湾曲した気体デトネーション波に関する研究

中山　久広

システム情報工学研究科

筑波大学

２０１３年　３月

要旨

近年，既存の推進装置よりも高い理論熱効率が得られる回転デトネーションエンジン（Rotating Detonation Engine，RDE）が注目され，各国で活発に研究が行なわれている．RDE の環状燃焼器では主に正に湾曲した気体デトネーション波が連続的に伝播するため，RDE の作動の安定化のためにはその基本的な伝播特性の理解が重要である．本研究では，最初に，気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化できる新たな手法である Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）を開発し，内周壁面の曲率半径と流路幅が周方向に一定である 2 次元湾曲流路を伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の伝播機構を明らかにした．内周壁面の曲率半径 r_i が大きく，セル幅 λ が小さい条件では，気体デトネーション波は最終的にある一定の正に湾曲した形状に発達し，2 次元湾曲流路を定常的に伝播する．このような定常的な伝播となる条件では，2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波のセルは，内周壁面からの膨張波の影響により内周壁面の近傍で拡大するが，拡大したセルから新たなセルが円滑に生成される．この機構によって正に湾曲した気体デトネーション波はある一定の湾曲形状をとって滑らかな波面を維持しながら伝播する．続いて，2 次元湾曲流路を定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度 D_n と波面の曲率 κ の関係を取得し，この関係によって引き起こされる波面進展特性を明らかにした．Chapman−Jouguet 伝播速度 D_CJ で無次元化された D_n と λ で無次元化された κ の関係（$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係）は，r_i および λ を変化させても，$\lambda\kappa$ のみの関数である 1 本の曲線で表され，$\lambda\kappa$ の増加とともに $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ は減少する．$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，可燃性混合気の種類（$C_2H_4+3O_2$，$2H_2+O_2$ および $2C_2H_2+5O_2+7Ar$）に殆ど依存しない．2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展は $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に支配され，このため波面進展は準定常・準 1 次元的となる．r_i/λ が一定の条件では，r_i および可燃性混合気の種類に依らず 2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の態様が等しくなり，波面形状が相似になる．最後に，正に湾曲した気体デトネーション波をモデル化し，$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を理論的に得た．Yao and Stewart および Sharpe が提唱している正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルを組み合せ，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅するモデルに拡張した．本モデルにより得られた $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ が $\lambda\kappa$ の関数として 1 本の曲線で表され，$\lambda\kappa$ の増加とともに $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ が減少することに関しては，本研究の実験結果と一致する．この結果は，本モデルが $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の特徴について定性的に説明可能なモデルであることを示している．$\lambda\kappa$ の増加によって正に湾曲した気体デトネーション波の内部の流体粒子に減速効果が作用し，化学反応により生じるエネルギーは流体粒子の加速の他に，一部がこの減速効果を打ち消すために消費される．ゆえに $\lambda\kappa$ が増加すると $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ は減少する．

目次

第 1 章　序論 **1**

1.1.　気体デトネーション波の特徴 1

1.1.1.　気体デトネーション波 1

1.1.2.　気体デトネーション波を応用した内燃機関の熱力学的解析 4

1.2.　湾曲した気体デトネーション波 6

1.2.1.　湾曲した気体デトネーション波 6

1.2.2.　湾曲した気体デトネーション波の伝播に関する過去の研究 7

1.2.3.　湾曲した気体デトネーション波の推進装置への応用 11

1.3.　研究の目的と論文の構成 14

1.3.1.　研究の目的 14

1.3.2.　論文の構成 17

第 2 章　湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係および伝播機構 **18**

2.1.　はじめに 18

2.2.　Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP） 18

2.3.　実験装置および実験条件 22

2.4.　伝播形態の分類方法 25

2.5.　実験結果および考察 26

2.5.1.　入射する気体デトネーション波の状態 26

2.5.2.　伝播形態と伝播速度特性 27

2.5.3.　セル構造と伝播形態の関係および伝播機構 29

2.5.4.　内周壁面における横波の反射と伝播形態の関係 32

2.6.　まとめ 34

第 3 章　湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係およびこの関係が引き起こす伝播挙動 **35**

3.1.　はじめに 35

3.2.　実験装置および実験条件 35

3.3.　安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の波面形状 38

3.4.　主要な無次元パラメータ 41

3.5.　実験結果および考察（正に湾曲した気体デトネーション波） 43

3.5.1.　入射する気体デトネーション波の状態 43

3.5.2. 気体デトネーション波の伝播の態様 45
3.5.3. 安定伝播条件 48
3.5.4. 安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の波面形状の変化 50
3.5.5. 波面形状および垂直方向伝播速度分布のフィッティング 51
3.5.6. 正に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係 55
3.5.7. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係による波面進展の再現 59
3.5.8. 安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動 62
3.6. 実験結果および考察（負に湾曲した気体デトネーション波） 66
3.6.1. 負に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係 66
3.6.2. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係による波面進展の再現 68
3.6.3. 凹に湾曲した壁面による気体デトネーション波の収束特性 70
3.7. まとめ 75

第 4 章 現実性を向上させた湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデル 76
4.1. はじめに 76
4.2. 内部構造のモデル化 76
4.3. 支配方程式 78
4.4. マスター方程式とベルヌーイの式 80
4.5. 反応誘導距離と無次元化 82
4.5.1. 着火判定基準 82
4.5.2. 反応誘導距離スケール 83
4.5.3. 無次元化 84
4.6. 解法および計算条件 85
4.7. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の比較 88
4.8. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の感度解析 91
4.9. 波面の曲率による内部構造の変化と減速機構 95
4.9.1. 波面の曲率による内部構造の変化 95
4.9.2. 波面の曲率による垂直方向伝播速度の減速機構 100
4.9.3. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の臨界点 102
4.10. まとめ 105

第 5 章 結論 106
5.1. 結論 106
5.2. 今後の課題 109

謝辞 111

参考文献 113

業績目録 123

付録 A　平面 Chapman−Jouguet（CJ）デトネーション波のセル幅 128

付録 B　波面進展の再現方法 131

付録 C　反応速度則 136

付録 D　Chapman−Jouguet（CJ）条件 142

付録 E　着火遅れ時間 148

付録 F　活性化温度 151

図目次

第 1 章

図 1.1　波面静止系から見た定常的に伝播する平面の気体デトネーション波の構造（ZND 構造）　2
図 1.2　平面の気体デトネーション波の多次元構造（セル構造）　4
図 1.3　各サイクルの $p-v$ 線図 [38]　5
図 1.4　湾曲した気体デトネーション波の例（正に湾曲した場合）　7
図 1.5　PBX9502 の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係 [62]　8
図 1.6　PBX9502 の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係から再現された波面進展 [64]　8
図 1.7　回転デトネーションエンジンの概念図　12
図 1.8　回転デトネーションエンジン内部における気体デトネーション波の伝播　12
図 1.9　回転デトネーションエンジンの燃焼試験の様子 [92]　13
図 1.10　2 次元環状流路を伝播する気体デトネーション波　14

第 2 章

図 2.1　Short-time Open-shutter Photography（SOP）の概念図　19
図 2.2　2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の SOP 画像　19
図 2.3　Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）の概念図　21
図 2.4　2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の MSOP 画像　21
図 2.5　実験装置の概要図　22
図 2.6　観測チャンバーの概要図　23
図 2.7　2 次元湾曲流路の幾何学的形状　24
図 2.8　2 次元湾曲流路および気体デトネーション波の伝播の極座標系における幾何学的関係　25
図 2.9　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度　27
図 2.10　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係　28
図 2.11　各伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面上における気体デトネーション波の垂直方向伝播速度の変化（$r_{\mathrm{i}} = 40\,\mathrm{mm}$）　29
図 2.12　異なる λ で取得した各伝播形態の MSOP 画像（$r_{\mathrm{i}} = 40\,\mathrm{mm}$）　31

図 2.13　異なる r_i で取得した各伝播形態の MSOP 画像（$\lambda \approx 1.50$ mm）　33

第 3 章

図 3.1　2 次元収束流路および 2 次元湾曲流路で発達する負に湾曲した気体デトネーション波　37
図 3.2　2 次元収束流路の幾何学的形状　37
図 3.3　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の極座標系における幾何学的関係　39
図 3.4　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（C_2H_4+$3O_2$）　44
図 3.5　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（$2H_2$+O_2）　44
図 3.6　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar）　45
図 3.7　2 次元湾曲流路における各伝播形態の気体デトネーション波の伝播の態様（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$2H_2$+O_2）　47
図 3.8　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（C_2H_4+$3O_2$）　48
図 3.9　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（$2H_2$+O_2）　49
図 3.10　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar）　49
図 3.11　2 次元湾曲流路において安定形態にある気体デトネーション波の波面形状の変化（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）　50
図 3.12　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の回転角速度の分布（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）　51
図 3.13　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状のフィッティング（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）　52
図 3.14　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度の分布（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）　53
図 3.15　2 次元湾曲流路の内周壁面近傍（$1.00 \le r/r_\mathrm{i} \le 1.33$）における波面形状のフィッティング（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）　54

図 3.16　フィッティング（1）の結果（$1.00 \le r/r_\mathrm{i} \le 2.00$）およびフィッティング（2）の結果（$1.00 \le r/r_\mathrm{i} \le 1.20$）から取得した $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係の比較（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$） 55
図 3.17　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係（C_2H_4+$3O_2$） 56
図 3.18　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係（$2H_2$+O_2） 57
図 3.19　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係（$2C_2H_2$+$5O_2$+$7Ar$） 57
図 3.20　各可燃性混合気の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係の比較 58
図 3.21　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係による再現（$r_\mathrm{i} = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$） 60
図 3.22　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係による再現（$r_\mathrm{i} = 40$ mm，$\lambda = 1.56$ mm，$2H_2$+O_2） 60
図 3.23　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係による再現（$r_\mathrm{i} = 10$ mm，$\lambda = 0.27$ mm，$2C_2H_2$+$5O_2$+$7Ar$） 61
図 3.24　Marker particle method の概要 61
図 3.25　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の無次元化された波面進展 64
図 3.26　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状の比較（$r_\mathrm{i}/\lambda = 36.3$，$C_2H_4$+$3O_2$，$r_\mathrm{i}$ が異なる条件で比較） 65
図 3.27　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状の比較（$r_\mathrm{i}/\lambda = 27.5$，$r_\mathrm{i} = 20$ mm，可燃性混合気が異なる条件で比較） 65
図 3.28　2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の発達状況（$\lambda = 3.01$ mm） 66
図 3.29　2 次元収束流路において発達した円弧状収束デトネーション波より取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係 67
図 3.30　負に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係による 2 次元収束流路における気体デトネーション波の波面進展の再現 69
図 3.31　2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の伝播特性（$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ コンター） 70

図 3.32　平面の気体デトネーション波と曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面との干渉　71
図 3.33　曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面における反射形態と θ_{w} の関係　72
図 3.34　負に湾曲した気体デトネーション波の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係による 2 次元湾曲流路の外周壁面近傍における気体デトネーション波の波面進展の再現　74

第 4 章

図 4.1　正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造のモデル化　77
図 4.2　平面 CJ デトネーション波における初期圧力と定数 C の関係　88
図 4.3　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（C_2H_4+$3O_2$）　90
図 4.4　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（$2H_2$+O_2）　90
図 4.5　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（$2C_2H_2$+$5O_2$+$7Ar$）　91
図 4.6　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する γ の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）　93
図 4.7　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する $\tilde{T}_{\mathrm{a}}$ の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）　94
図 4.8　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する C の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）　94
図 4.9　波面の曲率による $\tilde{T}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　96
図 4.10　波面の曲率による $\tilde{\sigma}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　96
図 4.11　波面の曲率による $\tilde{a}_{\mathrm{fr}}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　97
図 4.12　波面の曲率による $\tilde{u}_{\mathrm{n}}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　97
図 4.13　波面の曲率による $\tilde{p}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　98
図 4.14　波面の曲率による $\tilde{\rho}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　98
図 4.15　波面の曲率による Y の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　99
図 4.16　波面の曲率による M の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）　99
図 4.17　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における $\tilde{\Pi}$，$\tilde{\Theta}$ および $\tilde{\Pi}+\tilde{\Theta}$ の分布（C_2H_4+$3O_2$）　101
図 4.18　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における Q^* と M の関係（C_2H_4+$3O_2$）　102
図 4.19　$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における微小摂動が M の分布に及ぼす影響（C_2H_4+$3O_2$）　104

付録 A

図 A.1　初期圧力とセル幅の関係（C_2H_4+$3O_2$）　129
図 A.2　初期圧力とセル幅の関係（$2H_2$+O_2）　129
図 A.3　初期圧力とセル幅の関係（$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar）　130

付録 B

図 B.1　Marker particle method による波面進展の再現方法　131
図 B.2　2 次元湾曲流路内を安定伝播する湾曲した気体デトネーション波の壁面近傍におけるノードの配置　133

付録 D

図 D.1　摩擦のない断面積一定の定常な加熱流れ　142
図 D.2　化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波のレイリー線とユゴニオ曲線（C_2H_4+$3O_2$）　144

表目次

第 2 章

表 2.1　実験条件　25

第 3 章

表 3.1　実験条件（正に湾曲した気体デトネーション波の実験）　36
表 3.2　実験条件（負に湾曲した気体デトネーション波の実験）　38

第 4 章

表 4.1　各可燃性混合気の計算に用いた入力値　87
表 4.2　感度解析の条件（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）　92

主要記号

A	レイチューブの断面積
a	音速
B	定数
C	平面 Chapman–Jouguet デトネーション波のセル幅と反応誘導距離の比
c	比熱またはモル濃度
D	気体デトネーション波の伝播速度
$\dot{D}$	気体デトネーション波の加速度
e	比内部エネルギーまたは単にエネルギー
f	関数（f および $f_1 \sim f_5$ の 6 種類）
G	ギブス自由エネルギー
g	比ギブス自由エネルギー
h	比エンタルピー
K	平衡定数または式（C.50）により定義される化学平衡状態を決定する定数
k	反応速度定数
L	ある代表長さ
l	長さ
M	化学種
M	流体粒子のマッハ数または気体デトネーション波の伝播マッハ数
m	式（3.5）における指数
$\mathbf{n}$	法線ベクトル
n	波面を基準とした波面垂直方向の距離
P	生成物
p	圧力
Q^*	式（4.51）により定義される実際に流れ場に放出される無次元熱量
q	単位質量当たりの発熱量
q^*	式（4.49）により定義される無次元発熱量
R	反応物
R	2 次元収束流路の収束点からの距離または気体定数
r	極座標系における原点からの距離
s	比エントロピー
T	温度
T'	微小な温度上昇
t	時間

u	波面静止系における流体粒子の速度
v	比体積
W	分子量
w	質量基準の化学反応速度
X	モル分率
x	直交座標系における原点からの水平方向距離
Y	生成物の質量分率または反応進行度
y	直交座標系における原点からの鉛直方向距離
Z	前指数因子
Z'	質量基準の化学反応速度の前指数因子

ギリシャ文字

α	尺度因子
Φ	式（D.25）により定義されるパラメータ
ϕ	波面上の任意の点における回転方向と接線方向が成す角度
γ	比熱比
η	熱効率
κ	曲率
λ	平面 Chapman–Jouguet デトネーション波のセル幅
ν	反応次数
ν'	反応物の化学種の量論係数
ν''	生成物の化学種の量論係数
Θ	式（4.48）により定義されるパラメータ
Π	式（4.47）により定義されるパラメータ
θ	極座標系において始線とある方向のなす角度または無次元化された温度
ρ	密度
$\dot{\sigma}$	サーミシティ
τ	無次元化された時間
ω	回転角速度またはモル濃度基準の化学反応速度
ξ	無次元化された水平方向距離
Ψ	式（D.24）により定義されるパラメータ
ζ	無次元化された鉛直方向距離

下添字

a	活性化
asy	漸近
B	定圧燃焼サイクル（ブレイトンサイクル）
b	逆反応
CJ	平面 Chapman–Jouguet デトネーション波
CJp	Chapman–Jouguet 点の状態
c	濃度表示
cr	臨界値
D	デトネーションサイクル
eq	化学平衡状態
exp	露光
f	正反応
fr	凍結状態
H	定容燃焼サイクル（ハンフリーサイクル）
i	2 次元湾曲流路の内周壁面
ig	着火
im	湾曲した気体デトネーション波の伝播マッハ数と等しい伝播マッハ数で伝播する仮想的な平面 Chapman–Jouguet デトネーション波
in	エンジンの系への流入
ind	反応誘導距離
int	フレーム間隔
j	波面上の位置または化学種を区別するためのインデックス
mt	サーミシティが最大となる点
n	波面の垂直（法線）方向
nd	ノードの削除
ng	ノードの生成
o	2 次元湾曲流路の外周壁面
out	エンジンの系からの流出
overall	総括反応
P	生成物
p	圧力表示
R	反応物
s	平面の気体デトネーション波の前面の衝撃波
u	普遍

v	定積
vN	von Neumann 点の状態
w	壁面
0	基準状態
1	基準状態よりも僅かに温度が高い状態
2, 2′, 2″	図 1.3 の状態 2，2′および 2″
3, 3′, 3″	図 1.3 の状態 3，3′および 3″
+	気体デトネーション波の前面の衝撃波直後の状態
−	初期状態または気体デトネーション波の前面の衝撃波直前の状態

上添字

0	初期状態
m	時刻を区別するインデックス
°	標準状態
ˆ	内部エネルギーに化学的エネルギーを含む量
~	特に断りのない限り式（4.40）の規則により無次元化された物理量

第 1 章　序論

1.1.　気体デトネーション波の特徴

1.1.1.　気体デトネーション波

可燃性混合気中を伝播する燃焼波には，未燃の可燃性混合気の音速よりも遅く伝播するデフラグレーション波と，超音速（通常，伝播マッハ数は 5 ~ 7 程度）で伝播するデトネーション波がある．デフラグレーション波は化学反応によって生じた熱とラジカルが未燃の可燃性混合気側へ拡散することにより伝播し，僅かな圧力低下を伴う．デトネーション波では衝撃波の通過により可燃性混合気が圧縮され，温度が着火温度以上に上昇して化学反応が生じる．化学エネルギーの放出とともに既燃ガスが膨張することにより衝撃波は駆動される．衝撃波による化学反応の開始と既燃ガスの膨張の相互作用により，デトネーション波は超音速で自走的に伝播する．したがって，デトネーション波では瞬間的に高温・高圧のガスが生成される．デトネーション波は可燃性混合気のみではなく，固体爆薬の凝縮相においても確認される．以降，本論文では可燃性混合気のデトネーション波を気体デトネーション波と呼び，固体爆薬の凝縮相デトネーション波と区別する．

図 1.1 に定常的に伝播する平面の気体デトネーション波の構造を示す．図 1.1 において平面の気体デトネーション波が右から左に 1 次元的に伝播する様子を波面静止系から見ている．横軸は空間座標，縦軸は圧力，温度，マッハ数，およびサーミシティである．サーミシティは化学反応による圧力の変化を表す物理量である [1]. 気体デトネーション波の前面は衝撃波であり，気体デトネーション波に流入する可燃性混合気は前面の衝撃波により圧縮され，状態が不連続的に変化する．前面の衝撃波の直後の状態は von Neumann（vN）点と呼ばれる．気体デトネーション波の伝播速度は極超音速であるため，前面の衝撃波の直後は高温になる．したがって，分子の振動モード等の内部自由度が励起され，その後に原子・ラジカルの生成・増殖が起こる．原子・ラジカルの密度が高まってくると，やがて急激な発熱を伴う再結合反応フェーズに移行する．前面の衝撃波の直後から急激な発熱反応が開始するまでの距離は反応誘導距離と呼ばれ，図 1.1 の構造を持つ気体デトネーション波を特徴づける重要な特性長さである．しかしながら，実際の気体デトネーション波では発熱反応が開始する点を明確に特定することが難しいため，前面の衝撃波の直後からサーミシティが最大となる点までの距離を反応誘導距離として定義することが多く [2], 本研究でもそのように定義する．反応誘導距離は可燃性混合気の気体力学特性および化学反応特性に依存し，化学反応速度が速いという意味で反応性の高い可燃性混合気では反応誘導距離は短くなる．すなわち，可燃性混合気の初期圧力が高くなると反応誘導距離は短くなる．本研究では，前面の衝撃波の直後からサーミシティが最大となる点までの領域を反応誘導領域，サーミシティが最大となる点から発熱反応が終了するまでの領域を反応領域と定義する．

反応領域では発熱反応により流体は加熱されて膨張し，加速され，最終的に局所流速は局所音速に等しくなる．この状態に至ると同時に，平面の気体デトネーション波の場合，化学平衡状態（発熱反応終了）に至る [1)]．この状態は Chapman−Jouguet（CJ）点と呼ばれる．CJ 点での温度と圧力は可燃性混合気の初期状態よりも高い．図 1.1 に示した構造は Zel′dovich[3)]，von Neumann[4)]，および Döring[5)]によってそれぞれ独立に提唱されたことから，ZND 構造と呼ばれる．

CJ 点では局所流速が局所音速に等しいため，気体デトネーション波の下流（後流）から伝わる外部擾乱は CJ 点よりも上流に侵入することができない．したがって，CJ 点が形成されると気体デトネーション波は自走的に伝播する．この伝播速度は可燃性混合気の条件（組成や初期条件等）によって決定され，平面の気体デトネーション波の場合，この伝播速度は CJ 伝播速度と呼ばれる．そのため，CJ 伝播速度で定常的に自走する平面の気体デトネーション波は平面 CJ デトネーション波と呼ばれる（CJ 伝播速度で自走する平面の凝縮相デトネーション波も同じく平面 CJ デトネーション波と呼ばれる）．

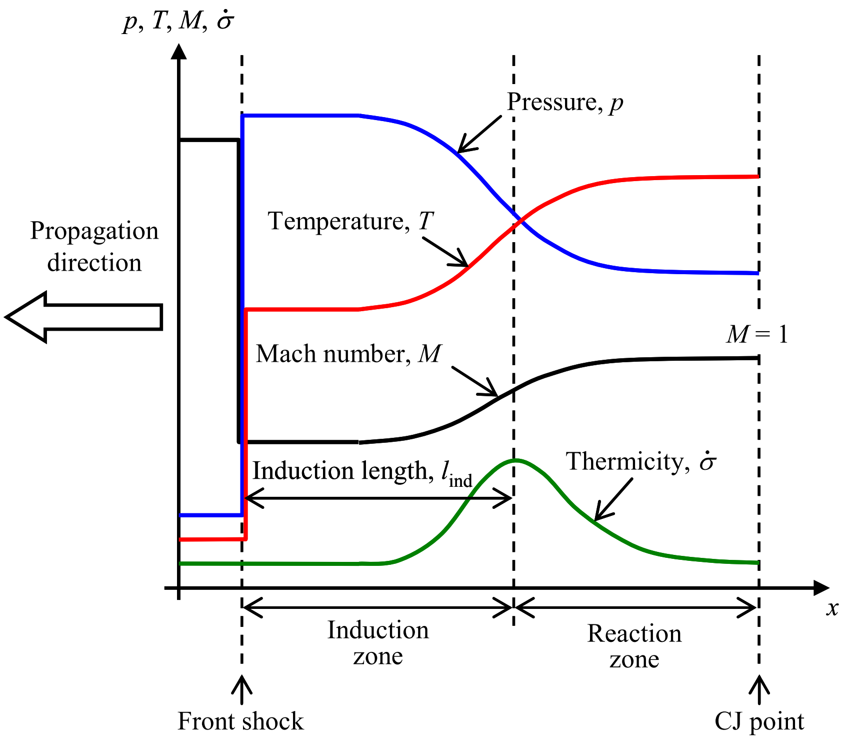


図 1.1　波面静止系から見た定常的に伝播する平面の気体デトネーション波の構造（ZND 構造）

実際に観測されるいわゆる平面の気体デトネーション波は，ZND 構造のような定常な 1 次元構造ではなく，非定常な多次元構造 [6–13)]を有し，厳密にはグローバルに平面的（準平面的）であることが知られている．本論文では，グローバルに平面的な気体デトネーション

波のことを，ZND 構造を有する完全に平面的な気体デトネーション波とは特に区別せずに，平面の気体デトネーション波と単純に呼ぶことにする．図 1.2 に平面の気体デトネーション波の多次元構造（セル構造）を示す．図 1.2 において平面の気体デトネーション波が右から左に伝播する様子を見ており，青い実線が衝撃波を，赤い破線が反応領域の前縁を表している．図 1.2 は平面の気体デトネーション波の構造を示しているが，波面の状態（平面であるか湾曲しているか）に関係なく，実際の気体デトネーション波は基本的には前面の衝撃波を形成する入射衝撃波とマッハステム，およびこれらと垂直な方向に伝播する横波から成る．入射衝撃波は弱い衝撃波のため，入射衝撃波と反応領域の前縁までの距離は長い．一方，マッハステムは強い衝撃波のため，マッハステムと反応領域の前縁までの距離は短い．横波は入射衝撃波後方の反応誘導領域を侵食するように伝播する．横波はそれぞれ互い違いに移動し，横波同士の衝突を繰り返す．横波同士が衝突すると微小爆発が起こる．新たに発生したマッハステムは微小爆発によって強められるが，マッハステムは伝播とともに弱まり，マッハステムと反応領域の前縁は次第に離れる．しかし，横波同士の衝突が新たに起こり，再び微小爆発が起こり強いマッハステムが形成される．このように，気体デトネーション波の波面では次々と微小爆発が生じ，自走的な伝播が維持される．

入射衝撃波，マッハステム，および横波の 3 つの衝撃波が交差する点を三重点と呼ぶ．図 1.2 の黒い破線は三重点の軌跡であり，うろこ状の模様を形成する．このうろこ状の模様を気体デトネーション波のセルといい，その幅はセル幅と呼ばれる．セル幅は気体デトネーション波のセル構造の代表長さである．気体デトネーション波の伝播限界や速度損失等の特性にセル構造が深く関連することが知られており，多くの場合，これらの伝播特性を平面 CJ デトネーション波のセル幅によってある程度整理することが可能である [14–30]．一般に，平面 CJ デトネーション波のセル幅は λ で表記される．セル幅は可燃性混合気の気体力学特性および化学反応特性に依存し，化学反応速度が速いという意味で反応性の高い可燃性混合気では，セル幅は小さくなる．すなわち，可燃性混合気の初期圧力が高くなると，セル幅は小さくなる．

微視的には気体デトネーション波の前面の衝撃波の強さはセル内で常に変化し，気体デトネーション波の伝播は非定常的である．実際の平面 CJ デトネーション波の場合，前面の衝撃波の伝播速度は微小爆発の直後で CJ 伝播速度の 1.8 倍程度，次の微小爆発の直前で CJ 伝播速度の 0.6 倍程度まで変化することが実験的に確認されている [31,32]．このように実際の平面 CJ デトネーション波の伝播速度は微視的には時間的に変動するが，多くの可燃性混合気において，その平均的な伝播速度は ZND 構造を想定して理論的に得られる CJ 伝播速度にほぼ等しくなることが知られている．

以上のように，実際の気体デトネーション波は微視的には非定常な多次元構造である．伝播する流路の深さ（奥行き）がセル幅よりも浅ければ 2 次元的な構造となり，セル幅よりも深ければ図 1.2 のような構造が紙面奥行き方向にも広がり，3 次元的な構造となる．

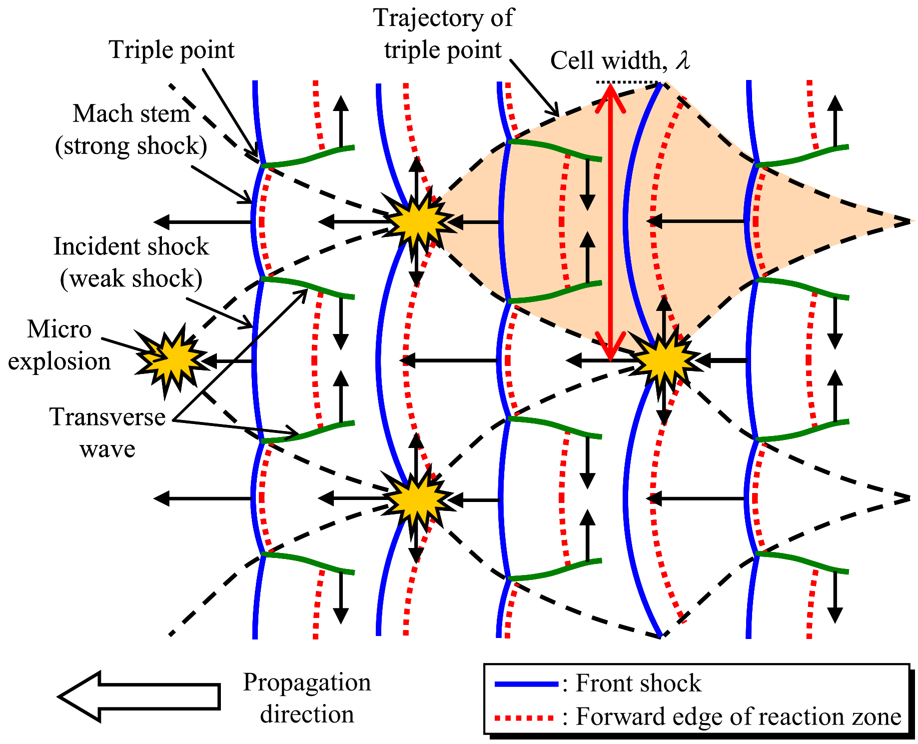


図 1.2　平面の気体デトネーション波の多次元構造（セル構造）

1.1.2.　気体デトネーション波を応用した内燃機関の熱力学的解析

気体デトネーション波を内燃機関の燃焼過程に応用すれば，気体デトネーション波自身が作動流体を圧縮し，従来の内燃機関では必須であった機械的な圧縮機構がなくても仕事を取り出すことができる．そのため，気体デトネーション波を推進装置に応用することにより，推進装置の圧縮機構への負荷を低減し，単純なシステムの実現が期待できる．気体デトネーション波を応用した推進装置として，パルスデトネーションエンジン（Pulse Detonation Engine，PDE）がある [33−37]．PDE は一端が閉端でもう一端が開端である直管燃焼器内で平面の気体デトネーション波を開端側へ完結的に伝播させ，高速のジェットを放出することにより推力を得るものである．PDE の構造は単純であるため，PDE は気体デトネーション波を応用した最も単純な内燃機関の 1 つであると考えることができる．

圧縮機やタービンのない，直管燃焼器のみの単純な PDE を想定し，図 1.3 の $p-v$ 線図を用いて散逸のない理想的な場合のデトネーションサイクルの熱効率について説明する [38]．このような熱力学的解析は古くから Zel′dovich[39]によって行なわれており，最近では Heiser and Pratt[40]（$1-\gamma$ モデル），Wu et al.[41]（$2-\gamma$ モデル）によって熱量的完全気体を仮定した解析が行なわれている．これらの解析では化学反応による発熱量を与えているが，実際には過程によって発熱量は異なる．そのため，Wintenberger and Shepherd[42]は化学平衡下の発熱量計算を行なった．どの解析結果においても，デトネーションサイクル (D) の熱効率は，

定容燃焼サイクル（Humphrey cycle，H）より少し高く，定圧燃焼サイクル（Brayton cycle，B）より高い．

Zel′dovich[39)]の説明法を用いて，このことを以下に説明する．PDE の燃焼器内の流体粒子が全て同じ過程を経ると仮定する．図 1.3 の状態 1 は PDE における初期状態である．PDE の直管燃焼器内のガスは衝撃波によって高温・高圧となり，状態 N（vN 点）に不連続に移動し，化学反応による発熱を伴って状態 2（CJ 点）までレイリー線上を右下方向に移動する．その後，等エントロピー膨張を仮定すると $2 \to 3$ と変化し，冷却過程は $3 \to 1$ である．この $1 \to \mathrm{N} \to 2 \to 3 \to 1$ の過程が PDE の 1 サイクルである．理想的な定容燃焼サイクルは $1 \to 2' \to 3' \to 1$ であり，理想的な定圧燃焼サイクルは $1 \to 2'' \to 1$ である．熱効率は $\eta = \left(\hat{h}_{\mathrm{in}} - \hat{h}_{\mathrm{out}}\right)/q$ と表現できる．ここで，$\hat{h}_{\mathrm{in}}$ はエンジンの系に入る比エンタルピー，$\hat{h}_{\mathrm{out}}$ はエンジンの系から出る比エンタルピー，q は単位質量当たりの発熱量であり，上付きのサーカムフレックス (^) は内部エネルギーに化学的エネルギーを含むことを示す. 各サイクルで $\hat{h}_{\mathrm{in}}$ と q が等しいとすると，$\hat{h}_{\mathrm{out}}$ が小さいほど η は大きい．すなわち，h_3，$h_{3'}$，$h_{3''}$ の大小関係を比較することにより，各サイクルの η の大小関係がわかる．状態 3，3′，3″ では圧力が等しく，q が一定であることから，状態 3，3′，3″ についてのエンタルピー差は $\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s$ となる．図 1.3 の凍結ユゴニオ曲線は，レイリー線が時計方向に回転するほどエントロピーが増大するという性質を持っているので，$s_2 < s_{2'} < s_{2''}$，したがって，$s_3 < s_{3'} < s_{3''}$ となる．$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s$ より h の大小関係と s の大小関係とは一致するから，$h_3 < h_{3'} < h_{3''}$ となる．つまり，η_{D}（デトネーションサイクル）$> \eta_{\mathrm{H}}$（定容燃焼サイクル）$> \eta_{\mathrm{B}}$（定圧燃焼サイクル）となる．

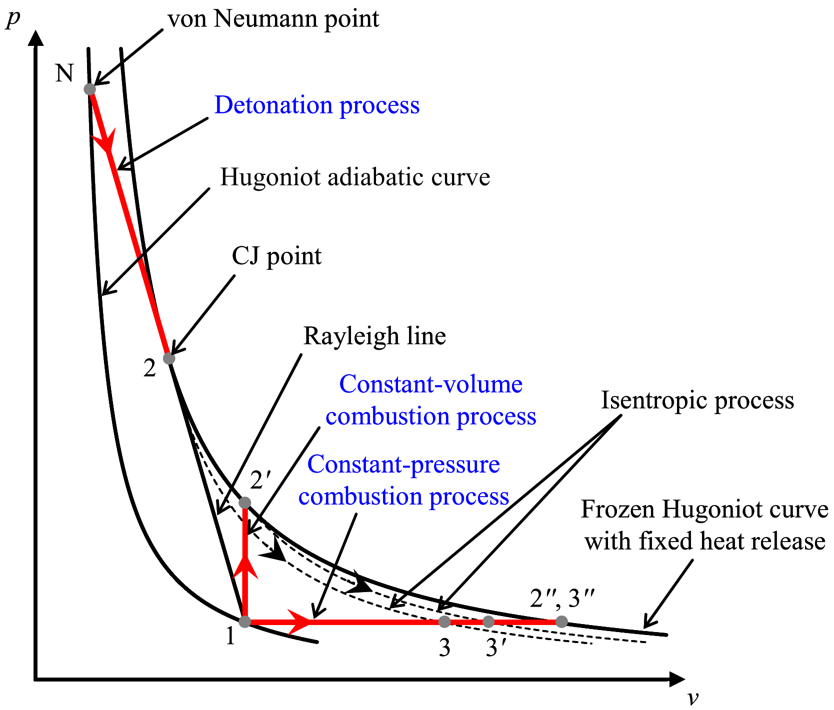


図 1.3　各サイクルの $p-v$ 線図[38)]

1.2.　湾曲した気体デトネーション波

1.2.1.　湾曲した気体デトネーション波

一般に，波面が伝播方向に向かって凸である（発散する）気体デトネーション波を正に湾曲した気体デトネーション波，波面が伝播方向に向かって凹である（収束する）気体デトネーション波を負に湾曲した気体デトネーション波という．湾曲した気体デトネーション波は，例えば図 1.4 に示すように様々な状況で見ることができる．これまでに，急拡大部における気体デトネーション波の回折 [23–27,43–47]，ブラスト波による球状あるいは円筒状の気体デトネーション波の開始 [48–56]，極超音速飛行体周りの円錐型の気体デトネーション波の安定化 [16–21]について多くの研究が行なわれてきた．これらの研究は湾曲した気体デトネーション波の伝播を直接の対象としていないが，図 1.4 に示すようにこれらの現象において正に湾曲した気体デトネーション波が頻繁に観測されている．正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度は CJ 伝播速度よりも遅くなることが，Kudo et al.[57]，Maeda et al.[16]，および Pintgen and Shepherd[44]によって実験的に示されている．この伝播速度の低下は波面の湾曲に起因する [58]．一般に，曲線あるいは曲面の湾曲の程度は曲率によって表現される．1.2.2 項で後述するが，自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係が明らかになれば，湾曲した気体デトネーション波の波面進展特性を理解することができる．しかしながら，自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験によって定量的に得ることは容易ではない．

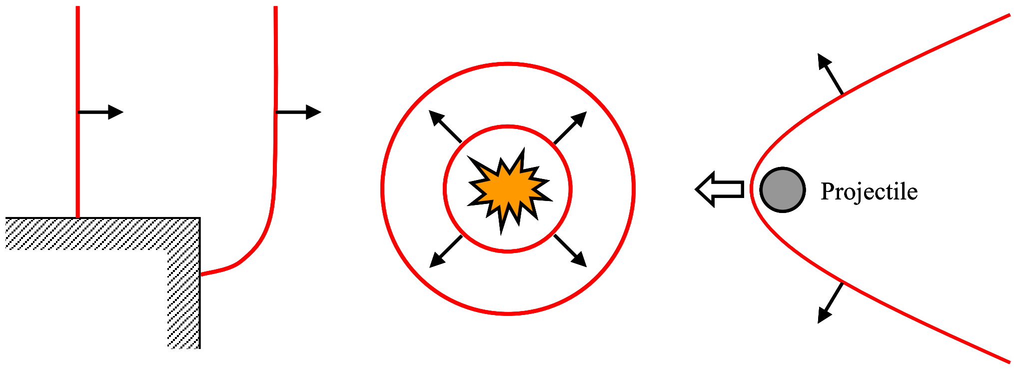
図 1.4（a）の急拡大部における気体デトネーション波の回折では，流路面積の急拡大によって生じる膨張波により，気体デトネーション波は減衰し，正に湾曲する．通常，回折した気体デトネーション波は部分的に衝撃波と反応領域が分離する．可燃性混合気の反応性が低い場合は，伝播とともに気体デトネーション波は消失するが，反応性が高い場合は再着火する．したがって，この現象において正に湾曲した気体デトネーション波は非定常的に伝播することになり，波面形状と垂直方向伝播速度が伝播とともに変化する．

図 1.4（b）のブラスト波による球状あるいは円筒状の気体デトネーション波の開始では，ブラスト波が十分に強ければ単純な波面形状が得られ [52]，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率を取得し易い．しかしながら，開始直後は強いブラスト波により正に湾曲した気体デトネーション波は前面の衝撃波が強く駆動されて過駆動状態 [59]にあり，自走性を有していない．正に湾曲した気体デトネーション波が自走を開始するときには波面の曲率は小さくなり，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度はほぼ CJ 伝播速度に等しくなってしまう．ブラスト波が弱い場合は球状あるいは円筒状の気体デトネーション波が開始しないか，開始しても波面形状が極端に歪む [52]．

図 1.4（c）の極超音速飛行体周りの円錐型の気体デトネーション波の安定化では，定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を得ることができる．しかしながら，飛行体近傍には強い衝撃波が存在するため，飛行体周りの正に湾曲した気体デトネーション波

の伝播はこの強い衝撃波の影響を受ける．

以上のように，単純な波面形状を有しつつ，直近に存在する強い衝撃波等の擾乱を受けずに定常的あるいは準定常的に自走する湾曲した気体デトネーション波（特に正に湾曲した気体デトネーション波）を実験によって得ることは難しく，その垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を定量的に精度良く取得することは困難である．



(a) 急拡大部における気体デトネーション波の回折　(b) ブラスト波による気体デトネーション波の開始　(c) 極超音速飛行体周りの気体デトネーション波

図 1.4　湾曲した気体デトネーション波の例（正に湾曲した場合）

1.2.2.　湾曲した気体デトネーション波の伝播に関する過去の研究

- **理論的研究**

湾曲したデトネーション波は可燃性混合気の気体デトネーション波と固体爆薬の凝縮相デトネーション波の両方において観測される．湾曲したデトネーション波の伝播を直接の対象とした理論的研究は主に固体爆薬の凝縮相デトネーション波において行なわれてきた．

円柱状の固体爆薬を凝縮相デトネーション波が軸方向に伝播するとき，固体爆薬の直径が小さくなるにつれて波面は軸対称に正に湾曲し，最終的に正に湾曲した凝縮相デトネーション波が CJ 伝播速度よりも低い伝播速度で定常的に爆薬内を伝播する [60,61]．この現象の発見が湾曲した凝縮相デトネーション波の伝播に関する研究の動機となった．固体爆薬を定常的に伝播する湾曲した凝縮相デトネーション波の波面形状は，高速ストリークカメラにより取得することが可能であり [60]，取得された波面形状と伝播速度から，垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を得ることができる．一般に，自走する湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度は波面の曲率のみの関数となる [62,63]．図 1.5 に固体爆薬である PBX9502（PBX は Plastic Bonded Explosive の略語）の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を示す [62]．垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は，固体爆薬の形状に関係なく唯一つ決定される．図 1.5 の結果は，湾曲した凝縮相デトネーション波の波面進展がこの関係のみによって決定されることを暗に示している．すなわち，

垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係が湾曲した凝縮相デトネーション波の波面進展を支配するため，この関係を用いて波面進展を再現することが可能である．図 1.6 に PBX9502 の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係による波面進展の再現例を示す[64]. 使用した垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は図 1.5 と同じである.

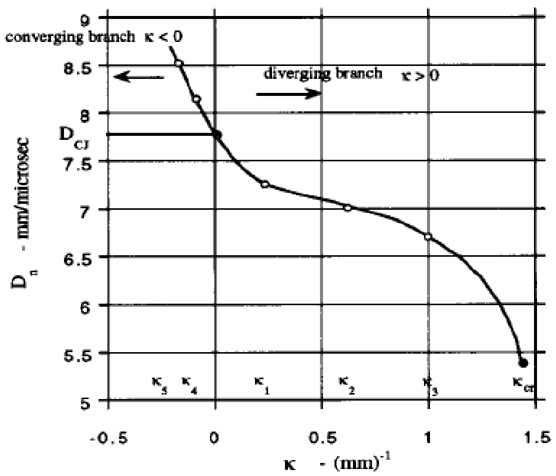


図 1.5　PBX9502 の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係[62]

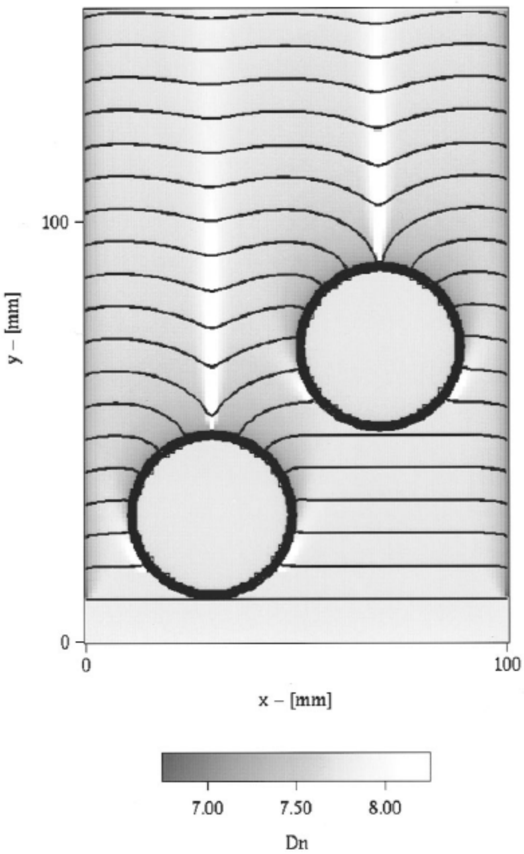


図 1.6　PBX9502 の湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係から再現された波面進展[64]．凝縮相デトネーション波が 2 つの円柱を回折して伝播する様子. 使用した垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は図 1.5 の結果と同じ.

