

ウィトゲンシュタインの数学の哲学

—私の最終講義—

藤田 晋 吾

はじめに

ウィトゲンシュタインの哲学の枠組みについて、きわめて重要だと見なされ、遅い臆測を喚びながらも、明確な結論が得られていなかった問題は、次の三つである。その第一は、彼がゲーデルの不完全性定理を誤解している（あるいは、まったく理解していない）ようにみえる所見を遺しているという事実、これをどのように理解すべきかである。第二に、クリプキの『ウィトゲンシュタインのパラドックス』によって有名になった「規則に従うこと」に関するパラドックスをどのように理解すべきか、とくに、そのパラドックスからいかなる哲学的主張を引き出しうるのか、という問題がある。第三の問題は、ウィトゲンシュタインが『哲学探究』の序文で「本書のもっとも重要な着想は彼〔スラッフア〕からのこの刺激による」と書き留めた、そのスラッフアからの影響とはいかなるものか、である。この三つの問題を、以下の本論1、2、3で順に論ずることにしたい。

本稿は私の最終講義の原稿なので、個人的な回想を許していただきたい。私は学生時代に『論理哲学論考』（1922）を、読んだといえるほど理解できたわけではないが、ともかく読み、次に、当たり前のことしか書かれていないという大きな不満を抱きながら『哲学探究』（1958, 2nd ed.）に目を通した。そして、数学の哲学についてならば何か実体のあることが書かれているに違いないとの期待をもって『数学の基礎』（1956）を読んだ。しかしその期待とは逆に、『数学の基礎』は『哲学探究』以上に取り留めのない著作であるように思われた。高校教師を一年務め、大学の助手に採用された前後の時期に、『哲学的考察』（1964）『ウィトゲンシュタインとウィーン学団』（1967）『哲学的文法』（1969）が相次いで出版された。まったく賛同できなかつたけれども、ウィトゲンシュタインの思考がどの方向を向いているか、という程度の理解はできた。数学的実在を拒否し、かといって数学を人間精神の産物として説明するのではなく、数学を以て記号ゲームを行なう人間の行為と見なそうとする立場である。それはラッセルの論理主義を批判するが、しかし直観主義とも形式主義とも異なる。このような立場を何と呼ぶべきか分からなかつたが、仮に有限主義と呼ぶことにした⁽¹⁾。本稿は、私がかつて有限主義と呼んだウィトゲンシュタインの数学の哲学についての、より具体的な検討と反省である。

1

私の恩師、中村秀吉先生から「もし君のほうで（『数学の基礎』の翻訳を）やる意思があるのならば、引き受けるが」と話があったときには、ウィトゲンシュタインより量子哲学（量子力学の解釈問題を論ずることを物理学者は半ば茶化してこう呼ぶ）の方が遙かに

面白いと感じ始めていた。だから、翻訳には協力したが、殆どの時間を量子力学の勉強に費やした。ゲーデルの不完全性定理についての所見は『数学の基礎』(初版)第1部の付論に纏められているが、どう読んで見ても誤解していると思えなかった。ワイトゲンシュタインの研究書・解説書が氾濫しているこんにちの状況とは違って、この頃はまだ研究論文ですら限られていたが、その中で出色の論文と思われたのはダメットの「ワイトゲンシュタインの数学の哲学⁽²⁾」(1959)であった。その論文でダメットは「無矛盾性やゲーデルの定理に関する諸節は、質の悪いものであるか、あるいは、はっきりした誤解を含む」と述べている。ずっと後になってハオ・ワンの『クルト・ゲーデルへの反省』(1987)が出版されたが、そこに収められているゲーデル自身の次のようなコメントは控え目にすら見える。

決定不可能命題についての私の定理に関する限り、貴兄 [K. メンガー] が引用されている諸節から判断して、ワイトゲンシュタインがその定理を理解していない (あるいは、理解していない振りをしている) ことは、実際明らかです。彼はそれを一種の論理的パラドックスとして解釈していますが、事実はその正反対、すなわち数学の絶対に議論の余地のない部分 (有限の立場での数論) の内部における数学的定理です。ちなみに、貴兄が引用されている節全体が私にはナンセンスに思えます⁽³⁾

科学哲学者にとって最大の恥辱は、数学的・科学的誤謬や無知であるに過ぎないことを、あたかも自分の哲学的見解であるかのように言い張ることである。ワイトゲンシュタインはこの恥辱をまぬかれているだろうか。そして、もしも彼がゲーデルの定理をたんに誤解している (あるいは、理解していない) のであれば、どうしてわれわれは彼の数学の哲学を真剣に検討してみようなどと思うだろうか。ワイトゲンシュタインはゲーデルの定理を本当に誤解していたのだろうか。

フロイド (Juliet Floyd) とパトナムの共同論文「ゲーデルの定理についてのワイトゲンシュタインの〈悪名高いパラグラフ〉に関するノート⁽⁴⁾」(2000)を披見するに及んで、私は、ワイトゲンシュタインのゲーデル誤解を動かし難い事実と信じてきた自分を恥じた。「ワイトゲンシュタインの誤解」という見方がわれわれの側の誤解であることを示すためにはゲーデルの定理の数学的内容に立ち入らねばならないが、ワイトゲンシュタインがゲーデルを誤解していたはずがないと信じるだけならば、状況証拠だけで十分である。ワイトゲンシュタインの学生であったワトソン (Alister Watson) が1938年『マインド』に論文「数学とその基礎⁽⁵⁾」を発表した。ワイトゲンシュタインはこの論文を非常に高く評価していたそうであるが、ワトソンはその中で次のように述べている。「ゲーデルの有名な例について私がこれから与えるであろう解釈は多分に、多くの人々との、とくにケンブリッジのチューリング氏とワイトゲンシュタイン博士との、長い討論に負っている」。この討論は1937年の夏に行なわれた。そして「悪名高いパラグラフ」が書かれたのは1937年9月23日と確認されている。チューリングが加わった討論で、学生でも理解できるゲーデルの定理を誤解することなど、ありえない話である。

それでは「悪名高いパラグラフ」は、なぜ誤解されたのだろうか。そして、それはどのように読まれるべきだったのだろうか。問題のパラグラフ (『数学の基礎』初版、第1部付

論8節)は、ゲーデルの第1不完全性定理を「ラッセルの体系の中で証明可能ではないが真であるような命題が構成できる」というかたちで述べ、後半でそれを批判している。ウイトゲンシュタインは誤解している！と思わせるのは、その後半の議論である。まず前半を引用しよう。

ある人が私に助言を求めると想像する。かれはいう、「私はラッセルの記号法の中である命題(それを「P」で表わす)を構成した。その命題は、一定の定義と変形によって、 $\langle P$ はラッセルの体系の中で証明可能でない \rangle と語ると解されう。そこで私はこの命題について、一方ではそれは真であり、他方では証明可能でない、といっているのか。というのは、この命題を偽と仮定すると、それゆえにその命題が証明可能なことが真であるからである！だがそういうことは確かにありえない。[偽なる命題は証明可能ではありえないから]。またその命題が証明されるなら、その命題が証明可能でないことが証明されるのだ。したがってその命題は真でありうるだけで、証明可能ではありえないのである⁽⁶⁾。([]内は私の補充)。

後半は次のとおりである。

われわれは「どの体系の中で \langle 証明可能 \rangle なのか」と問うように、また「どの体系の中で \langle 真 \rangle なのか」とも問わなければならない。「ラッセルの体系の中で真」とは、先に述べたように、ラッセルの体系の中で証明された、ということであり、「ラッセルの体系の中で偽」とは、その逆のことがラッセルの体系の中で証明されたということである。——ところで君の「それが偽であると仮定すれば」とはいかなることか。ラッセルの意味では、それは、「その逆がラッセルの体系の中で証明されると仮定すれば」ということである。もしそれが君の仮定であるなら、君はいまやおそらく、それが証明不可能であるという解釈を放棄するであろう。この解釈とは、この日本語文への翻訳[すなわち、「それは証明不可能である」という翻訳]だ、と私は解する。——もし君が、その命題はラッセルの体系の中で証明可能である、と仮定するのなら、このことによってその命題はラッセルの意味で真であり、そして解釈「Pは証明可能ではない」は、ふたたび放棄されなければならない。その命題はラッセルの体系の中で真であると仮定しても同様なことが出てくる。さらに、その命題がラッセルのとは違った意味で偽というのであれば、それは、その命題がラッセルの体系の中で証明されるということとは矛盾しない。(チェスで \langle 負ける \rangle ということが他のゲームで勝ちになってもよいのである⁽⁷⁾)。([]内は私の補足)

