

| | |
|---------------|--------------|
| 氏 名（本 籍 地） | 福田 尚広（ 島根県 ） |
| 学 位 の 種 類 | 博 士（理学） |
| 学 位 記 番 号 | 博 甲 第 6787 号 |
| 学 位 授 与 年 月 日 | 平成26年 3月25日 |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学位規則第4条第1項該当 |
| 審 査 研 究 科 | 数理物質科学研究科 |
| 学 位 論 文 題 目 | |

On the construction of wavelets and its application to numerical analysis of differential equations

（ウェーブレットの構成およびその微分方程式の数値解析への応用について）

| | | | | |
|---|---|---------|------|----------|
| 主 | 査 | 筑波大学准教授 | 木下 保 | 博士(理学) |
| 副 | 査 | 筑波大学教授 | 磯崎 洋 | 理学博士 |
| 副 | 査 | 筑波大学教授 | 竹内 潔 | 博士(数理科学) |
| 副 | 査 | 筑波大学准教授 | 照井 章 | 博士(理学) |

論 文 の 要 旨

福田氏の研究テーマはウェーブレット解析であり、次のように理論面と応用面に分類することができる。

(A) 新たなウェーブレット関数の構成と、その特徴的な性質を探る。

(B) 微分方程式に対するウェーブレット理論の応用と、その有益性を探る。

以下、福田氏の研究における代表的な研究成果も取り上げて、学位論文の内容の結果を解説する。

研究(A)では、滑らかさや減衰度等の観点から、既存のウェーブレットよりも性質の良いウェーブレットを構成することが目的である。

[1] N. Fukuda and T. Kinoshita, On the construction of new families of wavelets. J. Indust. Appl. Math., vol 29, (2012), 63-82.

ウェーブレットのローパスフィルタの合成による構成法を見いだし、シャノンタイプへと補間するウェーブレット関数の族を提示している。ウェーブレット解析は、時間空間と周波数空間を同時に扱うが、その両者のバランスを計るべき尺度として時間周波数窓の積がある。そして、不確定性原理により、時間周波数窓の積の値には下限があることもよく知られている。論文[1] で得られた(パラメータを含む)ウェーブレットの族の中から、時間周波数窓の積の値が小さくなるように選ばれたウェーブレットは、これまでに知られているどのウェーブレットと比べてみても、最も小さい値をもつことが示されていることはとても興味深い。

[2] N. Fukuda, T. Kinoshita, and I. Uehara, On the wavelets having Gevrey regularities and subexponential decays, to appear in Math. Nachr.

偏微分方程式論の近年の研究では、実解析的な関数のクラスと無限回微分可能な関数のクラスを補間するGevreyクラスが導入され、初期値問題の適切性等が考察されてきている。もしも解が基底を用いて表

現されるのならば、基底は微分方程式の解と同じGevreyクラスの滑らかさをもつことが望ましいであろう。これまで、周波数空間でGevreyクラスの滑らかさをもつ(Mayerの)ウェーブレットの存在は知られていたが、論文[2]は時間空間でもGevreyクラスの滑らかさをもつウェーブレットの構成に成功している。

研究(B)が、福田氏の学位論文のメインテーマとしてまとめられている。微分方程式の近似解を構成するために、数値解析的な手法の一つとしてGalerkin法が大変よく利用される。その際、近似解を表現するリース基底と、弱形式に伴うテスト関数の選び方が重要となる。通常、リース基底とテスト関数は共通のものを選ぶが、その候補として正規直交基底を選ぶと計算量が莫大となるが予想される。故に従来の選び方では、スプライン関数だけを取り扱い、選択肢が非常に限られていた。福田氏の学位論文では、ウェーブレット理論におけるスケーリング関数をエレベートと呼ばれる操作をすることにより、微分方程式の構造と上手く適応するようなリース基底の構成法を確立し、実際に計算のシミュレーションを行っている。特に、弱形式化したとき(微分方程式の構造を特徴付ける)最高階の微分から決まる係数行列(剛性行列)が、よりシンプルになるように工夫されている。このことから量子力学や準古典解析で登場する微分演算子 d/dx が小さなパラメータ h を含むような場合にも、十分安定した計算結果が期待できる。また、微分演算子そのものに対する3点近似を5点近似にまで一般化し、より近似精度を高めていることも注目すべき長所である。それから、福田氏はウェーブレット理論における双対性の概念を利用して、リース基底とは別にテスト関数だけをスプライン関数にする新たなスキームを開発している。その長所として、リアルタイムの現象にも対応できるように、計算スピードを圧倒的に向上させることが可能となった。さらに、変数を増やして偏微分方程式に対するリース基底の取り方等も提示し、幅広い応用の可能性を含んでいる。

福田氏の学位論文で考案されたリース基底は、十分滑らかでありながらもコンパクトサポートをもつため、学術的かつ応用的にも大変に意義がある。

審 査 の 要 旨

〔批評〕 ウェーブレット解析の研究者は、理論と応用の両方に詳しいことが理想的であるといえる。福田氏はウェーブレットの理論を深く追求し、国内外の研究会などでも頻繁に講演を行ってきている。その際、理論だけでなく、数値シミュレーションに裏打ちされた実験データも紹介し、工学の研究者からの応用面の関心も高い。学位論文は非常によくまとまっており、その多くの結果は論文雑誌等で公表されているので、学術的な価値も十分高いと認められている。福田氏の研究成果は独創性とアイデアに富んでおり、今後のウェーブレット解析ならび数値解析の分野の発展に与えるインパクトは大きいと期待できる。

以上のことから、福田氏は既に第一線で活躍する研究者であり、福田氏の研究は真に学位に値すると結論される。

〔最終試験結果〕

平成26年2月13日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によつ

て、合格と判定された。

〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。