

氏名(本籍地)	金子 寛 (新 潟)
学位の種類	博士 (理学)
学位記番号	博 甲 第 6790 号
学位授与年月日	平成26年 3月25日
学位授与の要件	大学院学則第 44 条第 2 項適用
審査研究科	数理解物質科学研究科
学位論文題目	

A method for finding a minimal point of the lattice in cubic number fields
(三次体の格子における極小点の求め方)

主	査	筑波大学教授	学術博士	秋山茂樹
副	査	筑波大学教授	理学博士	宮本雅彦
副	査	筑波大学教授	理学博士	森田 純
副	査	筑波大学講師	理学博士	三河 寛
副	査	東邦大学教授	博士(数理学)	安富 真一

論 文 の 要 旨

代数的整数論では基本単数系と類群の構造の分類は大きな問題である。もちろん代数体を具体的に固定すれば、これらは計算機により決定可能である。しかしパラメータ付きの体の無限族でこれらを調べることは非自明の問題であり、現在も多くの研究がおこなわれている。

二次体の基本単数は連分数アルゴリズムにより求められ、連分数と類数の関係は多くの研究者を現在も引き付ける問題である。有理数体上三次以上の体の基本単数を求めるアルゴリズムはいくつか考案されているが、高次元格子の上のアルゴリズムとなって大変複雑になることが知られている。本論文で金子氏は総実でない3次体の基本単数を決定するボロノイのアルゴリズムを研究した。このケースではディリクレの単数定理より基本単数が一つとなるので、二次体に続くもっとも簡単な場合と考えられる。先行研究が、ボロノイ以降多数があるが、本論文ではそれらの方法を総合して、各段階での選択がもっとも少ないアルゴリズムをみつけ、数論的に面白い三次体の無限族の構成を行うことでその効用を具体的に示している。

ボロノイのアルゴリズムはミンコフスキーの定理を基礎としている。原点中心で半径を固定した円柱を考え、高さを十分大きく取ると、その内部に原点以外に格子がなく二つの底面にそれぞれ一つの点があるものが必ず存在する。この状況から出発し、高さを徐々に増加してゆくと、より半径が小さく同様に原点以外内部に格子点がない円柱とおよびその底面上の格子点が順に選択されてゆく。この点列の比は周期的となりその最小周期での比の積により基本単数が与えられる。これがボロノイのアルゴリズムである。

このアルゴリズムでは次の格子点を選ぶために、いくつかの選択肢のなかから具体的に値をいれて調べる必要がある。この部分を代数的に簡単に記述することは難しく、先行研究では毎回6つの候補から選択をするという大変な面倒な計算の残るアルゴリズムであった。金子氏は、この労作でこのボロノイアルゴ

リズムに関する全ての先行研究を綿密にしらべ、とくに Williams-Cormak-Seah と Adam, Lahlou-Farhane の先行研究の方法の長所を取り出す形でアルゴリズムを精密化した。

その詳細な研究により、全てのケースにおいて3つの候補から次の隣接点を見つければボロノイアルゴリズムが進行することを示した。この簡易化による効果で、石田によるパラメータ付きの3次体の無限族中に基本単数が具体的に長さ5のボロノイアルゴリズムで決まる無限の異なる3次体が存在することを証明し、この研究の効用を実証した。基本単数であることに決定では Thue 型の不定方程式の解の決定も行わなければならない、この部分も決して自明でないことも注意したい。さらに、この無限族は、類体塔問題にも応用されることも示されている。本研究は総実でない3次体の今後の研究に関して基本的なものとなっている。

審 査 の 要 旨

[批評]

この論文ではボロノイアルゴリズム簡易化のため、3次元の格子点に関するアルゴリズムを、まず2次元格子の連分数の問題に帰着させる手法、イントロピックベクトルを用いた二次形式の値による比較が証明のなかで繰り返しつかわれており、これらがうまく機能して隣接点の可能性を少数に絞り込むことに成功している。これらの工夫は独自性が高く、今後の標準的方法の一つになっていくものと思われる。

本学入学以前に出版された3論文に加え、在学中に1篇を書きあげ Tsukuba Journal of Mathematics から出版予定となっている。また隣接格子点の候補を3つに絞る部分の論文も、SUT Journal of Mathematics において現在英語の推敲の最終段階である。結果として在学中に2編の良い論文を仕上げたことになる。本博士論文はこれらの結果を、手際よくまとめて全体として解説をしたものであり示唆に富み3次体の研究者の今後の研究に役立つものである。これまでボロノイアルゴリズムは扱いの難しい複雑な組み合わせ的操作と考えられていた。そのため過去にはアルゴリズムとしての研究はあったものの、数論的に興味深い無限族を作り出すような精密さをもった深い研究を行うことができなかった。本論文で具体的に実証されたように、ボロノイアルゴリズムを用いることで3次体の興味深い無限族が作られることは研究者にとって刺激的であり、今後のさらなる研究を生み出す可能性を感じさせる。今回の博士論文をまとめるに当たってセミナーを繰り返すことで、今後総実な三次体のように乗法的に独立な二つの基本単数を持つ場合の研究が期待されること、ボロノイアルゴリズムの数論的なアルゴリズムとしての統計的性質の研究が待たれることなども確認することもできた。

以上述べてきたことにより本論文は博士論文として十分な内容を持ち、今後の研究の発展も期待できる内容である。

[最終試験結果]

平成 26年 2月 14日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

[結論]

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。