さて、ウイトゲンシュタインがゲーデルの定理をとらえ損なっているという批判の一例として、次に、1983年の拙論「論理学は超物理学か(二)」(『意味と実在』第1章2節)の一節を引用してみよう。

ここでウイトゲンシュタインの大失敗の一つと見なされているゲーデルの不完全性定理に関するかれの所見をとりあげる。かれの誤解はたんに真理と証明可能性との同一

視からきているように見える。かれは言う「<ラッセルの体系の中で真>とはラッセルの体系の中で証明されるということであり、<ラッセルの体系の中で偽>とはその逆のことがラッセルの体系の中で証明されるということである」。すると「もしその体系が無矛盾なら、確かに真であるが決定不可能な命題が存在する」といわれる場合の「真」とは、ラッセルの意味とは異なる意味で真なのだということになる。すなわち、真理が証明可能性の概念と同じく体系に依存した概念になる。ところがゲーデルの証明の本質は、タルスキー流に述べれば、もし体系が無矛盾ならその体系の中で真理を定義することが不可能だという点にある。それだからこそ、真理は体系の中で定義可能な証明可能性という概念とはまったく異なると言われるのである。ウイトゲンシュタインの見落としているのはまさにこの点である。⁽⁸⁾

この批判の根本的欠陥は、ウイトゲンシュタインの議論を無造作に切り捨てていることにある。彼が先の引用で主張していることは、「もし $\sim P$ がラッセルの体系の中で証明可能だと仮定するならば、 P を「 P は証明可能でない」との日本語文に翻訳することを放棄するであろう」ということである。もっと短く言えば、 P を「 P はラッセルの体系の中で証明可能でない」と翻訳してはいけない、ということである。私のかつての批判は、そのように翻訳することが何ゆえにいけないのか、その理由を問おうともしていない。その理由を問わなかった背景には、このパラグラフをもって第1不完全性定理へのインフォーマルな案内だと見なす先入見があったからである。実際、たいていの論理学の教科書はゲーデルの定理の厳密な数学的証明に入る前に、その定理のインフォーマルな解説を与えている。類似の解説はゲーデルの原論文 *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter System I* (1931) の導入部にもある。こうして、ウイトゲンシュタインはたんにインフォーマルな議論をしているに過ぎない、と思いついでしまうのである。⁽⁹⁾

ところが、ウイトゲンシュタインの議論は彼自身のために書きとめたものであって、初心者向けの解説ではない。そして、彼の議論が可能であるためには、第1不完全性定理の正確な把握が前提されざるをえないのである。第1不完全性定理の正確な内容は「『数学原理』(以下PMと略す)および同種の体系が、もし ω -無矛盾であるならば、 P も $\sim P$ も体系PMの中で証明することはできない」である。ある体系が ω -無矛盾であるとは、1変数の関数 $f(x)$ について、 $f(0)$, $f(1)$, ..., $f(n)$, ...がすべて証明でき、かつ $(\exists n)\sim f(n)$ も証明できる、そのようなことが生じない体系である。そして、もしも $\sim P$ が体系PMの中で証明されたとすれば、PMは ω -矛盾しているのである。だから、ウイトゲンシュタインの議論は、PMが ω -矛盾しているという場合を考えているわけである。

それでは、PMが ω -矛盾していると何が起こるのか。先に言及したワトソンの論文「数学とその基礎」では次のように論じられている。

われわれはなぜ ω -矛盾に反対しないのか。なぜわれわれはゲーデルの式はそれでも偽である、と言ってはいけないのか。その答えは、もしそのように言うならば、われわれはこう言わざるをえない、すなわち、もし $f(n)$ が n のどの値についても真で、しかも $(\exists n) f(n)$ は偽でありうるのだから、基数が変数 n のすべての値ではありえない、

と言わざるをえないと感じるということである。

この結果を別の仕方でも述べてみよう。それが意味することは、自然数以外のいかなるものも n に代入されえず、そして n の関数は数学的帰納法に服するという規則だけでは、まだ n が基数をとる変数だということを保証するには十分でない、ということである。だから、基数をとる変数という概念、すなわち日常の意味の数の概念は、公理体系の中には完全に表現されえない、本質的に非形式的である何かなのである。⁽⁴⁰⁾

グッドステインによると、1935年にウィトゲンシュタインは「自然数の形式的特性化の不可能性」についてのスコーレムの定理を知らずに、それと独立に、「ゲーデルの結果は、有限基数の概念が公理体系の中で表現できず、また、形式的な数変項は必然的に自然数以外の値をとらねばならないことを示している」と語っていた。だから、われわれが先に引用したウィトゲンシュタインの所見が「1938年に書かれたとすると、[1935年の] その洞察はミステリーだ」と述べている。⁽⁴¹⁾ ウィトゲンシュタインの「洞察」の内容は、ワトソンの論文からの上記引用で示されていることと同じである。 ω -矛盾する形式的体系では「形式的な数変項は必然的に自然数以外の値をとらねばならない」のだから、自然数は形式的な数変項によっては表現されない。したがって「 P 」を以てく「 P が証明不可能である」とする解釈（「 P は証明不可能である」という日本語の散文への翻訳）は、ウィトゲンシュタインの言葉どおり、放棄されねばならないのである。

ゲーデルの定理を論じてウィトゲンシュタインが引き出した哲学的教訓は、ラッセルの体系における「証明」と「散文」の峻別である。われわれはゲーデルの定理が直観的に把握しやすいように、しばしばそれを「形式的体系 PM の中に、確かに真であるが、証明も反証もできない命題が存在すること」と説明しがちである。しかし、ゲーデルが厳密に証明した数学的事実（第1不完全性定理）とは、「もし P が PM の中で証明されるならば PM は矛盾している、またもし $\sim P$ が PM の中で証明されるならば PM は ω -矛盾している」ということである。ウィトゲンシュタインはこの証明に忠実にしたがったのであり、これを「 PM の中に決定不可能な数学的真理が存在する」と言い換えるのは、日本語の散文への誤った翻訳である。「ゲーデルの定理をウィトゲンシュタインは誤解している」という誤解は、フロイドとパトナムの共同論文によって、いまや完全に払拭された。⁽⁴²⁾

しかし、ウィトゲンシュタインがゲーデルの定理を正確に理解していたからといって、彼の数学の哲学が明確になるわけではなく、ましてや、正当化されるわけではない。フロイドとパトナムは彼らの論文の末尾で主張する。

ゲーデルの定理が、(1) PM のすべての論理式に適用できるきちんと定義されたく「数学的真理」という概念が存在すること；そして (2) もし PM が無矛盾ならば、上の意味でのあるく「数学的真理」が PM の中で決定不可能であること、を示しているというのは、数学的結果ではなく、形而上学的主張である。⁽⁴³⁾

問題は、この「形而上学的主張」が正しい主張ではないか？という点にある。そして、真理を証明可能性と同一視することによって、真であるが証明不可能であるような数論的命題の存在を無視しているのではないか？ということ、これがウィトゲンシュタインの数