湾曲した凝縮相デトネーション波の理論的解析は，通常は正に湾曲した凝縮相デトネーション波を対象として行なわれている．円柱状の固体爆薬における凝縮相デトネーション波の伝播速度が爆薬の直径の減少とともに低下する現象について，最初の理論的解析が Eyring et al.[65]によって行なわれた．後に Wood and Kirkwood[66]によっても理論的解析が行なわれ，この解析では正に湾曲した凝縮相デトネーション波の波面の曲率半径が反応領域の特性長さに比べて十分に大きいと仮定している．Bdzil and Stewart[67,68]は正に湾曲した凝縮相デトネーション波の構造を ZND 構造と仮定し，Wood and Kirkwood と同様に波面の曲率半径が反応領域の特性長さに比べて十分に大きいと仮定した．これらの仮定により実際には 2 次元的あるいは 3 次元的である正に湾曲した凝縮相デトネーション波の内部構造を準 1 次元的に単純化し，自走する正に湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を導出した．また，この関係が固体爆薬の特性のみによって決まることを示した．Bdzil and Stewart によって提唱されたこの概念は，Whitham によって提唱された Geometrical Shock Dynamics（GSD）[69]に因んで Detonation Shock Dynamics（DSD）[70]と呼ばれている．DSD の拡張により，現在までに湾曲した凝縮相デトネーション波について様々なモデル化が行なわれている[64,71–73]．DSD によって導かれる湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は，円柱状の固体爆薬による実験結果と定量的に比較され，固体爆薬の反応速度パラメータ等のキャリブレーションが行なわれている[74–76]. 実験結果によってキャリブレーションされた湾曲した凝縮相デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を用いることにより，湾曲した凝縮相デトネーション波の波面進展を再現することが可能であり，再現結果は実験結果と良く一致することが確認されている[70,74]．

1.1.1 項で述べたように，気体デトネーション波はセル構造を有し，横波の影響により流体力学的に不安定である．しかしながら，2 つの横波が対となって 1 つのセルを構成していることから，Menikoff et al.[77]は横波の影響は時間的・空間的に平均化されると唱えた．この考えに従えば，流体粒子が湾曲した気体デトネーション波を通過する時間スケールに比べて遥かに長い時間スケールで波面が進展し，波面のグローバルな曲率半径が平均化された反応領域の特性長さに比べて十分に大きく，横波の変動が短周期的であるのに対して波面垂直方向の変動が長周期的であり，更に横波の間隔が波面のグローバルな曲率半径よりも十分に小さければ，湾曲した気体デトネーション波のグローバルな構造および伝播は，湾曲した凝縮相デトネーション波と同様に，準定常・準 1 次元的に扱うことができると考えられる（長波長・低周波数近似）[77]．このような条件が満足されると仮定することにより，湾曲した気体デトネーション波に対しても DSD が適用されてきた．

セル構造の他に，気体デトネーション波の基本的な特徴として反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性が挙げられる．湾曲した気体デトネーション波の理論的解析も，主に正に湾曲した気体デトネーション波を対象として行なわれ，これまでに幾つかの準定常・準 1 次元モデルが提案されているが

[53,64,78−81]，気体デトネーション波の基本的な特徴を全て網羅したモデルは現在のところ存在しない．これらのモデルは，全て反応次数が 1 の単純な 1 段階反応速度則（化学反応速度の圧力（密度）依存性なし）を用いており，先に述べた気体デトネーション波の基本的な特徴が忠実にはモデル化されていないものも多く，主に正に湾曲した気体デトネーション波の安定性の定性的な解析を行なうために用いられてきた [53,77−79]．凝縮相デトネーション波の場合，固体爆薬の組成が決まれば密度も決まり，通常は初期圧力による密度の変化は極めて小さい．一方，気体デトネーション波の場合，可燃性混合気の密度は初期圧力によって変化するため，その内部構造のスケールも圧力（密度）によって変化する．したがって，自走する正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係の一般性に関する議論は，内部構造に対する圧力（密度）の影響を加味して行なわれなければならず，化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮したモデル化が必要である．比較的現実性の高いモデルとして，Yao and Stewart[80)]によって反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造が考慮されたモデルが，Sharpe[81)]によって化学平衡が考慮されたモデルがそれぞれ提案されているが, 依然として反応次数が 1 の単純な 1 段階反応速度則を用いられている．ゆえに，これらの既存のモデルから導かれる正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験結果と定性的かつ定量的に比較し，その一般性について議論するためには，これらのモデルの現実性は十分であるとは言えない．

- **実験的研究**

自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験的に取得するためには，定常的あるいは準定常的に自走する湾曲した気体デトネーション波を得る必要がある．しかしながら，1.2.1 項で述べたように，単純な波面形状を有して定常的あるいは準定常的に自走する湾曲した気体デトネーション波（特に正に湾曲した気体デトネーション波）を得ることは難しく，加えて伝播挙動の確認には非常に高速な撮影手法が必要となる．ゆえに，湾曲した気体デトネーション波の伝播を直接の対象とした実験的研究例は極めて少なく，これまでに実験的に自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を定量的に精度良く取得できた研究例はない．

Maeda et al.[16)]は様々な可燃性混合気内に極超音速の球形飛行体を打ち出し，定常的に伝播する正に湾曲した円錐型の気体デトネーション波を飛行体周りに発生させた．Maeda et al. は正に湾曲した円錐型の気体デトネーション波の垂直方向伝播速度が波面の曲率の増加により減少することを実験的に示している．しかしながら，Maeda et al.の実験では，波面の曲率の大きい領域（飛行体に近い領域）の正に湾曲した気体デトネーション波の伝播は飛行体近傍の強い衝撃波の影響を受けており，自走する正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係について定量的な評価まではできていない．

Kudo et al.[57)]は，可燃性混合気として C_2H_4+$3O_2$ を用い，内周壁面と外周壁面の曲率半径が周方向に一定の 2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の可視化実験を行なった．

2 次元湾曲流路の内周壁面上の伝播速度 $D_{\mathrm{n,i}}$ と CJ 伝播速度 D_{CJ} の比を用い，伝播形態を安定形態（$D_{\mathrm{n,i}}/D_{\mathrm{CJ}} \geq 0.8$），臨界形態（$0.6 \leq D_{\mathrm{n,i}}/D_{\mathrm{CJ}} < 0.8$），および不安定形態（$D_{\mathrm{n,i}}/D_{\mathrm{CJ}} < 0.6$）の 3 つに分類した．Kudo et al.の実験により，安定形態にある気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路をある一定の正に湾曲した形状を維持して定常的に伝播することが初めて示された．しかしながら，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は明らかにできていない．また，各伝播形態と 2 次元湾曲流路の幾何学的形状およびセル構造の関係は解明されているとは言えず，安定形態で定常的な伝播が可能となる機構も未解明である．

Thomas and Williams[82]および Edwards et al.[83]は $2C_2H_2+5O_2$ を用い，Kudo et al.[57]と同様に 2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波のセル構造を煤膜法 [59]により取得した．Thomas and Williams および Edwards et al.の実験においても，Kudo et al.の実験と同様に 2 次元湾曲流路内で正に湾曲した気体デトネーション波が発生していたものと予想される．2 次元湾曲流路の幾何学的形状および可燃性混合気の初期条件によって，2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波のセル構造が変化することが Thomas and Williams および Edwards et al.の実験により明らかにされているが，伝播速度やセル構造と伝播形態の関係は明らかにされていない．

1.2.3.　湾曲した気体デトネーション波の推進装置への応用

PDE は既存の推進装置に比べて理論熱効率が高いが，高推力を得るためには作動周波数を高くする必要がある．しかしながら，推進剤の供給等の PDE の流体制御を機械的に行なう場合，作動周波数の増加は難しい．PDE の高い理論熱効率を活かしつつ，その欠点を克服する発展型のデトネーションエンジンとして，回転デトネーションエンジン（Rotating Detonation Engine，RDE）[84–92]がある．RDE の概念図を図 1.7 に示す．環状燃焼器の前端側から推進剤が供給されることにより，前端部分に可燃性混合気の層が形成され，その層の中を気体デトネーション波が伝播する．図 1.8 に RDE の環状燃焼器内における気体デトネーション波の伝播の様子を示す．RDE の環状燃焼器内の気体デトネーション波は PDE の場合とは異なり平面的ではない．可燃性混合気の層の中を伝播する気体デトネーション波は，環状燃焼器の内周壁面における回折，可燃性混合気の層の環状燃焼器下流側の自由境界，可燃性混合気の不完全な混合，および境界層の発達の，概ね 4 つの効果の影響によって主に正に湾曲し，内周壁面に沿って自走的に伝播している．このように RDE の環状燃焼器の内部では湾曲した気体デトネーション波が連続的に伝播するため，点火およびデフラグレーションからデトネーションへの遷移は初期の 1 回のみである．また，高い作動周波数が達成できるため，高推力化が容易である．そのため，近年では各国において実験や数値計算による研究が進められている．図 1.9 に RDE の燃焼試験の様子を示す [92]．高い作動周波数で作動するため，作動の様子は既存の定圧燃焼の推進装置に似ている．様々な推進剤の組み合せで燃焼試験が行なわれているが，現時点では安定な作動条件は把握できておらず，

最大でも 20 秒程度の作動しか達成できていない[92].

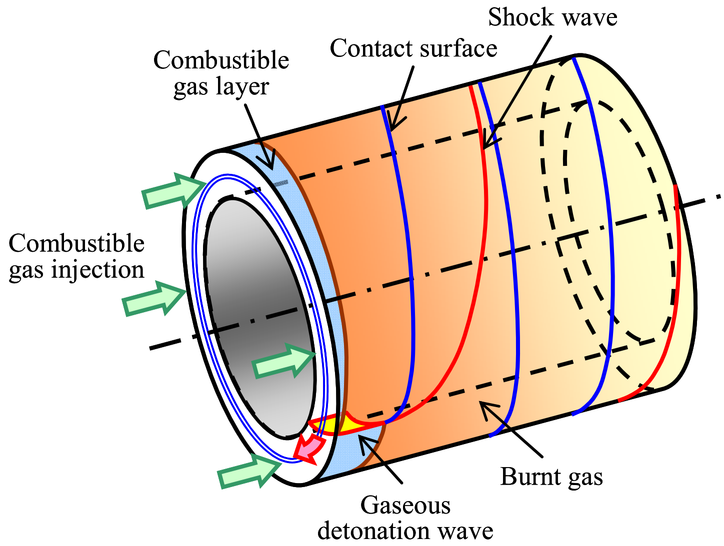


図 1.7　回転デトネーションエンジンの概念図

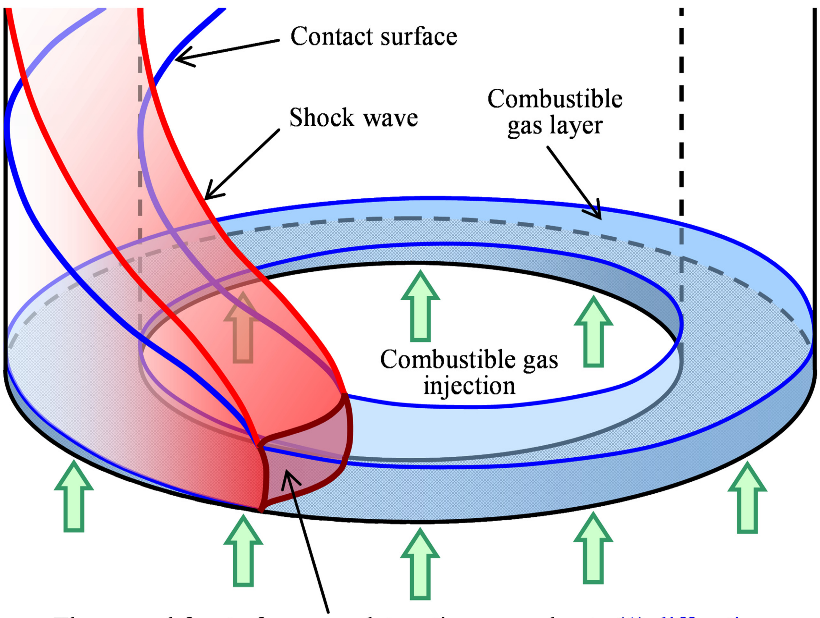


図 1.8　回転デトネーションエンジン内部における気体デトネーション波の伝播

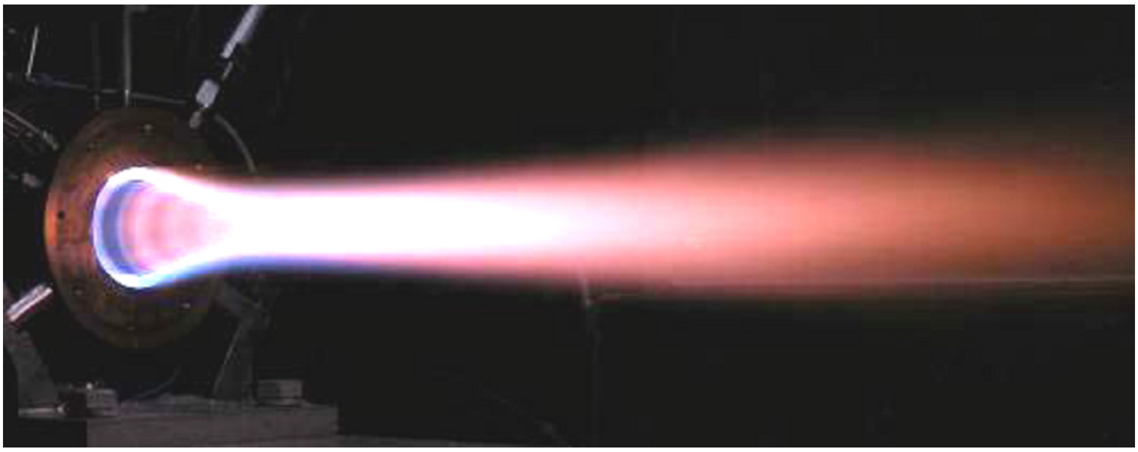


図 1.9　回転デトネーションエンジンの燃焼試験の様子 [92)]

RDE が安定に作動するためには，RDE の環状燃焼器内を正に湾曲した気体デトネーション波が安定に伝播しなければならないが，気体デトネーション波の波面が正に湾曲することにより，伝播の不安定化および自走性の喪失が生じる可能性がある．RDE の環状燃焼器内における正に湾曲した気体デトネーション波の伝播特性は，環状燃焼器の幾何学的形状，推進剤の種類や反応性（セル幅）に依存する．ゆえに，RDE の環状燃焼器内で正に湾曲した気体デトネーション波を安定に伝播させるためには，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播安定性と環状燃焼器の幾何学的形状（内周壁面および外周壁面の曲率半径，流路幅等），可燃性混合気の種類，および反応性（セル幅）との関係を明らかにする必要がある．また，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度は，波面の曲率の影響により CJ 伝播速度よりも遅い [16,44,57)]．RDE の環状燃焼器内における正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展特性を理解するためには，自走する正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を明らかにし，この関係に対する可燃性混合気の種類や反応性（セル幅）の影響についても明らかにする必要がある．すなわち，RDE の環状燃焼器内における正に湾曲した気体デトネーション波の伝播挙動をコントロールするためには，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播に関する物理現象の解明が不可欠である．

図 1.8 に示したように，RDE の環状燃焼器内を伝播する気体デトネーション波は幾つかの要因によって主に正に湾曲する．本研究では RDE の環状燃焼器の内周壁面における回折による気体デトネーション波の湾曲に注目する．RDE の環状燃焼器内において，気体デトネーション波の波面を正に湾曲させる影響として環状燃焼器の内周壁面における回折の影響のみを抽出すれば，気体デトネーション波が可燃性混合気の層の厚さと等しい深さを有する 2 次元環状流路を伝播していると見なすことができる．図 1.10 に 2 次元環状流路における気体デトネーション波の伝播の模式図を示す．定性的に，可燃性混合気の初期圧力が高いとき（すなわちセル幅が小さいとき），気体デトネーション波の波面の過渡的な変化は

緩やかで準定常的であり，最終的には気体デトネーション波の大部分は 2 次元環状流路をある一定の正に湾曲した形状を維持しながら定常的に伝播する．2 次元環状流路の内周壁面の曲率半径が大きいときも同じ傾向が見られる．このように正に湾曲した気体デトネーション波の定常的な伝播が確認されることが，2 次元環状流路における気体デトネーション波の伝播の大きな特徴であり，これまで取得が困難であった正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を，比較的容易に取得することが可能となる．可燃性混合気の初期圧力が低く（セル幅が大きく）なるか，2 次元環状流路の内周壁面の曲率半径が小さくなるにつれて，気体デトネーション波は衝撃波と反応領域が分離するようになり，その伝播は徐々に不安定化する．最終的には気体デトネーション波の消失と再着火を繰り返す非定常的な伝播に移行する．なお，図 1.10 に示した気体デトネーション波の伝播の態様の詳細については，3.5.2 項に詳細を述べる．

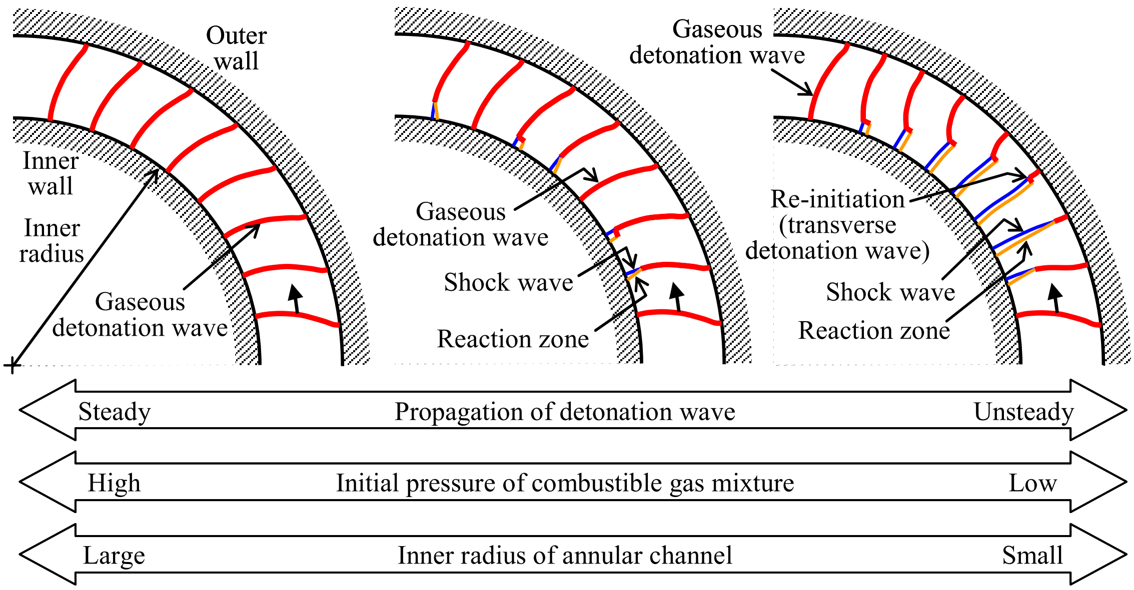


図 1.10　2 次元環状流路を伝播する気体デトネーション波

1.3.　研究の目的と論文の構成

1.3.1.　研究の目的

本研究では，図 1.10 に示した 2 次元環状流路を定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を主な対象とする．2 次元環状流路の一部を切り出した 2 次元湾曲流路を用い，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態を Kudo et al.[57]の判断基準に基づき分類し，定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の基本的な伝播特性を実験的かつ理論的に解明する．具体的には，以下の 3

つの項目に着目する．

（1）2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係および伝播機構

1.2.2 項で述べたように，Kudo et al.[57]によって 2 次元湾曲流路を定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の存在が初めて明らかにされたが，その伝播機構については未解明である．また，2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の伝播形態と 2 次元湾曲流路の幾何学的形状およびセル幅との関係についても解明されているとは言えない．一方，Thomas and Williams[82]および Edwards et al.[83]により，2 次元湾曲流路の幾何学的形状および可燃性混合気の初期条件によって，2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波のセル構造が変化することが明らかにされたが，セル構造と気体デトネーション波の伝播形態の関係は明らかにされていない．以上の事柄を実験的に明らかにするためには，気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法が求められる．

RDE を安定に作動させるためには，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播の安定性と RDE の環状燃焼器の幾何学的形状および可燃性混合気の反応性（すなわちセル幅）との関係を明らかにする必要がある．したがって，2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の伝播形態とセル構造の関係および伝播機構を明らかにすることは，RDE の作動安定化への知見となり得る．

（2）2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係およびこの関係が引き起こす伝播挙動

1.2.2 項に述べたように，自走する湾曲した凝縮相デトネーション波の場合，その波面進展は垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係によって支配されることが確認されている[62,63]．一方，自走する湾曲した気体デトネーション波においては，これまでに垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験的に精度良く取得できた研究例はない．気体デトネーション波の内部構造のスケール，すなわちセル幅は，可燃性混合気の初期圧力によって変化する．可燃性混合気の種類やセル幅が，自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係に及ぼす影響は未解明である．垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係が解明されれば，この関係が引き起こす自走する湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動を解明することも可能である．また，自走する湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係が実験的に取得できれば，その結果を理論的な解と比較することにより，理論を検証したり湾曲した気体デトネーション波の伝播機構を更に詳しく理解したりすることも可能となる．

RDE の環状燃焼器内では主に正に湾曲した気体デトネーション波が伝播するので，自走する正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係の特性を

理解することは，RDE の環状燃焼器内における気体デトネーション波の波面進展挙動を予測する上で有効な知見となり得る．

(3) 現実性を向上させた正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデル

1.2.2 項に述べたように，これまでに正に湾曲した気体デトネーション波について，ZND 構造を想定した準定常・準 1 次元モデルが幾つか提案されてきた．これらのモデルは，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅できていない．気体デトネーション波の場合，可燃性混合気の密度は初期圧力によって変化するため，その内部構造のスケールも圧力（密度）によって変化する．したがって，正に湾曲した気体デトネーション波をモデル化し，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係の一般性について議論するためには，気体デトネーション波の内部構造に対する圧力（密度）の影響を加味することが重要である．Yao and Stewart[80]のモデルでは反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造が，Sharpe[81]のモデルでは化学平衡がそれぞれ考慮されたが，依然として反応次数が 1 の単純な 1 段階反応速度則を用いられており，圧力（密度）の変化が化学反応速度に及ぼす影響は考慮されていない．したがって，これらのモデルから導かれる正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係は現実性が高いとは言えず，実験結果と定性的かつ定量的に比較することができない．ゆえに，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係について，モデルによって理論的に得られた結果と実験結果を比較した例はこれまでに存在せず，モデルが検証された例も存在しない．Yao and Stewart[80]および Sharpe[81]のモデルを組み合せ，化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮したモデルに拡張すれば，気体デトネーション波の基本的な特徴が全てモデル化されて現実性が向上することになる．これにより，モデルから導かれる正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験結果と定性的かつ定量的に比較し，モデルの検証を行なうことが可能になる．また，その関係の一般性について議論することが可能になる．

正に湾曲した気体デトネーション波のモデル化は，その内部で生じる物理現象の理解を深めることにも繋がる．正に湾曲した気体デトネーション波の物理現象への知見は，気体デトネーション波の現象全般に共通の知見となり得る．

以上の 3 つの項目に着目し，本研究では以下の目的を達成する．

(1) 気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法（Multi-frame Short-time Open-shutter Photography，MSOP）[93]を開発し，2 次元湾曲流路を伝播する正に湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係を解明し，伝播機構を明らかにする．

(2) 正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験的に取得し，この関係の特性を解明するとともに，この関係が引き起こす 2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動について明らかにする．

(3) 正に湾曲した気体デトネーション波について，気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力 (密度) 依存性を網羅して現実性を向上させた準定常・準 1 次元モデルを検討し，モデル化の結果を実験結果と比較してモデルを検証するとともに，伝播特性を理論的に明らかにする．

1.3.2. 論文の構成

第 1 章において，本研究の背景と目的を既に述べた．第 2 章では 2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係および伝播機構について述べる [93)]．第 3 章では 2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係およびこの関係が引き起こす伝播挙動について述べる [94,95)]．また，若干ではあるが，負に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係にも触れる．第 4 章では現実性を向上させた正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルについて述べる．第 5 章は結論として本研究の成果をまとめる．

第 2 章　湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係および伝播機構

2.1.　はじめに

本章では，最初に本研究で開発した気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法である Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）[93]について説明する．続いて, 2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態を分類し，セル構造と伝播形態の関係，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播機構，およびセル幅や 2 次元湾曲流路の幾何学的形状が伝播形態や伝播機構にどのように影響するかを，MSOP 画像を用いて議論する．

2.2.　Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）

2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態とセル構造の関係および伝播機構を明らかにするためには，気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する手法が必要である．そのため，本研究では Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）[93]を開発した．MSOP 画像は Short-time Open-shutter Photography（SOP）で撮影された複数の画像から構成される．図 2.1 に SOP の概念を示す．図 2.1 では，2 次元湾曲流路を右下から左上に伝播する気体デトネーション波を露光時間 t_{exp} で記録した様子が描かれている．気体デトネーション波の三重点は強く発光するため，t_{exp} を数μs 程度に限定することにより，t_{exp} の間に気体デトネーション波の波面が通過した範囲の三重点の軌跡のみが限定的に記録させる．限定的に記録された三重点の軌跡の前縁が気体デトネーション波の波面形状を与える．すなわち，限定的ではあるが SOP により気体デトネーション波の波面とセル構造が同時に可視化される．壁面から反射衝撃波が生じる場合，気体デトネーション波の既燃ガスが反射衝撃波の通過により強く発光し，露光過多が生じることがある．SOP では t_{exp} の設定により三重点の軌跡を取得する範囲を限定できるため，三重点の軌跡が露光過多の影響を受ける領域を最小限に抑えることもできる．

図 2.2 に 2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の SOP 画像の一例を示す．伝播方向は右下から左上である．2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径は 60 mm，流路幅は 20 mm, 流路深さは 1 mm, 可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$，可燃性混合気の初期圧力は 30.8 kPa, t_{exp} は 4 μs である．図 2.2 から，SOP により気体デトネーション波の三重点の軌跡が限定的に可視化されることがわかる．

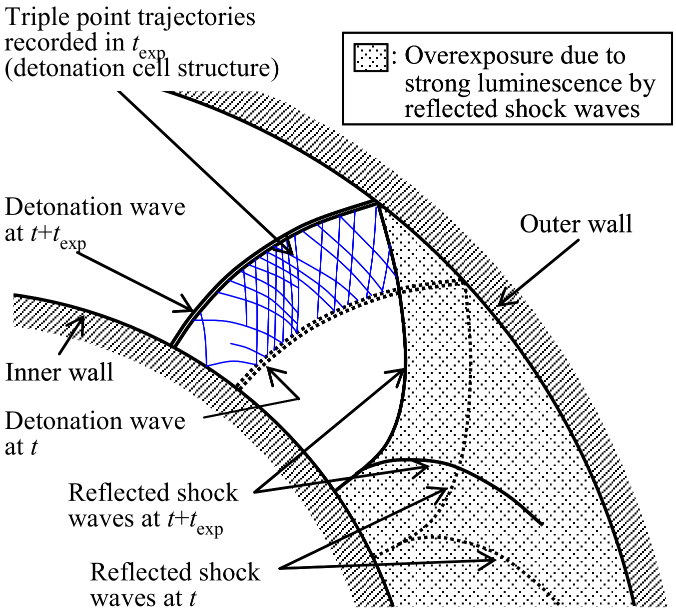


図 2.1　Short-time Open-shutter Photography（SOP）の概念図

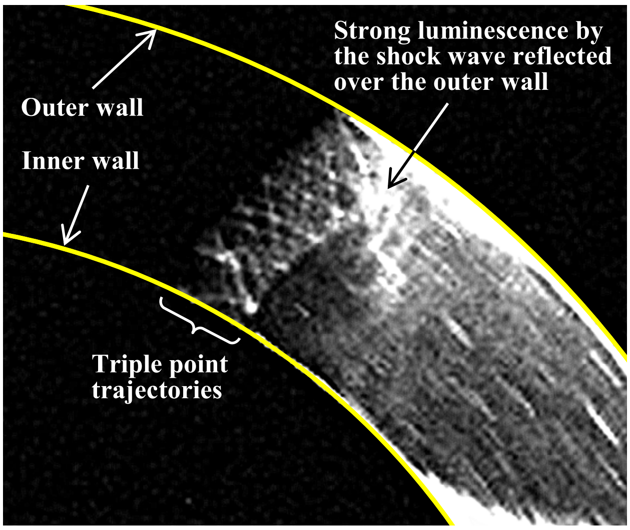


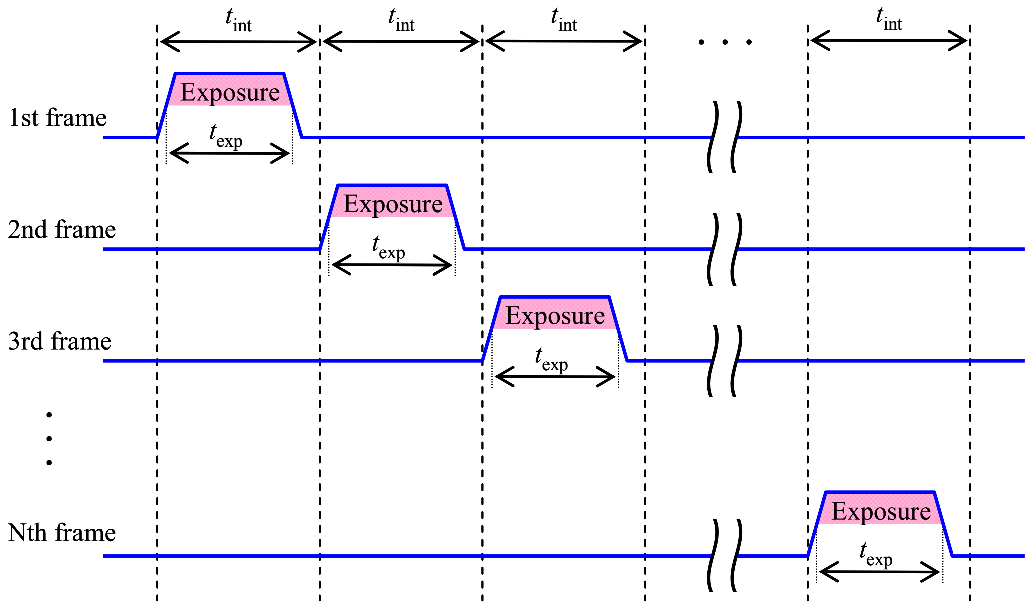
図 2.2　2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の SOP 画像.
2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径が 60 mm，流路幅が 20 mm，流路深さが 1 mm，可燃性混合気が C_2H_4+$3O_2$，可燃性混合気の初期圧力が 30.8 kPa，露光時間が 4 μs の条件で撮影.

SOP 画像は限定された時間内の気体デトネーション波の挙動しか捉えることができないため，気体デトネーション波の波面とセル構造の全体的な変化を可視化するためには，複数の SOP 画像を連続的に撮影する必要がある．複数の SOP 画像が連続的に撮影されれば，それらを重ね合わせることにより，気体デトネーション波の波面とセル構造の経時変化を 1 枚の画像で表すことができる．この手法を本研究では Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）と呼ぶ．図 2.3 に MSOP の概念を示す．図 2.3（a）に示すように，高速度ビデオカメラの各フレームにおいて SOP 画像を取得する．高速度ビデオカメラの撮影速度によってフレーム間隔 t_{int} が決まる．各フレームの t_{exp} が可能な限り t_{int} に近づくよう，電子シャッターを開放状態に設定する（各フレームで取得された画像のデータ伝送等に有限な時間を必要とするため，原理的には t_{exp} は t_{int} よりも僅かに短くなる）．このような条件で撮影することにより，複数の SOP 画像が連続的に撮影される．これらの SOP 画像を図 2.3（b）のように重ね合わせれば，1 枚の MSOP 画像を得ることができる．したがって，MSOP 画像では気体デトネーション波の波面とセル構造の経時変化を同時に確認することができる．

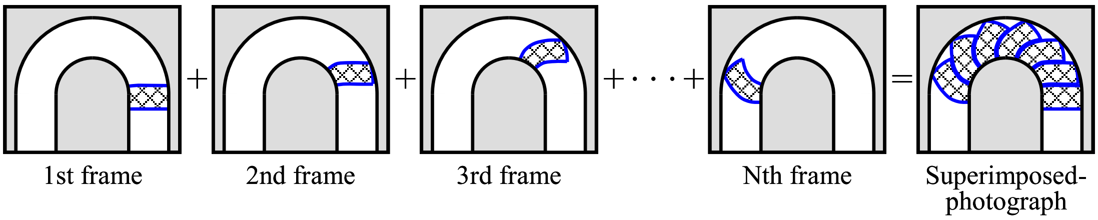
MSOP 画像を得るために複数の SOP 画像を重ね合わせる際には，ある時刻 m の SOP 画像に記録された三重点の軌跡の前縁が，次の時刻 $m+1$ の SOP 画像に記録された三重点の軌跡の後縁よりも下流の自発光領域と干渉しないようにしなければならない．したがって，SOP 画像に記録された三重点の軌跡の後縁よりも下流側の自発光領域を，予め画像編集により削除する必要がある．

流路の深さ（奥行き）がセル幅よりも大きくなると，奥行き方向に複数のセルが存在するようになる．MSOP の基本原理はシャッター開放撮影と同じであるため，このような条件では，MSOP では三重点の軌跡を 2 次元的に記録することができず，流路の深さ方向の現象が重なって記録され，MSOP 画像は不鮮明になる．したがって，MSOP により気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化するためには，流路の深さがセル幅と同等かそれよりも薄くなければならない．

図 2.4 に 2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の MSOP 画像の一例を示す．図中の矢印は気体デトネーション波の伝播方向を示す．2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径は 20 mm，流路幅は 20 mm，流路深さは 1 mm，可燃性混合気は C_2H_4+3O_2，可燃性混合気の初期圧力は 60.3 kPa，t_{exp} は 4 μs である．図 2.4 から，MSOP により気体デトネーション波の波面とセル構造が同時に可視化され，MSOP 画像によって気体デトネーション波の波面とセル構造の経時変化が同時に確認できることがわかる．



(a) 高速度ビデオカメラによる SOP 画像の連続撮影



(b) SOP 画像の重ね合わせによる MSOP 画像の形成

図 2.3　Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）の概念図

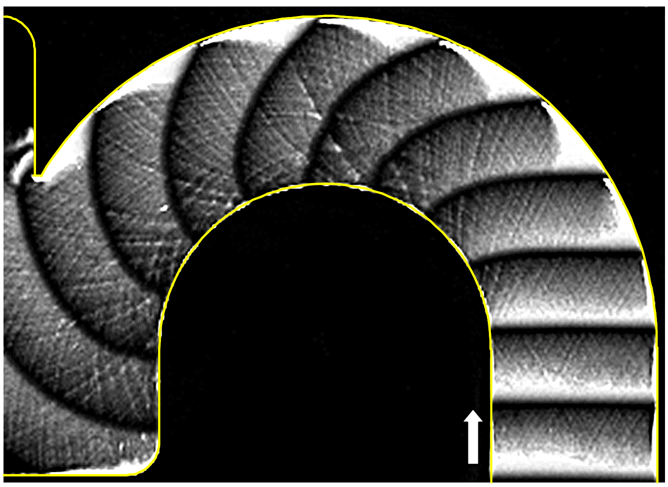


図 2.4　2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の MSOP 画像.
2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径が 20 mm，流路幅が 20 mm，流路深さが 1 mm，可燃性混合気が $C_2H_4+3O_2$，可燃性混合気の初期圧力が 60.3 kPa，露光時間が 4 μs の条件で撮影.

2.3.　実験装置および実験条件

図 2.5 に実験装置の概要を示す．実験装置は主に観測チャンバー，ダンプタンク，および光学系から構成されている．光学系はシュリーレン撮影およびシャドウグラフ撮影を行なう実験（第 3 章の正に湾曲した気体デトネーション波の実験）に使用する．MSOP を行なう実験（本章の実験）や直接撮影を行なう実験（第 3 章の負に湾曲した気体デトネーション波の実験）には光学系は使用しない．

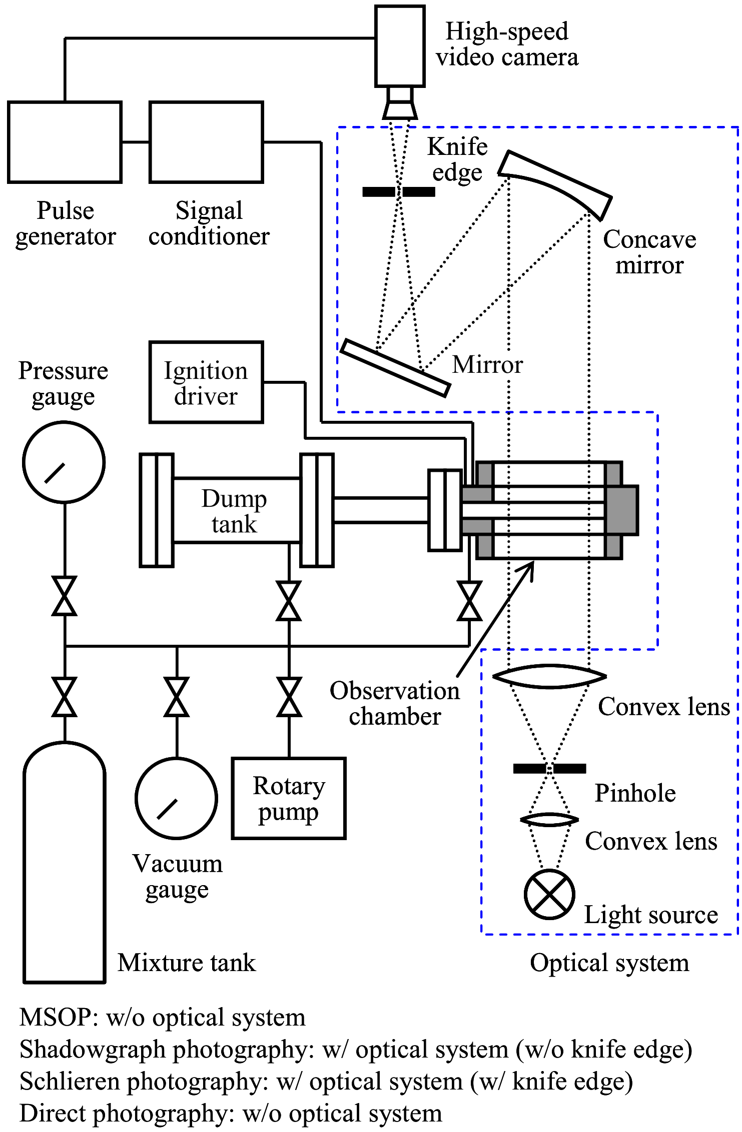
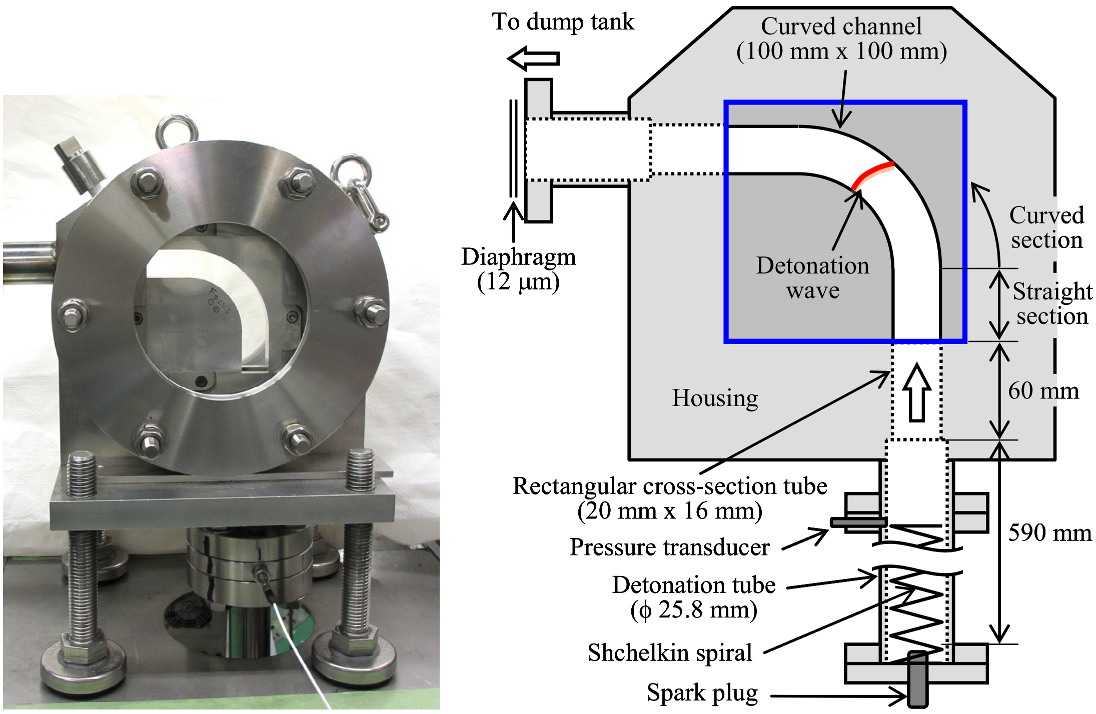


図 2.5　実験装置の概要図

図 2.6 に観測チャンバーの概要図を示す．観測チャンバーは内径 25.8 mm のデトネーション管，20 mm x 16 mm の断面形状である矩形管，および 100 mm x 100 mm の 2 次元湾曲流路（可視化領域）から成る．観測チャンバーとダンプタンクの間には隔膜（厚さ 12 μm のマイラー膜）が取り付けられている．観測チャンバーとダンプタンクを真空引きした後，可燃性混合気を観測チャンバー内に充填する．デトネーション管の閉管端にある点火プラグにより可燃性混合気は点火され，デトネーション管内にあるシェルキンスパイラル部でデフラグレーションからデトネーションに遷移する．発生した気体デトネーション波は矩形管内を平面 CJ デトネーション波として伝播し，2 次元湾曲流路に入射する．気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路を伝播する様子は観測窓（厚さ 40 mm の石英ガラス）および観測窓を高温の既燃ガスから保護するための透明プレート（厚さ 10 mm のアクリル板）を介し，高速度ビデオカメラにより撮影する．気体デトネーション波の発生はデトネーション管に取り付けられた圧力変換器により検知する．圧力変換器の出力信号は高速度ビデオカメラに送られ，トリガー信号として使用される．観測チャンバー内に発生した高温・高圧の既燃ガスは最終的にダンプタンクにより回収される．



(a) 観測チャンバーの写真　　(b) 観測チャンバーの構造

図 2.6　観測チャンバーの概要図

図 2.7 に使用した 2 次元湾曲流路の幾何学的形状を示す．2 次元湾曲流路は直線部と曲部から成り，曲部では内周壁面の曲率半径 r_i と外周壁面の曲率半径 r_o は周方向に一定である．使用した 2 次元湾曲流路は 5 種類であり，r_i は 5 mm，10 mm，20 mm，40 mm，および 60 mm である．流路幅は全て 20 mm であり，MSOP により三重点の軌跡を鮮明に記録できるよう，深さ（奥行き）は 1 mm である．

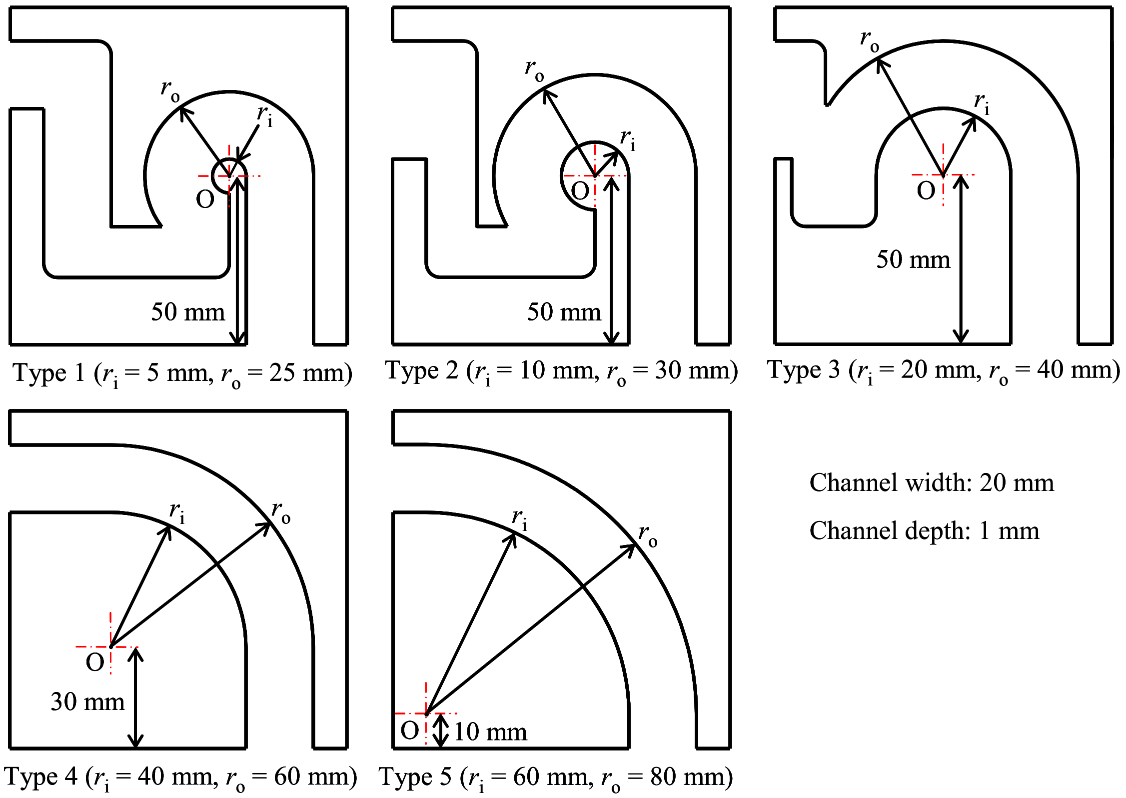


図 2.7　2 次元湾曲流路の幾何学的形状

表 2.1 に実験条件を示す．ここで，p_- は可燃性混合気の初期圧力，T_- は可燃性混合気の初期温度，λ は平面 CJ デトネーション波のセル幅，D_{CJ} は平面 CJ デトネーション波の伝播速度である．使用した可燃性混合気は C_2H_4+3O_2，T_- は室温であり，真空引きされた観測チャンバー内に所定の p_- に充填される．p_- を変化させることにより λ を変化させており，λ は付録 A の式（A.1）を用いて p_- から換算して求めた．本実験では，D_{CJ} は理論的に得られた平面 CJ デトネーション波の伝播速度ではなく，2 次元湾曲流路の直線部を自走的に伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（測定値）として定義した．したがって，D_{CJ} には境界層の発達による伝播速度の損失が含まれる．2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波を撮影するための高速度ビデオカメラとして，Shimadzu HPV-2 を用いた．フレーム間隔は 4 µs/frame，可視化方法は MSOP であり，高速度ビデオカメラの電子シャッターは開放状態である．画像の解像度は 312 x 260 であり，空間分解能は約 0.3 mm である．

表 2.1　実験条件

Gas mixture	p_{-} [kPa]	T_{-} [K]	λ [mm]	D_{CJ} [m/s]
$C_2H_4+3O_2$	20.3 ~ 80.6	298 ± 1	0.51 ~ 2.42	2121 ~ 2316

2.4.　伝播形態の分類方法

2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態を，2 次元湾曲流路の内周壁面上における気体デトネーション波の伝播速度の大きさにより分類する．図 2.8 に示すように，2 次元湾曲流路に極座標系を当てはめ，2 次元湾曲流路の内周壁面および外周壁面の曲率半径の中心を原点，直線部と曲部の境界を始線と定義する．また，始線から内周壁面上における気体デトネーション波の波面まで角度を θ_{i}，直線部を自走的に伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度を D_{CJ}，湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度を D_{n}，内周壁面上における垂直方向伝播速度を $D_{n,i}$ と定義する．内周壁面上における波面の回転角速度を ω_{i} とすれば，$D_{n,i}=r_{i}\omega_{i}$ の関係が成り立つ．したがって，高速度ビデオカメラの画像から ω_{i} を算出すれば，$D_{n,i}$ が得られる．伝播形態の分類は $D_{n,i}/D_{CJ}$ を用いて Kudo et al.[57]の判断基準に基づき行なう．伝播形態の分類の判断基準は以下のとおりである．

（1） 安定形態（stable mode）： 常に $D_{n,i}/D_{CJ}\geq 0.8$ を満足

（2） 臨界形態（critical mode）： $D_{n,i}/D_{CJ}\geq 0.8$ を満足しないが，常に $D_{n,i}/D_{CJ}\geq 0.6$ を満足

