ゼノンの逆理とアリストテレスの誤謬

著者	上田 徹
雑誌名	筑波哲学
号	22
ページ	53-70
発行年	2014-03
URL	http://hdl.handle.net/2241/00122574

ゼノンの逆理とアリストテレスの誤謬

上田　徹

アリストテレスは、自然学 Z 巻第 9 章でゼノンの運動についての四つの逆理に言及し、反駁している。現代の観点からは、ゼノンの逆理はまったく自明な経験的事実に反しているか、点や直線の数学的定義を度外視した妄言にもみえるだろう(1)。

しかし、エレア派の哲学、特にパルメニデスの代弁者としてのゼノンの果たした役割は、プラトンの証言からも明らかであるように、哲学史上重大な意味を持っている。特に『パルメニデス』篇以降のプラトンの哲学へのエレア派の影響を考えたとき、ゼノンの逆理はアリストテレスが解釈し、論破した内容と同一の意味でそもそも語られていたのかという、いままでの解釈者たちの多くが疑ってみなかった根本的な疑問があるのである(2)。

そこで、ゼノンの逆理をゼノンの置かれていた時代的背景に戻して、この逆理が本当に意味していたことについて考えてみたい。従来の諸解釈は、ゼノンの逆理を、ゼノンのほかの現存断片との関わりで考えず、そのために、ゼノンが代弁していたパルメニデスの哲学との整合性を顧慮せずに、アリストテレスの「解釈した」ゼノンの主張内容に惑わされていたといえるであろう。

Ⅰ　連続量の比としてアキレスと亀の逆理（第二逆理）を解釈する

まず、第二逆理である有名なアキレスと亀の逆理について検討してみたい。アリストテレスがこの逆理に言及している箇所を挙げておく。

「二番目の議論はいわゆるアキレスの論である。この論は、もっとも遅い走者がもっとも速い走者に決して追いつかれないというものである。なぜなら、追いかける者はまずはじめに逃げる者が出発した地点に到達しなければならないことが必然であり、もっとも遅い走者がつねにいくぶん突出していること τι προέχειν が必然的に結果するからである。」（*Phys*. Z 9.239b14-18.）

「それゆえ、ゼノンの議論も、有限な時間において無限なものどもを通過したり、それらの各々に接触したりすることはできないという誤った仮定に立っている。」（*Phys*. Z 2.233a21-23.）

現代に至るまで多くの解釈者たちがこの逆理の持つ意味を検討してきた。そこでこの逆理をアリストテレスおよび多数の解釈者たちにならって、直線の無限分割点について問題としたものであると仮定し、定式化してみる[標準的解釈]。

アキレスの速度を v とし、亀とのハンデを L とする。亀の出発点から-L の地点からアキレスは亀と同時に出発する。アキレスが亀のいた出発点に到達するのに T 秒を要したとするならば、亀はアキレスの前方に（亀の速さ×T）だけ進んでいる。いま、話を簡単にするために、亀の速度はアキレスの 1/2 だとすれば、亀はアキレスの 1/2vT だけ前方に進んでいる。アキレスが亀のいる地点に追いつくと亀はさらに 1/4vT だけ前方に進んでいる・・。この標準的解釈では、アキレスが亀のいた地点に到達する回数を n とすれば、アキレスがその度ごとに要する時間は$(1/2)^{n-1}T$ と次第に短くなり、亀との間隔も$(1/2)^{n-1}vT$ というように短くなっていく。しかし、アキレスがどれほど亀に接近しようとも（n を無限大にとろうとも）僅かな隔たりがあるため、アキレスは亀に追いつくことはできない、とゼノンは主張しているのだととらえる。

無論、直線は無限の点を含むという現代の観点からいえば、n を無限大にすれば$(1/2)^{n-1}vT$ は 0 に収束する。つまりアキレスは亀に追いつき追い越す。また、グラフを描けば、アキレスが亀に追いつく点は $y = vt - L$ と $y = 1/2\ vt$ との交点として図示される（ここで t は時間変数）。そこでもこの逆理は「有限の時間内に無限の点を走破することは不可能」という内容であると解釈されうる。この逆理を後世に伝承したアリストテレス自身もそのように解釈しているのである（ὥστ' ἀνάγκη καὶ τὴν λύσιν εἶναι τὴν αὐτήν. *Phys*. Z 239b25-26.）。

しかし、このような標準的解釈には疑問がある。なぜならば、そのように解釈すればアキレスと亀の逆理は、アリストテレスもそうみなしたように、実質的に第一逆理である二分割の逆理と大差ないものになるからである。そこで、二分割の逆理とアキレスと亀の逆理との違いを、もっとも速い走者がもっとも遅い走者に追いつくことができない、という速度への言及にあると考え、異なったあたらしい解釈を提示してみよう。それは、この逆理の意図していたのは無限の幾何学的点ではなく、

アキレスと亀の走破する距離の比である、という解釈である。

さきの定式化では、アキレスがハンデとして与えられた L を走破する時間を T とした。このとき、$vT=L$ という関係が成り立っていればよい。見物人はアキレスの速度について知っている必要はない。L も任意にとって良い。ただ、アキレスが亀の出発点に到達したとき、亀の変位がアキレスの変位 L よりも短いことを見てとれればアキレスは亀よりも速いことを理解するのに十分なのである。