学の哲学の根本的な弱点のように見えるのである。

2

われわれの第二の問題は、クリプキの『ウィトゲンシュタインのパラドックス』(1982)によって脚光を浴びた「規則に従うこと」のパラドックスからいかなる哲学的主張を引き出すべきか、という問題である。とくに、このパラドックスはウィトゲンシュタインの数学の哲学とどのような関係にあるのか、が問題である。「規則に従うこと」のパラドックスは、ウィトゲンシュタイン自身の定式化によれば、次のとおりである:「規則は行為の仕方を選定できない。なぜなら、いかなる行為の仕方もその規則に一致させられうるから」(『哲学探究』第I部、200)。クリプキはこのパラドックスを後期ウィトゲンシュタインの中心的テーマであると見なし、このパラドックスが生じうるとは到底信じ難い場面であるがゆえに、数学の哲学と心理学の哲学が彼にとって最重要な課題となったのだ、と主張する。クリプキのこの解釈は、私には、取り留めのない所見の雑録のように見えた『哲学探究』に初めて統一をもたらす、と思われた。

クリプキの議論はプレゼンテーションが巧みで、もしかすると読者はその巧みさに乗せられているのかもしれない。そのような不安があったので、私はクリプキの論点を論ずる場合にも、クリプキ自身の議論を追うよりは、クワインの指示の不確定性テーゼを一般化したパトナムの定理(『理性・真理・歴史』(1981)の付論)で代用した⁽¹⁴⁾クリプキの使った例(「 $68+57=125$ 」と「 $68+57=5$ 」は、いずれも正しい)は関数の指示についての不確定性の一例にすぎぬ、と思われたからである。ところが、1995年に短期在外研究員としてハーバード大学に行きパトナムに会ったとき、彼がクリプキのウィトゲンシュタイン解釈を激しく批判していることを知った。そのとき貰ったのが、出典の引用ページがまだ記入されていない段階の草稿: Was Wittgenstein Really an Antirealist about Mathematics? (ロング・ヴァージョン)⁽¹⁵⁾であった。

パトナムはクリプキとは、同じではないにせよ、類似の論法を使っているのではないかと反論する目的で、急いで両者の対照表をつくった。次の表がその一部である⁽¹⁶⁾

Kripke	Putnam
There are many points of contact between Quine's discussion and W's. Whereas Quine presents the problem about meaning in terms of a linguist, trying to guess what someone <i>else</i> means by his words on the basis of his behavior, W's challenge can be presented to me as a question about <i>myself</i> : Was there some past fact about me that mandates what I should do now? (p.14)	I shall extend previous 'indeterminacy' results in a very strong way. I shall argue that even if we have constraints of whatever nature which determine the truth value of every sentence in a language <i>in every possible world</i> , still the reference of individual terms remains indeterminate. (p.33)
If W is right, and no amount of access	Quine argues for a similar conclusion in <i>Word and Object</i> . Quine makes the point I just made, that <i>truth-conditions for whole</i>

<p>to my mind can reveal whether I meant plus or quus, may the same not hold for rabbit and rabbit-stage? So perhaps Quine's problem arises even for <i>non</i>-behaviorists. (p.57)</p>	<p><i>sentences</i> underdetermine reference. (p.35)</p>
<p>■ the definition of 'quus' function: $x \oplus y = \begin{cases} x+y, & \text{if } x, y \leq 57 \\ 5 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{p.9})$ </p> <p>■ the referent of function symbol 'f': 'f (\bar{m}, \bar{n}) = \bar{p}' denotes: $f(m, n) = p \Leftrightarrow f^*(m, n) \neq p$ Who is to say that \oplus (or $f^*(m, n)$) is not the function I previously meant by '+' (or $f(m, n)$) ? (p.26)</p>	<p>■ definitions of 'cat*', 'mat*', 'see*': $\text{cat}^* \neq \text{cat}, \text{mat}^* \neq \text{mat}, \text{see}^* \neq \text{see}$ A cat is on a mat. \Leftrightarrow A cat* is on a mat* John sees a cat. \Leftrightarrow John sees* a cat*. (p.34)</p> <p>Being 'intrinsic' or 'extrinsic' are relative to a choice of which properties one takes as <i>basic</i>; no property is intrinsic or extrinsic in itself. (p.38)</p>
<p>There is no 'superlative' fact (PI, 192) about my mind that constitutes my meaning addition by 'plus' and determine in advance what I should do to accord with this meaning. (p.65)</p>	<p>Why not just say that it is our <i>intentions</i>, implicit or explicit, that fix the reference of our terms? (p.42)</p>
<p>We merely wish to deny the existence of the 'superlative fact' that philosophers misleadingly attach to such ordinary forms of words, not the propriety of the forms of words themselves. (p.69)</p>	<p>Impure mental state of intending—e.g. intending that the term 'water' refer to actual water—presupposes the ability to refer to (real) water. To explain reference in terms of (impure) intention would be circular. (p.43)</p>
<p>W's main problem is that it appears that he has shown <i>all</i> language, <i>all</i> concept formation, to be impossible, indeed unintelligible. (p.62)</p>	<p>Thus I concluded that, if the sort of realism we have been familiar with since the early modern period is right, then everything that happens within the sphere of cognition leaves the objective reference of our terms, for the most part, almost wholly undetermined. At the same time, I argued, "Either the use of the language <i>already</i> fixes the 'interpretation' [of our words] or <i>nothing</i> can." (Dewey lectures, p.460/p.17)</p>

私は質問した：「クリプキの〈懐疑論論法〉は、私の意見では、『理性・真理・歴史』の付論にある貴方の定理を別のかたちで提示した（あるいは例示した）ものに他ならない。私の意見は、どの点で間違っていますか」。パトナムは「確かに似ている、この表は有益だ」と呟きながら、暫く考えたのち反撃に転じた。しかし、私には草稿に書かれている内容以上のことは理解できなかった。

どの関数表現にも必ず非標準的解釈が存在すること、また、標準的解釈と非標準的解釈とは等価値であり、有限個の事例はいずれの解釈を採用すべきかについて決して正当化を与えないこと、ここまではパトナムと同じである。そしてその帰結は、「すべての言語、すべての概念形成が不可能に、それどころか不可解になる」（クリプキ）、あるいは「言語の使用がすでに〈解釈〉を固定しているか、いかなるものも固定しえないかのいずれかである」（パトナム）である。しかし、解釈が固定されなければ意志疎通が不可能であり、意志疎通が不可能ならば言語は言語として機能しない。したがって、残された可能な選択は「言語の使用がすでに〈解釈〉を固定している」ということだけ、であるように見える。だが、非標準的解釈が存在し、標準的解釈と非標準的解釈とのいずれを採用すべきかについて正当化が存在しないとき、言語の使用がいかにして〈解釈〉を固定できるのだろうか。そこで次に、クリプキとパトナムの前記対照表の続きを見てみよう⁹⁷

Kripke	Putnam
<p>The whole point of the skeptical argument was that there can be no fact about him in virtue of which he accords with his intentions or not. All we can say, if we consider a single person in isolation, is that our ordinary practice licenses him to apply the rule in the way it strikes him. (p.88)</p>	<p>[The point I am making] is that when we consider the necessary finiteness of the responses of a whole community, Kripkenstein's argument yields the result that there is no fact about the whole community which determine the answer to all infinitely many possible addition problems. (「p.41/ p.171)</p>
<p>What follows from these assertability conditions is <i>not</i> that the answer everyone gives to an addition problem is, by definition, the correct one, but rather the platitude that, if everyone agrees upon a certain answer, then no one will feel justified in calling the answer wrong. (p.112)—assertability conditions of a contrapositive form of the conditional (p.94)—</p>	<p>Kripke, of course, knows this [that W is antireductionist]; so why does he, in the end, why —language apart—does he ascribe to W a view which makes having a concept come to no more than possessing certain behavior dispositions? (p.46/ p.174)</p>

パトナムの批判には二つの問題が同時に論じられている。一つは、クリプキの議論がワイトゲンシュタイン解釈として妥当か否かであり、二つには、クリプキの議論がそれ自体として成り立つか否かである。もし後者が成り立たなければ前者を論ずる意味が失われるから、ここでは差し当たって後者のみを検討する。パトナムの批判は「もし孤立した一個の人間に、あり得べき無限に多くの加法問題を決定すべき事実が存在しないのであれば、共同体全体にもそれらを決定すべき事実は存在しない、なぜなら事例が有限だということには違いはないから」というものである。確かに、有限個の事例が $68+57=125$ を正当化しないのであれば、共同体のメンバー全員の一致があったとしてもその正当化は存在しない。しかし、日本語のどんな語でも構わないが、ある語が何を意味するかについては、共同体での一致があればそれで十分であるように見える。正当化は存在しないが、その語はそれで通用し、通用することがその語の使用を正当化するからである。クリプキの言うように「すべての人がある答えに合意するならば、その答えを誤りと呼びたいと思う人はいない」であろう。しかし、ここにはある混同に導く重大な問題がある。