（3） 不安定形態（unstable mode）： 一度でも $D_{n,i}/D_{CJ}<0.6$

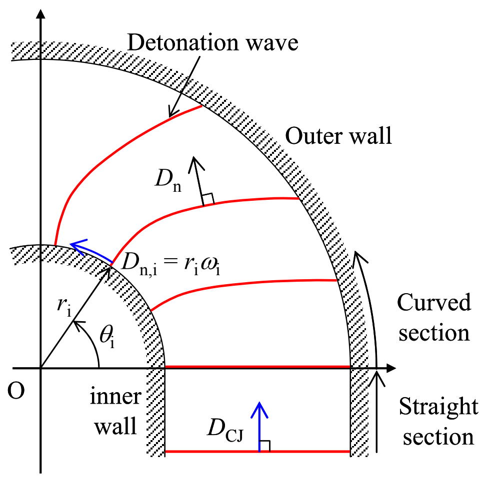


図 2.8　2 次元湾曲流路および気体デトネーション波の伝播の極座標系における幾何学的関係

2.5. 実験結果および考察

2.5.1. 入射する気体デトネーション波の状態

2 次元湾曲流路の直線部を伝播する気体デトネーション波の波面形状を高速度ビデオカメラの画像から特定し，直線部を伝播する気体デトネーション波の波面が平面的であることを確認した．図 2.9 に 2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（すなわち D_{CJ}）を測定した結果を示す．図中のシンボルは測定値を，赤い実線は NASA の平衡計算ソフトである CEA[96)]により計算した理論値を表す．エラーバーは高速度ビデオカメラの空間分解能に起因する系統的誤差の典型的な大きさを表す．以降の図に現れるエラーバーは全て同じ定義である．D_{CJ} の測定値は全ての条件において理論値よりも低い．両者の差は p_- が低下するほど大きくなり，最大で 5%強に達する．2 次元湾曲流路の深さ（奥行き）は 1 mm と極めて薄いため，境界層の発達による運動量損失が顕著になり，気体デトネーション波の伝播速度に損失が発生したと考えられる．したがって，本実験で得られた結果から 2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播に対して定量的な考察を行なうことは難しいため，本章における考察は定性的なものに留めることとする．一方，付録 A の図 A.1 における Nakayama et al.の λ の測定結果[93)]は本実験によって得られたものであるが，この結果は他の先行研究の結果に対して矛盾しない．すなわち，本研究の条件では, 境界層の発達による運動量損失は λ に対しては然程影響を与えていないと判断できる．したがって，λ を付録 A の式（A.1）を用いて p_- から換算して求めることについて，特に問題はないと考えられる．

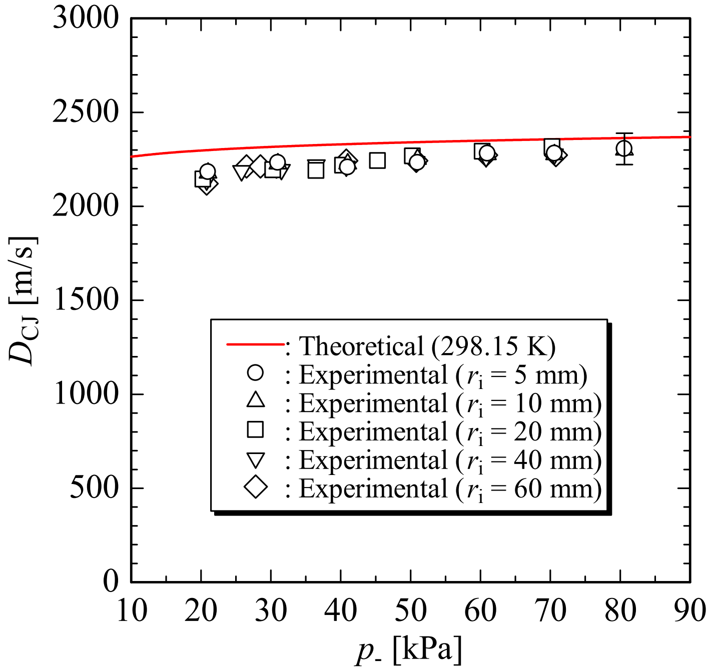


図 2.9　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度

2.5.2.　伝播形態と伝播速度特性

図 2.10 に伝播形態に対する r_{i} と λ の関係を示す．図中のシンボルは実験により確認された伝播形態を表す．λ が一定であれば，r_{i} が大きいほど 2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播は安定化する．一方，r_{i} が一定であれば，λ が小さいほど伝播は安定化する．

図 2.10 において，安定形態と臨界形態および臨界形態と不安定形態は，$r_{\mathrm{i}}/\lambda = const.$ の直線によって区切ることができるように見受けられる．したがって，$r_{\mathrm{i}}/\lambda = const.$ の直線によって区切ることができる，安定領域，遷移領域および不安定領域の 3 つの領域を定義した．ある $r_{\mathrm{i}}/\lambda = const.$ の直線に対して，この直線よりも上側の伝播形態が常に安定形態である場合，この直線よりも上側の領域を安定領域と定義し，この直線を安定領域の下限と定義する．同様に，ある $r_{\mathrm{i}}/\lambda = const.$ の直線に対して，この直線よりも上側の伝播形態に不安定形態が一切見られなくなる場合，この直線よりも下側の領域を不安定領域と定義し，この直線を不安定領域の上限と定義する．そして，不安定領域と安定領域の間を遷移領域と定義する．なお，$r_{\mathrm{i}}/\lambda = const.$ の直線を決定するにあたり r_{i}/λ の値を 1 ずつ変化させた．安定領域の下限は $r_{\mathrm{i}}/\lambda = 32$ であり，不安定領域の上限は $r_{\mathrm{i}}/\lambda = 21$ であった．したがって，本実験の条件では，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態は $21 \le r_{\mathrm{i}}/\lambda \le 32$ の間で不安定形態から安定形態に遷移するものと考えられる．

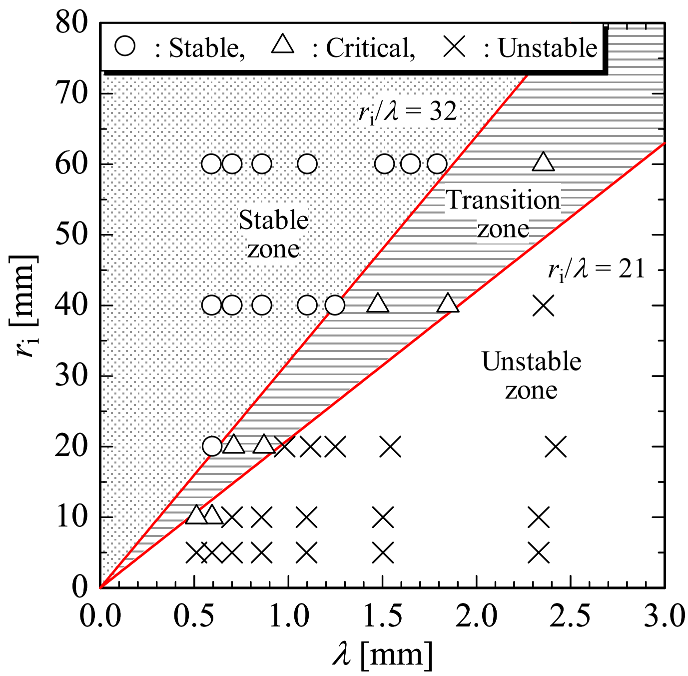


図 2.10　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径と
セル幅の関係

図 2.11 に各伝播形態に対する $D_{n,i}$ の変化の一例を示す．r_i が 40 mm の条件において取得した結果であり，$D_{n,i}$ は D_{CJ} で割って無次元化されている．安定形態の場合，$D_{n,i}/D_{CJ}$ の変動幅は小さく，気体デトネーション波の伝播はほぼ定常的である．一方，不安定形態の場合，$D_{n,i}/D_{CJ}$ の変動幅は大きく，気体デトネーション波の伝播は非定常的である．臨界形態における $D_{n,i}/D_{CJ}$ の挙動は，多少の変動を伴っており，安定形態と不安定形態の中間に位置しているように見受けられる．

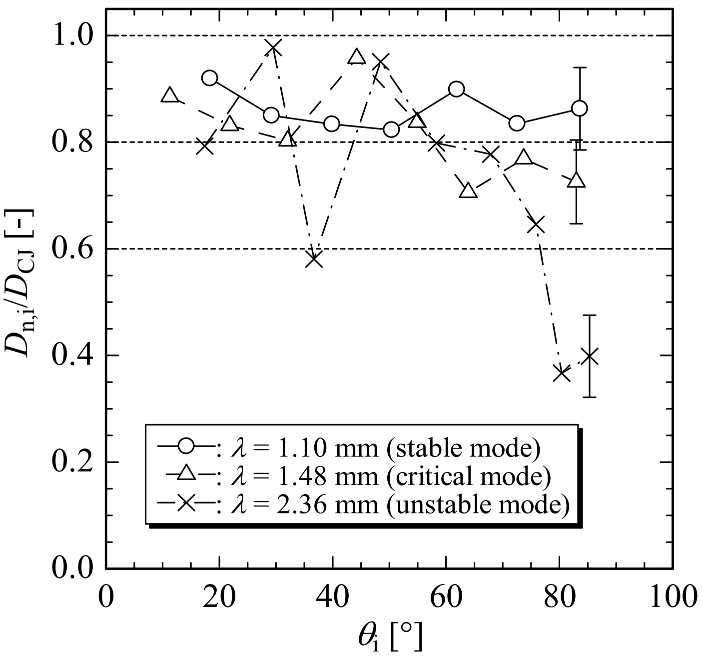


図 2.11　各伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面上における気体デトネーション波の垂直方向伝播速度の変化（$r_i = 40$ mm）

2.5.3.　セル構造と伝播形態の関係および伝播機構

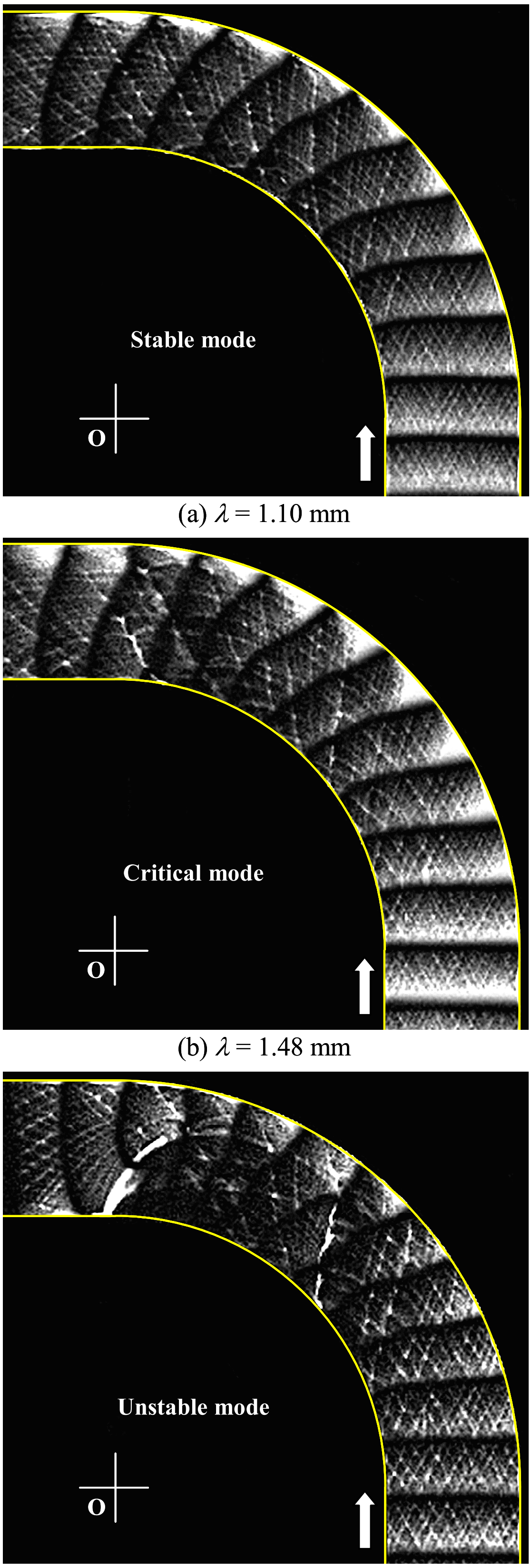
図 2.12 に異なる λ で取得した各伝播形態の MSOP 画像の一例を示す．図 2.12（a）は安定形態，図 2.12（b）は臨界形態，図 2.12（c）は不安定形態に対応し，これらの条件は図 2.11 の条件に対応しており，r_i は 40 mm である．図中の矢印は平面の気体デトネーション波の入射方向を示す．全ての条件において，2 次元湾曲流路の曲部に平面の気体デトネーション波が入射した直後から，内周壁面からの膨張波の影響によって内周壁面の近傍のセルが拡大する様子がわかる．

図 2.12（a）の安定形態の場合，拡大したセルから新たなセルが円滑に生成され，セル構造が維持されている．その結果として，気体デトネーション波は最終的にある一定の正に湾曲した形状をとり，滑らかな波面を維持した定常的な伝播に至っているように見受けられる．このような機構により，図 2.11 の安定形態において $D_{n,i}/D_{CJ}$ の変動幅が小さくなったものと考えられる．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は，ある一定の湾曲形状を維持して回転するように定常的に伝播しているように見えるが，常に内周壁面からの膨張波の影響を受けているため，実際には波面垂直方向の経路に沿って常に膨張しながら伝播するはずである．したがって，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の伝播機構は，発散（膨張）する円筒状の気体デトネーション波の伝播機構と基本的に同じであると考えられる．発散（膨張）する円筒状の気体デトネーション波において，concave front focusing，kinked front evolution および wrinkled front evolution という 3 つの機構によって，拡大したセルから新たなセルが生成すると言われている [97]．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波においても，これらと同様な機構によって拡大したセルから新たなセルが生成されているものと考えられる．

図 2.12（b）の臨界形態の場合，新たなセルを生成する能力が低下し，2 次元湾曲流路の内周壁面の近傍のセルは安定形態の場合よりも拡大している．そのため，気体デトネーション波の波面の湾曲形状が常に変動し，若干非定常的な伝播となる．そのため，図 2.11 の臨界形態において，$D_{\mathrm{n,i}}/D_{\mathrm{CJ}}$ の変動が安定形態の場合よりも大きくなったものと考えられる．

図 2.12（c）の不安定形態の場合，2 次元湾曲流路の内周壁面の近傍ではセルが過度に拡大し，セル構造の崩壊が見られる．その後，2 次元湾曲流路の曲部の出口付近で外周壁面付近から再着火が起こり，セル構造が再び現れている．そのため，不安定形態では気体デトネーション波は非定常的に伝播する．図 2.11 の不安定形態において $D_{\mathrm{n,i}}/D_{\mathrm{CJ}}$ が一時的に 0.4 を下回っているが，セル構造の崩壊がその原因であると考えられる．

以上より，平面の気体デトネーション波と同様に，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の伝播に対してもセル構造の維持が必要である．正に湾曲した気体デトネーション波の伝播が定常的あるいは準定常的になるためには，拡大したセルからの新たなセルの円滑な生成が重要な役割を担っているものと考えられる．



(a) $\lambda = 1.10$ mm

(b) $\lambda = 1.48$ mm

(c) $\lambda = 2.36$ mm

図 2.12　異なる λ で取得した各伝播形態の MSOP 画像（$r_i = 40$ mm）

2.5.4.　内周壁面における横波の反射と伝播形態の関係

図 2.13 に異なる r_i で取得した各伝播形態の MSOP 画像の一例を示す．λ が約 1.50 mm の条件において取得した結果である．図 2.13（a）は安定形態，図 2.13（b）は臨界形態，図 2.13（c）~ 図 2.13（e）は不安定形態に対応する．図中の矢印は平面の気体デトネーション波の入射方向を示す．図 2.13（a）の安定形態では， 2 次元湾曲流路の内周壁面へ向かう三重点の軌跡は，内周壁面に衝突した後，内周壁面から離れる方向に向かう．これは，内周壁面において横波の反射が生じていることを意味している．同様に，図 2.13（b）の臨界形態でも 2 次元湾曲流路の内周壁面において横波の反射が生じている．一方，図 2.13（c）~ 図 2.13（e）の不安定形態では，平面の気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路の曲部へ入射した直後は横波が内周壁面で反射できるが，それ以降は反射することができない．すなわち，波面に乗った系から見ると，横波が内周壁面に向かう速度よりも内周壁面が離れる速度の方が大きくなっている．したがって，λ が一定であれば，r_i が大きいほど内周壁面で横波は反射し易いことがわかる．図 2.13（c）~ 図 2.13（e）より，横波が内周壁面で反射できない領域では，新たなセルが生成される前にセル構造が完全に失われてしまっている様子が確認できる．

以上の結果から，2 次元湾曲流路の内周壁面における横波の反射は，セル構造の維持において重要な役割を担っており，気体デトネーション波の伝播の安定性に関係する現象であると考えられる．2 次元湾曲流路の内周壁面における横波の反射が安定形態や臨界形態で確認されていることから，2 次元湾曲流路において気体デトネーション波の伝播が安定化されるためには，このような横波の反射が不可欠であると考えられる．2 次元湾曲流路の内周壁面における横波の反射は，図 1.2 における横波同士の衝突に相当する．したがって，内周壁面における横波の反射によって微小爆発が起こり，これによりセル構造が維持されるとともに，気体デトネーション波が前方へ駆動されることにより，伝播が安定化され易くなるものと考えられる．

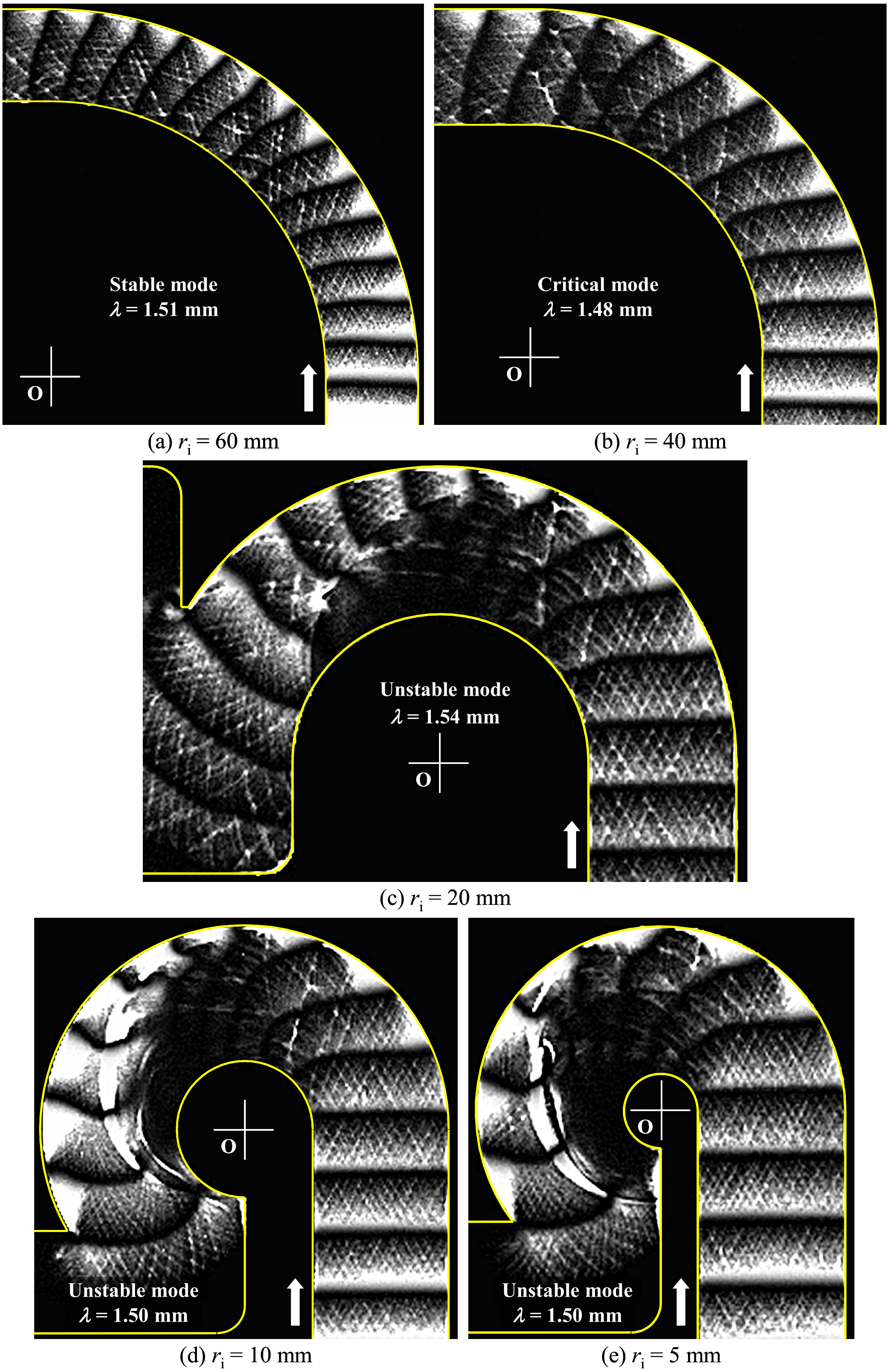


図 2.13　異なる r_i で取得した各伝播形態の MSOP 画像（$\lambda \approx 1.50$ mm）

2.6. まとめ

気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法として，Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）を開発した．MSOP 画像を用い，2 次元湾曲流路（流路幅を一定に固定）を伝播する気体デトネーション波の伝播形態とセル構造について確認した．r_i が大きく，λ が小さいほど，気体デトネーション波の伝播は安定する．平面の気体デトネーション波と同様に，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播においてもセル構造の維持が必要である．2 次元湾曲流路を気体デトネーション波が伝播するとき，内周壁面からの膨張波の影響によって，内周壁面の近傍のセルが拡大する．伝播が安定形態の場合，拡大したセルから新たなセルが円滑に生成されることによりセル構造が維持され，その結果として，気体デトネーション波は最終的にある一定の正に湾曲した形状をとり，滑らかな波面を維持しながら定常的に伝播する．一方，伝播が不安定形態の場合，内周壁面の近傍でセルが過度に拡大し，セル構造の崩壊が見られる．そのため，この伝播形態の気体デトネーション波は非定常的に伝播する．内周壁面における横波の反射は，セル構造の維持において重要な役割を担っており，気体デトネーション波の伝播の安定性に関係する現象である．安定形態および臨界形態において内周壁面における横波の反射が確認されていることから，2 次元湾曲流路において気体デトネーション波の伝播が安定化されるためには，このような横波の反射が不可欠であると考えられる．

第 3 章　湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係およびこの関係が引き起こす伝播挙動

3.1.　はじめに

本研究では，固体爆薬の湾曲した凝縮相デトネーション波と同様に，湾曲した気体デトネーション波でも垂直方向伝播速度が波面の曲率の関数になると想定し，湾曲した気体デトネーション波の基本的な伝播特性を実験的かつ理論的に解明する．したがって，本章では湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係に着目する．

第 2 章では MSOP によって気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化するため，2 次元湾曲流路の深さ（奥行き）を 1 mm まで薄くした．そのため，境界層の発達による運動量損失が顕著になり，気体デトネーション波の伝播速度に損失が生じた．したがって，MSOP の可視化結果からは，λ が 1 mm よりも十分に小さい条件を除き，湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を正しく評価することができない．ゆえに，本章の実験では，運動量損失による気体デトネーション波の伝播速度の損失を避けるため，新たに深さ（奥行き）を変更した 2 次元湾曲流路を用いている．

本章では 2 次元湾曲流路を定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を対象とする．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は，最終的にある一定の湾曲形状を維持しながら 2 次元湾曲流路を定常的に伝播する．この特徴を利用し，複数の可燃性混合気に対して，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を取得する．この関係に対して可燃性混合気の種類や λ が及ぼす影響を明らかにし，この関係が引き起こす正に湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動について議論する．また，本研究の対象は正に湾曲した気体デトネーション波であるが，一部の条件（r_o と λ の両方あるいはどちらか一方が大きい条件）においては 2 次元湾曲流路の曲部入口付近の外周壁面近傍では負に湾曲した気体デトネーション波が生じることがあるので，本章では負に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係や伝播挙動についても，若干ではあるが述べることとする．

3.2.　実験装置および実験条件

- **正に湾曲した気体デトネーション波の実験**

正に湾曲した気体デトネーション波に関する実験では，図 2.5 および図 2.6 と同じ実験装置のセットアップや観測チャンバーを使用した．同じく，図 2.7 と同じ幾何学的形状の 2 次元湾曲流路を使用した．ただし，境界層の発達による運動量損失によって気体デトネーシ

ョン波の伝播速度に損失が生じないよう，深さ（奥行き）を 1 mm から 16 mm に変更した．

表 3.1 に実験条件を示す．使用した可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$，$2H_2$+O_2 および $2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar の 3 種類であり，第 2 章の実験と同様に T_{-} は室温であり，真空引きされた観測チャンバー内に所定の p_{-} に充填される．p_{-} を変化させることにより λ を変化させており，λ は付録 A の式（A.1）～ 式（A.3）を用いて p_{-} から換算して求めた．本実験では，D_{CJ} は理論的に得られた平面 CJ デトネーション波の伝播速度ではなく，2 次元湾曲流路の直線部を自走的に伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（測定値）として定義した．第 2 章の実験と同様に，2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波を撮影するための高速度ビデオカメラとして，Shimadzu HPV-2 を用いた．フレーム間隔は 2 μs/frame，可視化方法は C_2H_4+$3O_2$ および $2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar の場合はシャドウグラフ法，$2H_2$+O_2 の場合はシュリーレン法であり，露光時間は 250 ns である．画像の解像度は 312 x 260 であり，空間分解能は約 0.3 mm である．

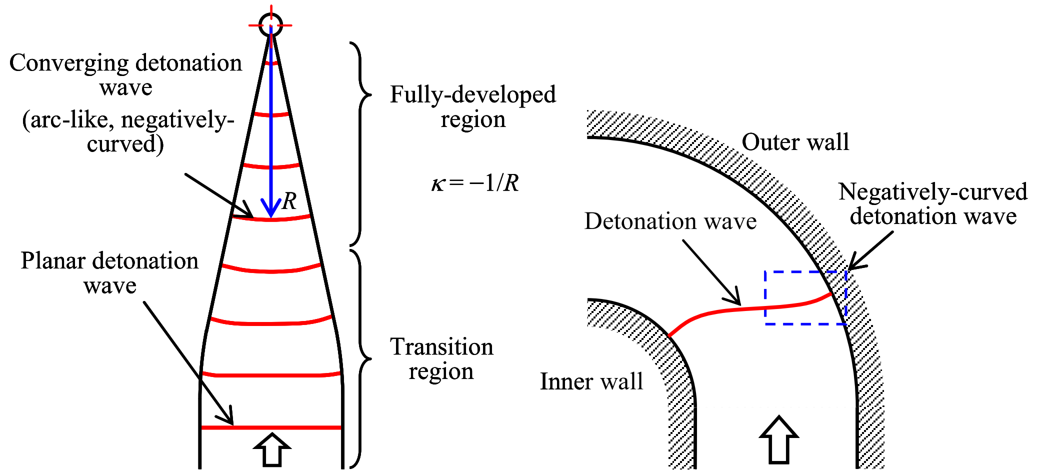
表 3.1　実験条件（正に湾曲した気体デトネーション波の実験）

Gas mixture	p_{-} [kPa]	T_{-} [K]	λ [mm]	D_{CJ} [m/s]
C_2H_4+$3O_2$	20.4 ~ 100.9	298 ± 6	0.40 ~ 2.41	2212 ~ 2387
$2H_2$+O_2	30.0 ~ 190.1	296 ± 2	0.73 ~ 4.82	2680 ~ 2932
$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar	15.0 ~ 150.1	294 ± 2	0.23 ~ 3.00	1847 ~ 2033

- **負に湾曲した気体デトネーション波の実験**

負に湾曲した気体デトネーション波に関する実験でも，図 2.5 および図 2.6 と同じ実験装置のセットアップや観測チャンバーを使用した．この実験では 2 次元収束流路と 2 次元湾曲流路の 2 種類の流路を使用し，負に湾曲した気体デトネーション波の伝播挙動を確認した．図 3.1 に 2 次元収束流路および 2 次元湾曲流路で発達する負に湾曲した気体デトネーション波の様子を示す．2 次元収束流路に入射した平面の気体デトネーション波は，直線部を通過した後，湾曲した壁面によって滑らかに楔形の流路に導かれ，最終的には円弧状収束デトネーション波（円筒状収束デトネーション波の一部を切り出したもの）に発達する．十分に発達した円弧状収束デトネーション波では，波面の進展は安定的であり，波面の垂直方向伝播速度と曲率は流路の収束点からの距離およびその時間履歴を用いて容易に決定することができる．一方，平面の気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路の曲部に入射すると，入射直後（曲部入口付近）は外周壁面の収束効果が弱いため気体デトネーション波は外周壁面で反射せず，外周壁面の近傍では負に湾曲した気体デトネーション波が発生する．図 3.2 に使用した 2 次元収束流路の幾何学的形状を示す．流路入口の直線部の幅は 20 mm，流路の深さ（奥行き）は 16 mm であり，曲率半径が 50 mm の湾曲壁面によって 24°で収束する楔形の流路に滑らかに接続されている．一方，使用した 2 次元湾曲流路の幾何学的形状は図 2.7 と同じである．ただし，境界層の発達による運動量損失によって気体デトネーシ

ョン波の伝播速度に損失が生じないよう，深さ（奥行き）を 1 mm から 16 mm に変更した．



(a) 2次元収束流路における負に湾曲した気体デトネーション波の発達　(b) 2次元湾曲流路における負に湾曲した気体デトネーション波の発達

図 3.1　2 次元収束流路および 2 次元湾曲流路で発達する負に湾曲した気体デトネーション波

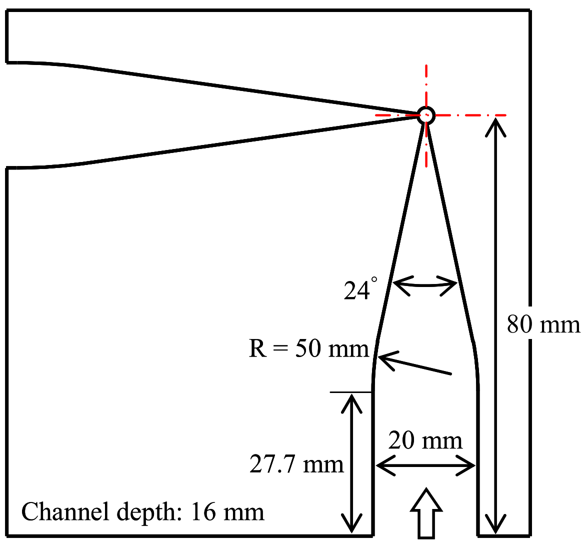


図 3.2　2 次元収束流路の幾何学的形状

表 3.2 に実験条件を示す．使用した可燃性混合気は $2C_2H_2+5O_2+7Ar$ であり，第 2 章の実験と同様に T_- は室温であり，真空引きされた観測チャンバー内に所定の p_- に充填される．p_- を変化させることにより λ を約 1 mm の間隔の 4 段階で変化させており，λ は付録 A の式（A.3）を用いて p_- から換算して求めた．本実験では，D_{CJ} は理論的に得られた平面 CJ デトネーション波の伝播速度ではなく，2 次元湾曲流路の直線部を自走的に伝播する平面の

気体デトネーション波の伝播速度（測定値）として定義した．第 2 章の実験と同様に，2 次元収束流路および 2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波を撮影するための高速度ビデオカメラとして，Shimadzu HPV-2 を用いた．フレーム間隔は 1 μs/frame，可視化方法は直接撮影法であり，露光時間は 250 ns である．画像の解像度は 312 x 260 であり，空間分解能は約 0.1 mm である．

表 3.2　実験条件（負に湾曲した気体デトネーション波の実験）

Gas mixture	p_- [kPa]	T_- [K]	λ [mm]	D_{CJ} [m/s]
$2C_2H_2+5O_2+7Ar$	11.5 ~ 39.9	297 ± 1	1.00 ~ 4.04	1828 ~ 1977

3.3.　安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の波面形状

基本的に，本章では 2 次元湾曲流路を定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を対象としているので，その伝播は図 3.3 に示すように極座標系において定義すると扱い易い．図 3.3 において，2 次元湾曲流路の内周壁面および外周壁面の曲率半径の中心を原点，直線部と曲部の境界を始線と定義する．原点からの距離を r，始線とある方向のなす角度を θ とする．

2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波について考える．もし，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が，ある一定の湾曲形状を維持しながら定常的に伝播するならば，その湾曲形状を維持するために波面の回転角速度は波面上のあらゆる点において等しく，かつ時間的に不変でなければならない．実際に安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波でこのような状態が満足されているか否かは追って実験により確かめることとし，この段階ではこのような条件が満足されていると仮定する．もし，半径方向の変化量 $\mathrm{d}r$，時間の変化量 $\mathrm{d}t$，および角度の変化量 $\mathrm{d}\theta$ が十分に小さいならば，図中の灰色で塗られた領域は直角三角形と見なすことができる．このとき，波面上の任意の点 $\mathrm{P}(r,\theta)$ において以下の関係が成り立つ．

$$\sin\phi = \frac{D_\mathrm{n}}{r\omega} \tag{3.1}$$

$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\sqrt{1-\sin^2\phi}} = -\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} \tag{3.2}$$

ここで，ϕ は波面上の任意の点における回転方向と接線方向が成す角度，D_n は気体デトネーション波の垂直方向伝播速度，ω は波面の回転角速度である．波面の回転角速度は波面上のあらゆる点において等しく，かつ時間的に不変であると仮定しているので，原理的には ω は $D_{\mathrm{n,i}}/r_\mathrm{i}$ に等しい．式（3.1）および式（3.2）より，以下の微分方程式が得られる．

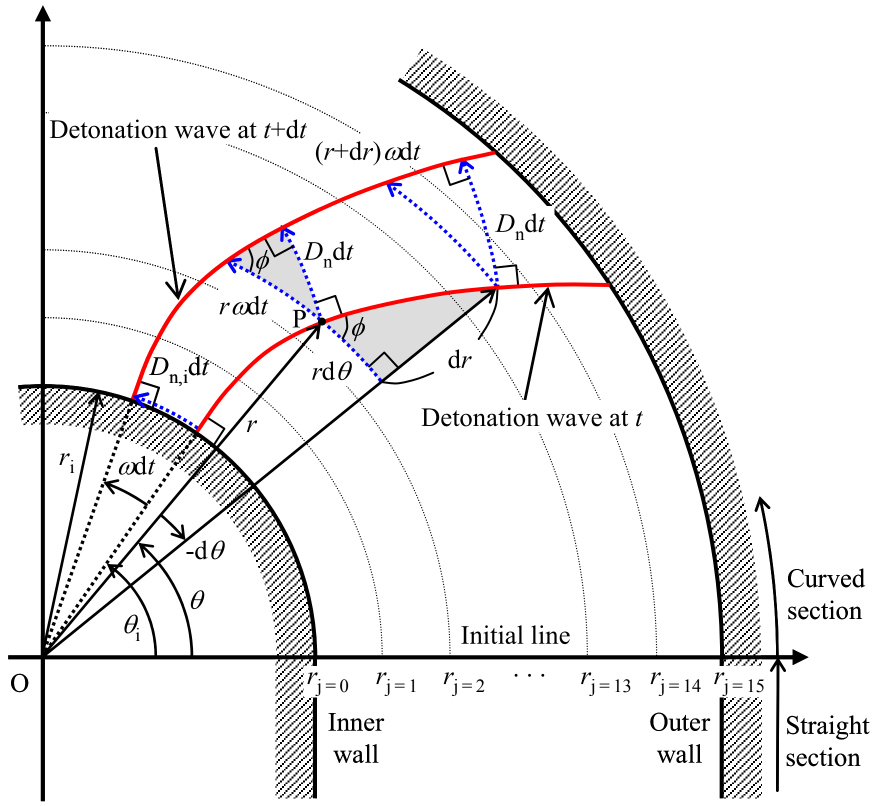


図 3.3　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の極座標系における幾何学的関係

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}r} = -\frac{\sqrt{(r\omega)^2 - D_\mathrm{n}^2}}{D_\mathrm{n} r} \tag{3.3}$$

もし D_n が r の関数ならば，式（3.3）を積分することにより，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状は，$r-\theta$ 関係として次式で与えられる．

$$\theta - \theta_\mathrm{i} = -\int_{r_\mathrm{i}}^{r} \frac{\sqrt{(r\omega)^2 - D_\mathrm{n}^2}}{D_\mathrm{n} r}\mathrm{d}r \tag{3.4}$$

2 次元湾曲流路の内周壁面からの膨張波は正に湾曲した気体デトネーション波を常に回折させているため，膨張波は D_n を減少させる．膨張波の影響は内周壁面が最も強く，内周壁面から十分に離れればその影響は無視できるほど小さくなる．したがって，D_n は内周壁面上で最も小さくなると考えられる．また，D_n は内周壁面から十分に離れたところである一定値に漸近するように増加すると考えられる．このような D_n の分布特性を与える関数として次式を用いる [93–95]．

$$D_\mathrm{n} = D_\mathrm{n,asy} - \left(D_\mathrm{n,asy} - D_\mathrm{n,i}\right)\left(\frac{r}{r_\mathrm{i}}\right)^{-m} \tag{3.5}$$

ここで，$D_{n,asy}$ および m は定数であり，$D_{n,asy}$ は r が十分に大きいときの D_n の漸近値である．式（3.5）は式（3.4）により波面形状をフィッティングするための関数であるが，これは経験的に得られたものであり，その妥当性は追って実験的に検証する．式 (3.5) において，D_n は r のみの関数として表されており，D_n は r が増加するにつれて $D_{n,i}$ から $D_{n,asy}$ に漸近するように増加する．

正に湾曲した気体デトネーション波の波面を任意の時間間隔で撮影し，図 3.3 に示すように r 方向にある等しい間隔で波面を分割して分割点の座標を抽出することにより，ある時刻における波面形状を得ることができる．本研究では波面を r 方向に 15 等分する．$D_{n,asy}$ と m は，式（3.4）および式（3.5）によって $r-\theta$ 平面上で表される波面形状の曲線と，実験により抽出した $r-\theta$ 平面上の波面の座標との残差平方和が最小になるよう，試行錯誤法により決定する [94]．$D_{n,asy}$ は 0.005 D_{CJ} 間隔で，m は 0.05 間隔で値を無作為に変化させ，適切な $D_{n,asy}$ と m の組み合せを探索する．D_{CJ} の値には 2 次元湾曲流路の直線部を自走的に伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（測定値）を用いる．$D_{n,asy}$ および m の値は r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）や λ（あるいは $p_{\_}$）に依存する．なお，実際の現象では r が十分に大きいとき $D_{n,asy}=D_{CJ}$ となるはずだが，限定された区間（内周壁面と外周壁面の間）で残差平方和が最小になるように $D_{n,asy}$ と m を決定するため，フィッティングに用いる $D_{n,asy}$ は D_{CJ} に一致せず，これよりも僅かに小さくなる傾向がある．

安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は，十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した後は，2 次元湾曲流路を回転するように伝播するため，各分割点における D_n を画像から直接測定することは難しい．したがって，本研究ではある分割点における D_n を隣り合う分割点との位置関係から間接的に得る．各分割点における D_n（$D_{n,i}$ も含めて）は以下の関係により実験的に得ることができる．

$$D_n=-r\omega\left(\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)\Bigg/\sqrt{\left(\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2+1} \tag{3.6}$$

式（3.6）は式（3.3）を D_n について解いたものである．式（3.6）の $\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ は r を θ でテイラー展開し，高次の項を無視することにより近似的に得ることができる．2 次の項まで考慮すれば，$\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ は近似的に次式で与えられる [93,94]．

$$\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)_j\approx\left[r_{j+1}-r_j-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}\theta^2}\right)_j\left(\theta_{j+1}-\theta_j\right)^2\right]\Bigg/\left(\theta_{j+1}-\theta_j\right) \tag{3.7}$$

式（3.7）の $\mathrm{d}^2r/\mathrm{d}\theta^2$ は近似的に次式で与えられる [93,94]．

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}\theta^2}\right)_j\approx\left(\frac{r_{j+1}-r_j}{\theta_{j+1}-\theta_j}-\frac{r_j-r_{j-1}}{\theta_j-\theta_{j-1}}\right)\Bigg/\left(\frac{\theta_{j+1}-\theta_j}{2}+\frac{\theta_j-\theta_{j-1}}{2}\right) \tag{3.8}$$

各分割点の座標は実験により得られるので，それらの値を式（3.7）および式（3.8）に代入

することにより，各分割点における $\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ および $\mathrm{d}^2r/\mathrm{d}\theta^2$ を得ることができる．

式（3.4）および式（3.5）によって波面形状が r と θ の連続関数として得られるので，波面の曲率 κ は次式により求めることができる．

$$\kappa = \left[r^2 + 2\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2 - r\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}\theta^2} \right]\left[\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\right)^2 + r^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \tag{3.9}$$

$\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ は式（3.3）より，$\mathrm{d}^2r/\mathrm{d}\theta^2$ は式（3.3）を θ を微分することにより得られる．厳密には気体デトネーション波の波面にはセル構造の影響により微小な凹凸が存在する．式（3.4）および式（3.5）によりフィッティングする波面形状はこのような凹凸を含まず，グローバルな波面形状である．したがって，式（3.9）によって得られる κ はグローバルな波面の曲率である．

3.4.　主要な無次元パラメータ

本章では 2 次元湾曲流路を定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を対象としていることから，この正に湾曲した気体デトネーション波の伝播に関連すると考えられる主要な無次元パラメータを明らかにする．具体的には，正に湾曲した気体デトネーション波では D_n が κ の関数になると想定しているので，実験的に取得した D_n と κ の関係を無次元化して評価する際に考慮すべき無次元パラメータを明らかにする [93)].