このことは、われわれが日常的におこなっている速さを比較する経験に適合している。われわれは日常的に速さを比べるときに、一定の時間における変位によって判断する。ゼノンの逆理では基準となる時間は、はじめにアキレスがあたえられたハンデ L を走破するのに要する時間だけである。その間に亀が進んだ距離がアキレスと亀の速度の判断基準となる。亀は L よりも短い距離を走破していなくてはならない。それ以後はアキレスが亀のいた地点に到達する回数が時間的な尺度となり、変数としての時間は必要ではない。アキレスは亀の通過点に次々と到達し、基準時間を一定の割合で短縮していくが、そのどの場合においてもつねに亀は両者の速度の比の分だけアキレスよりも短い距離を先行していなければならない。皮肉なことに、見物人はアキレスが亀の通過点に到達するたびに追いつけないアキレスから「亀はアキレスよりも遅い」ことを見てとるのだ。なぜなら見物人は両者の遅速を変位の比から判断するほかないからである。この変位の比に注意をうながすため、ゼノンは「つねにいくぶん突出している」という独特な表現をもちいたのではないだろうか。

つまり、アキレスが亀よりも速く、亀がアキレスよりも遅いためには、亀のいた地点にアキレスが到達するたびに、亀の進んだ距離は、アキレスの通過した距離を分割しうる、より短い直観的な連続量をもたなければならないということなのである。亀はアキレスより遅いから、アキレスより突出している（アキレスより速い）。このように考えたとき、ゼノンの逆理はテキストが語っているままの、真の意味で逆理に値すると思われる。この、逆理を連続量の比に言及したものとするわたしの解釈は、あとでみるようにゼノンの断片（DK1）に適合している。なぜなら、そこでは無限な分割はその過程において「つねに突出した部分を残す」ことが強調されているからである。

標準的解釈である、無限の点を有限の時間で走破できないというのはたんに経験的に不可能であるということをいっているに過ぎない。アリストテレスは、それに対

して、時間もまた可能的に無限分割できるという逃げ道を用意することで逆理を回避した。しかし、エレア派の哲学者ならば、時間の経過を運動と対応させて線型化し表現するなどということはけっしておこなわなかったであろう[(3)]。

現代の数学的観点からみれば、アキレスの速度と亀の速度はそれぞれの変位をあらわすグラフの変化率になる。アキレスが亀に追いつく点はふたつのグラフの交点である。極限における微分係数が同一のひとつの点において異なる値をもつ。ゼノンならば、「1 が 1/2 に等しいとは矛盾である」といったに違いない。アルキメデスほどの数学者でも完全に極限をとらえられなかった時代、比をライプニッツのように内包量としての力として考えることはゼノンに要求されるべきではないだろう。

Ⅱ　二分割論

第二逆理のいまみてきた新しい解釈を前提として、第一逆理である二分割論をみてみると、アリストテレスは二分割論をアキレスと亀と同じ内容の逆理と見ているが、ふたつの逆理は明らかに相違していると考えられる。

この逆理にはふたつの異なった解釈が可能である。いわゆる前進型と後退型である。前進型で解釈すれば、目標点に到達するまえにまず全体の中間点に到達しなければならない。中間点に到達してもさらに残りの走路の中間点に到達しなければならない、というように、アキレスと亀の逆理を走路の無限分割で解釈した場合と同じケースになる。

しかし、この解釈が前提とするように、運動そのものが可能ならば、目標点に到達するためには、目標点の二倍の距離にある点を仮想の目標点と置けばよいという反論が可能なのではないだろうか。このようにすれば、一回目で目標点に到達できるであろう。したがって、論理的に運動は不可能であるという結論に至るためには後退型の解釈が優れていると思われる。

なぜなら、パルメニデスが時間・変化・生成消滅を否定した根拠は、あるか、あらぬかという排他選言であり、ゼノンもそれを踏襲している。あとでみるように、ゼノンの現存する断片はそのように解釈できる。

つまり、後退型の解釈によれば、目標点に到達するにはそのまえにまず全体の中

間点に到達しなければならない。ここは前進型と同じである。しかし、全体の中間点に到達するには、それをさらに二分割した 1/4 の地点にまえもって到達しなければならないとし、後退型の中間点は無限に出発点に接近していく。中間点は無限に接近するが、そこにある隔たりが残されている限り、出発点と中間点は同一の点ではないため、その間には可能な無限の多への分割をゆるす無限の点がある。「ある」ものは運動不可能である。「ある」ものが「あらぬ」ものになることは不可能なのだから。このように、後退型の解釈は、あとでみるゼノンの断片（DK3・DK4）に適合する。

Ⅲ　「無限なもの」は何を指しているのか

二分割論をこのようにみたとき、疑問になるのは、アリストテレスの引用する「無限なもの ἄπειρα」が所与の線分を二分割する各々の分割点を指しているのか、二分割によって生じる線分の諸部分を指しているのかが曖昧であることである。第二逆理の従来の標準的解釈では、アキレスがそのつど到達する亀のいた地点が問題とされたため、無限なものはアキレスが亀に追いつくまでの無限の可分割点であると考えられた。しかし、このことは注釈家の間でも意見の相違がある。

Simplicius は、あきらかに無限なものを二分割された結果の諸部分の総和であると考えている。

「取られうる所与の部分のすべてが半分にされるので、それらの二分割にされた諸部分は無限にあり、有限な時間で無限なものを通過するのは不可能であるとするならば。（とゼノンは仮定するが）ゼノンはこのことを自明な事実 ὡς ἐναργὲς と想定していた。」（Simplicius, 20.8-10.）(4)