クリプキの議論でしばしば見落とされるのは、正当化の不在が申し立てられているのは、「68プラス57は125」という数論的言明ではなく一数論的言明ならば算術の計算によって正当化される、とクリプキは言う一、「私が過去において使った“プラス”は、私が“68”と“57”と呼ぶ数に適用されるとき125という値を出すところの関数を表示している」との、メタ言語的言明だということである。

この違いを明瞭に見るためには、ダメットが数学の哲学におけるワイトゲンシュタインの立場だとする過激な規約主義と対比してみればよい。過激な規約主義によれば、われわれが証明し受け入れる数学の定理は、たんに有限個の公理と推論規則を規約したことの必然的帰結なのではなく、証明したと申し立てられる当の言明を不可侵のものと決めるのであり、証明される言明一つ一つがそれ自体規約的である。だから、誰も数えたことのない二つの巨大な数（68と57）の和が125であることは、加算法則の必然的結果なのではなく、例えば男子68人と女子57人を併せて数え挙げるという規準とは違った、別の新しい規準を採用した、ということにすぎない。だから、125を規準として採用する以前には、併せて126人の男女を数えたとしても「数え違えたに違いない」とは言えないのである。これはワイトゲンシュタインの所見を数論的言明と解した場合にのみ出てくる解釈である。

これに対して、クリプキの解釈は「68プラス57は125である」をメタ言語的言明と読む。このことを彼は次のように注意している。

この[私の]解説は、使用と言及の区別、現在の用法なのか過去の用法なのかの区別を明示するために幾分大きな注意を払っている点で、ワイトゲンシュタイン本来の定式化とは異なる。ワイトゲンシュタインならばいまの例について、単純に「 $68+57$ 」という間に「125」と答えるべきだということ、私はいかにして知るのか、あるいは「 $68+57$ 」が「125」になることを、私はいかにして知るのか」と訊ねるであろう。

メタ言語的言明の特徴は、言語を＜使用する＞のではなく言語の語に＜言及する＞という点にある。語に言及するために、語を引用符で括る。引用符で括られた語はもはやその語の通常の意味を持たず、無意味な記号である。そのような記号はメタ言語による＜解釈＞が

与えられてはじめて意味を獲得する。ところが、ひとたび解釈が必要となると、解釈の必要性はどこまでも遡行する。われわれは「 $8 + 7$ は15」の「+」と同じ意味で「 $68 + 57$ 」を計算しようと意図する。だが「同じ*」意味で計算すると5になる。「同じ*」ではなく「同じ」を意図していたのだ、と言っても無駄である。記号“+”を一方の仕方では使おうと意図すれば「同じ」を意味し、他方の仕方では使おうと意図すれば「同じ*」を意味する。しかし、いずれが意図されたのかを誰が決めるのか。少なくとも、「 $68 + 57$ は125」が私の意図の中に存在しなかったことは確かである。もし存在したのであれば、計算する必要はないからである。

クリプキの論点を要約すれば次のようになる。記号「+」が複数個の解釈を持つとき、言明「私は“+”で加法を意味した」に対応する事実は、私の心の中には存在しない。つまり、ある人があることを意味するという主張には、その主張にく対応する(心的)事実>は存在しない。その主張には、それが合法的に主張可能であるような、大まかに特定できる状況さえあれば十分である。「合法的に主張可能な状況」とは、誰もその主張を間違いだはと言わない状況、たんに共同体における生活形式の共有によって成り立っているだけの状況である。記号の使用にはそれ以上のものは要らないのである。それに対して、パトナムのクリプキ批判のポイントはこうであった。「共同体全体の応答が必然的に有限であることを考慮すれば、クリプケンシュタインの論法は、無限に多くの可能な加法問題に対して答えを決定するような、共同体全体についての事実は存在しない、という結論になる」。まさにその通り、孤立した個人にそのような事実が存在しないように、それは共同体全体についても存在しない。しかし、このときパトナムが論じているのは、メタ言語的言明ではなく、数論的言明である。つまり、「共同体全体についても存在しない事実」とは「無限に多くの可能な加法問題」の答えを正当化するであろうような事実である。ところが、クリプキの問題にしているのは、数学的言明ではなく、「ある人があることを意味する」というメタ言語的言明である。

この論点の相違にもかかわらず、数論的言明からメタ言語的言明へのクリプキの移行は、クリプキ自身を錯覚に陥らせている。そもそもメタ言語的言明が必要になるのは未知の言語を翻訳する言語学者の場合(クワインの「根元的翻訳」)である。この場合、観察可能な証拠は有限で、しかも未知の言語の文は言及されねばならない。同じことは、子供が初めて加法を学ぶ場合にも当てはまる。そして、クリプキが有限主義について次のように論ずるとき、クリプキ自身その点を正確に捉えている。

数学の有限主義と心理学の行動主義は、それらが無限個の数学的対象や内的状態を語ることを否認するとき、並行して不必要な動きをする。……われわれの通常のゲームを拒否するのである。このゲームでは、ある目的のためにある状況の下で、内的状態や数学的関数に関する言明を主張することがわれわれに許されている。そのような言明が合法的に導入されていることの判断基準は確かに振舞いによる(あるいは有有限的である)が、有有限的言明や振舞いの言明は、われわれの言語の中で現に使われるときの言明の役割に取って代わることはできないのである。⁽¹⁸⁾

「有有限的言明や振舞いの言明」はメタ言語的言明の証拠であるにすぎない。そして、メ

タ言語的言明の証拠でしかないものは「われわれの言語の中で現に使われるときの言明[数学的関数に関する言明]の役割に取って代わることはできないのである」。<共同体における一致>というクリプキの魔法の杖(懐疑的解決)は、「意図は解釈を決定しない」という論点を「有限個の証拠は解釈を決定しない」という論点にすり替えてしまう。もし私のこの分析が間違っていないとすれば、ウィトゲンシュタインの立場としてわれわれに選択しうる解釈は、ダメットの謂う過激な規約主義ということになる。だが、過激な規約主義という解釈で満足していただけるのは、スラフファからの影響を考慮の外に置く限りでのことである。

3

第三の問題は、ウィトゲンシュタインがスラフファから受けた影響とはどのようなものか、であった。これは私にとって最も新しい問題で、実際スラフファの『商品による商品の生産』(1960)の重要性を理解するまで、無視できる問題であった。『商品による商品の生産』の主題は、商品再生産の世界であって、生身の具体的人間が主体であるような生活世界は完全に捨象されている。それゆえ、人間の心理にかかわる概念は一切登場しない。だからスラフファ経済学は、後期ウィトゲンシュタインの哲学とは類似性を持たず、むしろ『論考』の特徴を共有しているように見えるのである。例えば、『商品による商品の生産』の日本語版の訳者、菱山泉氏は『スラフファ経済学の現代的意義』⁽⁴⁹⁾において、『論考』の堅牢な論理的枠組みこそがスラフファの体系に似ている、と述べている。すると、後期ウィトゲンシュタインの「重要な着想」がスラフファによる批判から生まれたという事実はどうなるのか。

私は『スラフファの沈黙』(2000)で、ウィトゲンシュタインのスラフファからの影響を次のように推察した。スラフファ自身「私は影響を与えていない」と語っているところを見ると、ウィトゲンシュタインにとって「重要な着想」であったことはスラフファにとって自明の理であったに違いない、したがって、『論考』で哲学にとどめを刺したと思ひ込むことのできたウィトゲンシュタインの先入見を背景にしてはじめて理解しうる「影響」であろう、と考えたからである。