2 次元湾曲流路の外周壁面で気体デトネーション波が正常反射するならば，波面形状に対する外周壁面の影響は無視でき，内周壁面の影響のみが残る．したがって，流れ場の代表長さは r_i であると考えることができる．また，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が，2 次元湾曲流路をある一定の湾曲形状を維持して定常的に伝播するならば，波面上の点の位置は $r = r(\theta)$ として表される．そして，可燃性混合気の組成と初期状態（p_- および T_-）が決まれば，その可燃性混合気と初期状態に特有の λ と D_CJ が決まる．したがって，気体力学特性と化学反応特性が λ と D_CJ に代表されるものと考えて関連する物理量を可能な限り絞り込めば，ある特定の可燃性混合気において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の D_n の分布は，r_i，r，λ および D_CJ の 4 つの物理量によって決定されると考えられ，以下のように表される．

$$D_\mathrm{n} = f_1(r_\mathrm{i}, r, \lambda, D_\mathrm{CJ}) \tag{3.10}$$

r_i，r および λ を用いると，r_i/λ と r/r_i という 2 つの無次元パラメータを定義することができる．r_i/λ は流れ場の代表長さと気体デトネーション波の代表長さの比を表す．一方，r/r_i は流れ場の代表長さで無次元化された波面上の点の位置を表す．方程式においては右辺と左辺の物理量の次元は一致しなければならないので，これら 2 つの無次元パラメータを導入すると，式（3.10）は以下のように表すことができる．

$$\frac{D_n}{D_{CJ}} = f_2\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right) \tag{3.11}$$

一方，$D_{n,i}$ は $r_i\omega$ で表すことができるので，式（3.4）は式（3.11）を用いて以下のように変形することができる．

$$\begin{aligned}\theta - \theta_i &= -\int_{r_i}^{r} \frac{\sqrt{(r\omega)^2 - D_n^2}}{D_n r}\mathrm{d}r \\ &= -\int_{r_i}^{r} \left[\left(\frac{r}{r_i}\right)^2 \left(\frac{D_{n,i}}{D_{CJ}}\right)^2 \left(\frac{D_n}{D_{CJ}}\right)^{-2} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}r \\ &= -\int_{r_i}^{r} \left\{\left(\frac{r}{r_i}\right)^2 \left[f_2\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r_i}{r_i}\right)\right]^2 \left[f_2\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right)\right]^{-2} - 1\right\}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}r\end{aligned} \tag{3.12}$$

式（3.12）より，f_2，r_i および λ が与えられれば，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状が決まる．

安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状が決まれば，式（3.9）から κ が求められる．式（3.12）より，$\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ および $\mathrm{d}^2r/\mathrm{d}\theta^2$ は r_i/λ と r/r_i から成る関数と r の積によって表されることがわかる．したがって，式（3.12）から求められる $\mathrm{d}r/\mathrm{d}\theta$ および $\mathrm{d}^2r/\mathrm{d}\theta^2$ を式（3.9）に代入することにより，式（3.9）は r_i/λ，r/r_i および r の関数として以下のように表される．

$$\kappa = f_3\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right)\left(\frac{1}{r}\right) \tag{3.13}$$

式（3.13）は両辺に λ を掛けることにより，次式のような無次元化された式に簡略化できる．

$$\lambda\kappa = f_3\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right)\left(\frac{\lambda}{r}\right) = f_3\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right)\left(\frac{r_i}{\lambda}\right)^{-1}\left(\frac{r}{r_i}\right)^{-1} = f_4\left(\frac{r_i}{\lambda}, \frac{r}{r_i}\right) \tag{3.14}$$

式（3.14）を r/r_i について解いて式（3.11）に代入することにより，以下の関係が得られる．

$$\frac{D_n}{D_{CJ}} = f_5\left(\frac{r_i}{\lambda}, \lambda\kappa\right) \tag{3.15}$$

式（3.15）は，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播するとき，D_n/D_{CJ} が r_i/λ と $\lambda\kappa$ の関数となることを示している．すなわち，D_n/D_{CJ}，r_i/λ および $\lambda\kappa$ という 3 つの無次元パラメータを扱うことにより，安定形態にあって定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の D_n と κ の関係を一般化して評価することができる．ゆえに，本章では D_n/D_{CJ}，r_i/λ および $\lambda\kappa$ という 3 つの無次元パラメータを考慮することにより，正に湾曲した気体デトネーション波の D_n と κ の関係の一般性について明らかにするこ

とを試みる．1.2.2 項で述べたとおり，一般に自走する湾曲した凝縮相デトネーション波の D_n は κ のみの関数となる [62,63]．同様の性質が自走する湾曲した気体デトネーション波にも存在しているならば，式 (3.15) において，D_n/D_{CJ} は $\lambda\kappa$ のみの関数となり，r_i/λ は D_n/D_{CJ} に対して影響を及ぼす因子ではないか，その影響は無視できるほど小さいはずである．本研究では, 正に湾曲した気体デトネーション波の D_n が κ の関数になると想定しているので, 本章では r_i/λ をパラメトリックに変更して正に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ} と $\lambda\kappa$ の関係を取得し，D_n/D_{CJ} と $\lambda\kappa$ の関係およびこの関係に及ぼす r_i/λ の影響を実験的に評価する．なお，D_n/D_{CJ} を計算するにあたり，D_{CJ} の値には 2 次元湾曲流路の直線部を自走的に伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（測定値）を用いることとする．

3.5.　実験結果および考察（正に湾曲した気体デトネーション波）

3.5.1.　入射する気体デトネーション波の状態

高速度ビデオカメラの画像から, 2 次元湾曲流路の直線部を伝播する気体デトネーション波の波面が平面的であることを確認した．図 3.4 ~ 図 3.6 に各可燃性混合気における直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度 (すなわち D_{CJ}) を測定した結果を示す．図中のシンボルは測定値を，赤い実線は NASA の平衡計算ソフトである CEA[96]により計算した理論値を表す．全ての可燃性混合気において，D_{CJ} の測定値は全ての初期圧力条件において理論値とほぼ一致する結果となった．すなわち，2 次元湾曲流路の深さを 16 mm に変更したことにより，境界層の発達による運動量損失が気体デトネーション波の伝播に及ぼす影響は無視できるほど小さくなったと考えられる．したがって，本実験で得られた結果から，気体デトネーション波の伝播に対して波面の湾曲が及ぼす影響のみを抽出し，評価することが可能である．

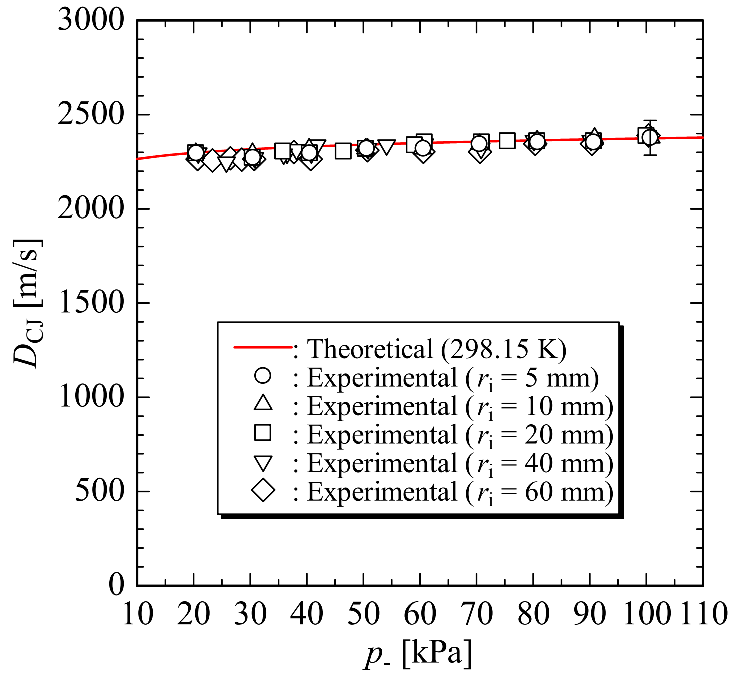


図 3.4　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（C_2H_4+$3O_2$）

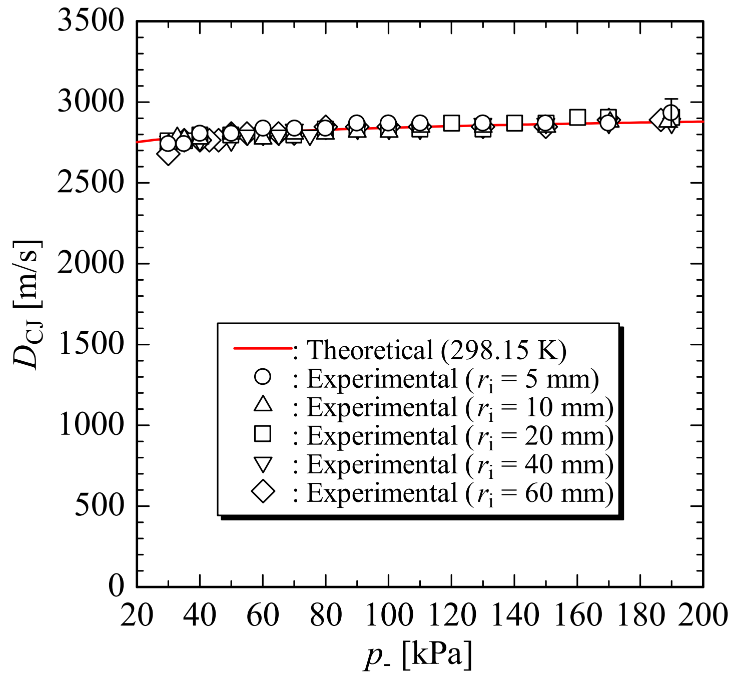


図 3.5　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（$2H_2$+O_2）

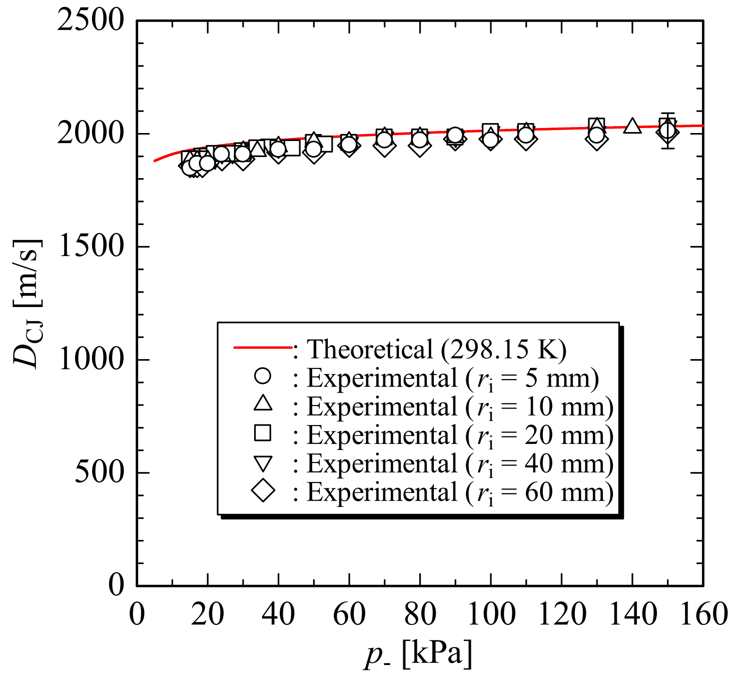


図 3.6　2 次元湾曲流路の直線部を伝播する平面の気体デトネーション波の伝播速度（$2C_2H_2+5O_2+7Ar$）

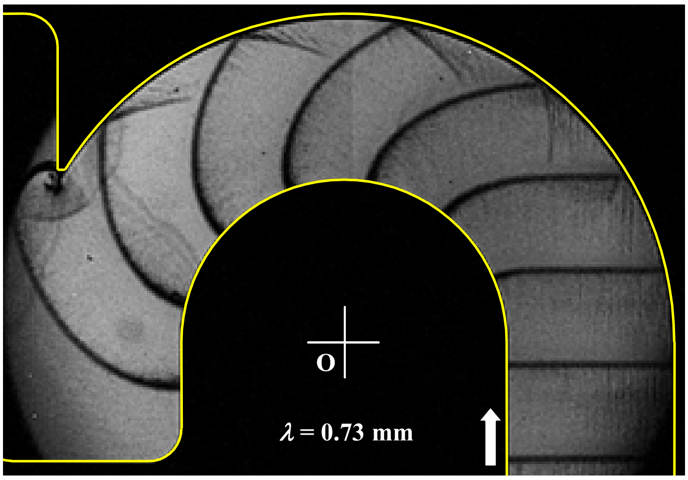
3.5.2.　気体デトネーション波の伝播の態様

図 3.7 に 2 次元湾曲流路における各伝播形態の気体デトネーション波の伝播の態様について一例を示す．波面の時間間隔は 4 μs であり，図中の矢印は平面の気体デトネーション波の入射方向を示す．r_i は 20 mm，可燃性混合気は $2H_2+O_2$ である．伝播形態の定義は 2.4 項の定義と同じである．

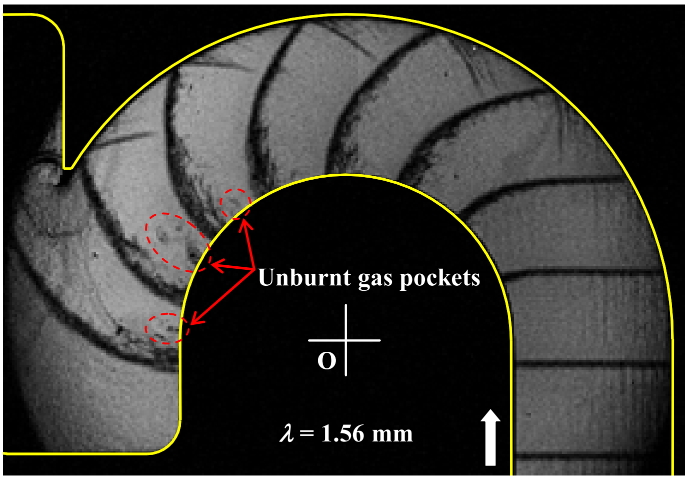
図 3.7（a）の安定形態の場合，気体デトネーション波は 2 次元湾曲流路の曲部に入射後，徐々に湾曲し，最終的には一定の正に湾曲した形状を維持して伝播する．湾曲した波面は滑らかであり，波面の間隔はほぼ一定である．図 2.12（a）の安定形態の MSOP 画像からわかるように，このような定常的あるいは準定常的な伝播は，拡大したセルから新たなセルが円滑に生成されることによってもたらされるものと考えられる．

図 3.7（b）の臨界形態の場合，気体デトネーション波の全体的な伝播挙動は安定形態の場合に近い．しかしながら，臨界形態では，湾曲した気体デトネーション波の波面の厚さが増加し，伝播は若干変動を伴って非定常的な挙動になり，未燃の可燃性混合気のポケットが確認される．湾曲した波面は滑らかさが失われ，凹凸が確認される．図 2.12（b）の臨界形態の MSOP 画像において，内周壁面近傍でセルが大きく拡大する様子が見られたが，このようなセルの過度な拡大が未燃の可燃性混合気のポケットを発生させているものと考えられる．

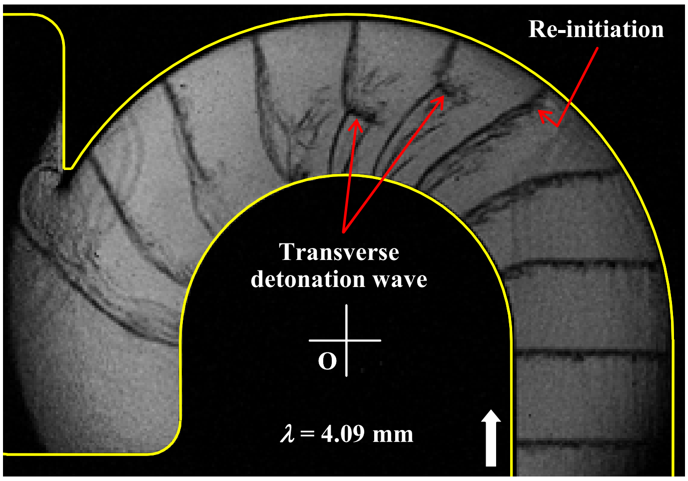
図 3.7（c）の不安定形態の場合, 気体デトネーション波は 2 次元湾曲流路の曲部に入射後, 内周壁面からの膨張波の影響により衝撃波と反応領域が分離する．この分離した領域は, 図 2.12（c）の不安定形態の MSOP 画像において，セル構造が崩壊した領域に対応しているものと考えられる．なお，この分離した部分の波面の伝播速度は，直線部を伝播する気体デトネーション波の伝播速度に比べ，半分程度まで減速している．波面が更に進行すると，外周壁面でマッハ反射が生じ，その三重点を起点として気体デトネーション波が再着火する．再着火により発生したトランスバースデトネーション波は，分離した衝撃波と反応領域の間にある未燃の領域を侵食するように伝播し，内周壁面に衝突する．このように不安定形態の伝播挙動は極めて非定常的である．



(a) 安定形態



(b) 臨界形態



(c) 不安定形態

図 3.7　2 次元湾曲流路における各伝播形態の気体デトネーション波の伝播の態様（r_i = 20 mm，$2H_2+O_2$）

3.5.3.　安定伝播条件

図 3.8 ~ 図 3.10 に各可燃性混合気における伝播形態に対する r_i と λ の関係を示す. 図中のシンボルは実験により確認された伝播形態を表す．各領域の定義は 2.5.2 項と同じであり，各領域は図 2.10 と同様に $r_i/\lambda = const.$ の直線によって区切ることができる．安定領域の下限は C_2H_4+$3O_2$ で $r_i/\lambda = 23$，$2H_2$+O_2 で $r_i/\lambda = 22$，$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar で $r_i/\lambda = 24$ であり，不安定領域の上限は C_2H_4+$3O_2$ で $r_i/\lambda = 13$, $2H_2$+O_2 で $r_i/\lambda = 14$, $2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar で $r_i/\lambda = 13$ である．これらの r_i/λ の値に対する可燃性混合気の種類の影響は小さい．したがって，本研究の条件では，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態は約 $13 \le r_i/\lambda \le 23$ の間で不安定形態から安定形態に遷移しており，安定領域の下限は可燃性混合気の種類に依らず約 $r_i/\lambda = 23$ であると考えられる．以降，3.5.8 項までは安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波に注目する．

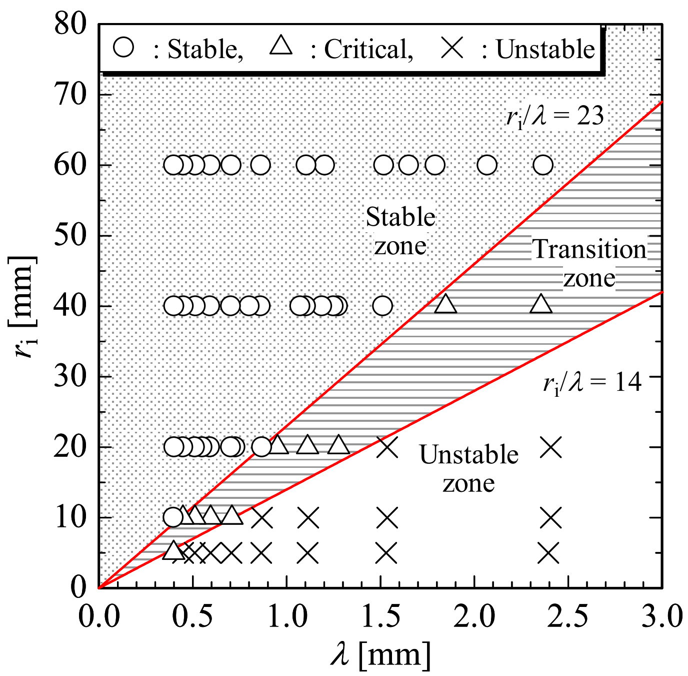


図 3.8　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（C_2H_4+$3O_2$）

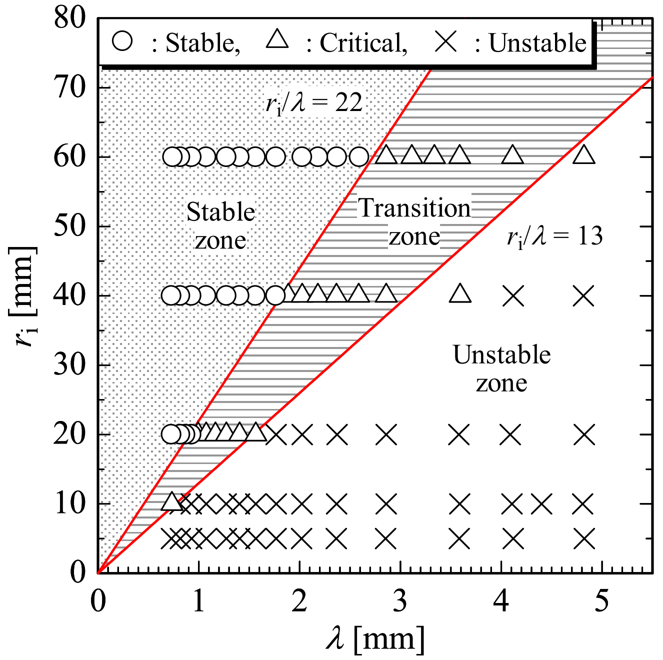


図 3.9　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（$2H_2+O_2$）

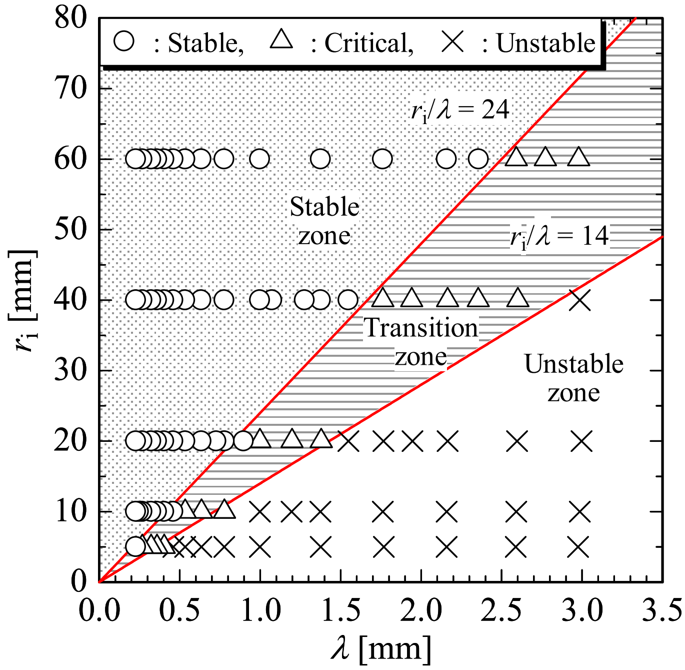


図 3.10　伝播形態に対する 2 次元湾曲流路の内周壁面の曲率半径とセル幅の関係（$2C_2H_2+5O_2+7Ar$）

3.5.4.　安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の波面形状の変化

図 3.11 に 2 次元湾曲流路において安定形態にある気体デトネーション波の波面形状の変化の一例を示す．r_i は 20 mm，λ は 0.70 mm，可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$ である．波面形状は $r-\theta$ 関係で表しており，r は r_i で割って無次元化されている．2 次元湾曲流路において安定形態にある気体デトネーション波は，伝播するにつれてその形状が変化し，最終的にある一定の正に湾曲した形状をとることがわかる（ただし，r_o と λ の両方あるいはどちらか一方が大きい条件においては，2 次元湾曲流路の外周壁面でマッハ反射が生じたり，曲部入口付近の外周壁面近傍で負に湾曲した気体デトネーション波が発生したりする場合もある）．

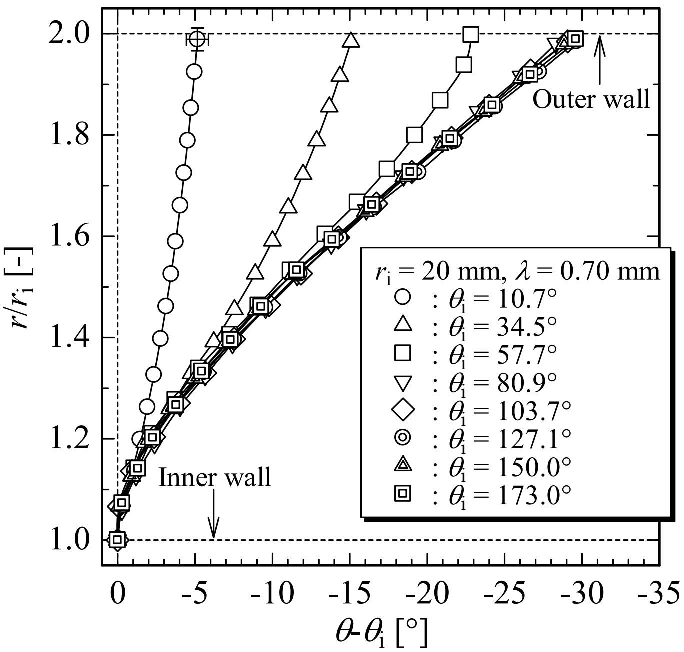


図 3.11　2 次元湾曲流路において安定形態にある気体デトネーション波の波面形状の変化（$r_i = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）

図 3.12 に 2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の ω の分布の一例を示す．条件は図 3.11 に等しく，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した状態における ω の分布であり，r は r_i で割って無次元化されている．図中のシンボルは測定値を，赤い実線は平均値を表す．2 次元湾曲流路において安定形態にある正に気体デトネーション波は，ある一定の湾曲形状に到達した後は，波面上における ω の分布は一定になる．また，θ_i が変化しても ω は変化しないので，ω は時間的に変化していないと判断できる．すなわち，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は，十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した後は，定常的に自走していると考えることができる．

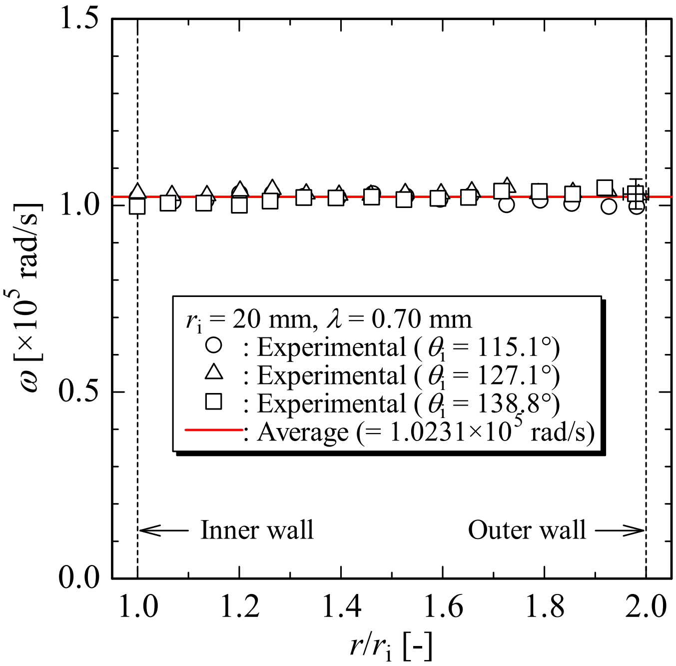


図 3.12　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の回転角速度の分布（$r_i = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）

3.3 項において，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状の幾何学的関係を得るため，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波がある一定の湾曲形状を維持しながら定常的に伝播するならば，その湾曲形状を維持するために波面の回転角速度は波面上のあらゆる点において等しく，かつ時間的に不変であると仮定した．図 3.11 および図 3.12 の結果より，実際の現象に対してこの仮定が妥当であることが確認されたものと判断することができる．

3.5.5.　波面形状および垂直方向伝播速度分布のフィッティング

図 3.11 および図 3.12 の結果より，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状を式（3.4）によって表すための前提条件が満足されることがわかった．ただし，式（3.4）により波面形状を表すためには，式（3.5）がフィッティング関数として妥当でなければならない．

図 3.13 に 2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状を式（3.4）および式（3.5）によってフィッティングした結果の一例を示す．条件は図 3.11 に等しく，十分に発達した湾曲形状に対してフィッティングを行なっている．波面形状は $r-\theta$ 関係で表しており，r は r_i で割って無次元化されている．図中のシンボルは測定値を，赤い実線はフィッティングの結果を表す．フィッティングに必要な ω には図 3.12 の平均値を，$D_{n,i}$ には $D_{n,i} = r_i\omega$ の関係から求めた値を用いている．この条件において最も良

いフィッティングを与える $D_{n,asy}$ と m の組み合せは $D_{n,asy} = 0.980D_{CJ}$ と $m = 8.10$ である．図 3.13 の結果から，適切な $D_{n,asy}$ と m の組み合せを与えることにより，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状を，式（3.4）および式（3.5）によってフィッティングできることがわかる．

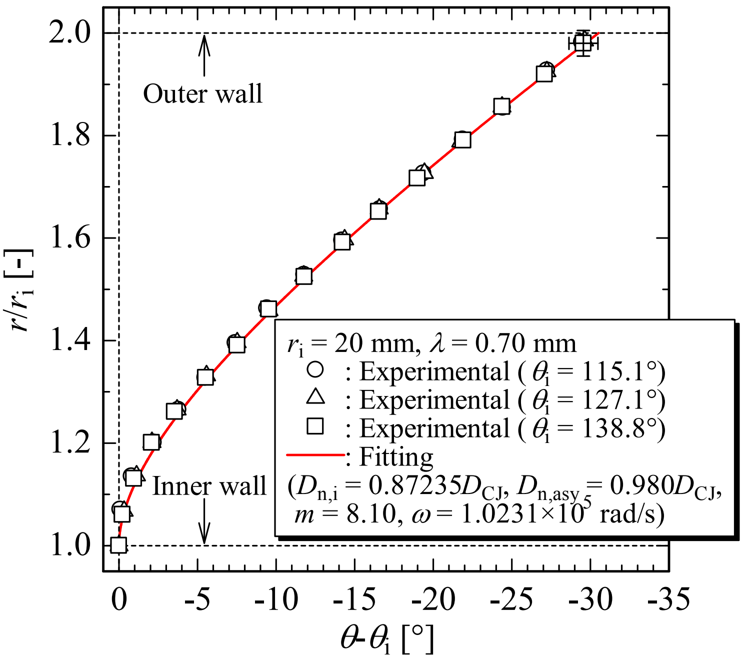


図 3.13　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状のフィッティング（$r_i = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）

図 3.14 に 2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の D_n の分布の一例を示す．条件は図 3.11 に等しく，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した状態における D_n の分布であり，D_n および r はそれぞれ D_{CJ} と r_i で割って無次元化されている．図中のシンボルは式（3.6）を用いて得た測定値を，赤い実線は図 3.13 のフィッティングに用いた式（3.5）の描画結果である． D_n は 2 次元湾曲流路の内周壁面上で最も小さく，内周壁面から離れるにつれてある値に漸近するように増加する．図 3.14 の結果から，適切な $D_{n,asy}$ と m の組み合せを与えることにより，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の D_n の分布を式（3.5）によって表現できることがわかる．すなわち，式（3.5）によって表現される D_n の分布は実際の現象と矛盾せず，式（3.5）は式（3.4）により波面形状をフィッティングするための関数として妥当であると考えることができる．

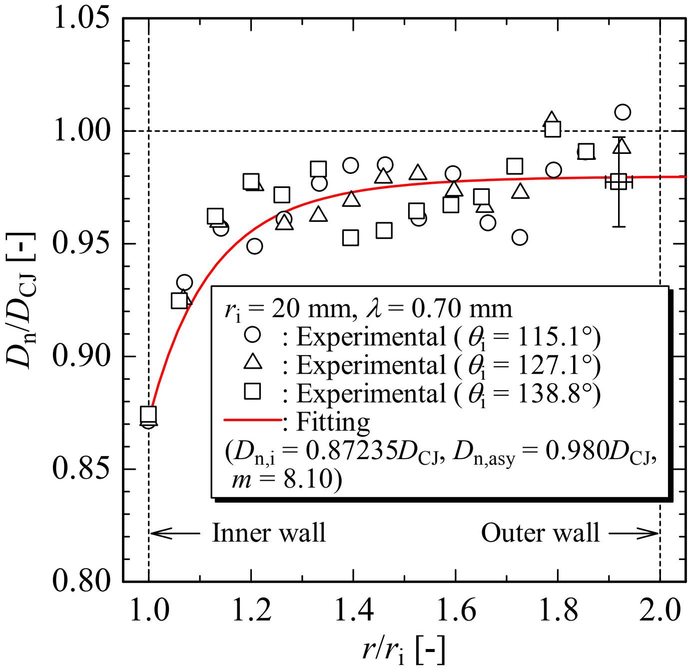


図 3.14　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度の分布（r_i = 20 mm,　λ = 0.70 mm,　C_2H_4+$3O_2$）

式（3.4）および式（3.5）を用いて，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状と波面上の D_n の分布が得られる．また，波面形状が得られれば式（3.9）より κ を得ることができる．すなわち，正に湾曲した気体デトネーション波の D_n と κ の関係を得ることができる．しかしながら，図 3.13 の結果からわかるように，式（3.4）および式（3.5）によって 2 次元湾曲流路の内周壁面から外周壁面までの全領域において波面形状をフィッティングする場合，内周壁面近傍ではフィッティングの結果と実験結果に若干差が生じる傾向があり，この影響を評価する必要がある．

図 3.15 に 2 次元湾曲流路の内周壁面近傍における波面形状を式（3.4）および式（3.5）によってフィッティングした結果の一例を示す．条件は図 3.13 に等しく，赤い実線のフィッティング（1）は図 3.13 のフィッティングの結果と同じであり，青い実線のフィッティング（2）は図 3.13 の実験結果のうち内周壁面近傍（内周壁面から数えて 5 番目の分割点まで，すなわち図 3.3 の j = 5 までであり，$1.00 \le r/r_i \le 1.33$ の領域）の実験結果に対するフィッティングの結果である．フィッティング（2）は $D_{n,asy} = 0.995D_{CJ}$ と $m = 7.50$ のときに実験結果と最も良く一致する．内周壁面近傍では，フィッティング（1）とは異なりフィッティング（2）の結果は実験結果と良く一致することがわかる．ただし，フィッティング（2）は内周壁面近傍（$1.00 \le r/r_i \le 1.33$）のみに限定されており，内周壁面からある程度離れると，フィッティング（2）の結果は実験結果と一致しなくなることに注意が必要である．図 3.16 にフィ

ッティング（1）およびフィッティング（2）の結果から取得した D_n と κ の関係を示す．D_n は D_{CJ} で割って，κ は λ を掛けてそれぞれ無次元化している．フィッティング（1）の結果から取得した $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，フィッティングを行なった全領域（$1.00 \le r/r_i \le 2.00$）に対応する結果を描画している．一方，フィッティング（2）の結果から取得した $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，フィッティング（2）の結果が実験結果と良く一致する（一方でフィッティング（1）の結果と実験結果の差が特に大きい）内周壁面近傍の領域（$1.00 \le r/r_i \le 1.20$）に対応する結果を描画している．図 3.16 の結果から，両者の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の間に僅かな違いが生じることがわかる．内周壁面から外周壁面までの全領域において波面形状のフィッティングを行なう場合，内周壁面近傍では D_n/D_{CJ} は 0.05 程度，$\lambda\kappa$ は 0.003 程度，フィッティングの結果が実験結果からずれる可能性がある．しかしながら，複数の条件において $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得して，その挙動を俯瞰的に評価するならば，この程度のずれは特に問題にならないと考えられるので，本研究では波面を幾つかのセグメントに分割することはせずに，内周壁面から外周壁面までの全領域において波面形状のフィッティングを行なって，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得する．

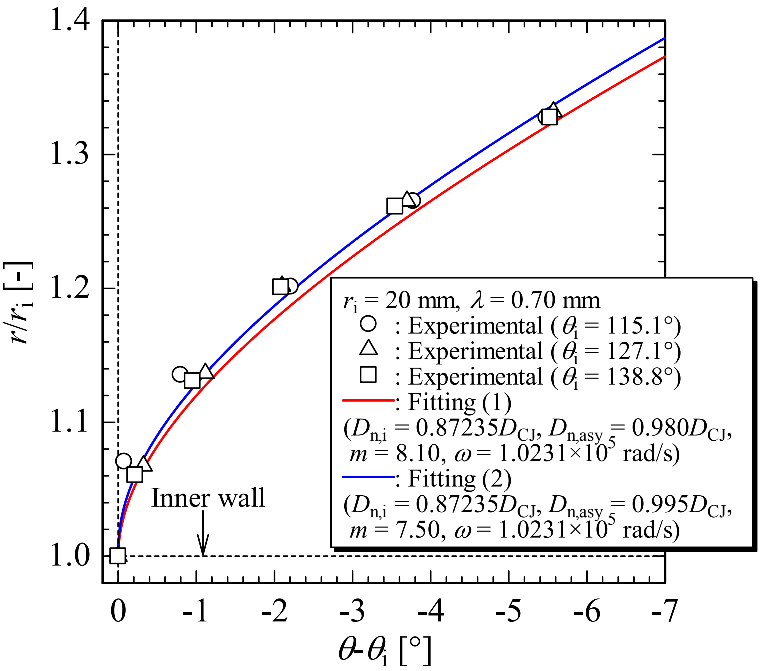


図 3.15　2 次元湾曲流路の内周壁面近傍（$1.00 \le r/r_i \le 1.33$）における波面形状のフィッティング（$r_i = 20$ mm，$\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）

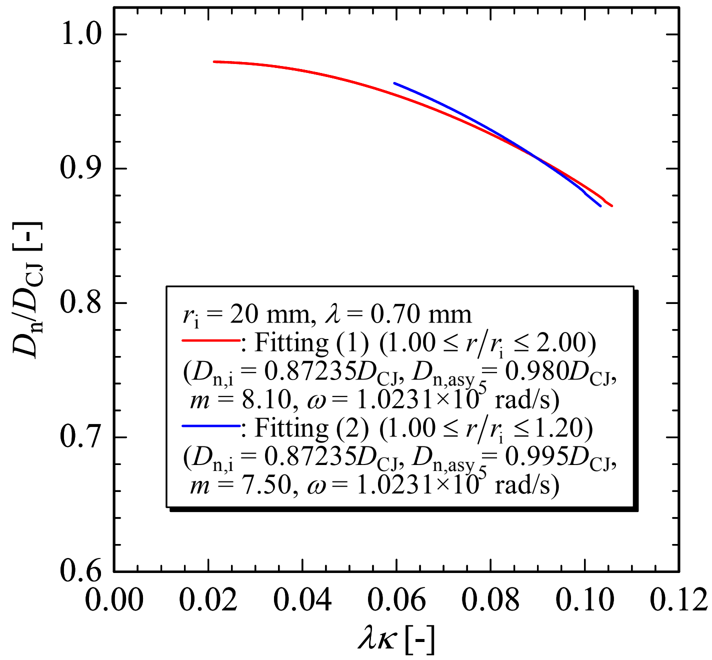


図 3.16　フィッティング（1）の結果（$1.00 \le r/r_i \le 2.00$）およびフィッティング（2）の結果（$1.00 \le r/r_i \le 1.20$）から取得した $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係の比較（$r_i = 20$ mm, $\lambda = 0.70$ mm，C_2H_4+$3O_2$）

3.5.6.　正に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係

図 3.17 ~ 図 3.19 に各可燃性混合気の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係を示す．図 3.8 ~ 図 3.10 の安定領域を網羅するよう，r_i と λ の両方あるいはどちらか一方が異なる幾つかの条件で $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係を取得し，C_2H_4+$3O_2$ で 10 条件，$2H_2$+O_2 で 9 条件，$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar で 13 条件である．なお，$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係の取得は，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した状態で行なった．各可燃性混合気において，取得した $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係は，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および λ（あるいは $p\_$）を変化させたとしても，すなわち r_i/λ を変化させたとしても，$\lambda\kappa$ のみの関数としてある 1 本の曲線で表されるような挙動を示しており，D_n/D_{CJ} は $\lambda\kappa$ の増加とともに減少する．式（3.15）は D_n/D_{CJ} が $\lambda\kappa$ のみではなく r_i/λ の関数でもあることを示しているが，実際には D_n/D_{CJ} に対して r_i/λ は殆ど影響を与えていないことがわかる．したがって，正に湾曲した凝縮相デトネーション波の D_n は κ のみの関数となることが既に明らかになっているが [62,63]，同様の性質が気体デトネーション波にも存在することが，本実験から明らかになった．ただし，気体デトネーション波の場合の $D_n - \kappa$ 関係は，λ（あるいは $p\_$）が変化しても，$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係として無次元化して表記することにより唯一つに定まることが特徴的であり，気体デトネーション波の特性に関する新たな発見である．

$\lambda\kappa=0$ のとき波面は湾曲せず $D_n/D_{CJ}=1$ となるはずであるから，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の曲線は $\lambda\kappa=0$ において $D_n/D_{CJ}=1$ を通過しなければならない．しかしながら，式（3.4）および式（3.5）によって波面形状のフィッティングを行なうと，$D_{n,asy}$ は D_{CJ} よりも僅かに小さくなる傾向があるため，図 3.17 ～ 図 3.19 における各可燃性混合気の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の曲線群の中には，$\lambda\kappa=0$ において $D_n/D_{CJ}=1$ の点を通過しないような挙動を示すものが多い．したがって，式（3.4）および式（3.5）による波面形状のフィッティングは，$\lambda\kappa=0$ 付近では $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得する上で若干正確さに欠ける．フィッティング関数である式（3.5）を改善すれば，$\lambda\kappa=0$ 付近で取得される $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の正確さの向上が可能となるが，$\lambda\kappa=0$ のとき $D_n/D_{CJ}=1$ となることは自明であるので，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の曲線の全体的な挙動を確認する上では，波面形状のフィッティングにおいて式（3.5）を使用することに特に問題はないと考えられる．

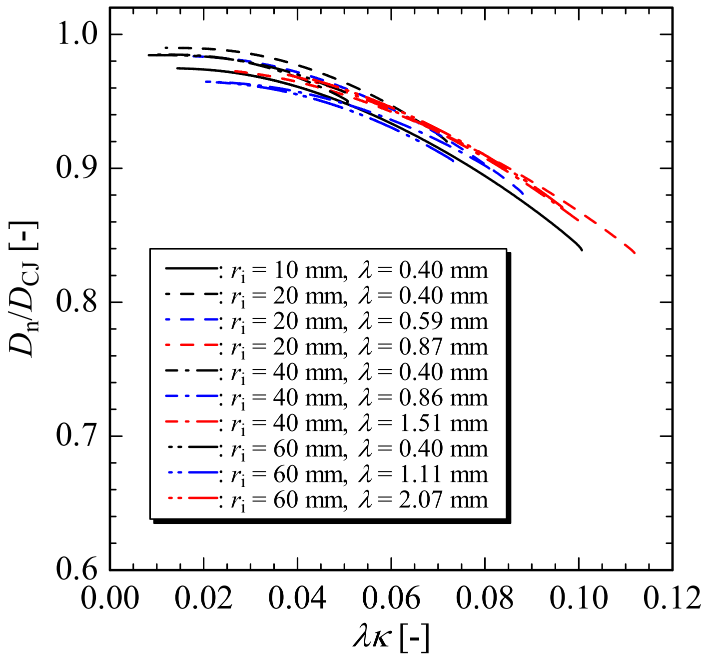


図 3.17　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係（C_2H_4+$3O_2$）

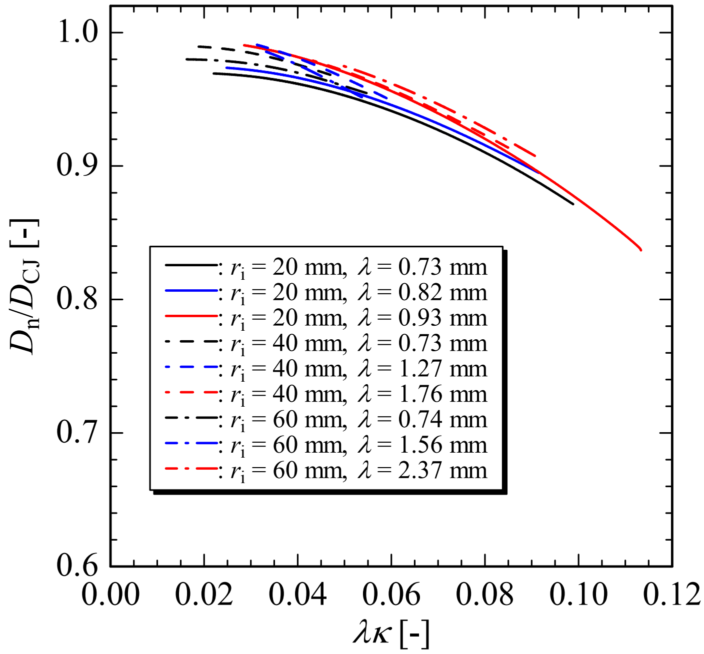


図 3.18　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係（$2H_2+O_2$）

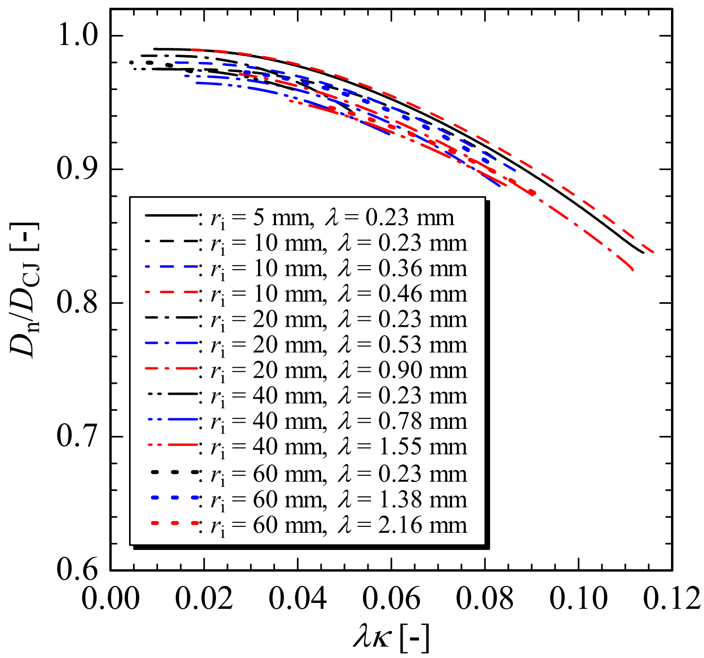


図 3.19　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係（$2C_2H_2+5O_2+7Ar$）

図 3.20 に各可燃性混合気の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係（図 3.17～ 図 3.19 の結果）を比較した結果を示す．注目すべきは，各可燃性混合気の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に差が殆ど見られないことである．すなわち，本研究の条件では，$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は可燃性混合気の種類に殆ど依存しないと考えることができる．したがって，これらの $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の平均を全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係として定義することにする．全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，最も近似精度が高くなる $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}=\mathrm{a}_0+\mathrm{a}_1(\lambda\kappa)+\mathrm{a}_2(\lambda\kappa)^2+\mathrm{a}_3(\lambda\kappa)^3$ の多項式によって近似した．ここで，$\mathrm{a}_0=1.0000$，$\mathrm{a}_1=-1.3017$，$\mathrm{a}_2=16.089$，$\mathrm{a}_3=-169.67$ である．図 3.20 における各可燃性混合気の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の曲線群の中には，$\lambda\kappa=0$ で $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}=1$ の点を通過しないような挙動を示すものがあるが，実際には $\lambda\kappa=0$ において $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}=1$ を通過しなければならないため，そのような拘束条件を設けて近似を行なった．なお，安定形態の定義が常に $D_\mathrm{n,i}/D_\mathrm{CJ}\geq 0.8$ を満足することであるから，全 $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の近似関数の適用範囲は $0.00000\leq\lambda\kappa\leq 0.11614$（$0.8\leq D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}\leq 1.0$ に対応）に設定する．

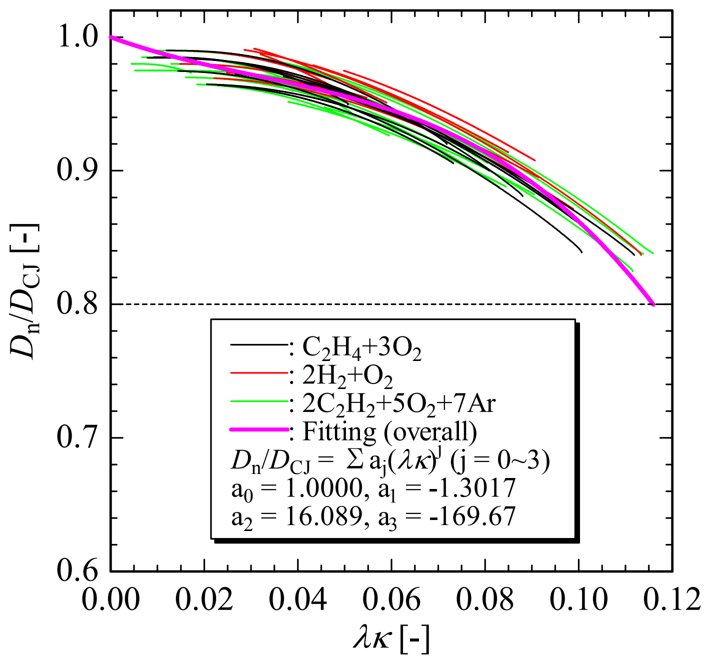


図 3.20　各可燃性混合気の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の比較

3.5.7. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係による波面進展の再現

図 3.21 ~ 図 3.23 に，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展を全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現した結果の一例を示す. 図 3.21 において r_i は 20 mm，λ は 0.70 mm，可燃性混合気は C_2H_4+3O_2 である．図 3.22 において r_i は 40 mm，λ は 1.56 mm，可燃性混合気は 2H_2+O_2 である．図 3.23 において r_i は 10 mm，λ は 0.27 mm，可燃性混合気は 2C_2H_2+5O_2+7Ar である．波面の追跡には marker particle method[98)]を用いた．Marker particle method とは，図 3.24 に示すように，波面上に複数の点（ノード）をある適当な間隔で配置し，各点における 1 階微分，2 階微分，波面の曲率および法線ベクトルを隣接する点との位置関係から決定し，これらの情報および垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係から各点の動きを予測して波面進展を追跡する方法である．気体デトネーション波の波面が 2 次元湾曲流路の内周壁面に垂直，外周壁面で正常反射することを境界条件とした．境界条件の設定方法および波面進展の再現方法の詳細については付録 B を参照されたい．図中の写真が実験結果を，赤い破線が再現された波面を表しており，写真の波面の時間間隔は 2 μs，再現された波面の時間間隔は 4 μs である．図 3.21 ~ 図 3.23 に示す例のように，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現された安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が最終的に到達する湾曲形状は，実験結果と良く一致しており，他の条件でも同様に良い一致が得られることを確認している．すなわち，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現された最終的に到達する湾曲形状は, 可燃性混合気の種類, 2 次元湾曲流路の幾何学的形状（すなわち r_i）および λ（あるいは p_-）が異なっても実験結果と良く一致し，本研究で取得した全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は妥当と考えることができる．また，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した状態で取得されたものであるが，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって波面進展を再現すると，最終的に到達する湾曲形状だけではなく，過渡的な波面進展の挙動も実験結果と良く一致する．この結果は，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展がいわゆる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって支配され，準定常・準 1 次元的であると見なして差し支えないことを示している．このような性質は，1.2.2 項で述べたように，固体爆薬の凝縮相デトネーション波でも確認される．

なお，図 3.21 ~ 図 3.23 以外の複数の条件でも，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展を全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現し，再現結果が実験結果と良く一致することを確認している．波面進展の再現を行なう条件（可燃性混合気の種類および λ の範囲（あるいは p_- の範囲））が本研究で行なった実験の条件と合致していれば，$0.00000 \le \lambda\kappa \le 0.11614$（$0.8 \le D_n/D_{CJ} \le 1.0$ に対応）の範囲においては，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の再現において有効であると考えられる．

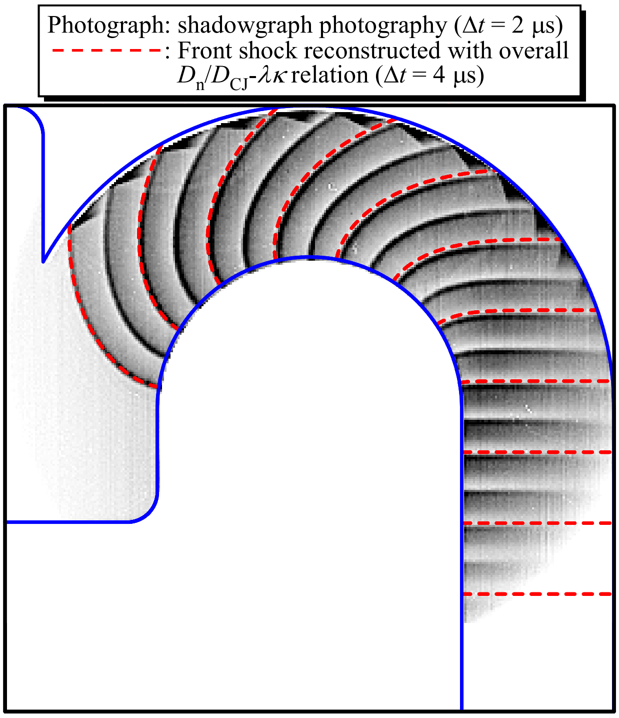


図 3.21　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係による再現（r_i = 20 mm，λ = 0.70 mm，$C_2H_4+3O_2$）