Simplicius によれば、このことは、ゼノンが「すべての大きさが無限の可分割点をもつ」と考えたからであり、さらに、ここでゼノンが分割された諸部分の各々と「接触する ἅψασθαι」と言っているのは、運動体が無限なものを飛び越えることで通過し終えることもありうると考えたからである。

「すくなくとも運動体が、時間の継起する時点において、所与の大きさの諸部分 τῶν τοῦ ὑποκειμένου μερῶν と接触するとするならば（そのことは不可能である）。接触するものは、数を数え上げているようなものであるから、無限なものの各々と

接触するのは不可能であるとかれ（ゼノン）はいった。無限なものを数え上げるのは不可能であるから。」（Simplicius, 20.29-32.）

Simplicius が、無限なものを分割された無限の諸部分と考えていたことは、接触することを諸部分の総和を「数え上げること ἀριθμεῖν」と同じとみていることでより明らかになるだろう。

「もし運動が存在するならば、どのような連続的なものにも二分割された無限の諸部分が存在するので、連続的なものの上を運動するものは、二分割されたそれぞれを数え上げることが可能でなければならない。しかし、もしそのようなら、運動するものが、限られた大きさを通過し終えてしまったときには、数え上げるものは、分割された無限の諸部分を数え終わっていることになるだろう。」（Simplicius, 24.16-22.）

無論、残された所与の部分を二分割することによって、無限の諸部分は大きさとして認識されるのであるから、大きさは無限の可分割点をもつことと分割された諸部分を数え上げることは同義であると思われるかもしれない。しかし、無限なものが何を指しており、運動するものが何と接触するのかという問題にとっては、けっして些細なことではない。なぜならば、異なる注釈家、Philoponus は、二分割論について、一見すると Simplicius と同様の解釈を示しているとみえるが、つぎのようにいっている箇所があるからである。

「なぜなら一時間で一ペキュスの大きさの上をなにかが運動する場合、どのような大きさにも無限の点 ἄπειρα σημεῖα があるので、運動体はそれらすべての点 πάντων τῶν σημείων に接触しなければならないことが必然的に結果する。そうするとこの運動体は、有限な時間で無限の点を通過したことになるが、このことは不可能である。」（Philoponus, 21.4-7.）

　この箇所で、Philoponus は、あきらかに、運動体が接触しながら通過してゆく無限なものを無限の点集合と考えている。Philoponus がこのように考えたのは、ゼノンの二分割論を徹底させれば、その内容は、ピュタゴラス派が主張した単位的一からなる無限多に対してゼノンがおこなった無限分割による反駁と同じになると考えているからである。Simplicius の注釈はその論理をはっきり伝えている。

「なぜなら、とかれはいう。もし存在（エレア派の一者）が可分割だとしたら、それを二分割にせよ。数において無限である究極の最小の大きさが残り、全体は、数

は無限であるが最小のものどもから合成されていることになるだろう。あるいはまた、その存在は消滅し、もはや何ものにも分割されず、何ものでもないものから合成されていることになるだろう。両方の帰結が不合理である。したがって存在は分割され得ず、一つのものに留まるのである。」（Simplicius, 2.10-14.）

もし大きさが分割可能ならば、二分割の結果与えられたそれぞれの部分も、さらに無限に分割されうる。その終局は、無限小の最小単位の一であるが、それは大きさをもたない以上、実無限の点集合となるだろう。Philoponus もまた、エレア派の多への反駁を Simplicius と同様にとらえている。

「それゆえに、それぞれの単位的一がひとつの不可分なものならば、全体は不可分の最小の大きさから合成されていることになるだろう。しかし、もしそれらもまた分割されるならば、分割された最小単位の各々についても、ふたたび同じことを問うであろう。問いは無限に繰り返される。そして、もし存在する事物が多であるならば、全体は無限回にわたって無限なものどもへと霧散するであろう ὥστε ἀπειράκις ἄπειρον ἔσται τὸ πᾶν。しかし、これが不合理ならば、存在はただひとつだけであり、存在する事物は多でありえない。なぜなら、それぞれの最小単位は、無限回分割することができなければならないが、これは不合理なことだから。」（Philoponus, 3.8-14.）

ゼノンの主張では、無限回分割されたピュタゴラス派の最小単位は大きさをもたない無限の点集合のようなものであり、それは非存在である。Philoponus もそう読みとっている。しかし、それならば、いったいなぜ、かれは、二分割論に言及するテキストについては、大きさをもつ連続体の上を運動体が通過するとき、実無限の点集合の各々に接触しなければならないということをゼノンみずからが仮定したことと受け取ったのだろうか。

その原因は、むしろ、アリストテレス自身がおこなったゼノンの二分割の逆理に対する反駁のなかから、かれがゼノンみずからの主張を読みとろうとしたことによるのではないだろうか。アリストテレスは、つぎつぎと二分割される無限な諸部分を有限な時間で数え上げることは不可能とするひとびとに応答し、量的な無限ではなく、分割における無限によって解決をあたえる。

「たしかに、有限な時間では量的に無限なものに接触することはできないが、分割において無限なものとは接触できるのである。というのはつまり、時間そのものも

分割において無限であるから。こうして、有限な時間ではなく、無限な時間において無限なものを通過し、有限ではなく、（時間の）無限の分割点によって、（距離の）無限の分割点に接触するという結果になる。」（*Phys.* Z 2.233a26-31.）