ウィトゲンシュタインの著作においてスラフファの名前に出会うのは僅か二回である。それも「影響を受けた」というのみで、どのような影響なのかについては言及がない。しかし、ラッシュ・リーズにはスラフファからの影響を、哲学的問題を「人類学的に」見る見方だ、と語った。哲学的問題の「人類学的な」見方とは、いかに抽象的なかたちで立言される問題といえどもすべてが人間の自然史に属する、と見なそうとするパースペクティヴであろう。したがって、最も堅固な必然性を持つ論理学や数学の命題すらも人間の自然史的事実と見なされねばならない。このような見方は、数学的真理の存在—これこそが、唯物論にとっても経験主義にとっても共通の躰きの石である—と真っ向から衝突する。だから、ウィトゲンシュタインにとって数学が持つ「仮借ない」必然性が問題であり続けたであろうことは、容易に想像できる。しかし、論理の本質から世界の本質へと抽象を重ねる形而上学の高波を鎮めうるのは、「人間

の自然史』という視点に引き返すこと、哲学的問題を地上に引き戻すこと、以外ではあるまい。スラッフアが、言語と実在が共有するはずの「論理形式」を説明するウイトゲンシュタインに向かって、指先で顎を掃くナポリ人の身振りをして見せ、「この論理形式は？」と訊いたというエピソードは、たんに「論理形式」という概念の批判にとどまったのではない。言語と世界を見るまったく地上的なパースペクティブを示唆したのである。⁹⁰⁾

鬼界彰夫氏の『ウイトゲンシュタイン』草稿第四部（2003年2月）を披見する機会を得て、私は上の推察が的を逸していないことを確信した。こんにちではウイトゲンシュタインの遺稿はすべてCDに収録されているので、もはや遺稿管理人の編集に制約されることなく読むことができる。鬼界氏の草稿は全遺稿に目を通した最初の研究書となるであろう。⁹¹⁾ 草稿の段階なので、ウイトゲンシュタインからの引用部分のみを使わせていただく。

思考をわれわれにとって思考とするものは、人間的な何かではない。人間の構造と本質に関係する何かではない。それは純粹に論理的な何か、一生物の自然史とは独立に存在する何か、である。(1930.7.19)

(スラッフア) 技師が橋を建設する。彼はそのために何冊かのハンドブックを参照する。技術的なハンドブックと法律的なハンドブックである。彼は一方のハンドブックから、橋のこの部分がこれ以上弱くなると橋が崩壊することを知り、他方のハンドブックから、橋をしかじかに造ると自分が投獄されることを知る。一さて、この二冊のハンドブックは同じ地位にあるのではないか？—それは、これらの本が技師の生活の中でどのような役割を果たしているかによる。法律のハンドブックは彼にとって、たんに周囲の人間の自然史に関する書物かもしれない。多分彼は、ビーバーが橋を齧らないようにするにはどのように橋を塗装すべきかを知るために、ビーバーの生活に関する本も参照しなければなるまい。(1932.2.20)

数学の命題は、われわれ人間がどのように推論し計算するかを語る人類学的命題なのか。—法典は、この国の人びとが泥棒その他をどのように取り扱うかを語る、人類学に関する著作なのか。—こう言えるだろうか、「裁判官は人類学に関する本を参照して、泥棒に懲役刑を宣告する」と。いや、裁判官は法典を人類学のハンドブックとして使うのではない。(スラッフアとの会話) (1940.2.20, 『数学の基礎』第2部 65)

第一の引用では、ウイトゲンシュタインは思考を純粹に論理的で、人間の自然史から独立のものと考え、人類学的見方に拒否反応を示している。第二の引用は、スラッフアの議論を書きとめたものであろう。第三の引用は、法典が持つ規範性を自然史の見方と対比させている。(鬼界氏によれば、括弧内のスラッフアへの言及は『数学の基礎』では編集者によって削除されている)。

人類学的見方の典型例は、神が人間を創造したのではなく、逆に人間が神をつくったのだ、という宗教批判である。人間が言葉を操り、嘘をつき、神の名において戦争を仕掛け

る、これらはすべて人間の自然史に属する。だが、自然史に属する人間の事実はすべて経験的事実であって、そうでないことも可能であったような事実である。それに対して、数学の真なる命題は、その否定が不可能であるような真理を述べている。だから、人間がそれに従わないことは不可能であるように見える。この強制力、この「仮借なさ」は、法律とは比べものにならない強固な規範性である。同じように、言語の語の「意味」も規範的である。たといある語が指示対象を持たぬとしても、その語は少なくとも理想としてはどの文脈でも同じ意味で使われるのでなければならない。何かを語ること自体、論理の規範に従っているのだから、非論理的に語ることはありえない。だから、人類学的な見方はたんに哲学的問題に盲目であるのみならず、そもそも思考を成り立たせなくさせる見地ではないか。この容易には受け入れられない見地を、ウィトゲンシュタインはいかにして受け入れることができたのか。

問題を数学の哲学に絞ろう。数学の哲学の主たる問題は、数学的「存在」と数学的「真理」である。「存在」—数学的对象は存在するか？ 存在するとは束縛変項の値になることである(クワイン)。われわれが対象について語る合法的な(つまり、一義的な)語り方は、量子子によって賄われる。 $(\exists x)(x = a)$ は、対象 a が存在するということの正確な表現法である。「 a 」が具体的な対象を指示するか抽象的な対象を指示するかは、 a が属する種類の違いであって、「存在」の意味はつねに同一である。数学的对象は物理的对象と違って相互作用しない(あるいは、時間空間の中には存在しない)、そしてその意味で抽象的である。が、われわれが「かくかくの自然数が存在する」という命題を真と認める限り、「自然数は存在しない」というのは矛盾である。だから、抽象的对象は、机や椅子が存在するのと同じ意味で、あるいは電子や中間子のような目に見えない物理的对象が存在するのと同じ意味で、存在する。

このような議論に対してパトナムのウィトゲンシュタインは、こう批判する—論理学を理想言語の骨格と見なすことはできる。理想言語の意義は、曖昧さを取り除くことにあり、その規準は理想言語への翻訳である。だが、このとき「われわれは理想的なものに惑わされている」(『探究』第1部 100)。「われわれは、われわれの日常の曖昧な命題はあたかも未だ完全な意味を持っておらず、完全な言語はわれわれによってはじめて構築されるべきなのだと言わんばかりに、理想言語を追い求めているのではない」(同、98)。論理学への翻訳が記号「 \exists 」を含むような言明が、一意的意味での「対象」の一意的意味での「存在」を含意すると宣言することは、何の役に立つのか。むしろ、こう言うべきではないか。「<数理論理学>は、諸事実の構造分析のためと称して、われわれの日常言語の形式の皮相な解釈を打ち出し、数学者と哲学者の思考を完全に奇形にしてしまった」(『数学の基礎』第4部 48)と。いったい「数学的对象は存在するか」との間は何を訊ねているのか。問自体がわれわれには理解不可能なのではないか。

それでは数学的「真理」についてはどうか。—ゲーデルの定理によって、われわれは数論の中に真であるが決定不可能な文が存在することを知っている。その文は所与の数論体系の無矛盾性を表現しており、それをもとの体系に公理として加えれば、その文は拡大体系において証明可能である。もちろん、その拡大体系において再び新しい決定不可能文が存在し、それは真である。このプロセスには終わりが無いから、確かに真理と一段拡大した体系における証明可能性とを同一視することは可能である。しかし、もしそのような同

一視が可能であれば、はじめから「真理」という概念は不要だったのである。体系1において証明可能、体系2において証明可能、・・・体系nにおいて証明可能、・・・で間に合う。真理が証明可能性と異なるのは、われわれ人間にとって決定不可能であるような絶対的な決定不可能文が存在するかもしれないからである。人間にとって決定不可能なその文は、しかし、古典論理に従えば「真か偽かのいずれか」である。もしその文が真だとすると、その文は何によって真であるのか。これが問題である。