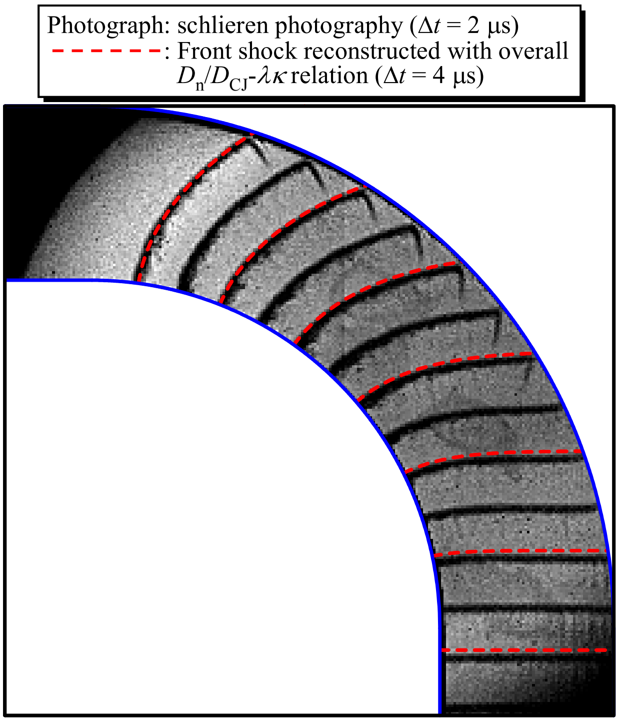


図 3.22　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係による再現（r_i = 40 mm，λ = 1.56 mm，$2H_2+O_2$）

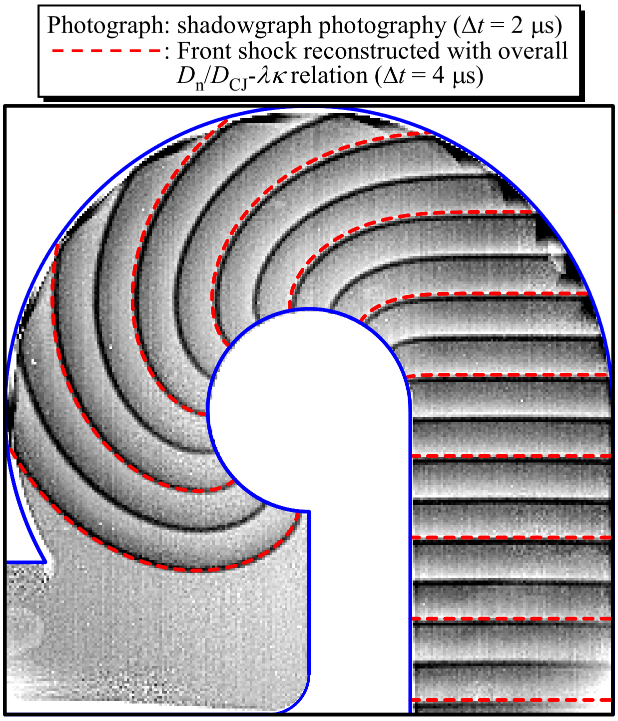


図 3.23　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係による再現（$r_i = 10$ mm，$\lambda = 0.27$ mm，$2C_2H_2+5O_2+7Ar$）

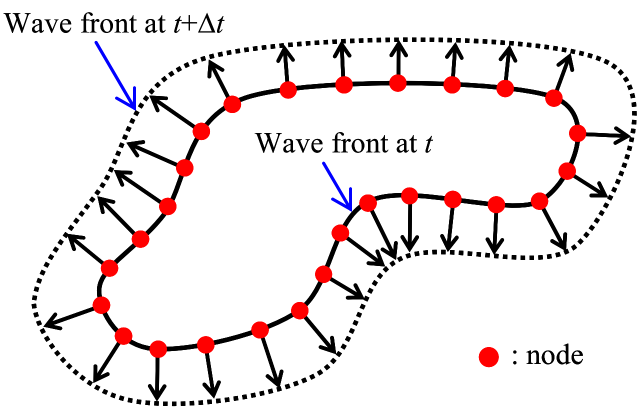


図 3.24　Marker particle method の概要

3.5.8.　安定形態にある湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動

図 3.21 ~ 図 3.23 の結果から，本研究で用いた可燃性混合気においては，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展が全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に支配されていることが明らかになったことから，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を用いて安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動ついて考察する．原点からの水平方向距離 x，鉛直方向距離 y および時間 t をそれぞれ $\xi = x/r_i$，$\zeta = y/r_i$ および $\tau = tD_{CJ}/r_i$ のように無次元化し，$\xi-\zeta$ 平面において無次元化された波面進展を考える．

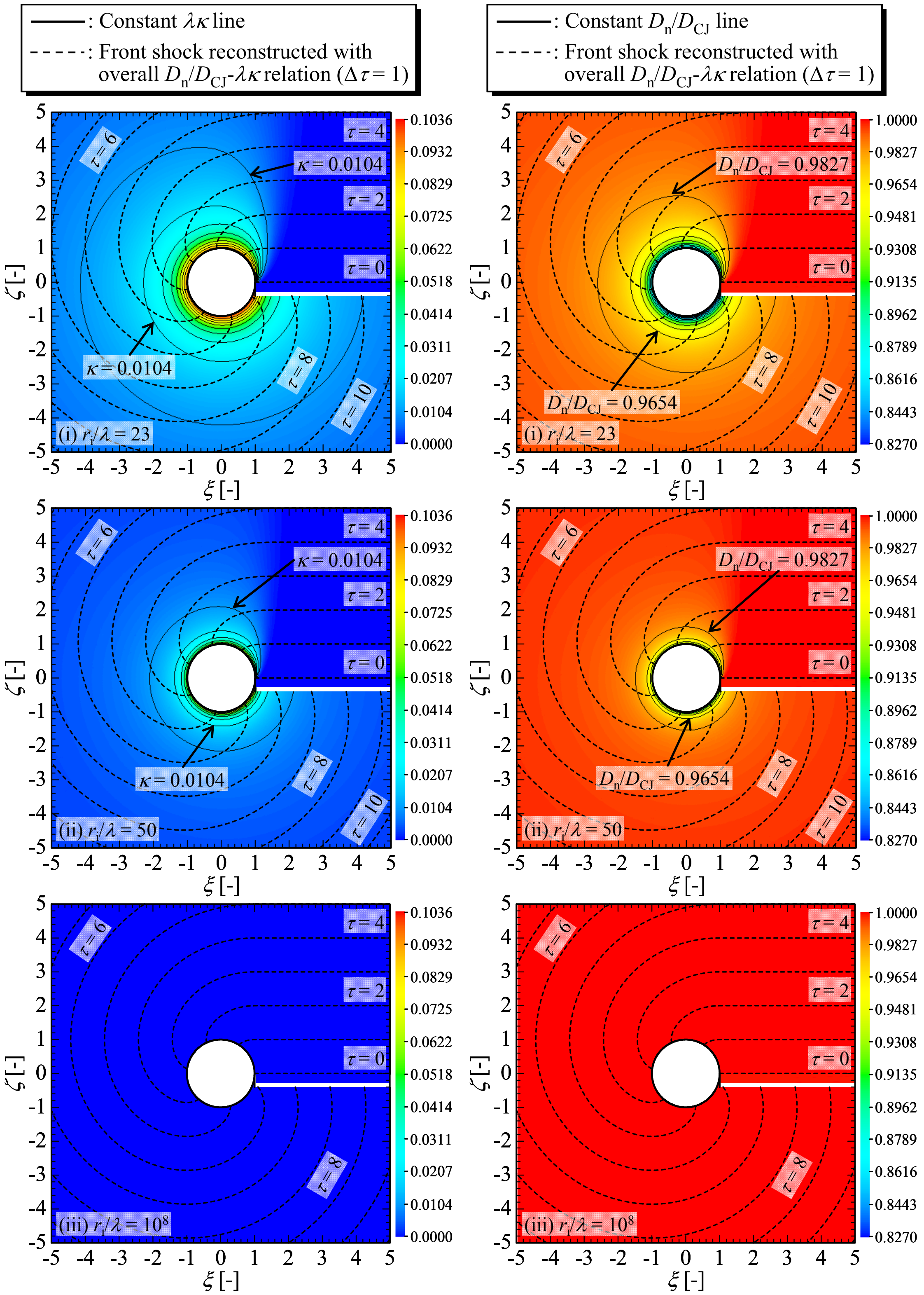
図 3.25 に，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の無次元化された波面進展を示す． r_i/λ が 23，50 および 10^8 の 3 条件において，全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係により波面進展を再現した．図 3.25（a）は無次元化された波面進展と $\lambda\kappa$ コンター，図 3.25（b）は無次元化された波面進展と D_n/D_{CJ} コンターである．波面進展は $\Delta\tau=1$ の間隔で描画している．気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路の外周壁面で正常反射するならば，外周壁面は波面形状に影響を及ぼさない．したがって，ここでは外周壁面での反射形態が常に正常反射であると仮定し，波面進展特性を議論し易いように r_o を無限大に設定している．波面は内周壁面上で最も正に湾曲し，内周壁面上の D_n/D_{CJ} が最も小さくなっている．この特性は，図 3.14 の実験結果からも確認することができる．

図 3.25 において，波面が進展するにつれて，等 $\lambda\kappa$ 線および等 D_n/D_{CJ} 線は同心円状になる．すなわち，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は，伝播するにつれてある一定の湾曲形状をとり，一定の ω で伝播することになる．この特性は, 図 3.11 および図 3.12 の実験結果からも確認することができる. 図 3.25 の結果から，このような伝播特性は，気体デトネーション波の波面進展がいわゆる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって支配されていることに起因すると考えることができる. また, r/r_i が小さいほど等 $\lambda\kappa$ 線および等 D_n/D_{CJ} 線は短い τ で同心円状になることから, r_o/r_i が小さい 2 次元湾曲流路ほど, 安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波は短い τ である一定の湾曲形状に発達する．

また，図 3.25 において， r_i/λ が大きいほど D_n/D_{CJ} は 1 に近づき， $\lambda\kappa$ は 0 に近づくことがわかる．すなわち， r_i/λ が無限大の条件では，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展はホイヘンスの原理に従うと予測される．

図 3.25 はまた，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展がある特定の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって支配されるならば，r_i/λ が一定の条件では波面進展の態様が等しくなり，ある τ における波面形状は $\xi-\zeta$ 平面上で r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）に依らず唯一つ決定することを示している．この結果は， r_i/λ が一定の条件では，ある τ における波面形状が相似になることを意味している．すなわち， r_i/λ は波面形状を決定する因子であること考えることができる. また, r_i/λ が一定の条件では, $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係が可燃性混合気の種類に依らないならば, ある τ における波面形状は可燃性混合気の種類に依らない. 2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波

の波面形状を r_i/λ が一定の条件において比較した結果の一例を図 3.26 および図 3.27 に示す．波面形状は $r-\theta$ 関係で表しており，r は r_i で割って無次元化されている．図 3.26 において r_i/λ は 36.3，可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$ であり，r_i が 20 mm，40 mm および 60 mm の 3 条件の波面形状を比較している．一方，図 3.27 において r_i/λ は 27.5，r_i は 20 mm であり，各可燃性混合気の波面形状を比較している．比較は安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が十分に発達してある一定の湾曲形状に到達した状態で行なっている．図中のシンボルは測定値を，赤い破線は全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現された波面形状を表している．これらの実験結果からも，r_i/λ が一定の条件では，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および可燃性混合気の種類に依らず，波面形状が相似になることがわかる．



(a) 無次元化された波面進展と $\lambda\kappa$ コンター

(b) 無次元化された波面進展と D_n/D_{CJ} コンター

図 3.25　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の無次元化された波面進展

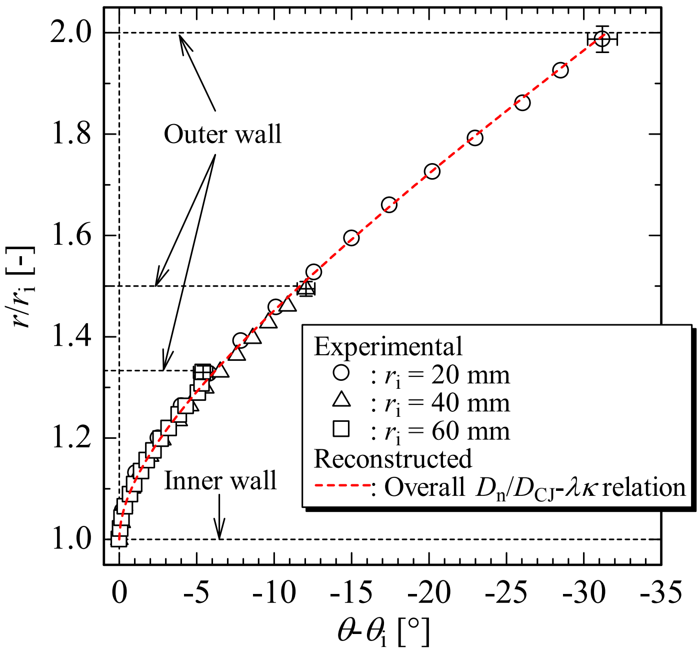


図 3.26　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状の比較（$r_i/\lambda = 36.3$，$C_2H_4+3O_2$，r_i が異なる条件で比較）

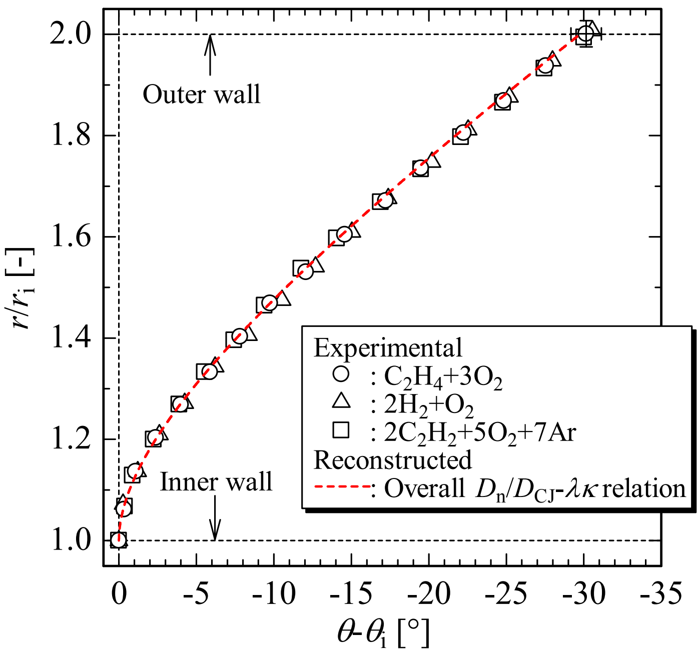


図 3.27　2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面形状の比較（$r_i/\lambda = 27.5$，$r_i = 20$ mm，可燃性混合気が異なる条件で比較）

3.6. 実験結果および考察（負に湾曲した気体デトネーション波）

3.6.1. 負に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係

高速度ビデオカメラの画像から，2 次元収束流路の直線部を伝播する気体デトネーション波の波面が平面的であることを確認し，併せて D_{CJ} の測定結果が図 3.6 の測定結果と同等であることを確認した．図 3.28 に 2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の発達状況の一例を示す．λ は 3.01 mm である．ある時刻における $R_1 \sim R_3$ は約 17.5 mm で等しく，2 次元収束流路において気体デトネーション波は最終的に円弧状収束デトネーション波に発達していると判断することができる．円弧状収束デトネーション波に発達すると，進行方向に向かって波面は収束する．したがって，厳密には円弧状収束デトネーション波は一定形状を維持する定常的な伝播ではないが，単純な波面形状で安定的（準定常的）に伝播するため，$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係を容易に取得することができる．

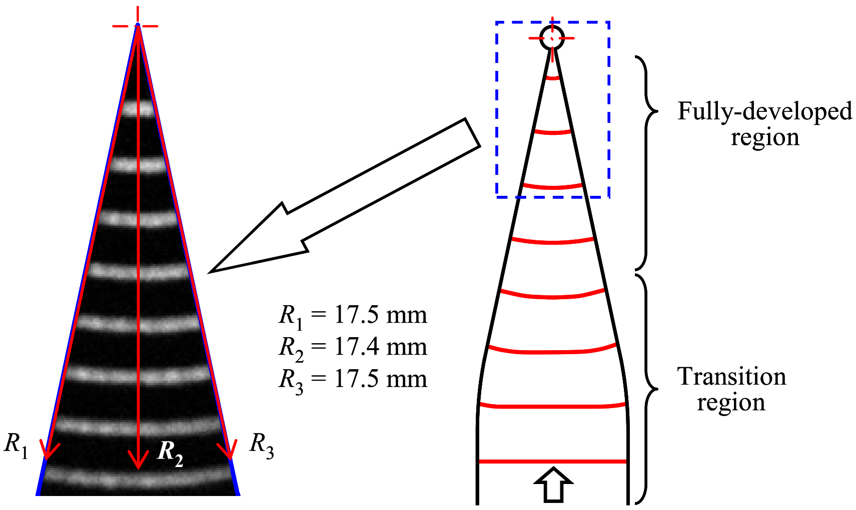


図 3.28　2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の発達状況（$\lambda = 3.01$ mm）

図 3.29 に 2 次元収束流路において発達した円弧状収束デトネーション波より取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係を示す．図中のシンボルが取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係であり，参考として正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係も青い実線で記している．なお，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係は図 3.19 の結果と同じである．本研究の条件では，円弧状収束デトネーション波より取得した $D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係は λ（あるいは $p_{\_}$）に依存せず，ほぼ 1 本の線で表されるような挙動を示しており，D_n/D_{CJ} は $\lambda\kappa$ の減少とともに直線的に増加する．

円弧状収束デトネーション波では $D_n/D_{CJ} \geq 1$ となり，この特性はいわゆる過駆動状態の気体デトネーション波の特性と同じである．通常，過駆動状態の気体デトネーション波は CJ

点が形成されないために自走性を有しておらず，もし円弧状収束デトネーション波においても CJ 点が形成されないならば，図 3.29 の負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，必ずしも正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のように自走性を含んでいるとは言えない．本研究の実験は，負に湾曲した気体デトネーション波の実験としては初期段階にあり，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得したに過ぎない．したがって，現時点では負に湾曲した気体デトネーション波の自走性を確認するには至っていない．しかしながら，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係と同様に，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係も波面の収束に何らかの支配的な影響を持っている可能性があり，これについて確認する必要がある．

全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係と同様に，図 3.29 の負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係も $D_n/D_{CJ}=\mathrm{a}_0+\mathrm{a}_1(\lambda\kappa)+\mathrm{a}_2(\lambda\kappa)^2+\mathrm{a}_3(\lambda\kappa)^3$ の多項式によって近似した．ここで，$\mathrm{a}_0=1.00000$，$\mathrm{a}_1=-0.41858$，$\mathrm{a}_2=-0.25821$，$\mathrm{a}_3=-0.13027$ である．$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を表す線は $\lambda\kappa=0$ において $D_n/D_{CJ}=1$ を通過しなければならないため，そのような拘束条件を設けて近似を行なった．なお，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の近似関数の適用範囲は，内挿が可能な $-0.7\le\lambda\kappa\le0.0$（$1.0000\le D_n/D_{CJ}\le1.2042$ に対応）に設定する．

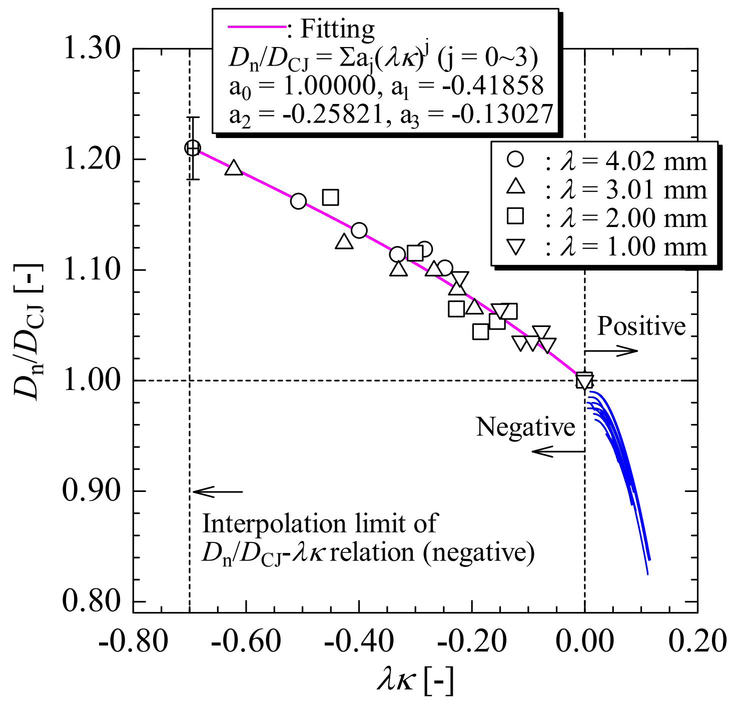
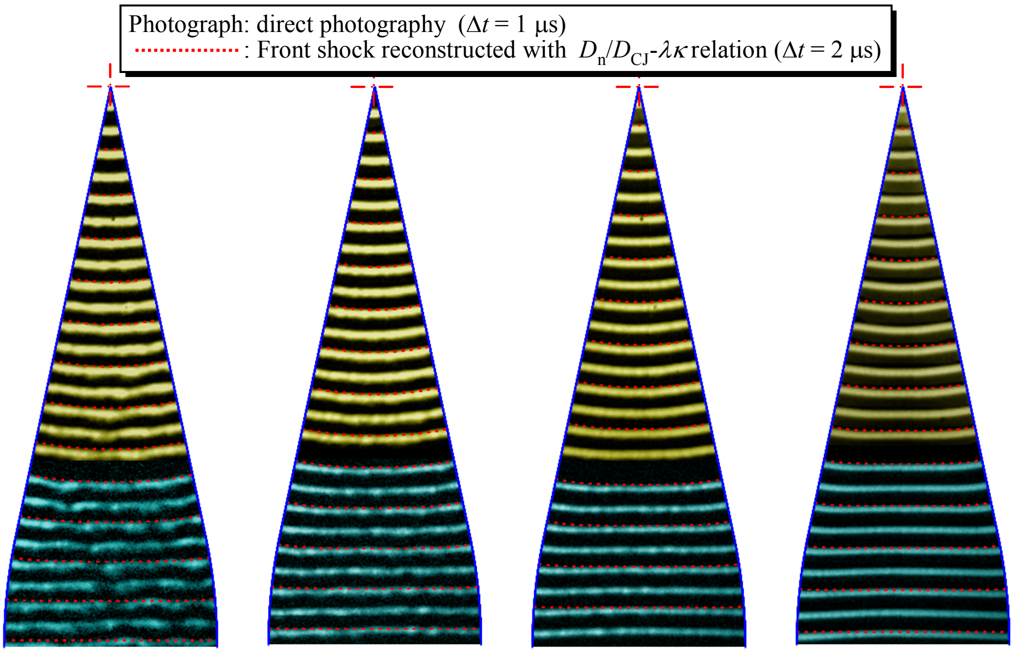


図 3.29　2 次元収束流路において発達した円弧状収束デトネーション波より取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係

3.6.2. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係による波面進展の再現

図 3.30 に，2 次元収束流路における気体デトネーション波の波面進展を負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を用いて再現した結果を示す．表示している範囲は 2 次元収束流路の直線部出口直後から収束点までである．波面の追跡には marker particle method[98]を用いた．気体デトネーション波の波面が 2 次元収束流路の壁面に垂直となることを境界条件とした．境界条件の設定方法および波面進展の再現方法の詳細については付録 B を参照されたい．図中の写真が実験結果を，赤い破線が再現された波面を表しており，写真の波面の時間間隔は 1 μs，再現された波面の時間間隔は 2 μs である．写真の波面の色が異なるのは，異なる 2 回の実験で取得した写真を重ね合わせていることを示すためである．一度の撮影で 2 次元収束流路における気体デトネーション波の波面進展を可視化領域内に収められなかったため，ほぼ同一の条件で 2 回の実験を行ない，波面進展を取得した．図 3.30 に示すように，2 次元収束流路の収束点に近づくにつれて発達する円弧状収束デトネーション波の波面の形状と位置に関して，再現結果は実験結果と一致している．したがって，本研究で取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は妥当であり，円弧状収束デトネーション波の波面進展は負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に概ね従っていると考えられる．また，円弧状収束デトネーション波に発達するまでの過渡的な波面進展の挙動も実験結果と概ね一致している．したがって，負に湾曲した気体デトネーション波の過渡的な波面の進展も，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に概ね従っていると考えられる．



(a) λ = 4.00 mm(上), 4.03 mm(下)　(b) λ = 3.01 mm(上), 3.01 mm(下)　(c) λ = 2.00 mm(上), 2.00 mm(下)　(d) λ = 1.00 mm(上), 1.00 mm(下)

図 3.30　負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係による 2 次元収束流路における気体デトネーション波の波面進展の再現

取得した負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の妥当性が確認できたことから，この $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を用い，2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の伝播特性について更に考察する．図 3.31 に 2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の伝播特性（D_n/D_{CJ} コンター）を示す．円弧状収束デトネーション波の伝播特性のみに注目しているので，コンターを表示している範囲は収束点から下側に 3 cm までである．全ての条件において，収束点に近づくにつれて等 D_n/D_{CJ} 線は同心円状に発達し，円弧状収束デトネーション波が形成されることがわかる．ただし，λ が大きいほど早く（収束点から離れた位置で）円弧状収束デトネーション波に発達しており，円弧状収束デトネーション波への発達の速度は λ に依存しているように見受けられる．また，円弧状収束デトネーション波へ発達した後は，収束点からの距離が同じならば，λ が大きいほど D_n/D_{CJ} は大きい．このような特性は，負に湾曲した気体デトネーション波の D_n/D_{CJ} が $\lambda\kappa$ によって決定されているためと考えられる．$\kappa(\le 0)$ が同じならば，すなわち収束点から円弧状収束デトネーション波の波面までの距離が同じならば，λ が大きいほど $\lambda\kappa(\le 0)$ が小さくなり，結果として D_n/D_{CJ} が増加するためである．過去に藤原ら [99)] が $2C_2H_2+5O_2$ の円筒状収束デトネーション波の伝播速度と曲率半径の関係について実験により確認しているが，λ が小さい条件ほど同一半径における伝播速度が低くなることを示している．藤原らはその原因については不明としているが，彼らの実験においても本研究の結果と同様に，円筒状収束デトネーション波の D_n/D_{CJ} が $\lambda\kappa$ によって決定されていたために，そのような結果になった可能

性がある．

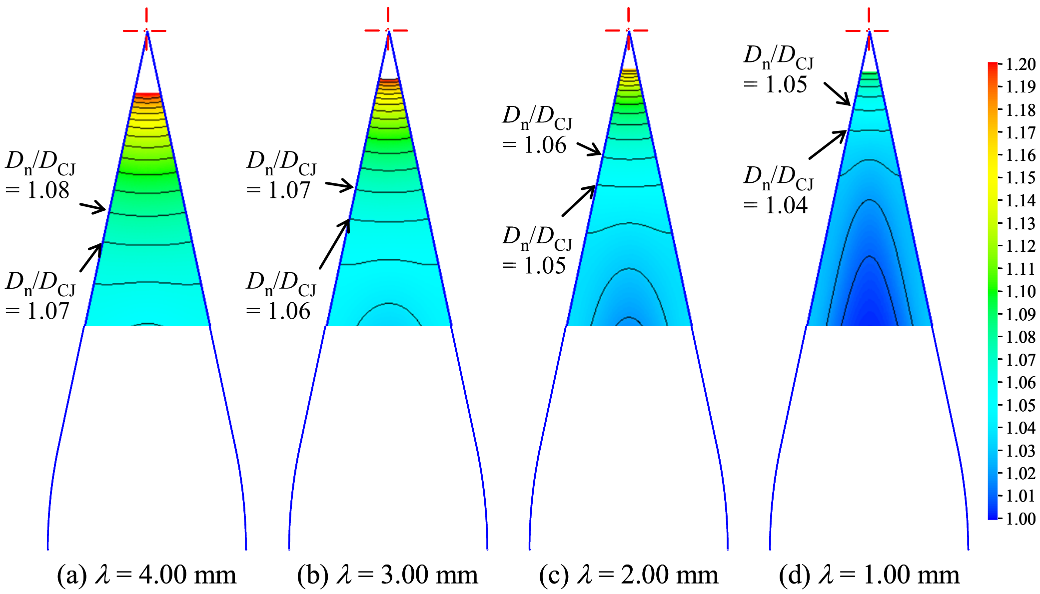


図 3.31　2 次元収束流路における円弧状収束デトネーション波の伝播特性（D_n/D_{CJ} コンター）

3.6.3.　凹に湾曲した壁面による気体デトネーション波の収束特性

続いて，2 次元湾曲流路の外周壁面近傍における気体デトネーション波の収束の再現を試み，収束特性と負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の関連性について考察する．これに先立ち，外周壁面近傍に生じる負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の再現に対して，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の適用が可能となる条件について検討する．本研究では，検討対象を 2 次元湾曲流路の曲部入口付近の外周壁面による気体デトネーション波の収束に限定する．2 次元湾曲流路の曲部入口付近のみに着目すれば，平面の気体デトネーション波の曲部への進入距離が短いため，内周壁面の膨張波の影響は平面の気体デトネーション波と外周壁面の干渉領域まで到達しない．すなわち，内周壁面の存在を無視して，図 3.32 に示すような平面の気体デトネーション波と曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面との干渉として現象を扱うことができる．図 3.32 において，M_s は平面の気体デトネーション波の前面の衝撃波の伝播マッハ数，θ_w は平面の気体デトネーション波の波面と壁面の接触点までの角度である．このような現象では，平面の気体デトネーション波の伝播とともに θ_w が変化し，壁面上での反射形態が変化する．壁面上での反射形態の変化を厳密に予測可能な完成された理論は現在のところ存在しないため，ここでは平面の気体デトネーション波と壁面の幾何学的関係を単純化して，ある瞬間において θ_w が一定に固定される擬似定常流れを仮定し，反射形態と θ_w の関係を単純化された理論により確認する．

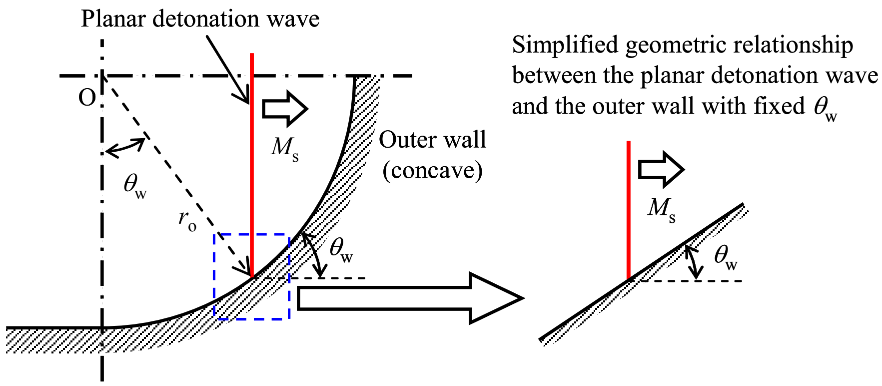


図 3.32　平面の気体デトネーション波と曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面との干渉

図 3.33 に曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面における反射形態と θ_w の関係を示す．図中において，DW は気体デトネーション波，RS は反射衝撃波，MS はマッハステムを表す．平面の気体デトネーション波の前面は衝撃波であり，この衝撃波と反応領域との間には有限の距離が存在するため，反射形態は前面の衝撃波の特性によって決定されるものと考え，各反射形態の境界を Vasilev et al.の手法 [100]に従って決定した．図 3.33 に示すように，理論的には正常反射とマッハ反射の境界は 2 つ存在するが，θ_w が時間の経過とともに増加する場合は，上側の境界（von Neumann condition）が正常反射とマッハ反射の境界になることが知られている [101]．図 3.32 において平面の気体デトネーション波の伝播とともに θ_w は増加するので，正常反射とマッハ反射の境界には上側の境界（von Neumann condition）を採用した．純粋な衝撃波の場合ではあるが，図 3.32 と同じ形態において，θ_w が小さい条件では反射衝撃波が発生せずに入射衝撃波が壁面近傍で負に湾曲して伝播し，θ_w の増加とともに反射形態が図 3.33 の結果のように変化することが，Skews and Kleine の実験により確認されている [102]．負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展が $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に従うならば，波面進展が準定常・準 1 次元的であると考えることができるが，壁面で反射衝撃波が生じる場合，壁面近傍における波面進展は準定常・準 1 次元的ではなくなる．すなわち，仮に負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展が $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に従うとしても，壁面で反射衝撃波が生じない条件でなければ，壁面近傍における負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展を $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現することはできない．図 3.33 の結果から，$2C_2H_2+5O_2+7Ar$ の場合は理論的には $\theta_w=23.9^\circ$ までは壁面で反射衝撃波は発生しないため，負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展が $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に従うならば，$\theta_w=23.9^\circ$ までは壁面近傍における負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展の再現に $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係が適用できるものと考えられる．

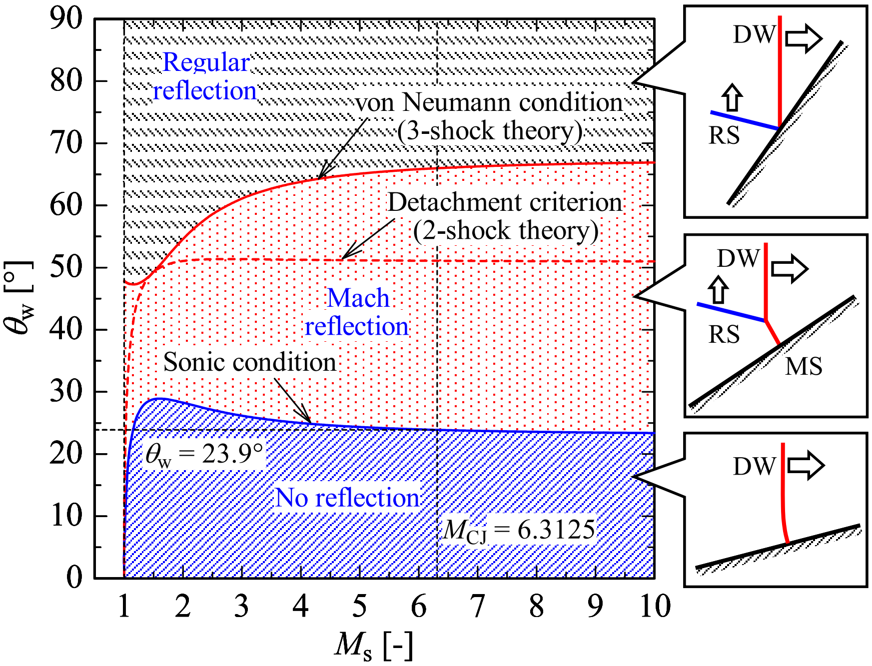


図 3.33　曲率半径が一定である凹に湾曲した壁面における反射形態と θ_w の関係

図 3.34 に，2 次元湾曲流路の外周壁面近傍における気体デトネーション波の波面進展を負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を用いて再現した結果の一例を示す．波面の追跡には marker particle method[98]を用い，気体デトネーション波の波面が 2 次元湾曲流路の内周壁面および外周壁面に垂直となることを境界条件とした．境界条件の設定方法および波面進展の再現方法の詳細については付録 B を参照されたい．2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態が安定形態の条件（図 3.34（c）および図 3.34（d））では，正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展は全 $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係により再現した．一方，臨界形態あるいは不安定形態の条件（図 3.34（a）および図 3.34（b））では，正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展は $D_n/D_{CJ}=1$ の関係により再現した．そのため，臨界形態あるいは不安定形態の条件では，正に湾曲した気体デトネーション波の再現された波面進展は，当然ながら実際の波面進展とは異なる．正に湾曲した気体デトネーション波は内周壁面からの膨張波の波頭よりも左側の領域（膨張波の影響を受ける領域）に生じるので，この領域の波面を再現結果から除いた．図中の写真が実験結果を，赤い破線が再現された波面を表しており，写真の波面および再現された波面の時間間隔はともに 1 μs である．波面の再現は $-0.7\leq\lambda\kappa\leq 0.0$（$1.0000\leq D_n/D_{CJ}\leq 1.2042$ に対応）の範囲で行なった．図 3.34 において，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって再現された外壁近傍の波面進展は，2 次元湾曲流路の幾何学的形状（すなわち r_o）や λ（あるいは p_{-}）が異なっていても，全ての条件において実験結果と概ね一致していることがわかる．したがって，外周壁面による気体デトネーション波の収束も，2 次元収束流路における負に湾曲

した気体デトネーション波の波面進展と同様に，$-0.7 \le \lambda\kappa \le 0.0$（$1.0000 \le D_{n}/D_{CJ} \le 1.2042$ に対応）の範囲においては，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_{n}/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に概ね従っていると考えられる．

十分に発達した円弧状収束デトネーション波あるいは円筒状収束デトネーション波の伝播特性に比べ，凹に湾曲した壁面によって収束される気体デトネーション波の過渡的な伝播特性を明らかにすることは難しい．通常，凹に湾曲した壁面によって気体デトネーション波が収束される条件では反射衝撃波が発生し易く，凹に湾曲した壁面による収束により気体デトネーション波を極端に負に湾曲させる実験を行なうことは困難であるため，過渡的な波面の進展を精度良く確認することは難しい．本研究で確認した負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展では波面形状の変化は小さく，条件（可燃性混合気の種類および流路形状）も限定的であるため，負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展と $D_{n}/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の関連性が完全に解明されたとは言い難い．この関連性を完全に解明するためには，他の条件においても更に実験的な検討を行なう必要がある．

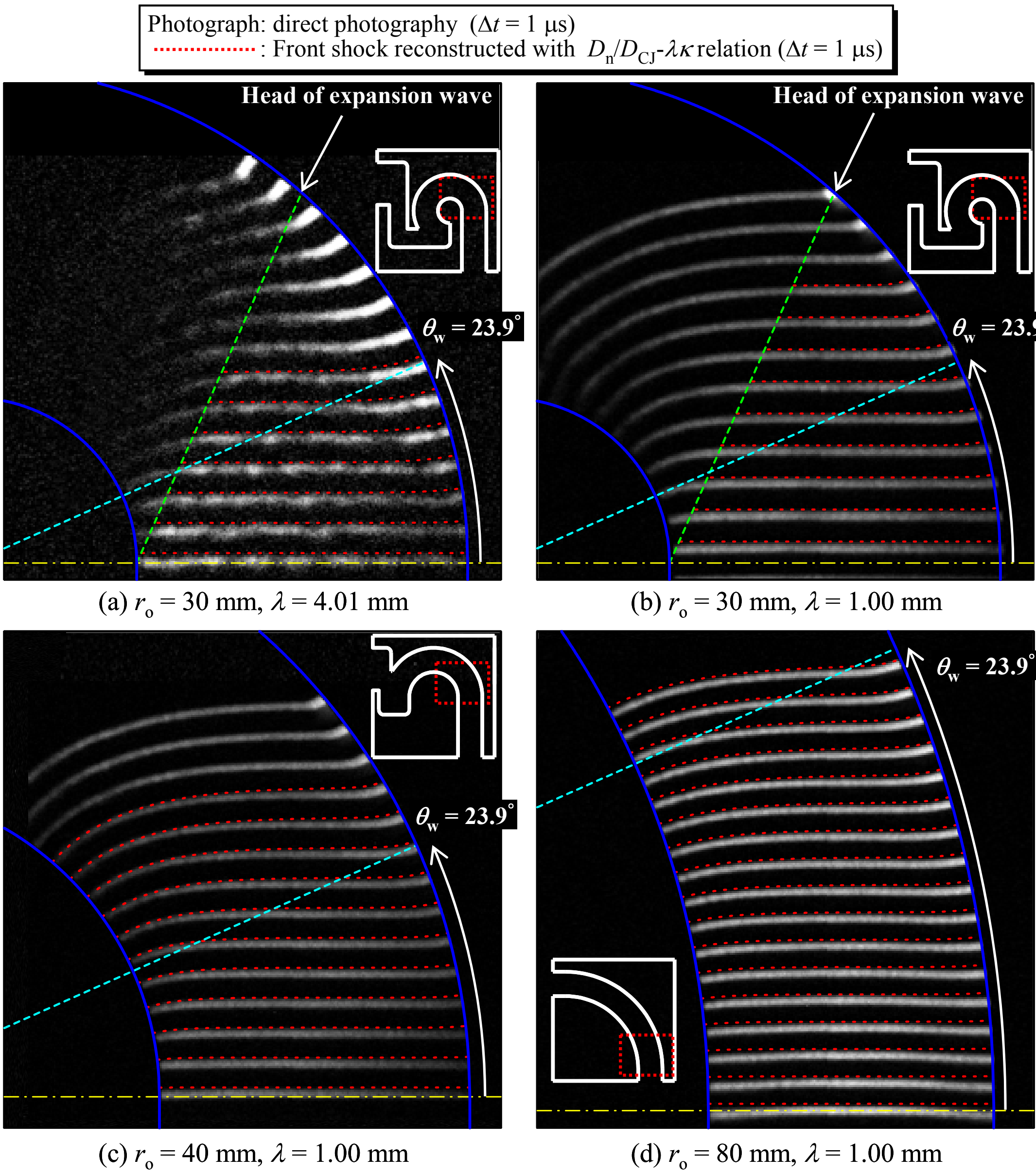


図 3.34　負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係による 2 次元湾曲流路の外周壁面近傍における気体デトネーション波の波面進展の再現

3.7.　まとめ

$C_2H_4+3O_2$，$2H_2+O_2$ および $2C_2H_2+5O_2+7Ar$ の 3 種類の可燃性混合気に対し，2 次元湾曲流路（流路幅を一定に固定）における気体デトネーション波の伝播特性について明らかにした．本研究の条件では，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態は約 $13 \le r_i/\lambda \le 23$ の間で不安定形態から安定形態に遷移し，安定形態となる下限は可燃性混合気の種類に依らず約 $r_i/\lambda = 23$ である．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が最終的にある一定の湾曲形状を維持しながら 2 次元湾曲流路を定常的に伝播するという特徴を利用して，その波面形状を定式化することにより，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得する方法を構築した．正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および λ（あるいは p_-）を変化させたとしても，すなわち r_i/λ を変化させたとしても，$\lambda\kappa$ のみの関数としてある 1 本の曲線で表されるような挙動を示し，$\lambda\kappa$ の増加とともに D_n/D_{CJ} は減少する．また，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は可燃性混合気の種類に殆ど依存しない．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展は，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって支配され，準定常・準 1 次元的である．r_i/λ の増加とともに D_n/D_{CJ} は 1 に近づき，r_i/λ が無限大の条件では，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展はホイヘンスの原理に従うと予想される．また，r_i/λ が一定の条件では，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および可燃性混合気の種類に依らず波面進展の態様が等しくなり，ある τ における波面形状が相似になる．一方，$2C_2H_2+5O_2+7Ar$ に対しては，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係も取得した．負に湾曲した気体デトネーション波では，$\lambda\kappa$ の減少とともに D_n/D_{CJ} は直線的に増加する．円弧状収束デトネーション波の波面進展や，凹に湾曲した壁面による反射衝撃波が発生しない条件における気体デトネーション波の収束は，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に概ね従う．

第 4 章　現実性を向上させた湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデル

4.1.　はじめに

第 3 章において，正に湾曲した気体デトネーション波では，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}$ は r_{i}/λ に殆ど影響されず，$\lambda\kappa$ の関数になることが明らかになった．したがって，本章では流路形状の影響は存在しないものと考え，波面の湾曲のみに着目し，正に湾曲した気体デトネーション波のモデル化を行なう．

正に湾曲した気体デトネーション波に関して，Yao and Stewart[80]の準定常・準 1 次元モデルでは反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造が，Sharpe[81]の準定常・準 1 次元モデルでは化学平衡が考慮されたが，依然として反応次数が 1 の単純な 1 段階反応速度則を用いられており，圧力（密度）の変化が化学反応速度に及ぼす影響は考慮されていない．本章では，Yao and Stewart[80]および Sharpe[81]が提唱しているモデルを組み合せ，更に新たに圧力（密度）依存性のある反応速度則を組み入れ，現実性の向上を図る．これによって，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を全て網羅したモデルに拡張する．本モデルによって，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係を計算し，第 3 章の実験結果との比較を行ない，モデルの検証を行なうとともに，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係の一般性について議論する．また，本モデルによって正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造を明らかにし，波面の曲率による内部構造の変化や垂直方向伝播速度の減速機構について議論する．

4.2.　内部構造のモデル化

図 4.1 にモデル化された正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造を示す．気体デトネーション波はセル構造を有するが，Menikoff et al.の長波長・低周波数近似 [77]の考えに基づき，正に湾曲した気体デトネーション波の構造は空間・時間平均的には ZND 構造であると考える．厳密には気体デトネーション波の波面にはセル構造のために微小な凹凸が存在するが，上記の考えではグローバルな波面を定義することになるので，同様にグローバルな波面の曲率が定義されることになる．加えて，Yao and Stewart[80]の準定常・準 1 次元モデルと同様に，内部の構造が反応誘導領域（induction zone，IZ）と反応領域（reaction zone，RZ）の 2 段階から成ると考える．また，Whitham の ray tube theory[69]に基づき，正に湾曲した気体デトネーション波は極めて細いレイチューブ内を準 1 次元的に伝播すると考える．

図 4.1 において，n は波面を基準とした波面垂直方向の距離（伝播方向を正），l_{ig} は前面の衝撃波から可燃性混合気の着火が開始する点までの距離，l_{mt} は可燃性混合気の着火が開始する点からサーミシティが最大になる点までの距離であり，l_{ig} と l_{mt} の和を反応誘導距離 l_{ind} と定義する．レイチューブの断面積を A とすれば，κ は $(\mathrm{d}A/\mathrm{d}n)/A$ のように表される．本研究では l_{ind} が波面の曲率半径よりも十分に小さい，すなわち $l_{\mathrm{ind}}\kappa \ll 1$ と考える．

気体デトネーション波が IZ と RZ の 2 段から成る ZND 構造であると考えれば，平面 CJ デトネーション波の反応誘導距離 $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ を唯一の特性長さと考えることができる．一方，実際の気体デトネーション波はセル構造を有しており，平面 CJ デトネーション波の λ もまた特性長さと考えることができる．経験的に λ と $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ の間には $\lambda = Cl_{\mathrm{ind,CJ}}$ （C は定数）の関係が成り立つ [28]．この関係から λ をスケールとしてモデルに組み込む．本研究のモデルの最終的な出力結果は $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係である．ここで，本章においては D_{CJ} は平面 CJ デトネーション波（$\kappa = 0$）の伝播速度の理論値であり，例えば NASA の平衡計算ソフトである CEA[96] のように CJ 点で化学平衡状態を考慮することにより決定される伝播速度である．$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係は 2 段階の過程を経て導出する．最初の段階では $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - l_{\mathrm{ind,CJ}}\kappa$ 関係を理論的に導出し，次の段階で $\lambda = Cl_{\mathrm{ind,CJ}}$ の経験則を用いてスケールの変換を行ない，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - l_{\mathrm{ind,CJ}}\kappa$ 関係を $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係に変換する．