しかし、アリストテレスは『自然学』Θ 巻 8 章で、ここでの分割点を、一方の部分の終端であるとともに他方の部分の始端でもあるようなひとつの点であると考えている（cf. *Phys.* Θ 8.263a23-25.）。これはもはや、大きさのある物体の分割点ではない。なぜなら、それらを異なるふたつの点とすることは運動の連続性を損なうからである。直線の無限の分割点の各々は、線型化された時間の無限の可分割点の各々において接触しうる。したがって有限な時間において直線の無限の分割点は通過できるのである。これがアリストテレスが提示した逆理への解決策である。

Philoponus は、このアリストテレスの解決策を念頭に置いて無限の点集合に接触しながら通過しなければならないというようにゼノンの仮定を解釈したのではないだろうか。しかし、このときの分割点は、連続した直線に可能的に存在している幾何学的な点であり、ゼノンが反駁の対象とした最小単位としての一からなる多ではない。そのことをつぎにゼノンの真正断片をみることによって明らかにしてみたい。

Ⅳ　ゼノンの現存断片における無限分割論

アリストテレスの解釈した無限分割論をいったん保留して、ゼノン自身は無限分割論をどのように考えていたのか検討してみよう。手掛かりはゼノンの現存断片である。そこで、ゼノンの真正断片をすべて見ておきたい。

「あるものが大きさをもたぬのなら、それは存在しない。もし、あるならばそれぞれのものはある大きさと厚みをもち、それの一部は他の一部から隔たっていなくてはならない。同じ論法がその突出した部分 προύχοντος についても成り立つ。なぜならその部分もまた大きさをもつだろうし、その一部は突出するからだ προέξει。このことは一度いってもずっと言い続けても同じことだ。その（全体の）そのような部分は最後の部分となることはないし、一部が他の一部に関係せずにあることもないからだ。このように、もし多があるならば、それらは小であるとともに大でなければならない。大きさをもたないほどに小さくあるとともに、無限であるほどに

大きくなければならない。」（DK1）
「なぜなら、他のあるものに（大きさも厚みも嵩ももたないものが）付加されても、他のあるものを大きくすることはまったくないだろう。つまり、まったく大きさをもたないのだから付加されても大きさを付加することはできないのだ。このように付加されたものは無に等しい。取り去られても他のものを小さくせず、付加されても大きくもしないならば、その取り去られたり付加されたりしたものは、無に等しかったのだ。」（DK2）
「もし多があるなら、それらがちょうどあるだけあり、それよりも多くも少なくもあってはならない。だがもし、ある限りのものがあるならば、それらは有限である。もし多があるなら、あるものは無限である。なぜなら、つねにあるものの中間には他のものが存在し、それらのものの間にも他のものが存在するからだ。こうしてあるものは無限にあることになる。」（DK3）
「運動しているものは、それがある場所においても運動せず、それがあらぬ場所においても運動しない。」（DK4）

断片 1 から、明らかなように、ゼノンは、分割を直観的な外延量の分割と考えており、それは所与の大きさをもつ部分へと分割することである。可分割点はゼノンにとってはアリストテレスの考えたように接触しうる無限なものにはなりえない。ゆえにゼノンが反駁の対象とした多は、連続体に可能的にふくまれる幾何学的な分割点ではありえないのである。

ここでゼノンが用いるのは背理法である。多が存在する、つまり無限分割が可能であるとすれば、その結果である多は、量をもつ。量をもつとすれば、それらは無限大となる（分割される全体は部分よりも大）。その量が無に等しいほど小さいならば、無である（分割された部分は全体よりも小）。多を仮定すればそれらは無限大であるとともに無限小のものとなり、どちらも不合理である。ゆえに多が存在すること、つまり無限分割は不可能である。ゼノンは無限分割そのものが逆理に帰着すると考えていた（*reductio ad infinitum*）。つまり、ゼノンは無限分割は論理的に矛盾しているといっているのである。それは多を否定し、パルメニデスの哲学を擁護するためであった。

ところで、このようなゼノンの要請をあきらかにアリストテレス自身も熟知していたと考えられるテキストが存在する。

「さらにもし一（最小単位としての一）それ自体が不可分割的ならば、ゼノンの要請によると何ものでもないことになる。なぜなら付加されても取り除かれてもそのものをより大きくも小さくもしないものは存在するものではないとかれはいっているからである。明らかに存在するものは大きさをもつという理由で。そして、大きさをもつものは物体的なものである καὶ εἰ μέγεθος σωματικόν。」（*Met.* B 4.1001b7-11.）

「とにかく、どのようにしてひとつのあるいはより多くのあのような不可分割的なものから大きさが生じるのであろうか。そのことは線もまた複数の点から成り立っていると主張するようであるから。」（*Met.* B 4.1001b17-19.）

このように、アリストテレスは、ゼノンの要請（存在は大きさをもつ物体的なものであり、幾何学的点集合は無である）を理解していたが、連続体としての直線は可能的に無限の可分割点をふくむという『自然学』におけるかれ自身の立場からゼノンの逆理を反駁するために、「多が存在する」という背理法の仮定をゼノン自身のものと取り違え、その多を物体的なものではなく、直線の可分割点の集合としたのではないだろうか。そしてその結果、アリストテレスは、生成的に枚挙される分割点の無限集合は認めたが、ゼノン自身がジレンマ論法の一方の角とした、直線は実無限の点集合となり、全体が非存在となるという帰結は看過してしまったか、意図的に無視したのではないだろうか。