これに対するウィトゲンシュタインの反論を、われわれはすでに1で見ている。ゲーゲルの定理を「真であるが決定不可能な文が存在する」と述べるのは、ゲーゲルが証明した数学的結果ではなく、形而上学的な主張だというのが、その主旨であった。しかし、形而上学的主張ではあるが正しい主張ではないか。ウィトゲンシュタインによれば「No!」である。「いったい、ある命題が真であるとは何か。「p」は真である = p。(これがその答えである)。したがって、次のことが問われる。いかなる事情のもとで、人はある命題を主張するのか、あるいは、命題の主張は言語ゲームの中でどのように使用されるのか、と」(『数学の基礎』第1部付論6)。人間にとって証明不可能な真なる命題を想定するのはハーディ教授の次の主張と同じである。「数学の命題は真か偽かであり、その真偽は絶対的で、われわれがそれらの命題を知ることとは独立である。ある意味で数学的真理は客観的実在の一部である」(ハーディ⁽²²⁾)。「文字通りにとれば、これは何も意味していないように見える。どんな実在か。それが何を意味するのか私には分からない。しかし、ハーディが数学的命題を何になぞらえているかは明らかである。つまり物理学にだ。・・・この喩えはきわめて人を誤らせやすい」(ウィトゲンシュタイン⁽²³⁾)。

ここでパトナムの論文: Was Wittgenstein Really an Anti-realist about Mathematics? に戻ろう。パトナムがウィトゲンシュタインは数学について反実在論者ではないと解釈するとき、その実在論擁護の論拠は、ウィトゲンシュタインではなく、パトナム自身の論拠である。彼の挙げる論拠は数理物理学の、例えば三体問題である。ニュートンの重力法則が正しいと信じるかぎり、N-体系の時間発展は一群の然るべき微分方程式の解に従うと考えざるをえない。ところが、こんにちでも、N=3の場合ですら、その方程式群の解が帰納的に計算可能かどうか知られていない。解は存在するはずなのに計算可能でない例は、真理を証明可能性と同一視できないことを具体的に示している。数学のこうした適用例こそ、エンジニアの訓練を受けたウィトゲンシュタインに欠けているものだというのが、他ならぬパトナムの観察である。もし実在論擁護のこの論点を引き去れば、ウィトゲンシュタインに何が残るのだろうか。

末尾の「ウィトゲンシュタインはどこで道に迷ったか」でパトナムは次のように要約している。

ウィトゲンシュタインが『数学の基礎』で与えている種類の数学外への数学の適用例が、現存する哲学的に重要な種類の例のすべてだと、もし誤って考えるならば、私がウィトゲンシュタインの見解だとした立場[「数学的命題は、人類がきわめて偶然的な理由によってその証明を発見できないとしても、証明可能でありうる」という主張と両立可能な立場]は魅力的に見えるであろう。というのは、この種の適用には、人間にとって証明不可能な数学的命題が真理値を持ちうることを想定せしめるものは、皆

無だからである。人間にとって証明不可能な数学的命題が真理値を持ちうるという考えは、すると、(ワイトゲンシュタインにそう見えたであろうと私は思うが) まさに形而上学的作り話に見えよう。しかしながら、この論文の前の部分で私が検討した種類の適用 [三体問題] を考察すると、状況はまったく違うのである。²⁰⁾

パトナムの常識实在論から、その实在論を支える数理物理学における適用例を引き去った後に残るのは、「ワイトゲンシュタインは必ずしも証明可能性を人類が実際に証明するであろうことに限定しなかった」ということだけである。確かに、数学的命題は「人類がきわめて偶然的な理由によって」その証明を発見できないとしても証明可能であろう。「可能性」という概念はまことに曲者である。数学的な意味での証明可能性と人間による証明可能性は、外延が異なる。そして、人類学的な見方と相容れない証明可能性は、まさに数学的な意味での証明可能性である。人類学的な視点といえども「人類の側のまったく偶然的な理由」は問題にしない。その理由は、それが数学と無関係だからである。ワイトゲンシュタインの数学の哲学が反实在論だといわれるのは、彼がたんに「人間にとって証明不可能な数学的命題が真理値を持つ」とすることを否認するだけでなく、証明可能な命題とは人間が実際に証明できる命題であることを要求するからである。もしも「命題 A は規則 R の数学的帰結である」を「命題 A が規則 R の正しい帰結であるのは、人類が規則 R を使って実際に A を計算できるときだけである」と宣言するならば、その宣言はいかにして实在論的でありうるのか。パトナムの常識实在論はともかく、パトナムの謂う「ワイトゲンシュタインの常識实在論」は实在論の仮面をかぶった反实在論である、と私は思う。

『数学の基礎』第3版について短いエッセーを書いたとき、私は次の一節を引用した。

お前の言っていることは、論理学は人間の自然史に属するというに帰着するよう見える。そして、そのことが論理的「ねばならぬ」の堅固さと折り合いがつかないのだ。(『数学の基礎』第3版第6部 49)

まったく同じことが、より強く、数学についても当てはまる。人類学的な見方は論理学や数学の「仮借なさ」と相容れないのである。もし人類学的視点を貫徹しようとするならば、いかに荒唐無稽な数学の哲学に見えようと、ダメットの謂う「過激な規約主義」こそがそれに相応しい。ある数列の続行において「それぞれの箇所で見極めが必要になるというよりは、それぞれの箇所で見極めが必要になる、といった方が正しい」(『探究』第1部 186)。われわれはすでに踏み固められた道を歩くのではなく、歩いたところに道ができるのだ、というわけである。ウィーン学団の論理実証主義者たちは、彼らの規約主義によってはじめて論理的命題の必然性を説明しようと考えた。だが、この穏健な規約主義は「はじめに設定した規約から特定のこの帰結が出てこなければならぬ」ことを説明しなかった。しかし、数学の計算や証明の各段階でわれわれは「決断」しているだろうか。むしろ「決断」していると申し立てることこそが人類学的な事実と反するのではないだろうか。

いま述べたばかりの私の議論は、既に気づかれたと思うが、明らかに矛盾している。数学

に対して人類学的見方を貫徹しようとするればダメットの「過激な規約主義」こそがそれに相応しいと云いながら、数学の計算や証明の各段階でわれわれが「決断」していると申し立てることは人類学的事実に反する、と論じている。なぜこういう矛盾に陥るのだろうか。その理由はもちろん「人類学的」という形容詞が二義的だからである。「過激な規約主義」が人類学的見方を貫徹した立場であるように見えるのは、それが人間が為すことの説明に関して超経験的な要因を容れないからである。数学の証明において各段階でわれわれが「決断」するとの申し立てが「人類学的事実」に反するのは、数学において「自由に決断」するような場面に出会わないからである。要するに、数学における人間の経験的事実が既に「仮借なさ」に従った事実だからである。だから、ウイトゲンシュタインのように「人間の自然史に属する」とことと「ねばならぬ」の堅固さが折り合わないと感じる限り、このディレンマから抜け出せないように見えるのである。

それでは結局のところ、ウイトゲンシュタインは論理学や数学の「仮借なさ」を人類学的な見方に適合させることに成功したのだろうか。人類学的見方と数学の「仮借なさ」を対立概念として使う限り、成功するはずがないと私は思う。彼は『探究』第2部 xi で「数学的確実性」について次のように述べている。

数学者の間で計算結果について論争が起きることは、一般にはない。(これは重要な事実だ)。一もしそうでないとすると、例えばある数学者が、ある数字が気づかれないうちに変わってしまっているとか、記憶が彼あるいは他人を欺いている、等々と確信しているとすると、一われわれの「数学的確実性」という概念は、[彼には]存在しないであろう。

それでもなお、こう言われるかもしれない:「われわれは計算結果が何であるかを知りえないのは確かだが、それでも計算は決まった結果を持っている。(神はそれを知っているのだ)。数学はいずれにせよ最高に確実である—たといわれわれがその確実性の粗っぽい似姿しか持っていないとしても」^[26]

この段落の結論は、「受け入れるべきもの、与えられたもの、それは生活の形式だ」ということである。そして「私は、なぜ数学者の間で論争が起きないのかと言ったのではなく、数学者の間で論争は起きない、と言っただけだ^[26]」と言う。その意味は、数学者の間で論争が起きないことの原因、その説明を求めるべきではないということである。それでも、われわれはこう問いたい:「数学的確実性のゆえに論争が起きないのか、それとも、論争が起きないがゆえに数学的確実性という概念が存在するのか」と。