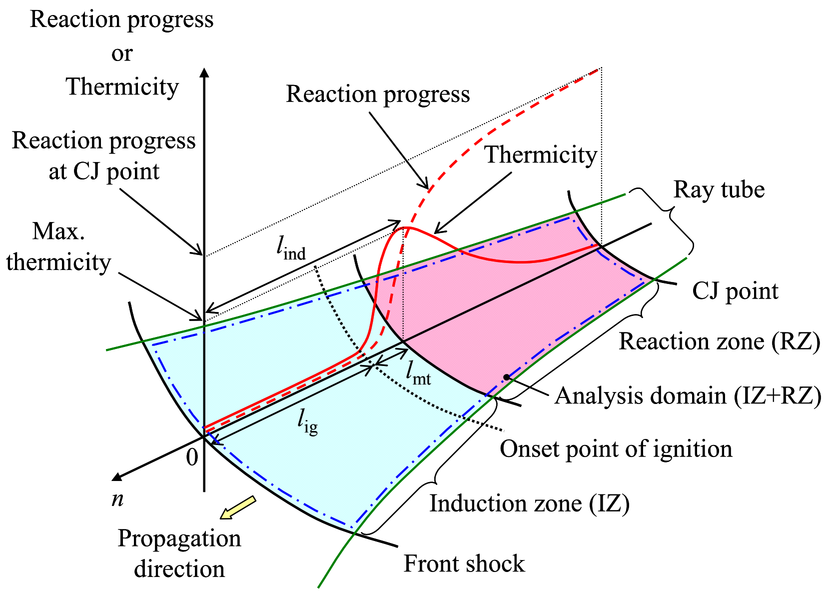


図 4.1　正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造のモデル化

4.3.　支配方程式

本研究のモデルおいて，流体は熱的かつ熱量的に完全な気体であると考える．可燃性混合気が着火を開始した後は，化学反応は 1 段階で進行して単に熱源として作用し，分子量および気体力学特性は変化しないものとする．このとき，波面静止系で見た準 1 次元的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波の支配方程式は以下のようになる [64)]．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_\mathrm{n})}{\partial n}+\kappa\rho(D_\mathrm{n}+u_\mathrm{n})=0 \qquad \text{（質量保存式）} \tag{4.1}$$

$$\dot{D}_\mathrm{n}+\frac{\partial u_\mathrm{n}}{\partial t}+u_\mathrm{n}\frac{\partial u_\mathrm{n}}{\partial n}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}=0 \qquad \text{（運動量保存式）} \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t}+u_\mathrm{n}\frac{\partial e}{\partial n}-\frac{p}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+u_\mathrm{n}\frac{\partial \rho}{\partial n}\right)=0 \qquad \text{（エネルギー保存式）} \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t}+u_\mathrm{n}\frac{\partial Y}{\partial n}=w \qquad \text{（化学反応式）} \tag{4.4}$$

$$e=\frac{p}{(\gamma-1)\rho}-Yq \qquad \text{（熱量的状態方程式）} \tag{4.5}$$

$$p=\rho RT \qquad \text{（熱的状態方程式）} \tag{4.6}$$

ここで，ρ は密度，t は時間，u_n は波面垂直方向の流体粒子の速度，$\dot{D}_\mathrm{n}$ は波面垂直方向の波面の加速度，p は圧力，e は比内部エネルギー，Y は反応進行度（生成物の質量分率に等しく，純粋な反応物ならば $Y=0$，純粋な生成物ならば $Y=1$），w は質量基準の化学反応速度，γ は比熱比，q は単位質量当たりの発熱量，R は気体定数，T は温度である．

正に湾曲した気体デトネーション波の既存モデルでは，問題を単純化するために化学反応は不可逆的であると考えてきた [80)]．また，化学反応の進行に対する反応物の分子間あるいは生成物の分子間の相互作用を無視してきたため，化学反応速度の圧力（密度）依存性は考慮されなかった [80,81)]．しかしながら，デトネーションは燃焼の一種であるため，気体デトネーション波内における化学反応はある程度進行すると正反応と逆反応の速度が釣り合い，化学平衡状態に達する．また，化学反応速度は化学種の濃度に依存するため，気体デトネーション波の内部構造は可燃性混合気の初期圧力（初期密度）および化学反応進行中の流体（気体）の圧力（密度）に依存する．したがって，本研究で検討する正に湾曲した気体デトネーション波のモデルでは，化学反応として $\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2+\cdots+\mathrm{R}_\mathrm{N}\leftrightarrow\mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\cdots+\mathrm{P}_\mathrm{N}$（R：反応物，P：生成物）のような 1 段階可逆反応を考え，化学反応の可逆性，すなわち化学平衡を考慮する．この化学反応系では，反応物の分子間の相互作用によって化学反応が進行するため，反応次数は 1 以上となり，化学反応速度の圧力（密度）依存性も考慮される．これらの効果により，気体デトネーション波内部における化学反応の進行が既存のモデルよりも現実的となり，モデルの現実性が向上する．本研究のモデルでは，反応速度則において，化学反応速度の圧力（密度）依存性と化学平衡の影響を考慮することに重点

を置く．化学反応の過程において，反応物および生成物のそれぞれの化学種の数，量論係数，分子量および気体力学特性が全て等しいとする．このとき，反応速度則は

$$w = Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_a}{T}\right)\left\{(1-Y)^{\nu} - \left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]^{\nu}\right\} \tag{4.7}$$

で与えられる．ここで，Z' は前指数因子，ν は反応次数，T_a は活性化温度，K は化学平衡状態を決定する定数である．式（4.7）の導出については付録 C を参照されたい．

本研究では正反応と逆反応の両方を考慮しており，式（4.7）は正反応の速度から逆反応の速度を差し引いた正味の化学反応速度を表すが，式（4.7）に用いる T_a は正反応の活性化温度に対応する．T_a は気体デトネーション波における可燃性混合気の着火過程を定容の熱爆発過程として扱うことで決定することができる．式（4.7）の導出の過程では，ν が 1 以上の整数であることが前提となっているが，実際の化学反応では ν は整数とは限らない．本研究では実際の化学反応における ν を検討対象とする化学反応の有効な反応次数として扱うこととし，これを式（4.7）に用いることとする．ν は λ の可燃性混合気の初期圧力に対する感度から実験的に取得することができ，通常の気体デトネーション波では約 2 となる．一方，K は生成物と反応物の比ギブス自由エネルギーの差 Δg に関する以下の関係式 [1] から決定される．

$$\Delta g = -q + RT\ln(K) + RT\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right) \tag{4.8}$$

化学平衡を伴う気体デトネーション波の場合，その波面が完全に平面（$\kappa = 0$）である CJ デトネーション波では，CJ 点は化学平衡状態である [1,81,103]．すなわち，化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の CJ 点では式（4.8）において $\Delta g = 0$ であるから [1]，K は化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の CJ 点の状態を用いて

$$K = \frac{1-Y_{\mathrm{eq,CJp}}}{Y_{\mathrm{eq,CJp}}}\exp\left(\frac{q}{RT_{\mathrm{eq,CJp}}}\right) \tag{4.9}$$

として決定される．ここで，下付きの eq は化学平衡状態を，CJp は CJ 点の状態を表し，これらを併せた eq,CJp は化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の CJ 点の状態を意味する．$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$ は可燃性混合気の組成と初期状態が決まれば，自動的に決定するパラメータである．また，化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の場合，付録 D に示すように CJ 点において $u_{\mathrm{n,CJp}}^2 = a_{\mathrm{eq,CJp}}^2$ となる [1,81,103]．$a_{\mathrm{eq,CJp}}$ は化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の CJ 点における平衡音速であり，以下に示すような化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の CJ 点における凍結音速 $a_{\mathrm{fr,CJp}}$ との関係から求められる [1]．

$$a_{\mathrm{eq,CJp}}^2 = a_{\mathrm{fr,CJp}}^2 - \frac{\gamma a_{\mathrm{fr,CJp}}^2 \left[(\gamma - 1) \dfrac{q}{a_{\mathrm{fr,CJp}}^2} \right]^2}{\dfrac{\gamma^2}{(\gamma - 1)} \left[(\gamma - 1) \dfrac{q}{a_{\mathrm{fr,CJp}}^2} \right]^2 + \dfrac{1}{Y_{\mathrm{eq,CJp}}} + \dfrac{1}{1 - Y_{\mathrm{eq,CJp}}}} \tag{4.10}$$

熱的状態方程式から，凍結音速 a_{fr} と T の間には

$$a_{\mathrm{fr}}^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma R T \tag{4.11}$$

の関係が成り立つので，$a_{\mathrm{fr,CJp}}$ が求まれば式（4.11）より $T_{\mathrm{eq,CJp}}$ が決まる．$a_{\mathrm{fr,CJp}}$ は q を決定する過程で q と同時に求められ，その詳細については 4.5.2 項で述べる．$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$ および $T_{\mathrm{eq,CJp}}$ が求められれば，これらの値を式（4.9）に代入することにより K が決定される．

4.4.　マスター方程式とベルヌーイの式

流体粒子が IZ と RZ を通過する時間スケールに比べ，遥かに長い時間スケールで正に湾曲した気体デトネーション波の波面が進展するならば，正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造と垂直方向伝播速度は緩やかに変化すると考えることができる．このような条件では，式（4.1）~ 式（4.4）において $\partial(\cdot)/\partial t << 1$ と考えることでき，正に湾曲した気体デトネーション波は準定常的に伝播していると考えることができる．したがって，式（4.1）~ 式（4.4）は以下のように単純化できる．

$$\frac{\mathrm{d}(\rho u_{\mathrm{n}})}{\mathrm{d}n} + \kappa \rho (D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}) = 0 \qquad \text{（質量保存式）} \tag{4.12}$$

$$u_{\mathrm{n}} \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}n} + \frac{1}{\rho} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}n} = 0 \qquad \text{（運動量保存式）} \tag{4.13}$$

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}n} - \frac{p}{\rho^2} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n} = 0 \qquad \text{（エネルギー保存式）} \tag{4.14}$$

$$u_{\mathrm{n}} \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}n} = w \qquad \text{（化学反応式）} \tag{4.15}$$

式（4.5）より $e = e(p, \rho, Y)$ であるので，以下の関係が成り立つ．

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}n} = \frac{\partial e}{\partial \rho} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n} + \frac{\partial e}{\partial p} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}n} + \frac{\partial e}{\partial Y} \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}n} \tag{4.16}$$

式（4.16）を式（4.14）に代入して整理すると

$$-\left[\left(\frac{p}{\rho^2} - \frac{\partial e}{\partial \rho} \right) \bigg/ \frac{\partial e}{\partial p} \right] \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n} + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}n} + \left(\frac{\partial e}{\partial Y} \bigg/ \frac{\partial e}{\partial p} \right) \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}n} = 0 \tag{4.17}$$

となる．a_{fr} の一般表記は

$$a_{\mathrm{fr}}^2 = \left(\frac{p}{\rho^2} - \frac{\partial e}{\partial \rho}\right) \Big/ \frac{\partial e}{\partial p} \tag{4.18}$$

であるので [1]，式（4.18）を式（4.17）に代入すると

$$-a_{\mathrm{fr}}^2 \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n} + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}n} + \left(\frac{\partial e}{\partial Y} \Big/ \frac{\partial e}{\partial p}\right)\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}n} = 0 \tag{4.19}$$

となる．式（4.12），式（4.13）および式（4.15）を式（4.19）に代入して整理すると

$$\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}n} = \frac{-\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial e}{\partial Y} \Big/ \dfrac{\partial e}{\partial p}\right) w - \kappa a_{\mathrm{fr}}^2 \left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right)}{a_{\mathrm{fr}}^2 - u_{\mathrm{n}}^2} \tag{4.20}$$

の関係が得られる．一方，式（4.5）より

$$\frac{\partial e}{\partial Y} = -q \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial e}{\partial p} = \frac{1}{\rho}\frac{1}{\gamma - 1} \tag{4.22}$$

の関係が得られるので，式（4.21）および式（4.22）を式（4.20）に代入して整理すると

$$\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}n} = \frac{(\gamma-1) q w - \kappa a_{\mathrm{fr}}^2 \left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right)}{a_{\mathrm{fr}}^2 - u_{\mathrm{n}}^2} = \frac{(\gamma-1)\dfrac{q}{a_{\mathrm{fr}}^2} w - \kappa\left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right)}{1 - M^2} \tag{4.23}$$

の関係が得られる．ここで，M は波面垂直方向の流体粒子のマッハ数であり，$M^2 = u_{\mathrm{n}}^2 / a_{\mathrm{fr}}^2$ の関係により定義される．式（4.23）は準定常・準 1 次元的に伝播する気体デトネーション波の IZ および RZ において常に成立する関係式であり，マスター方程式と呼ばれる [80,81]．

式（4.13）と式（4.14）の和をとって整理すると

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u_{\mathrm{n}}^2}{2}\right) = 0 \tag{4.24}$$

となる．式（4.24）に式（4.5）を代入して整理すると

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\left(\frac{\gamma p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{u_{\mathrm{n}}^2}{2} - Yq\right) = 0 \tag{4.25}$$

となる．すなわち，

$$\frac{\gamma p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{u_{\mathrm{n}}^2}{2} - Yq = const. \tag{4.26}$$

の関係が成り立つ．式（4.26）は気体デトネーション波の前面の衝撃波の直前でも成立するので，式（4.26）から

$$\frac{\gamma p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{u_{\mathrm{n}}^2}{2} - Yq = \frac{\gamma p_-}{(\gamma-1)\rho_-} + \frac{1}{2}D_{\mathrm{n}}^2 \tag{4.27}$$

のベルヌーイの式が得られ，式（4.27）を $a_{\mathrm{fr}}^2 (= \gamma p/\rho)$ について解けば

$$a_{\mathrm{fr}}^2 = \frac{\gamma p_-}{\rho_-} + (\gamma - 1)\left\{\frac{D_\mathrm{n}^2 - u_\mathrm{n}^2}{2} + Yq\right\} \tag{4.28}$$

となる．ここで，下付きのマイナス（−）は前面の衝撃波直前の状態あるいは初期状態を表す．式（4.28）も準定常・準 1 次元的に伝播する気体デトネーション波の IZ および RZ において常に成立する関係式である．

4.5. 反応誘導距離と無次元化

4.5.1. 着火判定基準

ZND 構造が IZ と RZ の 2 段階から成ると想定するとき，可燃性混合気の着火が開始する点の位置（すなわち l_{ig}）を決定することが重要である．なぜならば，可燃性混合気の着火が開始する点までの領域では $w = 0$，それ以降の CJ 点までの領域では $w \geq 0$ であり，可燃性混合気の着火点の前後で化学反応特性が異なるためである．平面 CJ デトネーション波の場合，前面の衝撃波を通過した流体粒子が着火に至るまでの過程は定容の熱爆発過程である [104]．本研究のモデルで想定している正に湾曲した気体デトネーション波は $l_{\mathrm{ind}}\kappa << 1$ かつ $\partial(\cdot)/\partial t << 1$（すなわち準定常・準 1 次元）であるため，平面 CJ デトネーション波の場合と同様に，近似的に可燃性混合気の着火過程は定容の熱爆発過程と見なすことができる．したがって，可燃性混合気の局所的な状態（ρ および T）により決定される着火遅れ時間 t_{ig} は

$$t_{\mathrm{ig}} = \frac{R}{Z'(\gamma - 1)q}\rho^{1-\nu}\frac{T^2}{T_\mathrm{a}}\exp\left(\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right) \tag{4.29}$$

の関係から近似的に決定できる．式（4.29）の導出については付録 E を参照されたい．本研究では，可燃性混合気の着火基準を

$$\int_0^{-l} \frac{1}{u_\mathrm{n}}\mathrm{d}n = t_{\mathrm{ig}}(-l) \tag{4.30}$$

と定義する．すなわち，ある位置 $n = -l$ における流体粒子の衝撃波通過後の経過時間が，ある位置 $n = -l$ における流体粒子の局所的な状態から式（4.29）を用いて決定される t_{ig} と等しくなるときに，可燃性混合気が着火すると考える．したがって，式 (4.30) を満足する l が l_{ig} となる．

式（4.30）を使用するためには，前面の衝撃波直後（$n = 0$）から可燃性混合気の着火が開始する点（$n = -l_{\mathrm{ig}}$）までの領域における u_n，ρ および T の分布を決定する必要がある．この領域では $w = 0$ および $Y = 0$ であるので，p_-，ρ_-，D_n および κ が既知であれば，式 (4.23) に式（4.28）を代入して前面の衝撃波直後（$n = 0$）から下流に向かって単純に積分することにより u_n の分布が得られ，引き続き式（4.12）を積分することにより ρ の分布が得られる．これらの積分の初期条件は，$n = 0$ において

$$u_{\mathrm{n},+} = -\frac{D_{\mathrm{n}}}{\gamma+1}\left(\frac{2\gamma p_-}{D_{\mathrm{n}}^2\rho_-}+\gamma-1\right) \tag{4.31}$$

$$\rho_+ = -\frac{D_{\mathrm{n}}\rho_-}{u_{\mathrm{n},+}} \tag{4.32}$$

である[105]．ここで，下付きのプラス（+）は前面の衝撃波直後の状態を表す．T は式（4.11）および式（4.28）から求められる．

4.5.2. 反応誘導距離スケール

平面CJデトネーション波では，$\kappa = 0$ および $D_{\mathrm{n}} = D_{\mathrm{CJ}}$ であるため，式(4.12)および式(4.13)はそれぞれ

$$\rho u_{\mathrm{n}} = -\rho_- D_{\mathrm{CJ}} \tag{4.33}$$

$$p + \rho u_{\mathrm{n}}^2 = p_- + \rho_- D_{\mathrm{CJ}}^2 \tag{4.34}$$

のようになる．式（4.33）および式（4.34）より，p_-，ρ_- および D_{CJ} が既知であれば，a_{fr} は

$$a_{\mathrm{fr}}^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = -\frac{\gamma u_{\mathrm{n}}}{\rho_- D_{\mathrm{CJ}}}\left(p_- + \rho_- D_{\mathrm{CJ}}^2 + u_{\mathrm{n}}\rho_- D_{\mathrm{CJ}}\right) \tag{4.35}$$

のように u_{n} のみの関数として表される．一方，サーミシティ $\dot{\sigma}$ は

$$\dot{\sigma} = (\gamma-1)\frac{q}{a_{\mathrm{fr}}^2}w \tag{4.36}$$

として定義される[58]．平面CJデトネーション波において，可燃性混合気の着火が開始する点から $\dot{\sigma}$ が最大になる点までの距離 $l_{\mathrm{mt,CJ}}$ は，式（4.23）において $\kappa = 0$ として

$$\begin{aligned} l_{\mathrm{mt,CJ}} &= -\int_{u_{\mathrm{n,ig}}}^{u_{\mathrm{n,mt}}} \frac{a_{\mathrm{fr}}^2 - u_{\mathrm{n}}^2}{(\gamma-1)qw}\mathrm{d}u_{\mathrm{n}} \\ &= -\int_{u_{\mathrm{n,ig}}}^{u_{\mathrm{n,mt}}} \frac{a_{\mathrm{fr}}^2 - u_{\mathrm{n}}^2}{[(\gamma-1)q]Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\left\{(1-Y)^{\nu} - \left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]^{\nu}\right\}}\mathrm{d}u_{\mathrm{n}} \end{aligned} \tag{4.37}$$

で与えられる．平面CJデトネーション波では，その構造がZND構造ならば，前面の衝撃波直後から可燃性混合気の着火が開始する点までの領域における状態は，前面の衝撃波直後の状態に等しいと見なして差し支えない．したがって，平面CJデトネーション波において，前面の衝撃波から可燃性混合気の着火が開始する点までの距離 $l_{\mathrm{ig,CJ}}$ は，前面の衝撃波直後の状態で決定されるため，式（4.30）は以下のように単純化される．

$$l_{\mathrm{ig,CJ}} = t_{\mathrm{ig},+}u_{\mathrm{n},+} = \frac{u_{\mathrm{n},+}R}{Z'(\gamma-1)q}\rho_+^{1-\nu}\frac{T_+^2}{T_{\mathrm{a}}}\exp\left(\frac{T_{\mathrm{a}}}{T_+}\right) \tag{4.38}$$

平面CJデトネーション波の反応誘導距離 $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ は $l_{\mathrm{ig,CJ}}$ と $l_{\mathrm{mt,CJ}}$ の和として．

$$l_{\mathrm{ind,CJ}} = \frac{u_{\mathrm{n},+}R}{Z'(\gamma-1)q}\rho_+^{1-\nu}\frac{T_+^2}{T_\mathrm{a}}\exp\left(\frac{T_\mathrm{a}}{T_+}\right) \\ -\int_{u_{\mathrm{n,ig}}}^{u_{\mathrm{n,mt}}}\frac{a_{\mathrm{fr}}^2-u_\mathrm{n}^2}{[(\gamma-1)q]Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right)\left\{(1-Y)^\nu-\left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]^\nu\right\}}\mathrm{d}u_\mathrm{n} \tag{4.39}$$

で与えられる．

p_-，ρ_- および D_{CJ} が既知であれば，式（4.39）に式（4.35）を代入して $u_{\mathrm{n,ig}}$ から $u_{\mathrm{n,mt}}$ まで積分することにより，$l_{\mathrm{ind,CJ}}$ を得ることができる．平面 CJ デトネーション波では，前面の衝撃波直後（$n=0$）から可燃性混合気の着火が開始する点（$n=-l_{\mathrm{ig,CJ}}$）までの領域では，流れが 1 次元的で $w=0$ および $Y=0$ であるから，$u_\mathrm{n}=u_{\mathrm{n},+}$，$\rho=\rho_+$ および $T=T_+$ であり，$u_{\mathrm{n,ig}}=u_{\mathrm{n},+}$ である．$u_{\mathrm{n},+}$ は式（4.31）から，ρ_+ は式（4.32）あるいは式（4.33）から，T_+ は式（4.11）と式（4.35）からそれぞれ求められる．したがって，式（4.39）を積分するためには，可燃性混合気の着火が開始する点（$n=-l_{\mathrm{ig,CJ}}$）から下流の u_n，ρ および T の分布を予め求めればよい．式（4.23）に式（4.35）を代入し，$\kappa=0$ として可燃性混合気の着火が開始する点（$n=-l_{\mathrm{ig,CJ}}$）から下流に向かって積分すれば u_n の分布が得られる．なお，この積分の初期条件は $u_\mathrm{n}=u_{\mathrm{n,ig}}=u_{\mathrm{n},+}$ である．u_n の分布が得られれば，式（4.11），式（4.33）および式（4.35）から ρ と T の分布が得られる．

化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の場合，付録 D に示すように CJ 点において $u_{\mathrm{n,CJp}}^2=a_{\mathrm{eq,CJp}}^2$ の関係が成りたつ [1,81,103]．したがって，p_-，ρ_- および $Y_{\mathrm{eq,CJp}}$ が既知であれば，$\kappa=0$ および $D_\mathrm{n}=D_{\mathrm{CJ}}$ とすることにより，式（4.10），式（4.28）および式（4.35）から q が決定される．本研究ではこれらの関係式を Newton−Raphson 法 [106]により解いた．なお，q が求められれば，式（4.10），式（4.28）および式（4.35）より残りの 2 つの未知数である $a_{\mathrm{eq,CJp}}$ と $a_{\mathrm{fr,CJp}}$ も同時に求められ，$a_{\mathrm{fr,CJp}}$ は 4.3 項に示したように K の決定に用いられる．

4.5.3.　無次元化

本研究のモデルでは，長さ l，時間 t，速度 u，密度 ρ，圧力 p，温度 T，エネルギー e の次元を持つ物理量を，基準スケールを用いて以下の規則により無次元化する．

$$\tilde{l}=\frac{l}{l_{\mathrm{ind,CJ}}}=\frac{lZ'\rho_-^{\nu-1}}{\alpha D_{\mathrm{CJ}}},\quad \tilde{t}=\frac{tZ'\rho_-^{\nu-1}}{\alpha},\quad \tilde{u}=\frac{u}{D_{\mathrm{CJ}}},\quad \tilde{\rho}=\frac{\rho}{\rho_-},\quad \tilde{p}=\frac{p}{\rho_-D_{\mathrm{CJ}}^2},$$
$$\tilde{T}=\frac{RT}{D_{\mathrm{CJ}}^2},\quad \tilde{e}=\frac{e}{D_{\mathrm{CJ}}^2} \tag{4.40}$$

ここで，α は尺度因子であり，上付きのチルダ（~）は式（4.40）の規則により無次元化された物理量を表す．この無次元化において $\tilde{\rho}_-$ は常に 1 であり，$\tilde{p}_-$ は

$$\tilde{p}_-=\frac{p_-}{\rho_-D_{\mathrm{CJ}}^2}=\frac{1}{\gamma M_{\mathrm{CJ}}^2} \tag{4.41}$$

で与えられる．ここで，M_{CJ} は平面 CJ デトネーション波の伝播マッハ数である．一方，α は無次元化された平面 CJ デトネーション波の反応誘導距離が 1 になるように決定され，無次元化された式（4.39）より

$$\alpha = \frac{\tilde{u}_{\mathrm{n},+}}{(\gamma-1)\tilde{q}} \tilde{\rho}_{+}^{1-\nu} \frac{\tilde{T}_{+}^{2}}{\tilde{T}_{\mathrm{a}}} \exp\left(\frac{\tilde{T}_{\mathrm{a}}}{\tilde{T}_{+}}\right) - \int_{\tilde{u}_{\mathrm{n,ig}}}^{\tilde{u}_{\mathrm{n,mt}}} \frac{\tilde{a}_{\mathrm{fr}}^{2} - \tilde{u}_{\mathrm{n}}^{2}}{\left[(\gamma-1)\tilde{q}\right]\tilde{\rho}^{\nu-1} \exp\left(-\frac{\tilde{T}_{\mathrm{a}}}{\tilde{T}}\right)\left\{(1-Y)^{\nu} - \left[KY\exp\left(-\frac{\tilde{q}}{\tilde{T}}\right)\right]^{\nu}\right\}} \mathrm{d}\tilde{u}_{\mathrm{n}} \tag{4.42}$$

で与えられる．

4.6.　解法および計算条件

可燃性混合気の初期状態（p_{-} および ρ_{-}）と気体力学特性（D_{CJ}，M_{CJ}，R および γ）が既知であり，適当な D_{n} と κ の組み合せが与えられれば，正に湾曲した気体デトネーション波の前面の衝撃波直後（$n=0$）の状態量（ρ_{+}，p_{+} および T_{+} 等）が決定され，式 (4.12) ~ 式（4.15）の積分の境界条件となる．したがって，化学反応特性（T_{a}，q，$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$，Z'，K および ν）が与えられれば，式（4.12）~ 式（4.15）を前面の衝撃波直後（$n=0$）から下流の CJ 点に向かって積分することにより，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の内部の状態量（ρ，p および T 等）を決定することができる．なお，式 (4.12) ~ 式 (4.15) の積分において, 前面の衝撃波直後（$n=0$）から可燃性混合気の着火が開始する点（$n=-l_{\mathrm{ig}}$）までは $w=0$，可燃性混合気の着火が開始する点（$n=-l_{\mathrm{ig}}$）から下流の CJ 点までは $w \geq 0$ として場合分けが必要である．正に湾曲した気体デトネーション波の内部のこれらの状態量は，式（4.5），式（4.6），式（4.11）および式（4.28）を通じて互いに関連付けられている．しかしながら，この積分ではもう 1 つの境界条件（CJ 点での状態）が未定であるため，解の候補となる D_{n} と κ の組み合せは無数に存在する．したがって，無数にある D_{n} と κ の組み合せの中から解となる組み合せを判別するための条件が必要である．

化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波（$\kappa>0$）の CJ 点では，付録 D に示すように一般化された CJ 条件が満足されなければならない [81,103]. すなわち, 式 (4.12) ~ 式（4.15）の積分の過程で $u_{\mathrm{n,CJp}}^{2} = a_{\mathrm{fr,CJp}}^{2}$ となって式（4.23）の分母が 0 になると同時に，正則性を維持するために同時に式（4.23）の分子も 0 になる必要がある [81,103]．化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波では，この条件を満足する点が CJ 点であることから，式（4.23）は CJ 状態の判別式と考えることができる．この一般化された CJ 条件を満足する D_{n} と κ の組み合せは唯一つしか存在しないため，shooting method[107]により解となる D_{n} と κ の組み合せを探索することができる．このようにして解となる D_{n} と κ の組み合せを探索する

ことにより，$D_{\mathrm{n}}-\kappa$ 関係を得ることができる．なお，本研究では式（4.12）~ 式（4.15）の積分をルンゲ・クッタ法（4 次）[108]により行なった．

しかしながら，化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波（$\kappa=0$）の CJ 点では，4.3 項で述べたように $u_{\mathrm{n,CJp}}^2=a_{\mathrm{eq,CJp}}^2$ であり，一般に $a_{\mathrm{fr}}>a_{\mathrm{eq}}$ であるので，一般化された CJ 条件は満足されない [1,81,103]．すなわち，化学平衡を伴う気体デトネーション波の場合，$\kappa=0$ の場合の CJ 条件（CJ 点で化学平衡状態かつ $u_{\mathrm{n,CJp}}^2=a_{\mathrm{eq,CJp}}^2$）と $\kappa>0$ の場合の CJ 条件（一般化された CJ 条件）では CJ 条件が異なるため，化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の伝播速度 $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ が $\kappa\to 0$ の極限状態の伝播速度 $D_{\mathrm{n}}(\kappa\to 0)$ に一致しないという矛盾が生じる [81,103]．この矛盾を完全に回避する手段は現在のところ存在しない．Sharpe は，化学平衡と伴う気体デトネーション波の場合，壁面の影響等により完全に $\kappa=0$ の平面の気体デトネーション波は達成できず，実際の気体デトネーション波では $D_{\mathrm{n}}(\kappa\to 0)$ が達成し得る平面 CJ デトネーション波の伝播速度であるとしている [81]．しかしながら，現実的には $D_{\mathrm{n}}(\kappa\to 0)$ を決定することはできず，Sharpe は $\kappa=0$ の状態が $\kappa\to 0$ の状態の特異極限と考えることにより，代わりに $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ を達成し得る平面 CJ デトネーション波の伝播速度として扱っている [81]．本研究でも Sharpe の考えに基づいて化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波のモデル化を行ない，$D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ を達成し得る平面 CJ デトネーション波の伝播速度として扱う．$\kappa\to 0$ の条件では一般化された CJ 条件が満足されるため，CJ 点で $u_{\mathrm{n,CJp}}^2=a_{\mathrm{fr,CJp}}^2$ となる一方，κ は限りなく 0 に近いため，CJ 条件を満足するまでに流れ場に実際に放出される熱量は，$D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ の場合に限りなく近づくはずである．すなわち，$\kappa=0$ の条件において，CJ 点で $u_{\mathrm{n,CJp}}^2=a_{\mathrm{fr,CJp}}^2$ でありながら，CJ 条件を満足するまでに流れ場に実際に放出される熱量が $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ の場合に等しくなるときの伝播速度を求めれば，$D_{\mathrm{n}}(\kappa\to 0)$ はこの伝播速度と $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ の間に存在するはずである．この伝播速度は，レイリー線と凍結ユゴニオ曲線が接する条件（すなわち化学平衡を考慮しない条件）により決定することができ，気体デトネーション波の場合，$D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ に比べて 0.3%程度低いに過ぎない [1]．すなわち，$D_{\mathrm{n}}(\kappa\to 0)$ の代わりに $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa=0)$ を達成し得る平面 CJ デトネーション波の伝播速度として扱っても，$D_{\mathrm{n}}-\kappa$ 関係を決定する上で然程影響はないと考えられる．

モデルの計算の対象となる可燃性混合気は，第 3 章の実験と同様に $C_2H_4+3O_2$，$2H_2+O_2$ および $2C_2H_2+5O_2+7Ar$ である．これらの可燃性混合気の計算に用いた入力値を表 4.1 に示す．T_{-} は 298.15 K で一定としている．有次元のパラメータは式（4.40）の規則に基づき無次元化されている．C を除いたパラメータは p_{-} が 0.1 MPa の条件を基準として決定した．M_{CJ} および γ は CEA[96]により算出した．D_{CJ} と M_{CJ} の両方が CEA[96]の計算結果と一致するよう，γ は前面の衝撃波直前の状態の値を用いた．$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$ は反応物の発熱量基準で $q_{\mathrm{CJ}}/q_{\mathrm{overall}}$ のように定義した．q_{CJ} は平面 CJ デトネーション波の CJ 点までに放出される単位質量当たりの反応物の熱量（0.1 MPa，298.15 K の標準状態基準）であり，理想気体の平面 CJ デトネーション波のモデル（$2-\gamma$ モデル）を用いた Thompson[109]の手法から求めた．q_{CJ} の計算に必要となる平面 CJ デトネーション波の伝播マッハ数，前面の衝撃波直前の状態および CJ 点

における比熱比と凍結音速は CEA[96]により求めた．一方，q_{overall} は以下の総括反応

$$C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2H_2O + 2CO_2 \tag{4.43}$$

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \tag{4.44}$$

$$2C_2H_2 + 5O_2 + 7Ar \rightarrow 2H_2O + 4CO_2 + 7Ar \tag{4.45}$$

によって放出される単位質量当たりの反応物の熱量（0.1 MPa，298.15 K の標準状態基準の高位発熱量）である [110)]．C は $\lambda/l_{\mathrm{ind,CJ}}$ で定義される定数である．λ は付録 A の式（A.1）~ 式（A.3）を用いて $p\_$ から換算して求めた．一方，$l_{\mathrm{ind,CJ}}$ は詳細反応モデルを用いて $T\_$ が 298.15 K の条件で計算した平面 CJ デトネーション波（ZND 構造）のサーミシティ分布から決定した．気体デトネーション波では経験的に $\lambda = Cl_{\mathrm{ind,CJ}}$ の関係が成り立つことが知られているため [28)]，C に対する $p\_$ の感度が最も小さくなる詳細反応モデルを用いた（C_2H_4+$3O_2$ には Konnov mechanism[111)]，$2H_2$+O_2 および $2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar には GRI-Mech 3.0[112)]）．図 4.2 に平面 CJ デトネーション波における $p\_$ と C の関係を示す．図 4.2 のシンボルに対する $p\_$ の範囲は表 3.1 の範囲に等しくなるように設定している．この範囲では C は $p\_$ に対してほぼ一定であることから，この範囲の平均値を代表値として C の値に使用した．$\widetilde{T}_{\mathrm{a}}$ は詳細反応モデルを用い，Schultz and Shepherd の手法 [104)]に従って定容熱爆発理論から決定した．$\widetilde{T}_{\mathrm{a}}$ の決定方法の詳細については付録 F を参照されたい．一般に λ が $p\_$ の $1-\nu$ 乗に比例することから，付録 A の式（A.1）~ 式（A.3）の $p\_$ の指数から ν を決定した．これらのパラメータが決定すれば，表 4.1 のその他のパラメータの値については，K は 4.3 項に，$\widetilde{q}$ は 4.5.2 項に，α は 4.5.3 項に示した手法により，それぞれ決定される．

表 4.1　各可燃性混合気の計算に用いた入力値

Gas mixture	M_{CJ}	γ	$\widetilde{T}_{\mathrm{a}}$	$\widetilde{q}$	$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$	α	K	ν	C
C_2H_4+$3O_2$	7.2528	1.3402	0.74480	1.3113	0.45481	1.1893	199.12	2.1270	12.860
$2H_2$+O_2	5.2743	1.4016	0.95076	0.91776	0.51881	3.7329	31.134	2.0242	26.986
$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar	6.3125	1.4409	0.74701	0.98095	0.44256	0.89014	57.110	2.1173	10.225

表 4.1 の入力値を用いれば，モデルの計算結果として各可燃性混合気の $\widetilde{D}_{\mathrm{n}} - \widetilde{\kappa}$ 関係が得られる．式 (4.40) の無次元化の規則からわかるように，D_{n} は D_{CJ} で割ることにより，κ は $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ を掛けることにより，それぞれ無次元化されている．したがって，本研究のモデルで得られる初期段階の $\widetilde{D}_{\mathrm{n}} - \widetilde{\kappa}$ 関係は，有次元量を用いた表記では $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - l_{\mathrm{ind,CJ}}\kappa$ 関係である．一方，実験的に取得した無次元化された $D_{\mathrm{n}} - \kappa$ 関係は，実験で定量的に取得可能な量である λ で無次元化されているため，有次元量を用いた表記では $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係であり，この関係と $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - l_{\mathrm{ind,CJ}}\kappa$ 関係を定量的に比較することはできない．したがって，4.2 項で述べたように，モデルの計算結果と実験結果を定量的に比較できるよう，本研究では $\lambda = Cl_{\mathrm{ind,CJ}}$ の経験則を用い，モデルの計算により得られる $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - l_{\mathrm{ind,CJ}}\kappa$ 関係を $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}} - \lambda\kappa$ 関係にスケール変換を行なう．

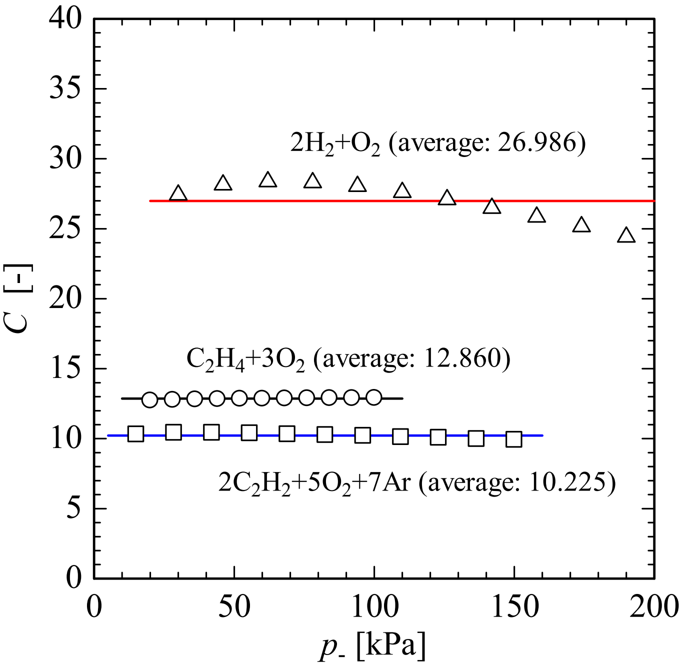


図 4.2　平面 CJ デトネーション波における初期圧力と定数 C の関係

4.7.　D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の比較

図 4.3 ～ 図 4.5 に各可燃性混合気の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較を示す．図 4.3 ～ 図 4.5 の実験結果は図 3.17 ～ 図 3.19 の実験結果と同じである．図中の青い実線は本研究のモデルにより表 4.1 の入力値を用いて計算した結果であり，$\nu>1$ として化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮した結果である．なお，参考として $\nu=1$ として化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮しなかった結果も青い破線で示している．この結果は，Yao and Stewart[80)]および Sharpe[81)]が提唱しているモデルを単純に組み合せたモデルによる計算結果に相当する．気体デトネーション波の内部構造のスケールは，$\nu>1$ の場合は温度のみでなく圧力（密度）にも依存するが，$\nu=1$ の場合は温度のみに依存するため，如何なる p_-（あるいは ρ_-）の条件でも一定である．すなわち，$\nu=1$ の場合は，気体デトネーション波の内部構造のスケールが一定であるため，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は 1 本の曲線として唯一つ定まる．一方，$\nu>1$ の場合は，気体デトネーション波の内部構造のスケールは p_-（あるいは ρ_-）に依存して変化するが，この場合も $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係が 1 本の曲線として唯一つ定まることが特徴的である．また，$\lambda\kappa$ の増加とともに D_n/D_{CJ} は減少する．なお，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果では，臨界点（$(D_n/D_{CJ})_{cr}$ と $(\lambda\kappa)_{cr}$）が存在し，$\lambda\kappa>(\lambda\kappa)_{cr}$ の領域では $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の解は存在しない．図 4.3 ～ 図 4.5 の結果から，D_n/D_{CJ} が $\lambda\kappa$ の関数として p_-（あるいは ρ_-）に関係なく 1 本の曲線で表されること，およ

び $\lambda\kappa$ の増加とともに D_n/D_{CJ} が減少することに関しては，本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）は，本研究の実験結果と一致していることがわかる．すなわち，本研究のモデルは $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の特徴について定性的な説明が可能なモデルであると考えられる．

本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）では $(D_n/D_{CJ})_{cr}$ は約 0.83 ~ 0.86 であり，$(D_n/D_{CJ})_{cr}$ がこれよりも小さくなると気体デトネーション波は維持されない．Radulescu and Lee は多孔質材を壁面とする直線流路内における気体デトネーション波の伝播現象を実験的に明らかにした [113,114]．このような条件における気体デトネーション波の伝播では，気体デトネーション波の内部の流体が多孔質材の壁面へ流出することにより，気体デトネーション波に対して波面を正に湾曲させることと同様の効果が及ぼされることが明らかにされた [113,114]．Radulescu and Lee の実験により，セル幅の大きさが流路幅に近づくにつれて，多孔質壁への流体の流出効果の影響により気体デトネーション波の伝播速度は D_{CJ} よりも低下し，最終的に気体デトネーション波としての伝播が不可能になることが明らかにされており，気体デトネーション波としての伝播が可能な D_n/D_{CJ} の下限値が約 0.80 ~ 0.86 であることが示されている．$(D_n/D_{CJ})_{cr}$ はこの下限値とほぼ一致しており，本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）は Radulescu and Lee の実験結果と矛盾しない結果である．また，第 2 章および第 3 章では常に $D_{n,i}/D_{CJ}\geq 0.8$ を満足する形態を安定形態と定義したが，$(D_n/D_{CJ})_{cr}$ はこの下限値とも概ね一致しており，本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）は，安定形態の定義に対しても矛盾しない結果である．これらの結果は，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播の安定性に対して曲率が関連している可能性を示唆しているが，これに関する議論は 4.9.3 項で行なうこととする．

C_2H_4+$3O_2$ および $2H_2$+O_2 では，本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）は，$\nu=1$ の場合の計算結果よりも実験結果に近づく傾向があるが，$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar では，むしろ $\nu=1$ の場合の計算結果の方が実験結果に近い結果となった．化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮したことが本研究のモデルの特徴であるが，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$ および $\nu=1$）と実験結果が一致するか否かという観点からは，化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮したことの有効性は明確には確認することはできない．$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の全体的な挙動を俯瞰的に見ると，残念ながら本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）と実験結果は定量的に一致しているとは言い難い．本研究のモデルは，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造および化学平衡に加え，更に化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮することにより，既存モデルよりも現実性の向上が図られているが，これらの結果から判断すると現実性の向上は十分であるとは言えず，モデルには改善の余地がある．したがって，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果を実験結果に定量的に一致させるためには，モデルの更なる洗練化が必要である．しかしながら，正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルから得られる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を実験結果と比較した例は他になく，本研究の意義は大きい．

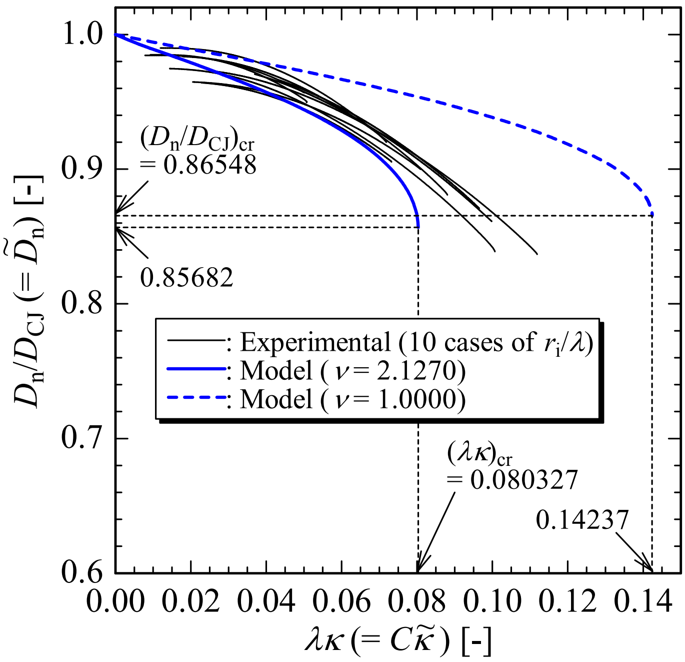


図 4.3　$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（C_2H_4+$3O_2$）

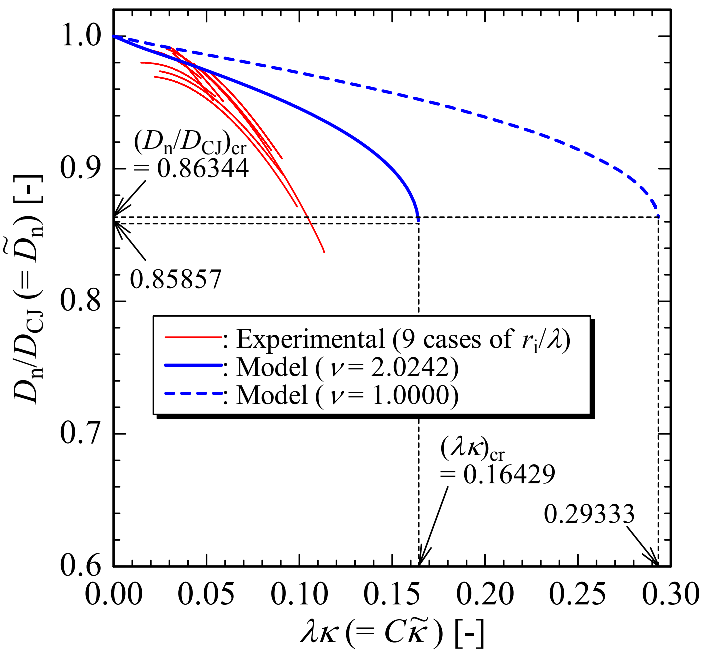


図 4.4　$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（$2H_2$+O_2）

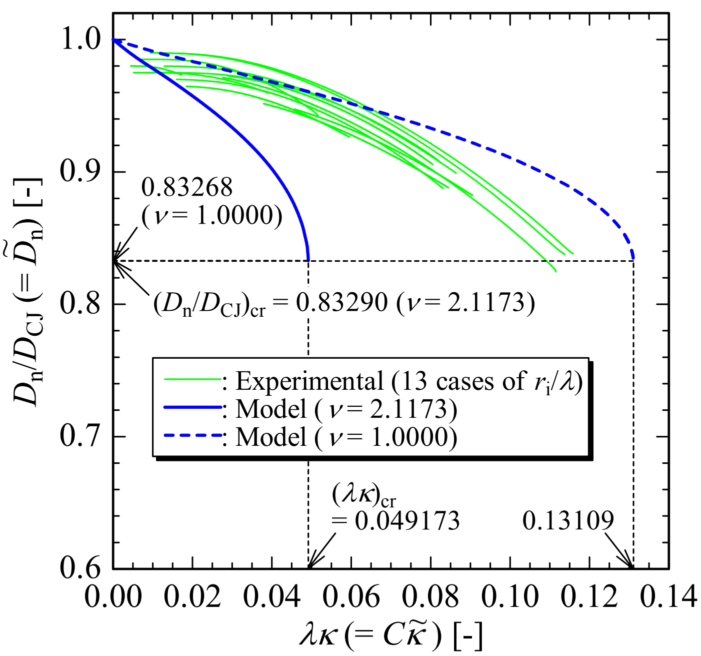


図 4.5　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果と実験結果の比較（$2C_2H_2$+$5O_2$+7Ar）