ゼノンの多に対する反駁は、パルメニデスの主張する「あらゆるところで均質 πάντῃ ὅμοιόν」であり、「連続的 συνεχές」であり、「不可分割的で部分をもたない一なる存在 ἀδιαίρετόν τε καὶ ἀμερὲς καὶ ἕν ἔσται τὸ ὄν」を擁護するために、ピュタゴラス派の多、すなわち、極小の固体であるような最小単位としての一に向けられたものと考えられている。ゼノンの主張は、存在が可分割的ならば（多であるならば）無限分割の逆理が帰結する、したがって存在は一であり不可分割的である、ということなのである。それゆえ、ゼノンが逆理で意図したものは、運動はそれ自体、存在の無限分割を要請する、ゆえに運動および多の存在は仮象であるということである。

しかし、アリストテレスは、ゼノンが反駁しようとしたピュタゴラス派の多を、物体的なものではなく、無限な幾何学的点の存在として解釈し、ゼノン自身の仮定と取り違えた。そのために、ゼノン自身が逆理で意図していたエレア派の哲学の擁

護という本来の意図を見失ってしまったのである。

V　アリストテレスはなぜゼノンの逆理を誤解したのか

当時、リュケイオンでは、アカデメイア派が数学的諸対象に与えていた実在性が批判されていた。アリストテレスは、そのなかでゼノンの逆理を議論の対象としたのであろう。『形而上学』MN 巻、作者不明の「不可分の線について」からその消息を推察してみたい。

一（ト・ヘン）、存在、といったものを実体的なものと考えたプラトン、クセノクラテス、スペウシッポス、ピュタゴラス学徒たちは、アリストテレスにとっての論敵たちであった。

「ところで、あるものたちは（プラトン）両方の種類の数があると主張した。前後をもつ数、すなわちイデア数と、イデア数と感覚的事物から離存している数学的の数である。他のものたちは（スペウシッポス）感覚的事物から離存させられた、諸々の存在の第一のものである数学的の数のみがあるとした。ピュタゴラス学徒たちもまた、一種類の数、数学的の数を認めるが、ただし離存させずにかえって感覚的事物がこの数から合成されていると主張している。なぜなら、かれらは宇宙全体をさまざまな数から構成しているが、単位としてのそれらからではなく、単位は大きさをもつと考えている。しかし、大きさをもつ最初の一がどのように合成されたかについては困惑しているようである。」（*Met*. M 6.1080b11-21.）

数学的対象に関しては、プラトンはイデア（あるいはイデア数）と感覚的事物との中間者と考えて離存させたが、クセノクラテスはイデアと同じ類とし、スペウシッポスはただ数学的諸対象のみが離存的実体であると考えた。それに対し、ピュタゴラス学徒はモナス（単位）である一を数の原理とし、感覚的事物に内在させるとともに、不可分の構成要素であるとしたのである。ゼノンが直接の反駁の対象にしたのは、ピュタゴラス学徒が主張したとされる、大きさをもつ単位としての不可分の一からなる多であろう(5)。また、アリストテレスの立場からは、存在や一は、それ自体であるものではなく思惟によって抽象された普遍的な述語である(6)。一それ自体と不定の二から算術的数を生成させ、さらに感覚的事物はイデア数を分有するとするアカデメイア派の議論をアリストテレスは執拗に反駁する。それは、ほか

の単位と差別をもつ原理としての「一それ自体」を、特定の数の構成要素（質料）として取り扱うとともに、その数の形相とも考えているからである。

「その結果、数学の立場からは、かれら（プラトン・スペウシッポス）は一（ト・ヘン）を点として原理にした。（なぜなら単位は位置のない点であり、かれらもまた、ある他のものたちが無限小からもろもろの存在を合成したようにおこなって、そのために単位はさまざまな数の質料となり、同時に、二よりも先のものであるとともに、二はある全体的なひとつの形相であるという理由で後のものにもなっているのである）普遍を探究する立場のゆえに、かれらは普遍的述語である一を数の部分として語った。だが、これら（一と単位）が同時に同じものに属するのは不可能である。」（*Met.* M 8.1084b25-32.）

アリストテレスの批判は、幾何学的対象についてはとくにスペウシッポスに向けられている。

「ひとが、点についてや、そこからかれら（スペウシッポス）が大きさを合成している構成要素について探究すれば同じような疑問に行き当たる。というのは、このひとつの（原理としての）点だけがあるわけではないからである。事実、他の諸々の点の各々はいったい何から生じるのか。多そのものの不可分割な部分から諸単位が生じるようには、間隔そのものの不可分割的な部分は存在しないだろう。なぜなら、数は不可分割的なもの（諸単位）から合成されるが、大きさはそのようではないからである。」（*Met.* M 9.1085b27-34.）

現実的に存在する感覚的事物の構成要素として、事物に内在する不可分のモナスを想定しているピュタゴラス学徒もスペウシッポスと同様の批判にさらされる。

「（ピュタゴラス学徒たちが）一方、数を離在したものとはしなかったことは、多くの不可能な結果からまぬがれさせたが、物体は諸々の数から合成されたもので、その数は算術的な数であるとしたことは、不可能なことである。不可分な大きさと言うことは真ではないし、かりにこのような大きさがあるにせよ、諸単位はすべて大きさをもたないものだからである。大きさが不可分なものから合成されるということはいったいどのようにして可能か。じっさい、算術的な数はすべて単位的なものであるのに。しかし、かれらは数を存在する事物であると説いている。すくなくともかれらは諸々の物体をそのような数からなるものであるようにみなして、それらに諸定理を適用している。」（*Met.* M 8.1083b10-19.）