次に引用する段落は、論争が起きないことが「数学的確実性」という概念を支えているかのように響く。

「数学的真理は、人間がそれを認識するか否かと独立だ」。・・・—しかし、これはどういう意味だろうか:「たといすべての人間が 2×2 が5だと信じているとしても、やはり4であろう」。—すべての人間が $2 \times 2 = 5$ と信じているのであれば、それが4だということはどういうことなのだろうか。—私は、例えば、われわれなら「計算する」と呼ばないであろうような、別の計算、あるいは技術を、彼らが持っているのだ

と想像できよう。だが、そのことは[彼らの]間違いだろうか。(戴冠式は間違いなのか? それは、われわれとは異なる生き物にとって最高に奇妙に思われるかもしれないのだ)⁽²⁷⁾

この段落は理解しづらいが、次のような趣旨であろう。戴冠式は実用的見地から見れば無用の儀式、人類の「奇妙な」自然史的事実であって、「間違い」とか「正しい」とか言われる筋合いのものではない。それと同様に、われわれなら「計算」と呼ばないであろうような彼らの計算あるいは技術も「間違い」とか「正しい」とかは言えない⁽²⁸⁾ というのも、人間の認識から独立の「数学的真理」もまた彼らの「計算」に従うのであるが、その計算は一例えば、集合論のように一実用と無関係に行なわれるのだから、「数学的真理」は慣習に支えられるだけの儀式用語、祝詞でしかないからだ、云々。

よく知られた数学の定理とその証明法を頭に描く。例えば「一辺の長さが有理数であるような正方形の対角線は、その長さが有理数であることは不可能である」、「コンパスと定規だけを使って角を3等分することは不可能である」、「ケーニヒスベルクの七つの橋すべてを一回ずつ渡って散歩することは不可能である」等。この「仮借なさ」を人類学的な事実へと引き戻すことができないことは、論理学を心理学に還元できないのと同じである。この種の反論はウィトゲンシュタインにとって分かり切ったことであったに違いない。彼が「私の問題は、例えばゲーデルの証明について語るのではなく、その脇を通過して語ることである」と述べるのは、数学を改訂するというような試みには無関心だ、という意味においてである。彼にとっては、数学に介入することはもっぱら数学者の仕事である。だから、数学における証明を疑うことはしない。しかし、もし数学が全然変わらないのであれば、彼はなぜ数学的事実を戴冠式のような人間の自然史に属する事実と比較させるのだろうか。

人間には知りえない数学的「真理」、人間はつねに「 $2 + 2 = 4$ である」と欺かれているのではないかという「懐疑」、それらはそれ自体人間の言語(あるいは思考)の限界の内側にしか存在しえない。そこで彼はやむなく反事実的条件法に訴える。例えば「ある数字が気づかれないうちに変わってしまっているとか、記憶がわれわれを欺いている、等々と確信しているとすれば、われわれの〈数学的確実性〉という概念は存在しないであろう」、あるいは「すべての人間が $2 \times 2 = 5$ と信じているとき、それでも4だという人たちは、われわれなら〈計算する〉と呼ばないであろうような別の計算、あるいは技術を、持っているのだろう」。数学がいかなる損傷も受けないにもかかわらず、「数学的真理」や「数学的確実性」が懐疑によってぐらつくように見えるのは、反事実的条件法の欺きであろう。反事実的条件法で仮想されるどんな数学であれ、その数学がわれわれの言語で述べられる限り、われわれの数学でしかありえまい。哲学的問題を「人類学的に」見る見方とは、たんに無意味が無意味であることを示してみせる方法であって、反事実的条件法の不用意な使用は、場合によっては「語りえないことを語る」というナンセンスに陥るのである。

ウィトゲンシュタインの議論が成り立つためには、数学的言明はそれがわれわれに理解しうる限りでのみ意味を持つ、それゆえ、数学的言明にはクリプキの謂うメタ言語的言明

が先立たねばならぬ、と暗黙理に仮定していなければならぬように思われる。また、数学的言明をメタ言語的言明によって支えようとすれば、数学は「理論」ではなく「行為」なのだと言わねばならなくなる。「数学はもちろん、ある意味で理論である。しかし、それはまた行為でもある。そして<間違っただけの行為（計算、推論、等々）>は、ただ例外としてのみ存在しうる」⁹⁹と彼は言う。数学が「理論」である限り、彼は数学を攻撃しない。それは、彼が例えば物理学の「理論」を攻撃しないのと同じことである。彼の問題は数学の「行為」なのである。数学の哲学において争われてきた問題は「理論」である限りでの数学であった。他方、「人類学的に」見る見方と折り合う数学は「行為」である限りでの数学である。そして「行為」は確かに、意図、理解、等の心的概念と組になった人間的事実である。しかし、数学を「行為」という一般概念に包摂したからといって、数学という行為に含まれる「仮借なさ」が緩和されるわけではない。心理学の哲学においてその有効性が確認されたのと同じ方法が、数学の哲学においても有効だとは限らないのである。

もうすっかり退屈されたと思うので、結論を述べたい。「すべての説明は去らねばならぬ」¹⁰⁰という後期ウィトゲンシュタインのモットーは「語りえぬことについては沈黙しなければならない」の変奏曲であって、概念的混同 (Begriffsverwirrung) を取り除くだけである。「過激な規約主義」(ダメット)、「厳格有限主義」(クライゼル)、「人類学主義」(ワン)等と呼ばれて批判的にされたウィトゲンシュタインの見地は、数学の哲学における一つの立場としてではなく、「言語批判」という方法の限界を示す一局面として観察した方が適切であるように私には思われる。

ウィトゲンシュタインの数学の哲学についての感想は以上の通りであるが、しかしこれだけでは最終講義らしくないので、「言語批判」ということについていまだ少し一般的な感想を付け加えたい。上に指摘した「言語批判」の限界は「言語批判」を「哲学の方法」と解することから生じる限界である。もし「言語批判」を「哲学を解体する方法」と解するならば—ウィトゲンシュタインが後期においてもその言葉を使ったとすれば、そのように解した方がよいと思うが—、その方法には限界はない。われわれは(少なくとも、私は)これまでよく間違えてきた。今後も多分間違うであろう。だから、批判の刃はつねに研ぎすまされていなければならない。ウィトゲンシュタインは哲学を断念しようと決心した彼の学生に忠告した:「哲学を放棄するのはよい、しかし考えることをやめてはいけない」。

哲学は古代ギリシア以来「同じ」問題を論じてきたのだろうか。古い酒を新しい袋に盛っただけなのだろうか。物理学はアリストテレスの「自然学」を捨てることによって、化学は錬金術と袂を分かつことによって、科学である。哲学の問題がすべて概念的な問題であるとする限り、ウィトゲンシュタインはむしろ新しい袋に盛るべき古い酒がもはや存在しないことを告げているように感じられる。手短かに言えば、哲学的問題なるものが仮象なのである。それでも彼は「哲学」という言葉を捨てなかった。ウィトゲンシュタインの「反哲学」は「哲学」であろうか。パトナムの「常識实在論」は一つの哲学的立場だろうか。無神論は一つの宗教的信仰だろうか。

「反哲学」も無神論もその根底にあるのはノミナリズムである。ウィトゲンシュタインの場合それは、「意味とは use である」、どの語の「意味」もその語が使われるコンテクストが与えられなければ与えられない、とする新しいノミナリズムである。ウィトゲンシュタインが数学に拘泥したのは、このノミナリズムと最も激しい軋轢を生ずるのが(多分、

宗教を除いて) 数学的真理の「仮借なさ」だからである。そして結局彼は数学的真理の「仮借なさ」を犠牲にせざるをえなかったのではなからうか。ノミナリズムは哲学を不要にするだけでなく科学とも相容れない。にも拘わらず、それはわれわれの日々の生活を支配し、われわれがそれに黙従している原理であるように思われる。