4.8.　D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の感度解析

本研究のモデルによる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）が実験結果と定量的に一致しない要因について考察するため，表 4.1 の入力値に対する $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）の感度解析を行なう．本研究のモデルでは，表 4.1 の入力値は可燃性混合気の組成に応じて定数として決定されているが，γ，$\tilde{T}_a$ および C に関しては，厳密には燃焼の影響（温度や化学種の組成の変化）や詳細反応モデルの特性によって，表 4.1 の値から変化する可能性がある．したがって，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のこれらのパラメータ（γ，$\tilde{T}_a$ および C）に対する感度を解析する．

C_2H_4+$3O_2$ の場合を例にとる．表 4.1 の C_2H_4+$3O_2$ の条件を基準とし，γ，$\tilde{T}_a$ および C を基準条件から±10%変化させ，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の感度を確認する．表 4.2 に感度解析の条件を示す．γ，$\tilde{T}_a$ および C を変化させると幾つかの他のパラメータの値も付随して変化するが，他のパラメータの値の変化を最小限にするように努める．本研究のモデルは $1-\gamma$ モデルであり，γ を変化させると M_{CJ}，$\tilde{T}_a$，$\tilde{q}$ および K も変化するが，これを避けることはできない．γ の他にこれらのパラメータの値の変化の影響も感度解析の結果に含まれることになるが，本感度解析では M_{CJ} を基準条件に合わせることとし，他のパラメータの値の変化を許容する．また，γ を変化させると気体デトネーション波の構造が変化するため，α も変化する．$\tilde{T}_a$ を変化させると気体デトネーション波内の化学反応特性が変化するため，気体デ

トネーション波の構造が変化し，α も変化する．C は詳細反応モデルの特性に依存するため，本来は C の変化は他のパラメータの値も変化させる可能性があるが，本研究のモデルでは C はあくまでも基準スケールを $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ から λ に変換するために用いる定数として扱っているため，本研究のモデルにおいては C の変化は気体デトネーション波の構造を変化させない．したがって，C を変化させても他のパラメータの値は変化しない．

表 4.2　感度解析の条件（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）

	M_{CJ}	γ	$\tilde{T}_{\mathrm{a}}$	$\tilde{q}$	$Y_{\mathrm{eq,CJp}}$	α	K	ν	C
Baseline	7.2528	1.3402	0.74480	1.3113	0.45481	1.1893	199.12	2.1270	12.860
1.1γ	7.2528	1.4742	0.67709	0.88619	0.45481	0.22649	39.015	2.1270	12.860
0.9γ	7.2528	1.2062	0.82755	2.3094	0.45481	3.9447	9302.2	2.1270	12.860
$1.1\tilde{T}_{\mathrm{a}}$	7.2528	1.3402	0.81928	1.3113	0.45481	1.4601	199.12	2.1270	12.860
$0.9\tilde{T}_{\mathrm{a}}$	7.2528	1.3402	0.67032	1.3113	0.45481	0.44295	199.12	2.1270	12.860
$1.1C$	7.2528	1.3402	0.74480	1.3113	0.45481	1.1893	199.12	2.1270	14.147
$0.9C$	7.2528	1.3402	0.74480	1.3113	0.45481	1.1893	199.12	2.1270	11.574

図 4.6 ~ 図 4.8 に $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の γ，$\tilde{T}_{\mathrm{a}}$ および C に対する感度解析の結果を示す．通常，燃焼が進行すると γ は小さくなり，一般的な気体デトネーション波では CJ 点における γ の値は約 1.2 であり，図 4.6 の 0.9γ の条件にほぼ等しい．γ の変化は $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）に及ぼす影響は大きく，本研究のモデルでは燃焼中の γ の変化を考慮できていないことが，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）が実験結果と定量的に一致しないことの要因の 1 つとなった可能性がある．同様に，図 4.7 と図 4.8 より，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係は $\tilde{T}_{\mathrm{a}}$ と C の変化に対しても感度を持っていることがわかる．本研究のモデルでは燃焼（化学反応）は 1 段階で進行し，燃焼中の $\tilde{T}_{\mathrm{a}}$ の変化が考慮されていないが，このことも $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）が実験結果と定量的に一致しないことの要因の 1 つとなった可能性がある．炭化水素−酸素（あるいは空気）混合気の反応機構に比べて水素−酸素（あるいは空気）混合気の反応機構は極めて単純であるが，水素−酸素（あるいは空気）混合気でも詳細反応モデルにより得られる λ と実験的に得られる λ との間に 0.5 ~ 2.0 倍程度の違いがある [115,116]．すなわち，単純な反応機構でも，気体デトネーション波のように衝撃波による急激な状態変化と高速の化学反応を伴う現象では，詳細反応モデルにより気体デトネーション波の内部構造のスケールを定量的に再現することは難しい．したがって，既存の詳細反応モデルからは C を正確に決定できていない可能性があり，このことも $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）が実験結果と定量的に一致しないことの要因の 1 つとなった可能性がある．

以上の感度解析の結果から，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果を実験結果に定量的に一致させるためには，気体力学特性および化学反応特性を更に忠実にモデル化する必要があると考

えられる．詳細反応モデルを直接的に用いて気体デトネーション波の内部構造を再現し，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を得ることが理想的であるが，この場合は本研究のモデルのような比較的単純な手法で解を得ることができないため，数値計算を行なう必要がある．また，多数存在する詳細反応モデルの中から，どの詳細反応モデルが気体デトネーション波のシミュレーションに対して適切であるかも見極める必要がある．

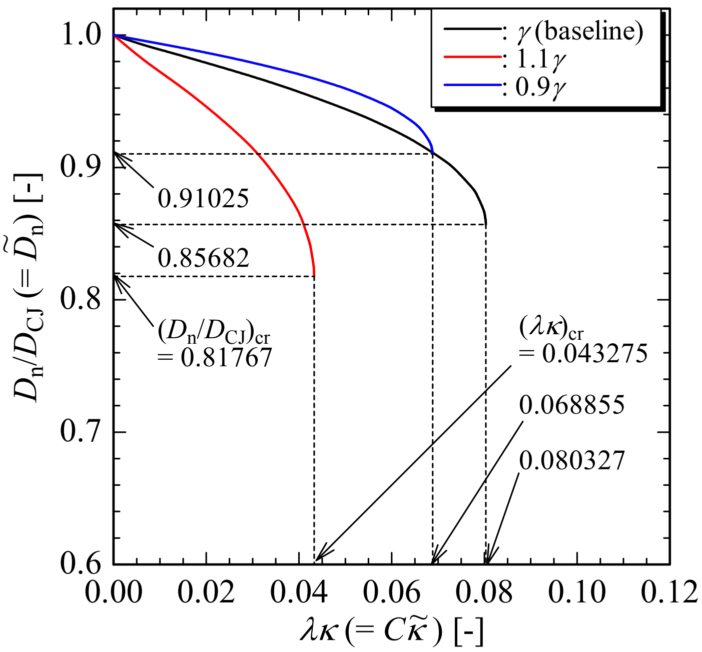


図 4.6　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する γ の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+3O_2）

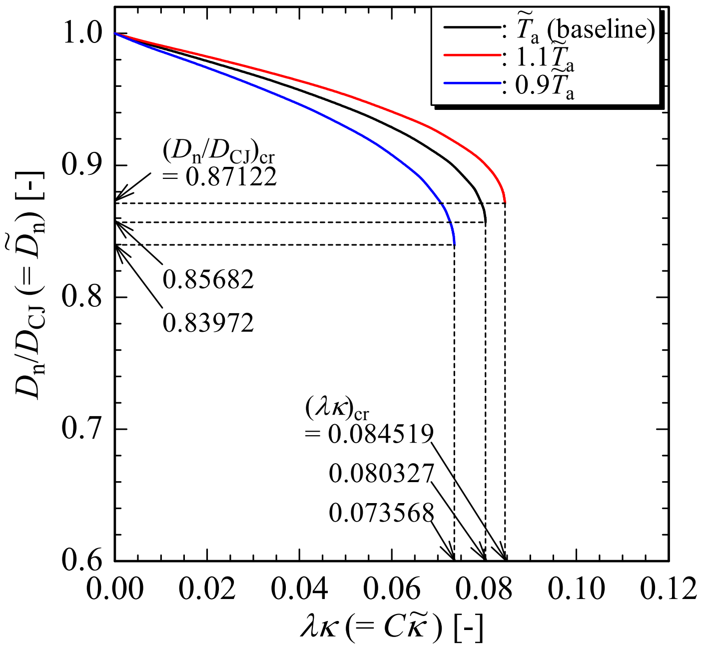


図 4.7　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する $\widetilde{T}_a$ の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）

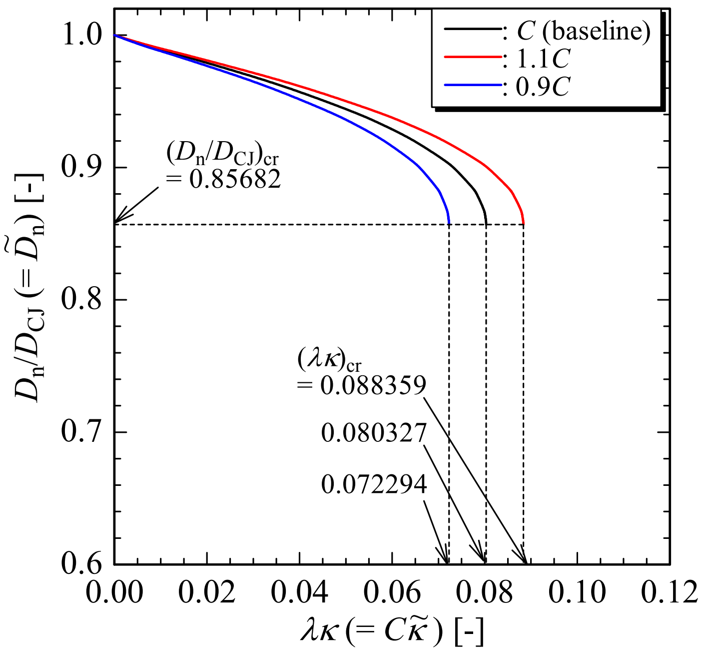


図 4.8　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果に対する C の感度（基準条件の可燃性混合気は C_2H_4+$3O_2$）

4.9.　波面の曲率による内部構造の変化と減速機構

4.9.1.　波面の曲率による内部構造の変化

$C_2H_4+3O_2$ の場合を例にとり，本研究のモデルの計算結果（$\nu>1$）から得た，$\lambda\kappa$ の変化による（波面の曲率による）気体デトネーション波の内部構造（$\tilde{T}$，$\tilde{\dot{\sigma}}$，$\tilde{a}_{\mathrm{fr}}$，$\tilde{u}_{\mathrm{n}}$，$\tilde{p}$，$\tilde{\rho}$，Y および M）の変化を図 4.9 ~ 図 4.16 に示す．$\lambda\kappa$ を 0 から $(\lambda\kappa)_{\mathrm{cr}}$ まで $\Delta(\lambda\kappa)=0.026776$ の等間隔で変化させ，4 条件で評価した．横軸は $-\tilde{n}$ の対数表示であり，$-\tilde{n}=0$ は前面の衝撃波の位置に，$-\tilde{n}>0$ は前面の衝撃波の下流の領域に，$-\tilde{n}=1$ は $l_{\mathrm{ind,CJ}}$ に対応する．$\lambda\kappa$ の増加は $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}$，すなわち伝播マッハ数を低下させる．したがって，図 4.9 に示すように，$\lambda\kappa$ の増加により気体デトネーション波内部の $\tilde{T}$ は低下し，特に $(\lambda\kappa)_{\mathrm{cr}}$ に近づくと急激に低下する．これに伴い化学反応速度も低下するため，図 4.10 に示すように $\tilde{\dot{\sigma}}$ は低下する．また，$\lambda\kappa$ の増加により可燃性混合気の着火が開始する点の位置および $\tilde{\dot{\sigma}}$ が最大となる点の位置は下流側に移動する．$\lambda\kappa$ の増加による気体デトネーション波内部の $\tilde{T}$ の低下は，図 4.11 に示すように $\tilde{a}_{\mathrm{fr}}$ も低下させる．また，$\lambda\kappa$ の増加による伝播マッハ数の低下は，図 4.12 ~ 図 4.14 に示すように前面の衝撃波によって誘起される流速，$\tilde{p}$ および $\tilde{\rho}$ も低下させる．一方，図 4.15 より，$\lambda\kappa$ の増加は CJ 点における Y の値である Y_{CJp} を増加させることがわかる．これは，$\tilde{T}$ の低下により平衡点が生成物側に移動するためであり，流れ場に放出される熱量を増加させる効果がある．したがって，図 4.9 において，$\lambda\kappa$ の増加による $\tilde{T}$ の減少量は CJ 点に近づくにつれて小さくなることがわかる．また，図 4.16 より，$\lambda\kappa$ が増加すると平面 CJ デトネーション波の場合よりも前面の衝撃波により近い位置で CJ 条件が成立することがわかる．正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 点の位置は図中の曲線の右端である．平面 CJ デトネーション波の場合，理論上 CJ 点は前面の衝撃波の下流の無限遠の位置に存在する．実際には平面 CJ デトネーション波の CJ 点は前面の衝撃波から λ の 10 倍程度下流側に離れた位置に存在することが Vasil′ev et al.の実験結果 [117,118] から明らかになっている．理論上，正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 点の位置は $\lambda\kappa$ によって変化することから，実際の現象でも正に湾曲した気体デトネーション波の厚さのスケール（前面の衝撃波から CJ 点までの距離）は波面の曲率によって変化する可能性があり，平面 CJ デトネーション波の厚さスケールとも異なる可能性がある．また，図 4.10 からわかるように，$\lambda\kappa$ の増加に伴って CJ 点では $\tilde{\dot{\sigma}}>0$ となることから，正に湾曲した気体デトネーション波では CJ 点が反応領域内に進入する．

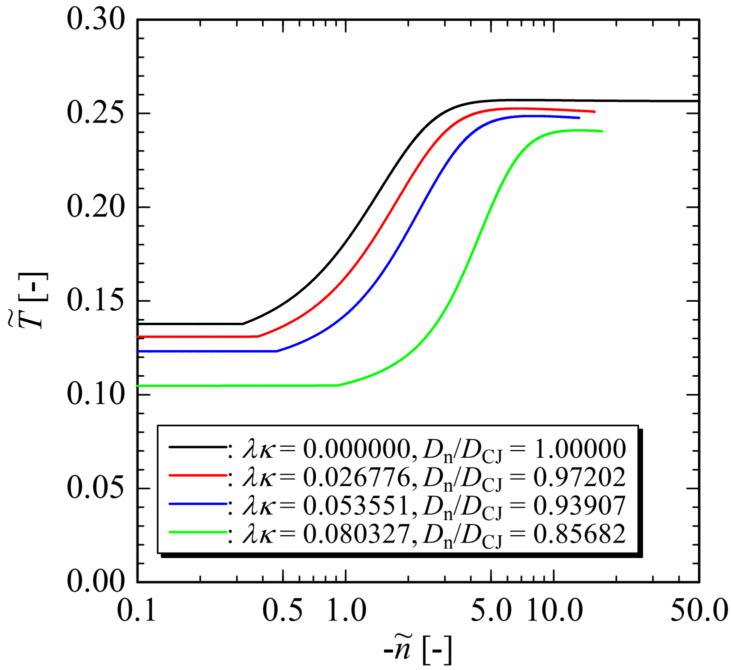


図 4.9　波面の曲率による $\tilde{T}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

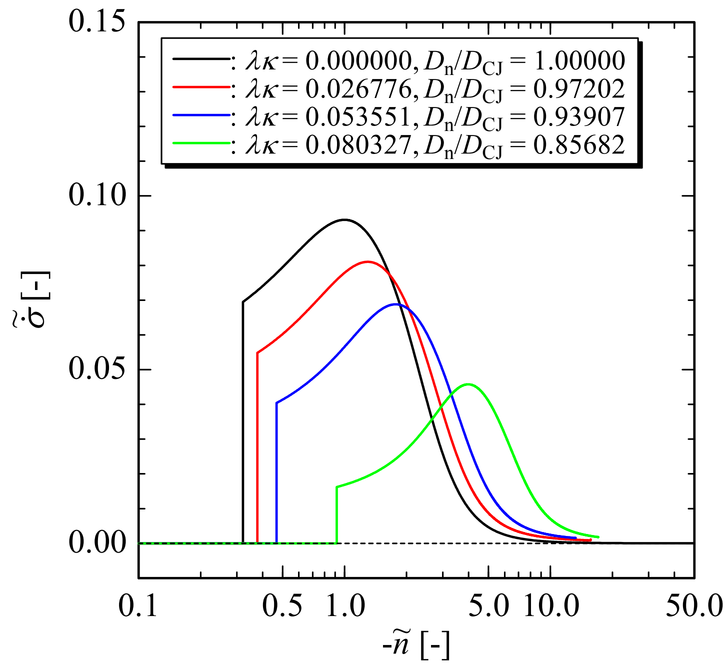


図 4.10　波面の曲率による $\tilde{\dot{\sigma}}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

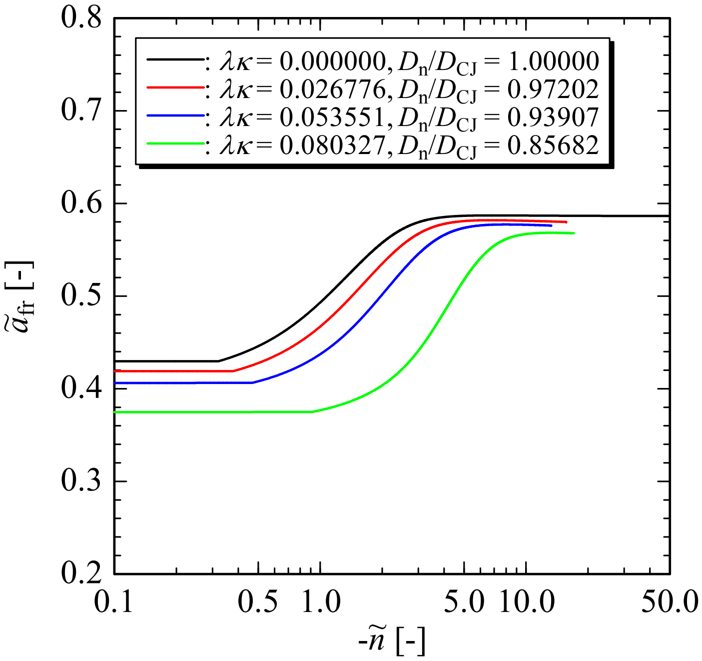


図 4.11　波面の曲率による $\tilde{a}_{fr}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

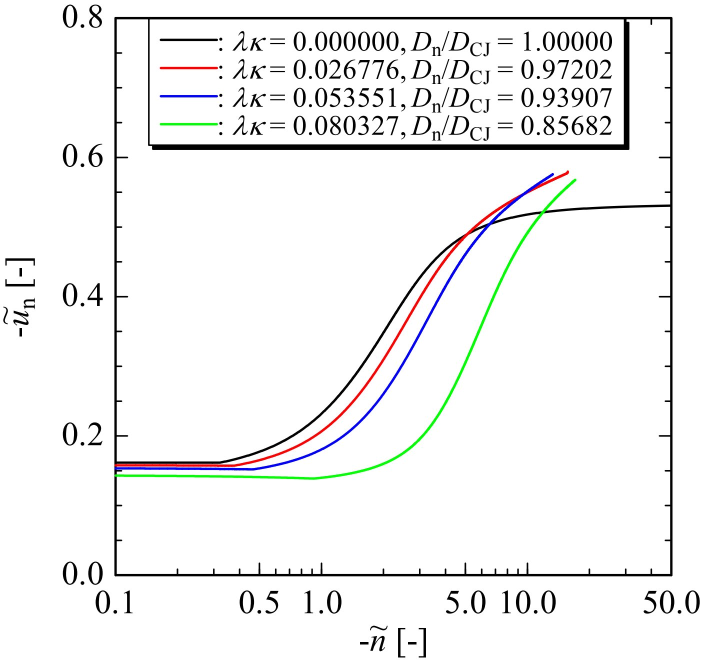


図 4.12　波面の曲率による $\tilde{u}_n$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

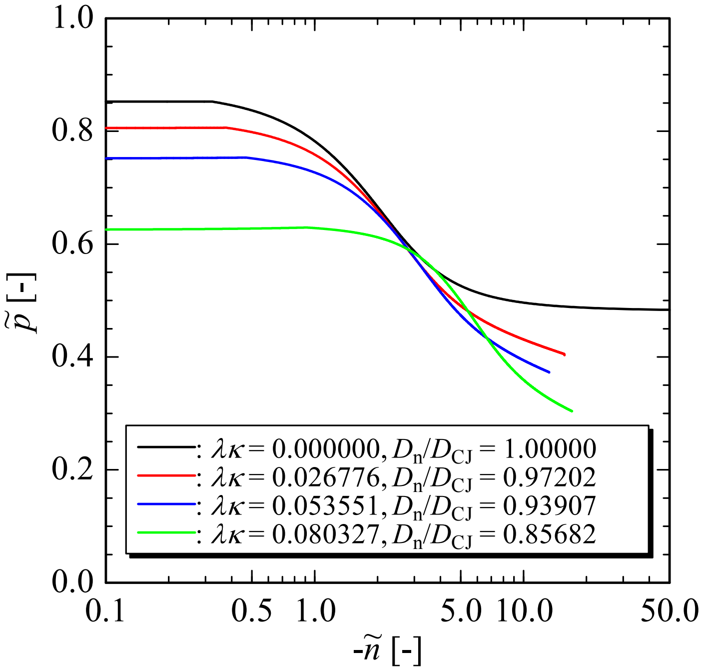


図 4.13　波面の曲率による $\widetilde{p}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

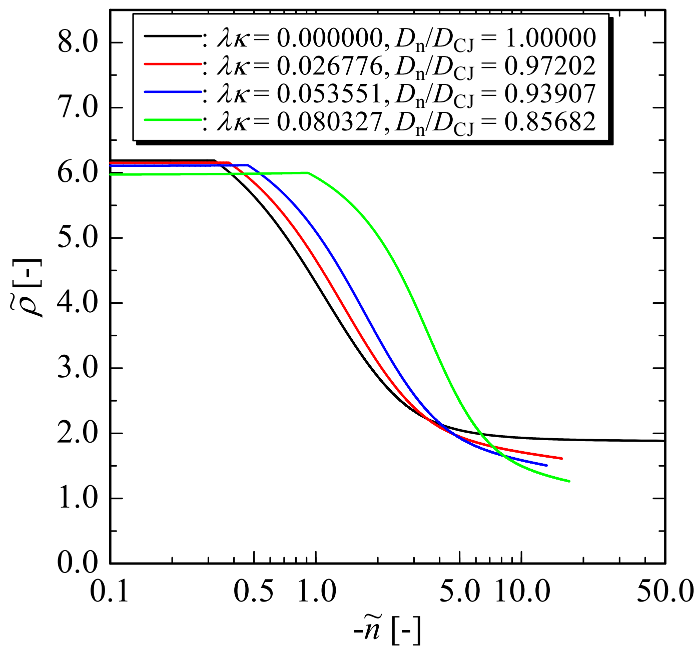


図 4.14　波面の曲率による $\widetilde{\rho}$ の分布の変化（C_2H_4+$3O_2$）

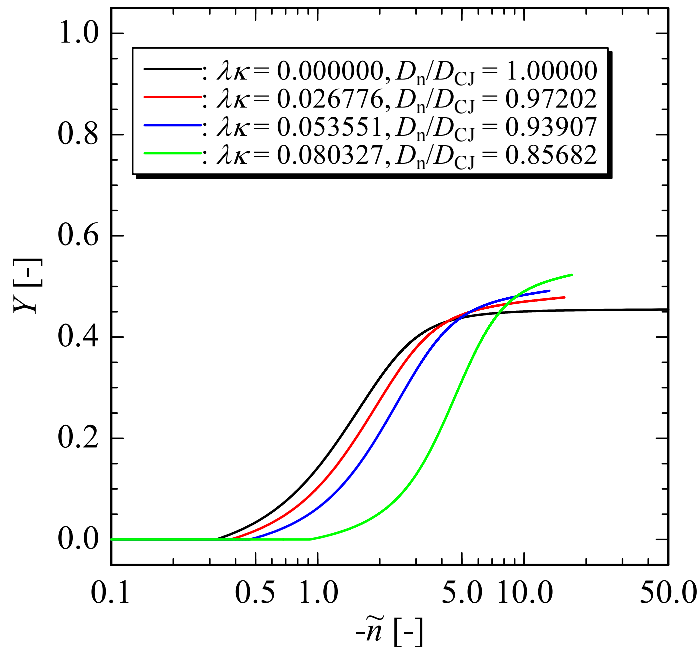


図 4.15　波面の曲率による Y の分布の変化（$C_2H_4+3O_2$）

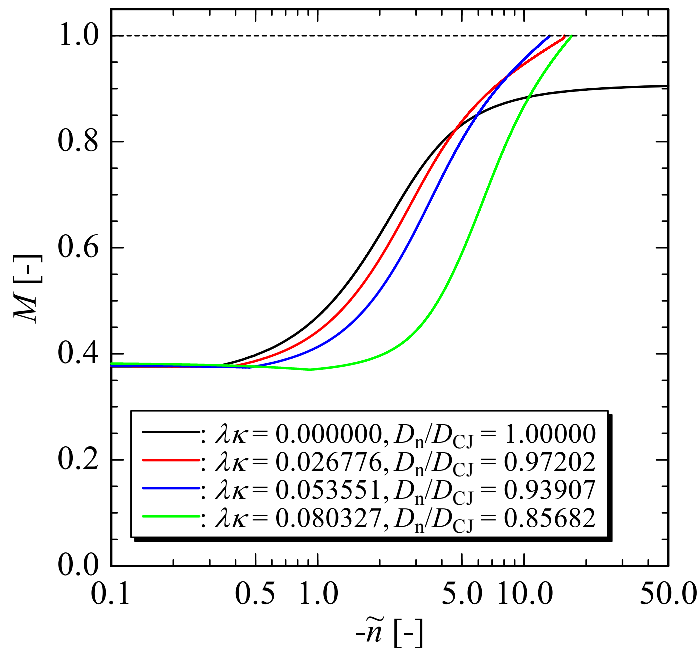


図 4.16　波面の曲率による M の分布の変化（$C_2H_4+3O_2$）

4.9.2.　波面の曲率による垂直方向伝播速度の減速機構

本研究のモデルによる $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）は，$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ が $\lambda\kappa$ の関数として p_-（あるいは ρ_-）に関係なく 1 本の曲線で表されること，および $\lambda\kappa$ の増加とともに $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ が減少することに関しては本研究の実験結果と一致しており，本研究のモデルを用いて正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造を調べることにより，波面の曲率による垂直方向伝播速度の減速機構の定性的な理解が可能と考えられる．

式（4.28）を用いると，式（4.23）は

$$-\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}n}=\frac{\left(1+\gamma M^2\right)\left(\gamma-1\right)\dfrac{q}{a_\mathrm{fr}^2}w-\left[2+\left(\gamma-1\right)M^2\right]\kappa\left(D_\mathrm{n}+u_\mathrm{n}\right)}{2a_\mathrm{fr}\left(1-M^2\right)}=\Pi+\Theta \tag{4.46}$$

のように変形することができる．ここで，Π および Θ はそれぞれ

$$\Pi=\frac{\left(1+\gamma M^2\right)\left(\gamma-1\right)\dfrac{q}{a_\mathrm{fr}^2}w}{2a_\mathrm{fr}\left(1-M^2\right)} \tag{4.47}$$

$$\Theta=-\frac{\left[2+\left(\gamma-1\right)M^2\right]\kappa\left(D_\mathrm{n}+u_\mathrm{n}\right)}{2a_\mathrm{fr}\left(1-M^2\right)} \tag{4.48}$$

であり，Π は化学反応による流体粒子の加速効果を，Θ は波面の曲率による流体粒子の減速効果を表している．なお，n が減少する方向（前面の衝撃波より下流の方向）に対する M の増加を正とするため，式（4.46）の $\mathrm{d}M/\mathrm{d}n$ の符号は負としている．

C_2H_4+$3O_2$ の場合を例にとり，本研究のモデルによる $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）の臨界点における $\tilde{\Pi}$，$\tilde{\Theta}$ および $\tilde{\Pi}+\tilde{\Theta}$ の分布を図 4.17 に示す．正に湾曲した気体デトネーション波では常に $\tilde{\Theta}<0$ であり，流体粒子には常に M を減少させせようとする効果が作用している．すなわち，正に湾曲した気体デトネーション波では，この減速効果に逆らって流体粒子を音速まで加速し，CJ 条件を達成しなければならない．前面の衝撃波から可燃性混合気の着火が開始する点までは化学反応が生じない（すなわち $w=0$）ために $\tilde{\Pi}=0$ となり，結果として $\tilde{\Pi}+\tilde{\Theta}<0$ となる．すなわち，この領域では波面の曲率の影響により M は下流に向かって減少する．一方，可燃性混合気の着火が開始する点から CJ 点までは，着火の開始と同時に $\tilde{\Pi}>0$ となり，結果として $\tilde{\Pi}+\tilde{\Theta}>0$ となる．すなわち，この領域では化学反応によって生じるエネルギーが流れ場に供給されることにより M は下流に向かって増加することが可能になる．このように可燃性混合気の着火が開始する点までは M が下流に向かって減少し，着火後は M が下流に向かって増加するという傾向は，実際に図 4.16 において確認することができる．

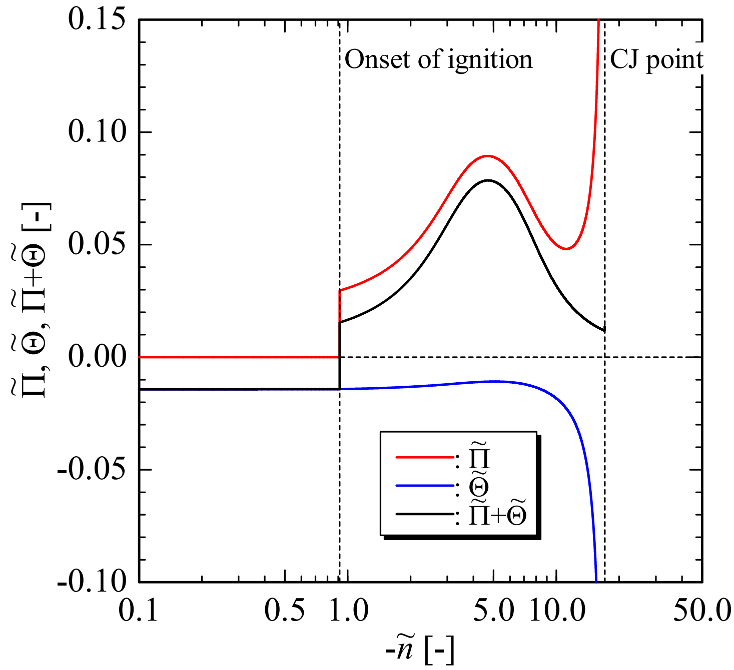


図 4.17　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における $\tilde{\Pi}$，$\tilde{\Theta}$ および $\tilde{\Pi}+\tilde{\Theta}$ の分布（C_2H_4+$3O_2$）

正に湾曲した気体デトネーション波における流体粒子の加速と流れ場に放出される熱量の関係を明らかにするため，以下のように新たな無次元発熱量 q^* を定義する．

$$q^* = \frac{q}{RT_-} \tag{4.49}$$

q^* と $\tilde{q}$ の間には

$$q^* = \gamma M_{CJ}^2 \tilde{q} \tag{4.50}$$

の関係が成り立ち，q^* は M_{CJ} に依存する．q^* を用いると，実際に流れ場に放出される無次元熱量 Q^* は

$$Q^* = Yq^* \tag{4.51}$$

の関係により表される．したがって，CJ 点までに流れ場に放出される無次元熱量は $Q_{CJp}^* = Y_{CJp}q^*$ となる．

本研究のモデルによる C_2H_4+$3O_2$ の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）の臨界点を例にとり，正に湾曲した気体デトネーション波の波面の曲率による垂直方向伝播速度の減速機構について定性的に考える．C_2H_4+$3O_2$ の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点では $(D_n/D_{CJ})_{cr}=0.85682$ であり，伝播マッハ数は 6.2144 である．C_2H_4+$3O_2$ にこの伝播マッハ数で伝播する仮想的な平面 CJ デトネーション波が存在すると考えれば，この仮想的な平面 CJ デトネーション波の CJ 点までに流れ場に放出される無次元熱量は $Q_{CJp,im}^*=30.440$ であり，正に湾曲した気体デトネーション波の $Q_{CJp}^*=48.345$ よりも低い．ここで，下付きの im は湾曲した気体デトネ

ーション波の伝播マッハ数と等しい伝播マッハ数で伝播する仮想的な平面 CJ デトネーション波を表す．図 4.18 に C_2H_4+$3O_2$ の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における Q^* と M の関係を示す．正に湾曲した気体デトネーション波では減速効果に逆らって流体粒子を加速しなければならないため，$Q^*_{CJp,im}=30.440$ が流れ場に放出されても，その段階の M は 0.6 を僅かに上回る程度である．すなわち，流体粒子に ΔM の増分を与えて $M=1$ とするためには，更に $\Delta Q^*=17.905$ が流れ場に放出されなければならない．見方を変えれば，正に湾曲した気体デトネーション波では可燃性混合気が持つ q^* の一部が減速効果に逆らって流体粒子を加速する（すなわち減速効果を打ち消す）ためのエネルギーとして消費されるため，可燃性混合気が持つ q^* を有効に使用した際に達成される平面 CJ デトネーション波の伝播速度を維持することができず，垂直方向伝播速度が減速する．

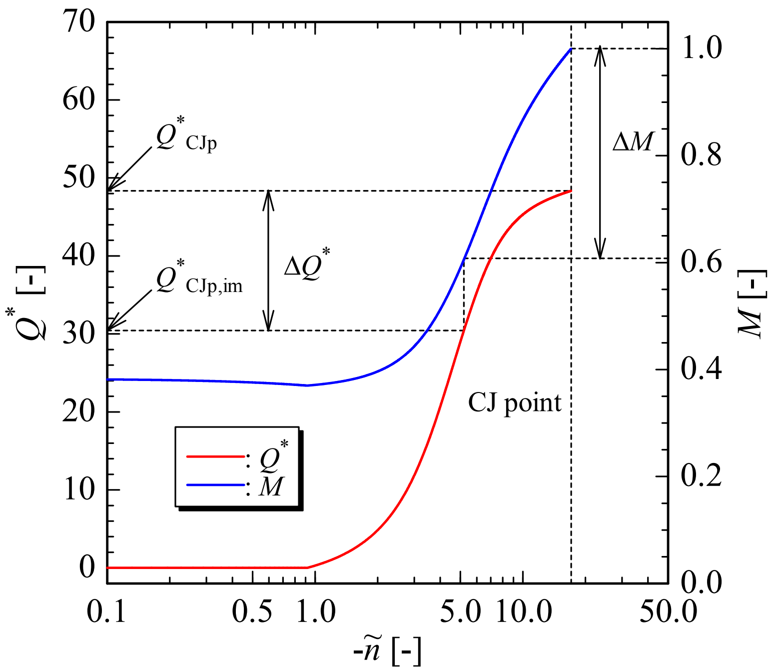


図 4.18　$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の臨界点における Q^* と M の関係（C_2H_4+$3O_2$）

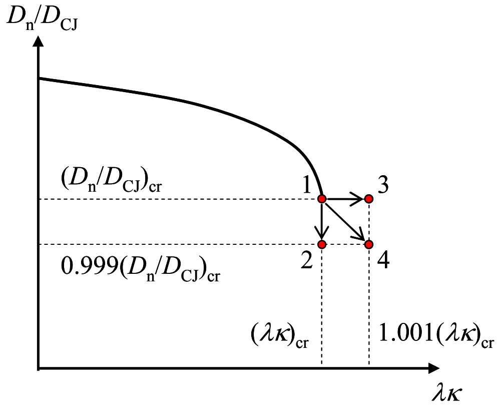
4.9.3. D_n/D_{CJ}–$\lambda\kappa$ 関係の臨界点

図 4.3 ~ 図 4.5 に示したとおり，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果には臨界点が存在する．本研究のモデルによる C_2H_4+$3O_2$ の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果（$\nu>1$）を例にとり，臨界点における微小摂動による正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造の変化を見ることにより，臨界点の発生機構について考察する．$\lambda\kappa$ の増加に伴って D_n/D_{CJ} は減少する傾向があることから，図 4.19（a）に示すように $(\lambda\kappa)_{cr}$ を 0.1%，$(D_n/D_{CJ})_{cr}$ を−0.1% 摂動させ，臨界点を含めた計 4 点を評価点とする．図 4.19（b）に各評価点における M の分

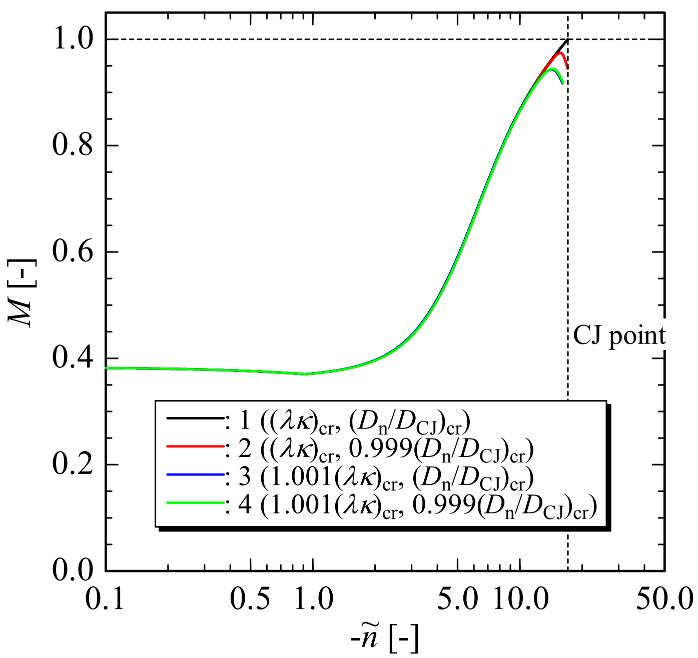
布を示す．臨界点を除いた他の評価点では $M=1$ が達成されずに，途中から流体粒子が減速する．この現象は式（4.46）により説明することができる．評価点 2 では垂直方向伝播速度が臨界値よりも低く，垂直方向伝播速度の低下量に比例して Θ による流体粒子の減速効果は減少する．しかしながら，図 4.9 からわかるように，垂直方向伝播速度の低下により正に湾曲した気体デトネーション波の内部の温度も低下し，温度の低下量は臨界点に近づくほど大きくなる．式（4.7）が示すように化学反応速度は温度依存性があり，温度の低下は化学反応速度を指数関数的に減少させる．したがって，垂直方向伝播速度の低下により Π による流体粒子の加速効果も急激に減少し，その減少量は相対的に Θ の減少量よりも大きい．すなわち，垂直方向伝播速度が臨界値よりも低下すると，CJ 点付近では相対的に Θ による流体粒子の減速効果が Π による流体粒子の加速効果よりも大きくなり，$M=1$ まで流体粒子を加速することができなくなる．一方，評価点 3 では波面の曲率が臨界値よりも大きく，波面の曲率の増加量に比例して Θ による流体粒子の減速効果が増加する．すなわち，波面の曲率が臨界値よりも大きくなると，CJ 点付近では Θ による流体粒子の減速効果が Π による流体粒子の加速効果よりも大きくなり，$M=1$ まで流体粒子を加速することができなくなる．評価点 4 ではこれらの効果が複合的に現れるため，当然 $M=1$ まで流体粒子を加速することができない．したがって，臨界点を超えた領域（波面の曲率の増加と垂直方向伝播速度の減少の両方あるいはどちらか一方が生じる場合）では，正に湾曲した気体デトネーション波は CJ 点を持つことができず，自走できない．このような機構により，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果には臨界点が存在する．

以上のように，本研究のように 1 段階反応速度則（可逆）を用いた準定常・準 1 次元モデルにおいては，正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に自走できる限界は波面の曲率によって決定され，図 4.3 ～ 図 4.5 の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係のモデルによる計算結果からわかるように，その限界は臨界点として現れる．図 3.17 ～ 図 3.19 の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の実験結果にはモデルによる計算結果のような臨界点を確認することができないものの，実際の現象でも波面の曲率が正に湾曲した気体デトネーション波の伝播の安定性を決定する因子である可能性がある．実際に，Radulescu and Lee が行なった，多孔質材を壁面とする直線流路内における気体デトネーション波の伝播に関する実験 [113,114] では，波面の曲率と気体デトネーション波の伝播の安定性に相関があることが示されている．図 3.7 (a) および図 3.7 (b) からわかるように，安定形態から臨界形態に向かうにつれて，正に湾曲した気体デトネーション波は僅かずつであるが非定常的に伝播するようになる．本研究のモデルから得られたように，正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に自走できる限界が波面の曲率によって決定され，同様の機構が実際の現象でも存在するならば，図 3.8 ～ 図 3.10 における安定領域の下限となる $r_{\mathrm{i}}/\lambda=const.$ の直線は，波面の曲率によって決定されている可能性がある．一方，平面の気体デトネーション波の安定性や気体デトネーション波の開始では，クロスオーバー温度（連鎖分岐反応と連鎖停止反応が釣り合う温度）がこれらの現象の特性を決定する因子であるとする研究結果がある [119−121]．したがって，正に湾曲した気体デト

ネーション波においては，安定領域の下限となる $r_i/\lambda = const.$ の直線は，クロスオーバー温度によって決定されている可能性もある．安定領域の下限となる $r_i/\lambda = const.$ の直線の決定には，幾つかの現象が複合的に関連している可能性があり，その機構を解明するためには今後更なる検討が必要である．一方，図 2.13 に示したように臨界形態から不安定形態に移行すると 2 次元湾曲流路の内周壁面において横波が反射できなくなることから，図 3.8 ~ 図 3.10 における不安定領域の上限となる $r_i/\lambda = const.$ の直線は，波面の曲率の影響よりはむしろ内周壁面における横波の反射特性によって決定されている可能性が高いと考えられる．



(a) 評価点（臨界点とその近傍）の定義



(b) 評価点における M の分布

図 4.19　$D_n/D_{CJ} - \lambda\kappa$ 関係の臨界点における微小摂動が M の分布に及ぼす影響（$C_2H_4+3O_2$）

4.10.　まとめ

Yao and Stewart および Sharpe が提唱している正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルを組み合せ，更に化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮し，現実性の向上を図った．これにより，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅したモデルに拡張した．本モデルによって，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係を計算し，本研究の実験結果との比較を行なった．本モデルによって得られた正に湾曲した気体デトネーション波の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係は，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}$ が $\lambda\kappa$ の関数として p_{-}（あるいは ρ_{-}）に関係なく 1 本の曲線で表されること，および $\lambda\kappa$ の増加とともに $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}$ が減少することに関しては，本研究の実験結果と一致する．すなわち，本モデルは $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の特徴について定性的な説明が可能なモデルであると考えられる．ただし，本モデルによって得られた正に湾曲した気体デトネーション波の $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係は，定量的には実験結果と一致しているとは言い難く，本モデルには改善の余地がある．続いて，本モデルにより正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造を明らかにした．波面の曲率の増加によって内部構造は変化し，内部の流体粒子には常にマッハ数を減少させようとする効果が作用する．正に湾曲した気体デトネーション波では，化学反応によって生じるエネルギーの一部が，この減速効果に逆らって流体粒子を加速する（すなわち減速効果を打ち消す）ためのエネルギーとして消費される．そのため，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度は平面 CJ デトネーション波の伝播速度よりも低くなる．垂直方向伝播速度の低下は正に湾曲した気体デトネーション波の内部の温度低下を招き，化学反応速度が急激に低下するため，波面の曲率が増加し続けると最終的には減速効果に逆らって流体粒子を音速まで加速することができなくなる．ゆえに，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係において，$\lambda\kappa$ の増加に対する $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}$ の減少には限界があり，理論的には $(\lambda\kappa)_{\mathrm{cr}}$ より先には $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の解は存在できない．

第 5 章　結論

5.1.　結論

気体デトネーション波の回折，開始等の多くの状況において湾曲した気体デトネーション波が発生する．湾曲した気体デトネーション波の物理現象を解明することは，気体デトネーション波の現象全般の更なる理解にも繋がり，学術的に重要である．また，近年では既存の推進装置よりも高い理論熱効率が得られる回転デトネーションエンジンの研究が活発に行なわれているが，回転デトネーションエンジンの環状燃焼器では主に正に湾曲した気体デトネーション波が連続的に伝播する．回転デトネーションエンジンを安定作動させるためには正に湾曲した気体デトネーション波の基本的な伝播特性の理解が必要であることから，湾曲した気体デトネーション波の物理現象の解明は工学的にも重要である．

本研究では，内周壁面と外周壁面の曲率半径が周方向に一定である 2 次元湾曲流路（流路幅は一定に固定）を定常的あるいは準定常的に伝播する正に湾曲した気体デトネーション波を主な対象とし，その基本的な伝播特性を実験的かつ理論的に解明するため，以下の 3 つの目的を掲げた．

（1）気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法（Multi-frame Short-time Open-shutter Photography，MSOP）を開発し，2 次元湾曲流路を伝播する正に湾曲した気体デトネーション波のセル構造と伝播形態の関係を解明し，伝播機構を明らかにする．

（2）正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度と波面の曲率の関係を実験的に取得し，この関係の特性を解明するとともに，この関係が引き起こす 2 次元湾曲流路における正に湾曲した気体デトネーション波の普遍的な伝播挙動について明らかにする．

（3）正に湾曲した気体デトネーション波について，気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅して現実性を向上させた準定常・準 1 次元モデルを検討し，モデル化の結果を実験結果と比較してモデルを検証するとともに，伝播特性を理論的に明らかにする．