このような背景の中で、不可分の単位である位置をもつモナスとしての点、あるいは不可分の線を線の構成要素と考える見方を批判しようとする意図がアリストテレスの暗黙の前提となり、ゼノンのおいた多の仮定を点の無限集合とする誤解に結びついたのではないだろうか。そのために、かれは、ゼノンのジレンマ論法では多が無限小になり、非存在が帰結する一方の角を顧みず、多の存在仮定そのものをゼノンの見解のように受け取ったのではないだろうか。

このような事情は、作者不明ではあるが当時のリュケイオンのなかでの議論の様子を伝える「不可分の線について」からもうかがうことができる。そこでは、有限な時間において無限なものどもを通過したり、それらの各々に接触したりすることはできないというゼノンの逆理の仮定を避けるために、ある「不可分な線」の存在を主張するひとびとの見解が検討され、そこからさまざまな不条理が結果すると批判がなされている。「不可分な線 ἄτομοι γραμμαί」とは、アカデメイア派のなかでイデア数である一に対応するものであるとされていたことをアリストテレスもあきらかに認識していた（cf. *Met.* M 8.1084b1）(7)。したがって、ゼノンの逆理は、一般に、幾何学的対象のなかに構成要素として不可分割的な単位が存在し得るかという問題として議論されていたことが推測されるのである。

アリストテレスが、存在は大きさ（厚み・嵩）をもつ物体的なものであるというゼノンとピュタゴラス派が共通にもっていた前提を看過し、「無限なものども」を直線を分割する無限の点集合におきかえてしまった背景には、数学的対象を感覚的事物から離在させ、原理としての「一それ自体」と質料的原理（大小・多・長短など）からそれらを構成しようとしたアカデメイア派への対抗意識があったのだろう。しかし、そのためにゼノンの逆理は、ゼノンが本来もっていたエレア派の哲学の擁護という意図から切り離されて現代にいたるまで議論されてきたのではないだろうか。

わたしがはじめにアキレスと亀の逆理をふたつの連続量の比から解釈したのは「存在は大きさをもつ」というゼノンの要請に適合させるためであった。ゼノンの無限分割に関わる逆理を、ゼノンが提示した本来の形式において、つまり、分割が比を構成する直観的な連続量を産出し続ける操作であることに起因する逆理としてとらえるならば解決不可能であるが(8)、現代数学の観点からみて、直線に含まれる無限の可分割点を問題にしたものと考えれば、内包的に極限に定義を与えること

によって解決可能である(9)。しかし、アリストテレス自身がゼノンの無限分割の逆理を解決しているのかはまた別の問題である。

Ⅵ　アリストテレスはゼノンの逆理を解決したのか

アリストテレスは、ゼノンの主張する直線や物体に含まれる「無限なもの」を可能的に存在している無限の可分割点と読み替えたうえで、線型化された時間も同様の無限の可分割点をもつとし、それらを対応させることによってゼノンの逆理のうち「有限な時間において無限なものを通過することは不可能」という点については解決策をあたえた。しかし、無限分割の終局である最小単位については、かれはゼノンと同様のアポリアに陥っている。

なぜなら、『自然学』Z 巻 1 章、『生成消滅論』A 巻 2 章のアリストテレスの議論は、(1)連続体は可分割的な連続体へと分割可能であり、(2)連続体を合成する不可分の単位は存在せず、(3)無限分割が物体のすべての可能的に存在する可分割点に現実的におこなわれたとすれば、それが実質的に点から合成されていることになり非存在（無）になるが、(4)線や物体は接触しあう最小単位（点）から合成されているものではないからそれは不可能である、ということを主張しているからである。そこで、それらの箇所をみてみたい。

『自然学』Z 巻 1 章において、アリストテレスは「連続的」、「接触的」、「継続的」ということを、限界 τὰ ἔσχατα がひとつ ἕν であるか、共に ἅμα あるか、中間に他の類が存在するかという差異で規定したのち、「不可分割的なものから連続的ななにかが合成されることは不可能である。例えば、線が連続的なものであり、点が不可分割的なものであるなら、線は点から合成され得ない。」（*Phys.* Z 1.231a24-26.）と主張する。なぜなら点は部分をもたないから、ふたつの点は限界においてではなく全体が全体と接触し、ひとつの点になり、分割可能な連続的なものを合成できないからである。また、ふたつの点の中間には常に同じ類である点を含む線が介在しているから、それらは継続的でもない。ここからアリストテレスは「連続的なものはすべて可分割的なものへと常に分割されうることは明らか」（*Phys.* Z 1.231b15-16.）と結論する。

ここで注目すべきことは、アリストテレスが、すでにみた『形而上学』でゼノン

の要請とされていた(1)(2)を自分の解決策のなかにうけいれていることである。つまり、線は無限の可分割点を可能的に含むということを逆理への解決策としたアリストテレスは、分割そのものについては「大きさはすべて大きさへと分割可能である」（*Phys.* Z 2.232a23.）というゼノンと共通の立場に立っているのである。さらにそればかりではない。すでにみてきたように、ゼノンの逆理について直接ふれている『自然学』Z 巻では、実無限の点集合が非存在（無）になるというゼノンのジレンマ論法の一方の角をアリストテレスは無視しているが、『生成消滅論』A 巻においてはその可能性をはっきりと認めているということである。