これで私の最終講義を終わりにします。

注

- (1) 藤田晋吾「有限主義の数学論」『現代思想』8巻6号(1980)、128-144頁がその要約である。
- (2) Dummett, M., Wittgenstein's Philosophy of Mathematics, in *Truth and Other Enigmas*, 1978, Harvard University Press, pp.166-185. 藤田晋吾訳『真理という謎』1976, 勁草書房、128-163頁。
- (3) Wang, H., *Reflections on Kurt Gödel*, 1987, MIT Press, p.49.
- (4) Floyd, J and Putnam, H., A Note on Wittgenstein's "Notorious Paragraph" about the Gödel Theorem, *Journal of Philosophy*, 97.11 (Nov. 2000), pp.624-632. なお、フロイドはこのパラグラフの詳細な読解を与えている。Floyd, J., On Saying What You Really Want to Say: Wittgenstein, Gödel, and the Trisection of the Angle, in Hintikka, J. (ed.), *From Dedekind to Gödel: Essays on the Development of the Foundations of Mathematics*, 1995, Kluwer Academic Publishers, pp.373-425.
- (5) Watson, A. G. D., Mathematics and Its Foundation, *Mind*, 47 (1938), pp.440-451.
- (6) Wittgenstein, L., *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, ed. by von Wright et al., 1956, Basil Blackwell, p.51-52. 中村秀吉、藤田晋吾訳『数学の基礎』1976, 大修館書店、108頁。
- (7) 「この日本語文への翻訳[すなわち、「それは証明不可能である」という翻訳]と訳した箇所は、訳書では「つぎのような日本語への翻訳」となっている(同上書、108頁)。誤訳である。
- (8) 藤田晋吾「意味と実在—論理学への問い」1984, 勁草書房、68頁。
- (9) このような思い込みをしたのは私だけではない。例えば黒崎宏氏は「悪名高いパラグラフ」の前半を引用して「実はゲーデル自身の論法が、まさにこの論法なのである」と述べている(『語り得ぬもの』に向かって—ウィトゲンシュタイン的アプローチ』1991, 勁草書房、241頁)。奥雅博氏も次のように述べている。『『数学の基礎』第I部付録III[初版では付論1]のゲーデル批判の大半は「真であるが証明不可能」という表現に関わるものである。これだけの批判なら、ゲーデルの論文のはじめの部分を読めば十分であり、recursive function を使用した長い論文はカットして差支えない』(『思索のアルバム—後期ウィトゲンシュタインをめぐる』1992, 勁草書房、146頁)。
- (10) Watson, A., *op. cit.*, pp.446-447.
- (11) Goodstein, R., Critical Notice on the Foundations of Mathematics, *Mind*, 66 (1957), pp.549-553.
- (12) P がラッセルの体系の中で証明されると仮定した場合、体系は ω -矛盾ではなく、矛盾している。しかも、その導出においては、 P と「 P は証明可能でない」との同値性が前提になっている。それゆえ、ウィトゲンシュタインのように「その解釈はふたたび放棄されねばならない」と言うことはできないのではないか、と思われるかもしれない。しかし、これは誤解である。 ω -矛盾を導く場合にも、その同値性が前提になっているのである。ウィトゲンシュタインは、矛盾していないが ω -矛盾する体系で推論している、と解釈する。
- (13) Floyd, J. and Putnam, H., *op. cit.*, p.632.
- (14) 藤田晋吾、『数学の基礎』第三版について、飯田隆編『ウィトゲンシュタイン読本』1995, 法政大学出版社、181-191頁。
- (15) Putnam, H., Was Wittgenstein Really an Anti-realist about Mathematics, in MacCarthy, T. and S. Stidd (eds.), *Wittgenstein in America*, 2001, Clarendon Press, pp.140-194. ただし、草稿はパトナム教授に返したので、上記論文との比較ができなくなってしまった。なお、この論文のショート・ヴァージョンは

- On Wittgenstein's Philosophy of Mathematics というタイトルで *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volume*, 70 (July 1996), pp.243-264 に掲載されている。
- (16) クリプキからの引用は *Wittgenstein on Rules and Private Language*, 1982, Harvard University Press, バトナムからの引用は *Reason, Truth and History*, 1981, Cambridge University Press による。デューイ記念講演からの引用はスラッシュの前は *Journal of Philosophy*, 91.9 (Sep. 1994) の頁、後ろは *The Threefold Cord: Mind, Body and World*, 1999, Columbia University Press の頁。
- (17) クリプキからの引用は前掲書、バトナムからの引用はスラッシュの前は草稿の頁、後ろは MacCarthy, T. and S. Stidd (eds.), *op. cit.* の頁。ちなみに、意味は同じであるが、“language apart” という挿入句は “if not in those very words” に修正されている。
- (18) Kripke, S., *op. cit.*, p.107 黒崎宏訳『ウイトゲンシュタインのパラドックス』1983, 勁草書房、209頁。
- (19) 菱山泉『スラッファ経済学の現代的評価』1993, 京都大学学術出版会、第九章「世界の二つの見方—ウイトゲンシュタインとスラッファ」。
- (20) 藤田晋吾『スラッファの沈黙—転形問題論争史論』2000, 東海大学出版会、48頁。
- (21) その後、鬼界彰夫『ウイトゲンシュタインはこう考えた』(2003, 講談社 現代新書) として刊行された。
- (22) Hardy, G.H., *Mathematical Proof*, *Mind*, 38 (1929), pp.1-25.
- (23) Diamond, C. (ed.), *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*, 1976, Cornell University Press, pp.239-240.
- (24) Putnam, H., *Was Wittgenstein Really an Anti-realist about Mathematics*, p.193.
- (25) Wittgenstein, L., *Philosophische Untersuchungen*, 2nd ed., ed. by Anscombe, G.E.M. and R. Rhees, 1958, Basil Blackwell, pp.225-6.
- (26) *op. cit.*, p.226.
- (27) *op. cit.*, pp.226-7.
- (28) 黒崎宏『ウイトゲンシュタイン、哲学的探求第Ⅱ部、読解』1995, 産業図書、115頁の解説に従う。
- (29) Wittgenstein, L., *Philosophische Untersuchungen*, 2nd ed., ed. by Anscombe, G.E.M. and R. Rhees, 1958, Basil Blackwell, p.227.
- (30) 「われわれはいかなる理論も立ててはならぬ。われわれの考察の中にいかなる仮説的なものも存在してはならぬ。すべての説明は去り、記述のみがその場所を埋めねばならぬ」。(*op. cit.*, Part I §109)

Wittgenstein's Philosophy of Mathematics

Shingo FUJITA

My nagging concern about the nature of Wittgenstein's philosophy of mathematics centers around the following three questions: 1. How can one dispose of his apparently erroneous remarks on Gödel's incompleteness theorem? 2. What is the consequence that is to be drawn from Kripke's argument of the "rule-following" paradox? 3. What is Sraffa's influence that Wittgenstein mentioned in the preface of the *Philosophical Investigations*? I shall answer those questions respectively as follows:

1. That Wittgenstein was not in error in his "notorious" remarks on Gödel's theorem was nicely construed by Juliet Floyd and Hilary Putnam in their "A Note on Wittgenstein's 'Notorious Paragraph' about the Gödel Theorem" (2000). That paragraph should be read in the context of the proof of the theorem, taking notice specifically of the concept of ω -consistency.
2. Kripke's "skeptical solution" to the effect that if everyone agrees upon a certain answer, then no one will feel justified in calling the answer wrong, does not work, in so far as it concerns mathematical statements. He is well aware of it when he says that mathematical finitists make an unnecessary move when they deny the legitimacy of infinite mathematical object.
3. Sraffa led Wittgenstein to an anthropological standpoint. Wittgenstein's adherence to the viewpoint made him to argue for the standpoint which Hao Wang has called "anthropologism" in the philosophy of mathematics. Thus he was driven to sacrifice the peculiar "inexorability" of mathematical truth. His criticism of mathematical concepts manifests itself as a new variety of nominalism.