No. 1
Date 2015年7月13日

微積分第12回講義ノート

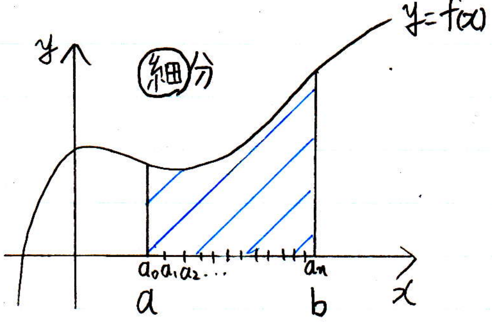
report：次の関数の極値を求めよ。
(1) $f(x,y)=x^3+y^3-9xy+27$
(2) $f(x,y)=x^4+y^4-3(x-y)^2$

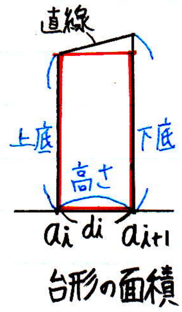
積分　微積分学の基本定理

$F'=f \quad [a,b]$

$$\boxed{\boxed{\int_a^b f(x)\,dx} = F(b)-F(a)}$$

定積分





$d\in D$

$$\int_a^{a+d} f(x)\,dx = f(a)d$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n-1}\int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x)\,dx$$
$$= \sum_{i=0}^{n-1} f(a_i)d_i$$

$d_i = a_{i+1}-a_i \in D=\{d\in\mathbb{R} \mid d^2=0\}$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n-1}\boxed{\int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x)\,dx}$$

Summation (総和)

$$\frac{1}{2}(f(a_i)+f(a_{i+1}))d_i$$
$$=\frac{1}{2}(f(a_i)+f(a_i+d_i))d_i$$
$$=\frac{1}{2}(f(a_i)+f(a_i)+f'(a_i)d_i)d_i$$
$$=f(a_i)d_i+\frac{1}{2}f'(a_i)\underset{\overset{\|}{0}}{d_i^2}$$

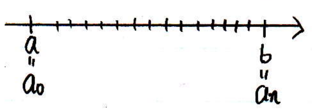
$F'=f$

$$\boxed{\underbrace{F(a_i+d_i)}_{a_{i+1}}-F(a_i)=f(a_i)d_i}$$

$$=\sum_{i=0}^{n-1} f(a_i)d_i = \sum_{i=0}^{n-1}\{F(a_{i+1})-F(a_i)\}$$

$$=\{F(\cancel{a_1})-F(a_0)\}+\{F(\cancel{a_2})-F(\cancel{a_1})\}+\{F(a_3)-F(\cancel{a_2})\}+\cdots+\{F(a_n)-F(a_{n-1})\}$$

$$=F(a_n)-F(a_0)=F(b)-F(a)$$



$F'(a_i)=f(a_i)$

$$\int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x)\,dx = f(a_i)d_i$$

種 $$\boxed{\int_a^{a+d} f(x)\,dx = F(a+d)-F(a)}$$

無限小の空間で微積分学の基本定理が成り立つように微分の定義がしてある。

ベクトル解析 ⟷ 電磁気学
微積分 Newton 力学
17C 万有引力の法則

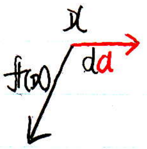
ファラデー（実験）← 小学校しか出ていない
Maxwellの方程式
↓
電場 ⇄ 磁場
電磁波 光
X線 ⇒ ワトソン＆クリック（DNA）
太陽

空間 $\mathbb{R}^3$
ベクトル場 力の場，流れの場
スカラー場 気温，気圧，温度
数

スカラー場 $\xrightarrow[\text{勾配}]{\text{gradient}}$ ベクトル場 $\xrightarrow[\text{回転}]{\text{rotation}}$ ベクトル場 $\xrightarrow[\text{発散}]{\text{divergence}}$ スカラー倍

プラトン
platonic イデア この犬は賢い
ポチ
pragmatic 美は永遠である
(操作主義) 指しているものがない

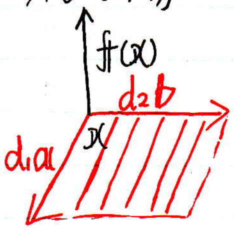
近代科学 測定



$d \in D$ 仕事
内積
$$f(x) \cdot d\mathbf{a} = d\,(f(x) \cdot \mathbf{a})$$

$$\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3 \longmapsto f(x) \cdot \mathbf{a} \in \mathbb{R}$$ 線型写像

流れの場



$d_1, d_2 \in D$
平行六面体
マス
ベクトル積
$$f(x) \cdot (d_1\mathbf{a} \times d_2\mathbf{b})$$
$$= d_1 d_2 f(x)(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$
$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longmapsto f(x) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \in \mathbb{R}$$
2重線型
2次の交代形式