『生成消滅論』A 巻 2 章でアリストテレスは、物体のあらゆる可分割点における同時分割の可能性について検討している。

「したがって中間で二分割しても同様であり、物体があらゆる可分割点において分割可能な本性ならば、分割されたにせよ、なにも不可能なことは起こらない。なぜなら無限に分割された部分をさらに無限回分割したとしても不可能なことは起こらないからである。」（*GC.* 316a20-22.）

あらゆる可分割点が同時に分割された場合、そこに残るものはなにか。アリストテレスは、大きさをもたないもの、すなわち点であるか無であるかであるという。しかし、点は大きさをもたないので、付加されても、取り去られてももとの物体を大きくもしないし、小さくもしないならば、かりに可分割点の無限の点が集められてもなんらかの大きさを合成することは不可能である。さらに、物体が、点や分割、接触 ἁφή から合成されているにしても、「ひとつの接触は、常にふたつのなにかの接触であり、そのことは、接触や分割や点以外になにかが存在することを含意している」（*GC.* 316b6-8.）のである。物体のすべての可分割点を同時的にかつ全体的におこなうことは不可能ではないと考えれば、それは現実の物体を仮象に帰すことになる。そこで、アリストテレスは、すでにみた『自然学』Z 巻 1 章での「点は他の点に接することは不可能」という規定によって、すべての可分割点の同時的分割を不可能であるとするのである。

「（物体が同時的にかつ全体的に分割されうるということは）全体にわたって点が存在し、あらゆる点が各々ひとつの点として存在しているという意味においてである。ひとつより多くの点は存在しない。点は継続的ではないから[10]。したがって分割が全体的に（かつ同時的に）なされることはない。」（*GC.* 317a7-9.）

ここで、アリストテレスが、ゼノンのジレンマ論法の帰結を念頭においていたかは定かではない。しかし、実無限の点集合を現実的に分割することは不可能であることを証明するために、かれは、ゼノンと同様に、分割とはある連続量をより小さな連続量へと分割する操作であることをもちいており、アリストテレスがゼノンの要請をうけいれている以上、ゼノンの無限分割の逆理は依然として有効であるとおもわれる。かれは、接触しあうふたつの可分割点は存在しないことを根拠にして、可能的に存在する無限の可分割点を同時的かつ現実的に分割することは不合理であるという指摘をおこなったにすぎないだろう。

つまり、アリストテレスは、可能的に線に含まれる無限の可分割点という着想において、極限へ無限に接近する分割点の系列という概念を得る一歩手前までいくことができた。しかし、感覚的直観優位の立場から実無限の分割点の集合、すなわち現代数学での実数の連続性の稠密性を現実的なものとして理解することを拒んだのである。したがって、アリストテレスは無限分割にかかわるゼノンの逆理を解決してはいないのである[11]。

残る「飛矢静止」、「競技場」の逆理についても同様の立場から解釈をおこなうことができると思われるが、その問題は別稿に譲りたい[12]。

---

[1] 現代の集合論ではアキレスが亀に追いつくまで走破する距離は両者異なるが（アキレスの方がハンデのぶん長い距離を走破する）、両方の線分は同じ濃度の無限の点集合であり、対等である。したがってアキレスの位置と亀の位置の一対一対応が可能である。

[2] 大多数の解釈者たちと異なって、チャーニスはつとにアリストテレスの混同について指摘しているがまったく言及されることがないのはなぜだろうか。「アリストテレスは、より原始的な哲学者たちを取り扱うさいに、かれら（ピュタゴラス学徒）が用いている数学的な命題は抽象的な数であるから、かれらが宇宙を構成しているとする最小単位もかれらにとって数学的なものであったに違いないと論じる以上により明確な用心深さをもつことができなかったのだろう。」（Cherniss, H., *Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy*, New York, 1971. p. 40.）「このためにアリストテレスはゼノンの多への反駁が決定的であることを見てとることができなかった。」（*op. cit*. p. 40, n. 156.）「アリストテレスはゼノンに対してよりもゼノンの論敵たちに対して反論している。」（*op. cit.* p. 157.）「アリストテレスはゼノンの論駁の前提をゼノン自身のものと取り違え、ゼノンを反駁することを意図しながら、ゼノンが反論している相手を実は攻撃している。」（*op. cit.* p. 157, n. 68.）

[3] 時間を運動とともに知覚されるものとし、運動の軌跡によって時間を線型化したのはアリストテレスであると考えられる。「われわれは時間と運動を一緒に知覚する。」（*Phys.* Δ 11.219a3-4.）「時間とは前後に即しての運動の数である。」（*Phys.* Δ 11.219b1-2.）このことは、

本稿の第一、第二逆理の解釈とあわせて、「飛矢静止」の逆理の解釈の方向を決定づけると思われる。「というのは今どもが相互に接続的であるのは不可能だとみてよかろう。あたかも点が互いにほかの点に対して接続不可能であるように。」（*Phys.* Δ 10.218a18-19.）「なぜなら時間は不可分の今どもから合成されていない。それほどのような大きさもそうではないのと同断である。」（*Phys.* Z 9.239b8-9.）アリストテレスは、直線が不可分の点から合成されているものではないことを根拠にして時間が不可分の今から合成されていないことを説明し、ゼノンの誤謬に対する反論にしているからである。

(4) 以下、引証番号は、Lee, H.D.P., *Zeno of Elea*, Cambridge UP, 1936.による。

(5) 「したがって、かれら（プラトニスト・ピュタゴラス学徒）がいうような離存的な点や単位があるにせよ、点と単位が同じものであることは不可能である。なぜなら、（離存的な）点は接触 ἅπτεσθαι できるが、単位は継続 ἐφεξῆς できるだけであるから。」（*Phys.* Δ 3.227a27-30.）Ross, W.D., *Aristotle's Physics*, p. 628-629. アリストテレスの立場ではふたつの点は接触不可能で、重なり合うだけである。ロスはここでアリストテレスはピュタゴラス学徒の主張したとされる極小の固体としての点に言及していると考えている。

