

氏名(本籍地)	越野 克久 (石川県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第6788号
学位授与年月日	平成26年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	Infinite-dimensional manifolds and their pairs (無限次元多様体とその組)

主査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副査	筑波大学教授	理学博士	川村一宏
副査	筑波大学教授	理学博士	山口孝男
副査	筑波大学教授	学術博士	秋山茂樹

論 文 の 要 旨

本論文は、幾何学的トポロジーの主要な研究テーマである無限次元多様体について論じたものである。20世紀後半から現在まで、R.D. Anderson, T.A. Chapman, J.E. West, H. Toruńczyk 達によって、可分な無限次元多様体理論が大きな展開を見せている。本論文では、可分な無限次元多様体論(ヒルベルト空間 l_2 やヒルベルト立方体 Q)を更に一般的な立場から研究し、一般濃度 τ を許容する無限次元多様体の理論 ($l_2(\tau)$ 及び $l_2^f(\tau)$ の空間理論) を展開している。以下、各章ごとに内容を述べる。

第2章では、1984年に、J. Mogilski によって(可分な) l_2^f -多様体の特徴化定理が証明された。更に、2003年に K. Sakai, M. Yaguchi によって $l_2^f(\tau)$ -多様体の特徴化定理が得られたが、定理の条件が複雑で応用に関し難点があった。本論文では、K. Sakai, M. Yaguchi による $l_2^f(\tau)$ -多様体の特徴化定理を更に改良し、より応用の効く定理とすることに成功した。

第3章では、空間の infinite-dimensional manifold pairs を考察し、homotopy dense の概念を使って、空間の pair (X, Y) が $(l_2(\tau), l_2^f(\tau))$ -manifold pair になるための必要十分条件を求めた。得られた条件は、 X が $l_2(\tau)$ -manifold, Y が $l_2^f(\tau)$ -manifold であり、更に Y が X の homotopy dense となることである。

第4章では、weight τ の sigma-locally compact convex sets を無限次元多様体理論から考察した。Frechet space において、weight τ の sigma-locally compact convex set とその閉包が $(l_2(\tau), l_2^f(\tau))$ -manifold pair になるための必要十分条件を得ている。

第5章および6章では、幾つかの重要な関数空間を無限次元多様体論の立場から研究している。無限次元多様体理論を有効に使用することによって、関数空間の infinite-dimensional manifold pairs に関する

幾つかの定理を得ている。特に、次の定理は興味深い： X が non-discrete, locally compact, locally connected, separable metric space で Y が non-compact, 1-dimensional locally compact AR とすると、関数空間の pair $(C[C(X,Y)], C(X,Y))$ は (Q,s) と pair として同相になる。この定理は、無限次元多様体論と関数空間理論との深い結びつきを示す定理である。

審 査 の 要 旨

〔批評〕

この論文は、トポロジーの主要な研究テーマである無限次元多様体論に大きく貢献するものである。特に、この論文で得られた一般濃度 τ を許容する無限次元多様体の特徴化定理は興味深いもので、多くの応用が期待される定理である。また、この論文で展開された手法は興味ある着想に富んでおり、この論文はその成果と手法を通して、この方面の今後の発展に大いに寄与するものと考えられる。この論文の基となった論文3編はすでに国際的な数学専門誌に出版または受理されており、他の論文1編も現在投稿中である。

〔最終試験結果〕

平成 26 年 2 月 14 日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。