{pmatrix} a^2 \sin^2 \theta \cos \varphi \\ a^2 \sin^2 \theta \sin \varphi \\ a^2 \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix} \right| d\theta \right\} d\varphi$$

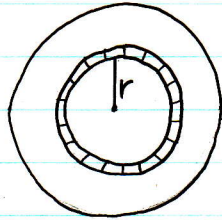
$$= \int_0^{2\pi} \left(\int_0^\pi a^2 \sin \theta d\theta \right) d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \left([-a^2 \cos \theta]_0^\pi \right) d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} 2a^2 d\varphi$$

$$= 4\pi a^2$$

半径 r の球
 $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$
 $S(r) = 4\pi r^2$



半径 a $r < a$

r と $r + \Delta r$ の球面に囲まれた部分の体積

$$S(r) \Delta r$$

$$V(a) = \int_0^a S(r) dr$$

report

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(r) \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \times \frac{\partial r}{\partial \phi} \right) d\theta d\phi \text{ を求めよ}$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

点 \wedge の HL

提出場所・締切
 自然科学棟 D701
 8/3 (月) 17:00 まで

過ぎたら B804 に提出