(6) Ross, W.D., *Aristotle's Metaphysics*, vol. I, p. 244-246. Eleventh ἀποριά 参照。

(7) 「不可分の線」については 25（Lee, *op. cit.* p. 75）参照。「さらに、ゼノンの議論によると不可分のある大きさが存在しなくてはならない。かりに有限な時間で無限なものの各々に接触することが不可能であるならば、運動体はまず中間点に到達しなければならず、少なくとも不可分の部分の中間があることになる。」（*De Lineis Insecabilibus*, 968a18）　この見解は、Ross, *op. cit.*, vol. II, p. 451.によれば、*Met.* A, 992a21, *De An.* 404b16-24 ではプラトンを含むプラトニストの見解、*Met.* N, 1090b20-32 ではクセノクラテスの見解とされている。

(8) このように考えれば、第二逆理であるアキレスと亀は、部分の付加が限りなく続くことによる逆理と見なされるべきであり、DK1 の「無限であるほどに大きい」とする帰結から導かれた逆理と考えるべきである。ゼノンは無限級数の和が有限の値に収束すると考えず、限界を超えて無限に付加される諸部分にすべて触れるには無限の距離を走破することが必然と考えたのであろう。このとき、アキレスが亀に追いつく点は問題にされていない。しかし、アリストテレスは第二逆理をアキレスが亀に追いつく点から逆算し、二分割の逆理と類同化させたために、「大きさがないほど小さい」とする DK1 の帰結と同じ逆理とみなしたのである。その結果、本来、大きさをもつ「無限なもの」は、無限な可分割点と混同されたのである。

(9) アリストテレスが『自然学』Θ 巻 8 章で、直線の無限の可分割点をあくまで可能的に存在するものであるとしている理由は、それらを現実的なものと考えれば本来ひとつのものである連続した運動を分断することになるからである。ベルクソンの解釈はこの線に沿ったものといえるであろう。しかし、この解決策はゼノンの提示した無限分割の逆理に正面から答えるものではない。

(10) ここでアリストテレスが継続的 ἐφεξῆς ではないといっているのは、点と点の間に他の類があり、全体のどこかにおいてひとつの点が抽出できないということはない、ということであると考えられる。

(11) ギリシア数学ではいまだ実数の概念をもたなかったため、一次元線型連続体である直線は非可算無限の点集合として理解されることはなかった。量の同次性が認識されるのは 17 世紀のデカルト以降になってからである。アリストテレスは、次元の異なる点、直線、平面、立体

は、類が異なるため、それぞれ、上位のものの構成要素とはなり得ないと考えていた。二分割の逆理の標準的解釈では、可分割点として、直線上の可算無限の離散的有理点が問題となる。アリストテレスは現実性優位の立場から、その無限の可分割点を現実的に感覚される線分の限界として認識されると考えていたため、無限の分割点の系列は、実際に分割されるまであくまで可能的に存在するものであると考えたのである。しかし、極限に向かう分割点の系列は、無限小になるとき、もはや感覚される線分の限界点ではなく、論理的に構成された対象であると考えられなければならないから、直観と論理が乖離するこの点においてアリストテレスは感覚優位の立場に留まったため、極限への収束は理解し得なかったと推測される。一次元線型連続体が実数を表現する非可算無限の点集合であるということは、古代の哲学者たちにとっては、無限に分割された直線が非存在へと霧散するというようなイメージでとらえられていたにすぎないだろう。ゼノンもこの点においてはアリストテレスと同様であったと考えられる。

この問題についてもっとも深く追究した沢口昭聿著『連続体の数理哲学』(東海大学出版会、1977 年）から引用する。「ゼノンの属するエレア学派が史上最初の論理主義の学派として論理と存在の一致を主張したことはよく知られている。その師パルメニデスは一種の自同律、矛盾律、排中律を意識的に用いた。そこでゼノンの逆理の原因が自同律、矛盾律だけに帰着されるのではないかと考えられるかも知れない。しかし運動の逆理はこの論理学的原則だけに基づいて生ずるのではない。この原則に加うるに空間内の存在の事実が必要である。われわれが度々直観的空間に言及しなければならなかったのはその為である。何故ならば後述するように古典的集合論においてはゼノンの逆理は消滅するが、その集合論は自同律、矛盾律と若干の公理により成立するものであるからである。この問題はギリシア数学の基礎概念である図形の本性と深く関連している。図形のもっとも基礎的性格は直観的空間内の存在である。ゼノンの逆理以外でもギリシアの哲学、数学の論理的困難にはこの性格を除外して考えることはできないと思われるものが多い。例えばエピメニデスのパラドックスを挙げることができる。」（80 頁）算術化された極限、実数概念を用いればゼノンの逆理は解消するが、直観的空間内での運動が本来もっている直観と論理との軋轢が逆理の本質ととらえなければ、われわれは現代的な解析学や集合論を前提としてこの逆理を扱っているにすぎないことになるだろう。

(12) 飛矢静止の逆理（第三逆理）のアリストテレスの解決策をみれば、かれがエレア派の哲学を理解していなかったことは明白である。

（うえだ・とおる　筑波大学非常勤講師）