湾曲した気体デトネーション波について本研究で明らかにした事柄を，各目的に対応させて以下にまとめる．

（1）気体デトネーション波の波面とセル構造を同時に可視化する新しい手法として，Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）を開発した．MSOP 画像を用い，2 次元湾曲流路を伝播する気体デトネーション波の伝播形態とセル構造について確認した．内周壁面の曲率半径 r_i が大きく，セル幅 λ が小さいほど，気体デトネーション波の伝播は安定する．平面の気体デトネーション波と同様に，正に湾曲した気体デトネーション波の伝播においてもセル構造の維持が必要である．2 次元湾曲流路を気体デトネーション波が伝播するとき，内周壁面からの膨張波の影響によって，内周壁面の近傍のセルが拡大する．伝播が安定形態の場合，拡大したセルから新たなセルが円滑に生成されることによりセル構造が維持され，その結果として，気体デトネーション波は最終的にある一定の正に湾曲した形状をとり，滑らかな波面を維持しながら定常的に伝播する．一方，伝播が不安定形態の場合，内周壁面の近傍でセルが過度に拡大し，セル構造の崩壊が見られる．そのため，この伝播形態の気体デトネーション波は非定常的に伝播する．内周壁面における横波の反射は，セル構造の維持において重要な役割を担っており，気体デトネーション波の伝播の安定性に関係する現象である．安定形態および臨界形態において内周壁面における横波の反射が確認されていることから，2 次元湾曲流路において気体デトネーション波の伝播が安定化されるためには，このような横波の反射が不可欠であると考えられる．

（2）$C_2H_4+3O_2$，$2H_2+O_2$ および $2C_2H_2+5O_2+7Ar$ の 3 種類の可燃性混合気に対し，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播特性について明らかにした．本研究の条件では，2 次元湾曲流路における気体デトネーション波の伝播形態は約 $13 \le r_\mathrm{i}/\lambda \le 23$ の間で不安定形態から安定形態に遷移し，安定形態となる下限は可燃性混合気の種類に依らず約 $r_\mathrm{i}/\lambda = 23$ である．安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が，最終的にある一定の湾曲形状を維持しながら 2 次元湾曲流路を定常的に伝播するという特徴を利用して，その波面形状を定式化することにより，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度 D_n と波面の曲率 κ の関係を取得する方法を構築した．そして，この関係が引き起こす正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展特性を明らかにした．平面 CJ デトネーション波の伝播速度 D_CJ で無次元化された D_n と λ によって無次元化された κ の関係（$D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係）は，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および λ（あるいは初期圧力 p_-）を変化させたとしても，すなわち r_i/λ を変化させたとしても，$\lambda\kappa$ のみの関数としてある 1 本の曲線で表されるような挙動を示し，$\lambda\kappa$ の増加とともに $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ}$ は減少する．また，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_\mathrm{n}/D_\mathrm{CJ} - \lambda\kappa$ 関係は，可燃性混合気の種類に殆ど依存しない．安定形

態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展は，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係によって支配され，準定常・準 1 次元的である．r_i/λ の増加とともに D_n/D_{CJ} は 1 に近づき，r_i/λ が無限大の条件では，安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波の波面進展はホイヘンスの原理に従うと予想される．また，r_i/λ が一定の条件では，r_i（すなわち 2 次元湾曲流路の幾何学的形状）および可燃性混合気の種類に依らず波面進展の態様が等しくなり，波面形状が相似になる．一方，$2C_2H_2+5O_2+7Ar$ に対しては，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係も取得した．負に湾曲した気体デトネーション波では，$\lambda\kappa$ の減少とともに D_n/D_{CJ} は直線的に増加する．円弧状収束デトネーション波の波面進展や，凹に湾曲した壁面による反射衝撃波が発生しない条件における気体デトネーション波の収束は，負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係に概ね従う．

(3) Yao and Stewart および Sharpe が提唱している正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルを組み合せ，更に化学反応速度の圧力（密度）依存性を考慮し，現実性の向上を図った．これにより，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅したモデルに拡張した．本モデルによって得られた正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，D_n/D_{CJ} が $\lambda\kappa$ の関数として p_-（あるいは初期密度 ρ_-）に関係なく 1 本の曲線で表されること，および $\lambda\kappa$ の増加とともに D_n/D_{CJ} が減少することに関しては，本研究の実験結果と一致する．すなわち，本モデルは $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係の特徴について定性的な説明が可能なモデルであると考えられる．ただし，本モデルによって得られた正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係は，定量的には実験結果と一致しているとは言い難く，本モデルには改善の余地がある．続いて，本モデルにより正に湾曲した気体デトネーション波の内部構造を明らかにした．波面の曲率の増加によって内部構造は変化し，内部の流体粒子には常にマッハ数を減少させようとする効果が作用する．正に湾曲した気体デトネーション波では，化学反応によって生じるエネルギーの一部が，この減速効果に逆らって流体粒子を加速する（すなわち減速効果を打ち消す）ためのエネルギーとして消費される．そのため，正に湾曲した気体デトネーション波の垂直方向伝播速度は平面 CJ デトネーション波の伝播速度よりも低くなる．垂直方向伝播速度の低下は正に湾曲した気体デトネーション波の内部の温度低下を招き，化学反応速度が急激に低下するため，波面の曲率が増加し続けると最終的には減速効果に逆らって流体粒子を音速まで加速することができなくなる．ゆえに，$D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係において，$\lambda\kappa$ の増加に対する D_n/D_{CJ} の減少には限界があり，理論的には解となる D_n/D_{CJ} と $\lambda\kappa$ には臨界値が存在する．

以上より，本研究で対象とした正に湾曲した気体デトネーション波の基本的な伝播特性が実験的かつ理論的に解明されたものと考えられ，所期の目的を達成したと判断できる．本研究によって，正および負に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係が初めて実験により定量的に取得されたことに加え，正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係が引き起こす普遍的な伝播特性が明らかにされた．更に，正に湾曲した気体デトネーション波の準定常・準 1 次元モデルから得られる $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を初めて実験結果と比較し，モデルの検証が行なわれた．このような結果を示した研究例は他になく，本研究の意義は極めて大きいと言える．また，本研究によって開発された Multi-frame Short-time Open-shutter Photography（MSOP）は気体デトネーション波の研究全般において応用が可能であり，波面形状とセル構造の関係を明らかにする上で有効な手段である．本研究で得られた知見は，基礎的な研究である湾曲した気体デトネーション波の物理現象の理解に資するだけでなく，応用的な研究である回転デトネーションエンジンの環状燃焼器における湾曲した気体デトネーション波の伝播挙動の理解にも資するものと考えられる．このように，本研究の成果は気体デトネーション波の物理現象全般の解明や，将来の気体デトネーション波の工学的利用へ寄与することが期待でき，その学術的および工学的な重要性は高い．

5.2.　今後の課題

本研究では 2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波に着目し，複数の可燃性混合気に対して $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得し，この関係が可燃性混合気の種類に殆ど依存しないことを明らかにしたが，他の様々な可燃性混合気においても同様の特性が見られるのかは不明であり，今後確認する必要がある．気体デトネーション波のセル構造は可燃性混合気の特性によって変化することが知られている．本研究で使用した可燃性混合気の場合，窒素で希釈された可燃性混合気に比べるとセル構造は比較的規則的であるが [58]，窒素で希釈された可燃性混合気のように不規則なセル構造を持つ気体デトネーション波の場合， $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係がどのような特性を示すかは興味深い．

本研究では，2 次元湾曲流路において安定形態にある正に湾曲した気体デトネーション波が定常的に伝播する際にとる波面形状のフィッティング方法を提案し，初めて実験により正に湾曲した気体デトネーション波の $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を定量的に取得することに成功した．しかしながら，このフィッティング方法は $\lambda\kappa=0$ 付近では $D_n/D_{CJ}-\lambda\kappa$ 関係を取得する上で若干正確さに欠けるため，改善の余地がある．例えば，波面全体をフィッティングするのではなく，波面を幾つかのセグメントに分割してフィッティングする方法が有効と考えられる．

本研究における負に湾曲した気体デトネーション波の実験は初期段階である．また，本研究で確認した負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展では波面形状の変化は小さ

く，条件（可燃性混合気の種類および流路形状）も限定的である．したがって，負に湾曲した気体デトネーション波の波面進展と $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の関連性が完全に解明されたとは言い難い．この関連性を完全に解明するためには，他の条件においても更に実験的な検討を行なう必要がある．

本研究では，実際の気体デトネーション波の基本的な特徴である反応誘導領域と反応領域から成る 2 段構造，化学平衡，および化学反応速度の圧力（密度）依存性を網羅することにより，正に湾曲した気体デトネーション波に関して既存モデルよりも現実性の向上を図ったモデルを検討した．しかしながら，本研究のモデルによる $D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係の計算結果と実験結果は定量的に一致しているとは言い難い．したがって，今後は気体力学特性および化学反応特性を更に忠実にモデル化する必要があると考えられる．詳細反応モデルを直接的に用いて気体デトネーション波の内部構造を再現し，$D_{\mathrm{n}}/D_{\mathrm{CJ}}-\lambda\kappa$ 関係を得ることが理想的であるが，この場合は本研究のモデルのような比較的単純な手法で解を得ることができないため，数値計算を行なう必要がある．また，多数存在する詳細反応モデルの中から，どの詳細反応モデルが気体デトネーション波のシミュレーションに対して適切であるかも見極める必要がある．

謝辞

本研究は，3 年間の長きに渡り，多くの方々にご指導，ご鞭撻を頂き，学位論文としてまとめられることになりました．ここに感謝の意を表します．

本研究を進めるにあたり，筑波大学大学院システム情報工学研究科構造エネルギー工学専攻の笠原次郎准教授には，学術的な環境を長く離れて社会人として勤務中であった私を快く受け入れて頂きました．笠原准教授の厳しいご指導や研究に対する強い姿勢に，時に緊張や挫折を感じることもございましたが，最後まで暖かく見守って頂き，学位論文を提出することができました．また，研究のみに限らず，学会や懇親会等で多くの海外研究者の方，大学の先生方や研究員の方との交流の機会を与えて頂き，様々な人達との幅広い交流関係を築くことができました．このように一人の研究者として，そして人間として成長させて下さった笠原准教授に心より感謝致します．

ご多忙の中，本論文の審査を引き受けて下さり，ご助言，ご指導を頂きました同専攻の阿部豊教授，西岡牧人教授，藤野貴康准教授に心より感謝致します．

デトネーション研究会の先生方には，本研究について様々なご助言を頂きました．特に，慶応義塾大学の松尾亜紀子教授には本論文の審査を引き受けて頂いただけでなく，共同研究者として本研究について多くのご助言，ご指導を頂きました．また，広島大学の遠藤琢磨教授には私からの技術的な質問に対して丁寧に回答して頂いただけでなく，本研究について多くのご助言，ご指導を頂きました．ここに感謝の意を表します．

宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所の船木一幸准教授には，共同研究者として本研究について多くのご助言，ご指導を頂きました．ここに感謝の意を表します．

日本学術振興会特別研究員の前田慎市博士には，私と年齢が近いということもあり，研究内容について毎日熱く議論させて頂いただけでなく，プライベートなことも相談させて頂きました．前田博士と切磋琢磨し，議論しながら研究を進めることができたことは，私の 3 年間の研究生活の大きな思い出になると思います．また，日本学術振興会特別研究員の松岡健博士にも研究の進め方について相談させて頂きました．如何なる困難に遭遇しても絶対に心が折れない松岡博士の強さは，私にとって大きな励みになりました．お二人には心より感謝致しますとともに，お二人の今後のご活躍を心から願っております．

慶應義塾大学松尾研究室の博士後期課程 3 年次の杉山勇太氏には，デトネーション現象全般について熱く議論させて頂き，本研究における物理現象の解明に繋がる色々なアイディアを頂きました．また，松尾研究室 OB の笹本裕也氏には，私が本研究を始めるにあたり多くのご助言を頂きました．ここに感謝の意を表します．

本研究の実験を行なう上で，株式会社システムブレイン，株式会社島津製作所，株式会社巴商会をはじめ，多くの企業にご協力頂きました．また，筑波大学システム情報工学等支援室の中嶋孝氏，神戸昌幸氏，寺田秀雄氏，小島篤志氏，筑波大学研究基盤総合センタ

ー工作部門の石川健司氏には，実験装置の製作に協力して頂きました．ここに感謝の意を表します．

笠原研究室の学生の皆様には，研究に関する議論，世間話，食事に至るまで色々とお付き合い頂いたおかげで，楽しい時間を過ごすことができました．皆様のご支援により，多くの困難を乗り越え，本研究を遂行することができました．特に，守屋孝大氏には本研究を直接支援して頂きました．また，側原圭太氏とはエタノール－酸素系推進薬の小型ロケットエンジンの研究を一緒に担当させて頂きました．お二人とも芯が強く，逆にお二人から私が学ぶことの方が多かったと思います．また，事務補佐員の大坂亜紀子さん，後藤和子さん，技術補佐員の奈良吏紗さんには，様々な面で支援して頂き，研究室での生活を快適に送ることができました．また，本研究の立ち上げを担当された笠原研究室 OB の工藤祐介氏には，本研究を進めるにあたり多くの貴重なご意見を頂きました．ここに感謝の意を表します．

北海道立札幌北高等学校の 1 年生のときからの親友である阿部洋介氏，岩田大樹氏，および細谷祐輔氏には，自分の進むべき道に迷ったときにはいつも相談に乗って頂き，適切なご助言を頂きました．今では 4 人とも全く異なる分野に進んでおりますが，阿部氏，岩田氏，および細谷氏のご活躍を見て，常に自分自身を磨き続けたいという前向きな気持ちを抱くことができました．その気持ちがこの 3 年間の長きに渡る研究を進めるための原動力の 1 つとなったと思います．ここに感謝の意を表します．

筑波大学大学院システム情報工学研究科構造エネルギー工学専攻での 3 年間の研修の機会を与えて下さり，多くの面で支援して頂いた防衛省技術研究本部航空装備研究所の皆様に感謝の意を表します．特に，ロケット推進研究室室長の福田浩一博士は，私に本研修の機会が与えられるよう，入省直後から長きに渡って尽力して下さいました．また，室員の枝長孝幸博士および橋野世紀氏は，私が研修に行けるよう，私の業務を分担して対応して下さいました．心より感謝致します．

不自由なく研究に没頭できる健康な身体を与えて下さり，かつ社会人として自立するまで育てて下さった父の亮と母の裕子に感謝の意を表します．自分自身が結婚し，子供を授かり，両親と同じ経験をすることで，改めて両親の偉大さを認識しております．

最後に，私の研究と生活を支えてくれた最愛の妻の倫代と娘の永理に心より感謝致します．妻の倫代には研究に集中できるようにあらゆる面で献身的に支えて頂きました．生まれて間もない娘の永理の無邪気な笑顔に毎日元気を貰いました．今後も二人との生活を第一に考えて生きて行きたいです．

参考文献

1) W. Fickett and W.C. Davis, *Detonation*, University of California Press, Berkeley, CA, 1979.
2) S. Kao and J.E. Shepherd, D Numerical Solution Methods for Control Volume Explosions and ZND Detonation Structure, Technical Report FM2006-007, GALCIT, 2008.
3) Ya.B. Zel′dovich, “Teoria Pazprostranenia Detonazii b Gasovikh Smessel,” *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, Vol. 10, 1940, pp. 542−568.
4) J. von Neumann, Theory of Detonation Waves, Progress Report to the National Defense Research Committee Div. B, OSRD-549, 1942.
5) W. Döring, “Über den Detonationsvorgang in Gasen,” *Annalen der Physik*, vol. 435, 1943, pp. 421−436.
6) J.E. Shepherd, “Detonation in Gases,” *Proceedings of the Combustion Institute*, vol. 32, 2009, pp. 83−98.
7) A.A. Vasil′ev, V.V. Mitrofanov, and M.E. Topchiyan, “Detonation Waves in Gases,” *Combustion, Explosion and Shock Waves*, Vol. 23, 1987, pp. 605−623.
8) F. Pintgen, C.A. Eckett, J.M. Austin, and J.E. Shepherd, “Direct Observations of Reaction Zone Structure in Propagating Detonations,” *Combustion and Flame*, Vol. 133, 2003, pp. 211−229.
9) D.R. White, “Turbulent Structure of Gaseous Detonation,” *Physics of Fluids*, Vol. 4, 1961, pp. 465−480.
10) J.H.S. Lee and M.I. Radulescu, “On the Hydrodynamic Thickness of Cellular Detonations,” *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, Vol. 41, 2005, pp. 745−765.
11) J.M. Austin, F. Pintgen, and J.E. Shepherd, “Reaction Zones in Highly Unstable Detonations,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30, 2005, pp. 1849−1857.
12) M.I. Radulescu, G.J. Sharpe, C.K. Law, and J.H.S. Lee, “The Hydrodynamic Structure of Unstable Cellular Detonations,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 580, 2007, pp. 31−81.
13) M.I. Radulescu, G.J. Sharpe, J.H.S. Lee, C.B. Kiyanda, A.J. Higgins, and R.K. Hanson, “The Ignition Mechanism in Irregular Structure Gaseous Detonations,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 30, 2005, pp. 1859−1867.
14) A.A. Borisov, A.H. Mailkov, V.V. Kosenkov, and V.S. Aksenov, “Propagation of Gaseous Detonations over Liquid Layers,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 133, 1991, pp. 268−278.
15) Y. Nagura, J. Kasahara, Y. Sugiyama, and A. Matsuo, “Comprehensive Visualization of Detonation-diffraction Structures and Sizes in Unstable and Stable Mixtures,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 34, 2013, pp. 1949−1956.

16) S. Maeda, S. Sumiya, J. Kasahara, and A. Matsuo, "Initiation and Sustaining Mechanisms of Stabilized Oblique Detonation Waves around Projectiles," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 34, 2013, pp. 1973−1980.

17) S. Maeda, J. Kasahara, and A. Matsuo, "Oblique Detonation Wave Stability around a Spherical Projectile by a High Time Resolution Optical Observation," *Combustion and Flame*, Vol. 159, 2012, pp. 887−896.

18) A.J. Higgins, *Investigation of Detonation Initiation by Supersonic Blunt Bodies*, Ph.D. Thesis, University of Washington, 1996.

19) J. Kasahara, T. Horii, T. Endo, and T. Fujiwara, "Experimental Observation of Unsteady H_2−O_2 Combustion Phenomena Around Hypersonic Projectiles Using a Multiframe Camera," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 26, 1996, pp. 2903−2908.

20) J. Kasahara, T. Arai, S. Chiba, K. Takazawa, Y. Tanahashi, and A. Matsuo, "Criticality for Stabilized Oblique Detonation Waves Around Spherical Bodies in Acetylene/Oxygen/Krypton Mixtures," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 29, 2002, pp. 2817−2824.

21) J. Kasahara, T. Fujiwara, T. Endo, and T. Arai, "Chapman−Jouguet Oblique Detonation Structure around Hypersonic Projectiles," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 8, 2001, pp. 1553−1561.

22) V.V. Mitrofanov and R.I. Soloukhin, "The Diffraction of Multi-front Detonation Waves," *Soviet Physics Doklady*, Vol. 9, 1965, pp. 1055−1058.

23) D.H. Edwards, G.O. Thomas, and M.A. Nettleton, "The Diffraction of a Planar Detonation Wave at an Abrupt Area Change," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 95, 1979, pp. 79−96.

24) R. Knystautas, J.H.S. Lee, and C.M. Guirao, "The Critical Tube Diameter for Detonation Failure in Hydrocarbon−Air Mixtures," *Combustion and Flame*, Vol. 48, 1982, pp. 63−83.

25) D. Desbordes and M. Vachon, "Critical Diameter of Diffraction for Strong Plane Detonations," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 106, 1986, pp. 131−143.

26) I.O. Moen, S.B. Murray, D. Bjerketvedt, A. Rinnan, R. Knystautas, and J.H.S. Lee, "Diffraction of Detonation from Tubes into a Large Fuel−Air Explosive Cloud," *Symposium (International) on Combustion*, Vol. 19, 1982, pp. 635−644.

27) S.B. Murray and J.H.S. Lee, "On the Transformation of Planar Detonation to Cylindrical Detonation," *Combustion and Flame*, Vol. 52, 1983, pp. 269−289.

28) J.H.S. Lee, "Dynamic Parameter of Gaseous Detonations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 16, 1984, pp. 311−336.

29) Y.K. Liu, J.H.S. Lee, and R. Knystautas, "Effect of Geometry on the Transmission of Detonation through an Orifice," *Combustion and Flame*, Vol. 56, 1984, pp. 215−225.

30) A.A. Vasil′ev, "Critical Conditions for Initiation of Cylindrical Multifront Detonation," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, Vol. 34, No. 2, 1998, pp. 220−225.

31) R.A. Strehlow and A.J. Crooker, “The Structure of Marginal Detonation Waves,” *Acta Astronautica*, Vol. 1, No. 3−4, 1974, pp. 303−315.

32) M. Dormal, J.C. Libouton, and P.V. Tiggelen, “Evolution of Induction Time in Detonation Cells,” *Acta Astronautica*, Vol. 6, No. 7−8, 1979, pp. 875−884.

33) J.A. Nicholls, H.R. Wilkinson, and R.B. Morrison, “Intermittent Detonation as a Thrust-producing Mechanism,” *Jet Propulsion*, Vol. 27, No. 5, 1957, pp. 534−541.

34) T.R.A. Bussing and G. Pappas, “Pulse Detonation Engine Theory and Concepts” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 165, 1996, pp. 421−472.

35) K. Kailasanath, “Recent Developments in the Research on Pulse Detonation Engines,” *AIAA Journal*, Vol. 41. No. 2, 2003, pp. 145−159.

36) J. Kasahara, A. Hasegawa, T. Nemoto, H. Yamaguchi, T. Yajima, and T. Kojima, “Performance Validation of a Single-tube Pulse Detonation Rocket System,” *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 25, No. 1, 2007, pp. 173−180.

37) J. Kasahara, M. Hirano, A. Matsuo, Y. Daimon, and T. Endo, “Thrust Measurement of a Multi-cycle Partially Filled Pulse Detonation Rocket Engine,” *Journal of Propulsion and Power*, Vol.25, No.6, 2009, pp. 1281−1290.

38) 笠原次郎, 松尾亜紀子, 遠藤琢磨, “パルスデトネーションエンジン研究とその現状,” ながれ, Vol. 26, No. 3, 2007, pp. 205−213.

39) Ya.B. Zel′dovich, “To the Question of Energy Use of Detonation Combustion,” *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 22, 2006, pp. 588−592.

40) W.H. Heiser and D.T. Pratt, “Thermodynamic Cycle Analysis of Pulse Detonation Engines,” *Journal of propulsion and power*, Vol. 18, 2002, pp. 68−76.

41) Y. Wu, F. Ma, and V. Yang, “System Performance and Thermodynamic Cycle Analysis of Airbreathing Pulse Detonation Engines,” *Journal of propulsion and power*, Vol. 19, 2003, pp. 556−567.

42) E. Wintenberger and J.E. Shepherd, “Thermodynamic Analysis of Combustion Process for Propulsion Systems,” AIAA paper 2004−1033, 2004.

43) D.H. Edwards, G.O. Thomas, and M.A. M.A. Nettleton, “Diffraction of Planar Detonation in Various Fuel−Oxygen Mixtures at an Area Change,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 75, 1981, pp. 341−357.

44) E. Pintgen and J.E. Shepherd, “Detonation Diffraction in Gases,” *Combustion and Flame*, Vol. 156, 2009, pp. 665−677.

45) M. Arienti and J.E. Shepherd, “A Numerical Study of Detonation Diffraction,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 529, 2005, pp. 117−146.

46) A.V. Fedorov, T.A. Khmel, and Yu.V. Kratova, “Shock and Detonation Wave Diffraction at a Sudden Expansion in Gas−Particle Mixtures,” *Shock Waves*, Vol. 18, 2008, pp. 281−290.

47) Yu.V. Kratova, A.V. Fedorov, and T.A. Khmel, "Diffraction of a Plane Detonation Wave on a Back-facing Step in a Gas Suspension," *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, Vol. 45, No. 5, 2009, pp. 591−602.
48) D.H. Edwards, G. Hooper, J.M. Morgan, and G.O. Thomas, "The Quasi-steady Regime in Critically Initiated Detonation Waves," *Journal of Physics D*, Vol. 11, 1978, pp. 2103−2117.
49) J.H. Lee and R. Knystautas, "Laser Spark Ignition of Chemically Reactive Gas," AIAA Journal, Vol. 7, No. 2, 1969, pp. 312−317.
50) R. Knystautas and J.H. Lee, "On the Effective Energy for Direct Initiation of Gaseous Detonations," *Combustion and Flame*, Vol. 27, 1976, pp. 221−228.
51) D.C. Bull, J.E. Elsworth, and G. Hooper, "Initiation of Spherical Detonation in Hydrocarbon/Air Mixtures," *Acta Astronautica*, Vol. 5, 1978, pp. 997−1008.
52) J.H.S. Lee, "Initiation of Gaseous Detonation," *Annual Review of Physical Chemistry*, Vol. 28, 1977, pp. 75−104.
53) L. He, "Theoretical Determination of the Critical Conditions for the Direct Initiation of Detonations in Hydrogen−Oxygen Mixtures," *Combustion and Flame*, Vol. 104, 1996, pp. 401−418.
54) C.A. Eckett, J.J. Quirk, and J.E. Shepherd, "The Role of Unsteadiness in Direct Initiation of Gaseous Detonations," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 421, 2000, pp. 147−183.
55) H.D. Ng and J.H.S. Lee, "Direct Initiation of Detonation with a Multi-step Reaction Scheme," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 476, 2003, pp. 179−211.
56) J.H. Lee and K. Ramamurthi, "On the Concept of the Critical Size of a Detonation Kernel," *Combustion and Flame*, Vol. 27, 1976, pp. 331−340.
57) Y. Kudo, Y. Nagura, J. Kasahara, Y. Sasamoto, and A. Matsuo, "Oblique Detonation Waves Stabilized in Rectangular-cross-section Bent Tubes," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 33, 2011, pp. 2319−2326.
58) J.H.S. Lee, *The Detonation Phenomenon*, Cambridge University Press, New York, NY, 2008.
59) デトネーション研究会（編著）, "デトネーションの熱流体力学 1　基礎編," 理工図書, 2011.
60) S.I. Jackson, C.B. Kiyanda, and M. Short, "Experimental Observations of Detonation in Ammonium−Nitrate-−Fuel−Oil (ANFO) Surrounded by a High-sound-speed, Shockless, Aluminum Confiner," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 33, 2011, pp. 2219−2226.
61) H. Arai, Y. Ogata, Y. Wada, A. Miyake, W. Jung, J. Nakamura, and T. Ogawa, "Detonation Behavior of ANFO in Resin Tubes," *Science and Technology of Energetic Materials*, Vol. 65, No. 6, 2004, pp. 201−205.

62) R.R. Critchfield, B.W. Asay, J.B. Bdzil, W.C. Davis, E.N. Ferm, and D.J. Idar, “Synchro-ballistic Recording of Detonation Phenomena,” *Proceedings of SPIE*, 1997, vol. 3173, 1997, p. 99.

63) T.D. Aslam, J.B. Bdzil, and D.S. Stewart, “Level Set Methods Applied to Modeling Detonation Shock Dynamics,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 126, 1996, pp. 390−409.

64) D.S. Stewart, “The Shock Dynamics of Multidimensional Condensed and Gasphase Detonations,” *Symposium (International) on Combustion*, Vol. 27, 1998, pp. 2189−2205.

65) H. Eyring, R.E. Powell, G.H. Duffy, and R.B. Parlin, “The Stability of Detonation,” *Chemical Reviews*, Vol. 45, 1949, pp. 69−181.

66) W.W. Wood and J.G. Kirkwood, “Diameter Effect in Condensed Explosives. The Relation between Velocity and Radius of Curvature of the Detonation Wave,” *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 22, No. 11, 1954, pp. 1920−1924.

67) J.B. Bdzil and D.S. Stewart, “Modeling Two-dimensional Detonations with Detonation Shock Dynamics,” *Physics of Fluids A*, Vol. 1, 1989, pp. 1261−1267.

68) D.S. Stewart and J.B. Bdzil, “The Shock Dynamics of Stable Multi-dimensional Detonation” *Combustion and Flame*, Vol. 72, 1988, pp. 311−323.

69) G.B. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves*, Wiley-Interscience, New York, NY, 1974.

70) J.B. Bdzil and D.S. Stewart, “The Dynamics of Detonation in Explosive Systems,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 39, 2007, pp. 263−292

71) G.J. Sharpe and M. Braithwaite, “Steady Non-ideal Detonations in Cylindrical Sticks of Explosives,” *Journal of Engineering Mathematics*, Vol. 53, 2005, pp. 39−58.

72) D.S. Stewart and J. Yao, “The Normal Detonation Shock Velocity−Curvature Relationship for Materials with Nonideal Equation of State and Multiple Turning Points,” *Combustion and Flame*, Vol. 113, 1998, pp. 224−235.

73) R. Klein and D.S. Stewart, “The Relation between Curvature, Rate State-dependence, and Detonation Velocity,” *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 53, No. 5, 1993, pp. 1401−1435.

74) D.E. Lambert, D.S. Stewart, S. Yoo, and B.L. Wescott, “Experimental Validation of Detonation Shock Dynamics in Condensed Explosives,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 546, 2006, pp. 227−253.

75) B.L. Wescott, D.S. Stewart, and W.C. Davis, “Equation of State and Reaction Rate for Condensed-phase Explosives,” *Journal of Applied Physics*, Vol. 98, 2005, 053514.

76) A. Helte, On Calibrating Reaction Rate Laws using Detonation Shock Dynamics, Methodology Report FOI-R--0151--SE, Swedish Defense Research Agency, 2001.

77) R. Menikoff, K.S. Lackner, and B.G.. Bukiet, “Modeling Flows with Curved detonation Waves,” *Combustion and Flame*, Vol. 104, 1996, pp. 219−240.

78) S.D. Watt and G.J. Sharpe, “One-dimensional Linear Stability of Curved Detonations,” *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 460, 2004, pp. 2551−2568.

79) S.D. Watt and G.J. Sharpe, “Linear and Nonlinear Dynamics of Cylindrically and Spherically Expanding Detonation Waves,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 522, 2005, pp. 329−356.

80) J. Yao and D.S. Stewart, “On the Normal Detonation Shock Velocity−Curvature Relationship for Materials with Large Activation Energy,” *Combustion and Flame*, Vol. 100, 1995, pp. 519−528.

81) G.J. Sharpe, “The Structure of Planar and Curved Detonation Waves with Reversible Reactions,” *Physics of Fluids*, Vol. 12, 2000, pp. 3007−3020.

82) G.O. Thomas, R.L. Williams, “Detonation Interaction with Wedges and Bends,” *Shock Waves*, Vol. 11, 2002, pp. 481−492.

83) D.H. Edwards, G.O. Thomas, and M.A. Nettleton, “The Diffraction of Detonation Waves in Channels with 90° Bends,” *Archivum Combustionis*, Vol. 3, No. 1, 1983, pp. 65−76.

84) M. Hishida, T. Fujiwara, and P. Wolański, “Fundamentals of Rotating Detonations,” *Shock Waves*, Vol. 19, 2009, pp. 1−10.

85) J. Kindracki, P. Wolański, and Z. Gut, “Experimental Research on the Rotating Detonation in Gaseous Fuels−Oxygen Mixtures,” *Shock Waves*, Vol. 21, 2011, pp. 75−84.

86) D. Schwer and K. Kailasanath, “Numerical Investigation of the Physics of Rotating-Detonation-Engines,” Proceedings of the Combustion Institute, Vol. 33, 2011, pp. 2195−2202.

87) Y. Eude, D.M. Davidenko, I. Gökalp, and F. Falempin, “Use of the Adaptive Mesh Refinement for 3D Simulations of a CDWRE (Continuous Detonation Wave Rocket Engine),” AIAA paper 2011−2236, 2011.

88) E.M. Braun, N.D. Dunn, and F.K. Lu, “Testing of a Continuous Detonation Wave Engine with Swirled Injection,” AIAA paper 2010−146, 2010.

89) F. Falempin and E. Daniau, “A Contribution to Development of Actual Continuous Detonation Wave Engine,” AIAA paper 2008−2679, 2008.

90) J.A Suchocki, S.J. Yu, J.L. Hoke, A.G. Naples, F.R. Schauer, and R. Russo, “Rotating Detonation Engine Operation,” AIAA paper 2012−0119, 2012.

91) J.C. Shank, P.I. King, J. Karnesky, F.R. Schauer, and J.L. Hoke, “Development and Testing of a Modular Rotating Detonation Engine,” AIAA paper 2012−0120, 2012.

92) S. Claflin, “Recent Progress in Continuous Detonation Engine Development at Pratt & Whitney Rocketdyne,” Proceedings of International Workshop on Detonation for Propulsion 2012, 2012.

93) H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, “Stable Detonation Wave Propagation in Rectangular-cross-section Curved Channels,” *Combustion and Flame*, Vol. 159, 2012, pp. 859−869.

94) H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, “Propagation of Curved Detonation Waves Stabilized in Annular Channels with a Rectangular Cross-section,” *The ISTS Special Issue of Transactions of JSASS*, *Aerospace Technology Japan*, Vol. 10, No. ists28, 2012, pp. Pe_7−Pe_14.

95) H. Nakayama, J. Kasahara, A. Matsuo, and I. Funaki, “Front Shock Behavior of Stable Curved Detonation Waves in Rectangular-cross-section Curved Channels,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 34, 2013, pp. 1939−1947.

96) B.J McBride and S. Gordon, Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications, Reference Publication 1311, NASA, 1994.

97) Z. Jiang, G. Han, C. Wang, and F. Zhang, “Self-organized Generation of Transverse Waves in Diverging Cylindrical Detonations,” *Combustion and Flame*, Vol. 156, 2009, pp. 1653−1661.

98) J.A. Sethian, *Level Set Methods and Fast Marching Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1999.

99) 藤原俊隆，杉村忠良，溝口謙一郎，滝史郎，“円筒状に収束するデトネーション波の安定性,” 日本航空宇宙学会誌， Vol. 21, No. 232, 1973, pp. 256−262.

100) E.I. Vasilev, T. Elperin, and G. Ben-Dor, “Analytical Reconsideration of the von Neumann Paradox in the Reflection of a Shock Wave over a Wedge,” *Physics of Fluids*, Vol. 20, 2008, 046101.

101) H. Hornung, H. Oertel, and R. Sandeman, “Transition to Mach Reflection of Shock Waves in Steady and Pseudosteady Flow with and without Relaxation,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 90, 1979, pp. 541−560.

102) B.W. Skews and H. Kleine, “Flow Features resulting from Shock Wave Impact on a Cylindrical Cavity,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 580, 2007, pp. 481−493.

103) A.J. Higgins, “Steady One-Dimensional Detonations,” *Shock Waves Science and Technology Library*, Vol. 6, 2012, pp. 33−105.

104) E. Schultz and J. Shepherd, Validation of Detailed Reaction Mechanism for Detonation Simulation, Technical Report FM99-5, GALCIT, 2000.

105) 松尾一泰, “圧縮性流体力学,” 理工学社, 1994.

106) E.T. Whittaker and G. Robinson, *The Newton−Raphson Method*, Dover, New York, NY, 1967.

107) J.D. Hoffman and S. Frankel, *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, McGraw-Hill, New York, NY, 1992.

108) 水野明哲, “流れの数値解析入門,” 朝倉書店, 1990.

109) P.A. Thompson, *Compressible−Fluid Dynamics*, McGraw-Hill, New York, NY, 1988.

110) C.K Law, *Combustion Physics*, Cambridge University Press, New York, NY, 2006.

111) A.A. Konnov, Detailed reaction mechanism for small hydrocarbons combustion. Release 0.5, http://homepages.vub.ac.be/%7Eakonnov/, 2000.

112) G.P. Smith, D.M. Golden, M. Frenklach, N.W. Moriarty, B. Eiteneer, M. Goldenberg, C.T. Bowman, R.K. Hanson, S. Song, W.C. Gardiner, V.V. Lissianski, Z. Qin, GRI-Mech 3.0, http://www.me.berkeley.edu/gri_mech.

113) M.I. Radulescu, *The Propagation and Failure Mechanism of Gaseous Detonations: Experiments in Porous-walled Tubes*, Ph.D. Thesis, McGill University, 2003.

114) M.I. Radulescu and J.H.S Lee, “The Failure Mechanism of Gaseous Detonations: Experiments in Porous Wall Tubes,” *Combustion and Flame*, Vol. 131, 2002, pp. 29−46.

115) A.I. Gavrikov, A.A. Efimenko, and S.B. Dorofeev, “A Model for Detonation Cell Size Prediction from Chemical Kinetics,” *Combustion and Flame*, Vol. 120, 2000, pp. 19−33.

116) B.D. Taylor, D.A. Kessler, V.N. Gamezo, and E.S. Oran, “Numerical simulation of hydrogen detonations with detailed chemical kinetics,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 34, 2013, pp. 2009−2016.

117) A.A. Vasil'ev, T.P. Gavrilenko, and M.E. Topchiyan, “On the Chapman−Jouguet Surface in Multi-headed Gaseous Detonations,” *Astronautica Acta*, Vol. 17, 1972, pp. 499−502.

118) A.A. Vasil'ev, T.P. Gavrilenko, V.V. Mitrofanov, V.A. Subbotin, and M.E. Topchiyan, “Location of the sonic transition behind a detonation front,” *Combustion, Explosion and Shock Waves*, Vol. 8, 1972, pp. 80−84.

119) M. Short and J.J. Guirk, “On the Nonlinear Stability and Detonability Limit of a Detonation Wave for a Model Three-step Chain-branching Reaction,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 339, 1997, pp. 89−119.

120) M.I. Radulescu, H.D. Ng, J.H.S. Lee, and B. Varatharajan, “The Effect of Argon Dilution on the Stability of Acetylene/Oxygen Detonations,” *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 29, 2002, pp. 2825−2831.

121) H.D. Ng and J.H.S Lee, “Direct Initiation of Detonation with a Multi-step Reaction Scheme,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 476, 2003, pp. 179−211.

122) H.O. Barthel, “Predicted Spacings in Hydrogen−Oxygen−Argon Detonations,” *Physics of Fluids*, Vol. 17, 1974, pp. 1547−1553.

123) A.A. Vasil'ev, “Cell Size as the Main Geometric Parameter of a Multifront Detonation Wave,” *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 22, No. 6, 2006, pp. 1245−1260.

124) A.A. Vasil'ev and Ju.A. Nikolaev, “Closed Theoretical Model of a Detonation Cell,” *Astronautica Acta*, Vol. 5, 1978, pp. 983−996.

125) E.S. Oran, J.W. Weber, E.I. Stefaniw, M.H. Lefebvre, and J.D. Anderson, “A Numerical Study of a Two-Dimensional H_2−O_2−Ar Detonation Using a Detailed Chemical Reaction Model,” *Combustion and Flame*, Vol. 113, 1998, pp.147−163.

126) M. Kaneshige and J. E. Shepherd, Detonation Database, Technical Report FM97-8, GALCIT, 1997.

127) S. Abid, G. Dupre, and C. Paillard, “Oxidation of Gaseous Unsymmetrical Dimethylhydrazine at High Temperatures and Detonation of UDMH/O_2 Mixtures,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 153, 1991, pp. 162−181.

128) R.A. Strehlow and C.D. Engel, “Transverse Waves in Detonations: II. Structure and Spacing in H_2−O_2, C_2H_2−O_2, C_2H_4−O_2 and CH_4−O_2 Systems,” *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 3, 1969, pp. 492−496.

129) V.I. Manzhalei, V.V. Mitrofanov, and V.A. Subbotin, “Measurement of Inhomogeneities of a Detonation Front in Gas Mixtures at Elevated Pressures,” *Combustion, Explosion and Shock Waves*, Vol. 10, 1974, pp. 89−95.

130) D. Desbordes, *Aspects Stationnaires et Transitoires de la Detonation dans les Gaz: Relation avec la Structure Eellulaire du Front*, Ph.D. Thesis, Universite de Poitiers, 1990.

131) R. Zitoun, D. Desbordes, C. Guerraud, and B. Deshaies, “Direct Initiation of Detonation in Cryogenic Gaseous H_2−O_2 Mixtures,” *Shock Waves*, Vol. 4, 1995, pp. 331−337.

132) J.H Lee and H. Matsui, “A Comparison of the Critical Energies for Direct Initiation of Spherical Detonation in Acetylene−Oxygen Mixtures,” *Combustion and Flame*, Vol. 28, 1977, pp. 61−66.

133) D. Desbordes, “Transmission of Overdriven Plane Detonations: Critical Diameter as a Function of Cell Regularity and Size,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 114, 1988, pp. 170−185.

134) B. Lewis and G. von Elbe, *Combustion, Flames and Explosions of Gases*, Academic Press, Orlando, FL, 1987.

135) G.N. Lewis and M. Randall, *Thermodynamics*, McGraw-Hill, New York, NY, 1923.

136) W. Fickett, J.D. Jacobson, and W.W. Wood, The Method of Characteristics for One-dimensional Flow with Chemical Reaction, Technical Report LA-4269, Los Alamos Scientific Laboratory, 1970.

137) P.A. Boettcher, *Thermal Ignition*, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 2012.

138) D.A. Frank-Kamenetskii, *Diffusion and heat transmission in chemical kinetics*, Plenum Press, New York, NY, 1969.

139) S.P.M. Bane, J.L. Ziegler, and J.E. Shepherd, Development of One-Step Chemistry Models for Flame and Ignition Simulation, Technical Report FM2010-002, GALCIT, 2010.

140) J.E. Shepherd, "Chemical Kinetics of Hydrogen−Air−Diluent Detonations," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Vol. 106, 1986, pp. 263−293.

業績目録

公表論文

本論文を構成する学術論文

1. H. Nakayama, J. Kasahara, A. Matsuo, and I. Funaki, "Front Shock Behavior of Stable Curved Detonation Waves in Rectangular-cross-section Curved Channels," *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 34, Issue 2, 2013, pp. 1939−1947.
2. H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, "Propagation of Curved Detonation Waves Stabilized in Annular Channels with a Rectangular Cross-section," *The ISTS Special Issue of Transactions of JSASS*, *Aerospace Technology Japan*, Vol. 10, No. ists28, 2012, pp. Pe_7−Pe_14.
3. H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, "Stable Detonation Wave Propagation in Rectangular-cross-section Curved Channels," *Combustion and Flame*, Vol. 159, No.2, 2012, pp. 859−869.

その他の学術論文

1. H. Nakayama, T. Miyashita, N. Yoshitake, and R. Orita, "A Numerical Model of Laser-induced Ignition of Boron / Potassium Nitrate Pyrotechnic incorporating Temperature Dependence of Thermophysical Properties," *Science and Technology of Energetic Materials*, Vol. 71, No. 4, 2010, pp. 98−105 (in Japanese).
2. H. Nakayama, T. Miyashita, S. Hashino, N. Yoshitake, and R. Orita, "An Approximate Theory of Laser-induced Ignition of Boron / Potassium Nitrate Pyrotechnic," *Science and Technology of Energetic Materials*, Vol. 71, No. 2, 2010, pp. 31−38 (in Japanese).
3. M. Watanabe, H. Nakayama, H. Nagata, T. Totani, I. Kudo, K. Ito, and Y. Oowada, "Development study of Hybrid Rocket Booster for Ballistic Launch of Small Satellite," *Journal of the Japan Society of Microgravity Application*, Vol. 19, No. 2, 2002, pp. 112−116 (in Japanese).

国際会議

1. H. Nakayama, J. Kasahara, A. Matsuo, and I. Funaki, "Propagation of Self-sustaining Curved Detonation Waves in Annular Channels with a Rectangular Cross-section," International Workshop on Detonations for Propulsion 2012, Tsukuba, Japan, Sep. 3−5, 2012.

2. H. Nakayama, J. Kasahara, A. Matsuo, and I. Funaki, “Front Shock Behavior of Stable Curved Detonation Waves in Rectangular-cross-section Curved Channels,” 34th International Symposium on Combustion (oral presentation), Warsaw, Poland, Jul. 29−Aug. 3, 2012.
3. Y. Sugiyama, A. Matsuo, H. Nakayama, and J. Kasahara, “Numerical Investigations on Detonations propagating in Two-dimensional Curved Channel,” 34th International Symposium on Combustion (work-in-progress poster), Warsaw, Poland, Jul. 29−Aug. 3, 2012.
4. H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, and I. Funaki, “Front Shock Behavior of Stable Detonation Waves propagating through Rectangular Cross-section Curved Channels,” 50th AIAA Aerospace Science Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Nashville, Tennessee, USA, Jan. 9−12, 2012.
5. H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, “Study on Detonation Waves propagating through Curved Channels,” 23rd International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, Irvine, California, USA, July 24−29, 2011.
6. H. Nakayama, T. Moriya, J. Kasahara, A. Matsuo, Y. Sasamoto, and I. Funaki, “Detonation Wave Propagation in Annular Channels with Rectangular Cross-section,” 28th International Symposium on Space Technology and Science, Okinawa, Japan, June 5−12, 2011.
7. H. Nakayama, Y. Ikegami, A. Yoshida, K. Koori, K. Watanabe, H. Tokunaga, H. Shimizu, and S. Kanaizumi, “Full-scale Firing Tests of Variable Flow Ducted Rocket Engines employing GAP Solid Fuel Gas Generator,” 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Denver, Colorado, USA, Aug. 3−5, 2009.
8. Y. Yamano, Y. Ikegami, H. Nakayama, E. Kimura, J. Sato, Y. Otabe, and A. Yoshida, “Performance Demonstration of a Variable Flow Ducted Rocket Engine by Test Flight,” 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Denver, Colorado, Aug. 3−5, 2009.
9. H. Nagata, M. Watanabe, H. Nakayama, M. Ito, Y. Muraki, T. Totani, and I. Kudo, “Development and Launch Experiments of CAMUI Hybrid Rocket,” 4th JAXA-IENI Joint Workshop, Space Propulsion and Related Materials, Bonassola, Italy, Oct. 19−21, 2003.
10. H. Nagata, M. Watanabe, H. Nakayama, S. Satori, T. Takada, K. Toyoda, I. Kudo, R. Akiba, and I. Kubota, “Development Study at University Laboratories on Small Scale Reusable Launch Systems Part1: Project Outline and Development of a Jet Impinging Type Hybrid Rocket Engine,” 23rd International Symposium on Space Technology and Science, Matsue, Japan, May 26−June 2, 2002.

国内会議

1. 中山久広, 笠原次郎, 松尾亜紀子, 船木一幸, “安定伝ぱする湾曲デトネーション波の波面挙動,” 第 50 回燃焼シンポジウム, 2012 年 12 月.
2. 杉山勇太, 松尾亜紀子, 中山久広, 笠原次郎, “二次元曲管内を伝播するデトネーションのマッハステム構造に関する数値解析,” 第 50 回燃焼シンポジウム, 2012 年 12 月.
3. 側原圭太, 中山久広, 笠原次郎, 富岡定毅, 平岩徹夫, “宇宙機用スラスタへのデトネーション応用,” 第44回流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2012 年 7 月.
4. 杉山勇太, 松尾亜紀子, 中山久広, 笠原次郎, “曲管を伝播するデトネーションの安定伝播限界に関する数値解析,” 第44回流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2012 年 7 月.
5. 中山久広, “ホウ素／硝石系点火薬のレーザ着火の研究,” 火薬学会 2012 年度春季研究発表会, 2012 年 5 月（学会賞受賞講演）.
6. 中山久広, 笠原次郎, 松尾亜紀子, 船木一幸, “曲管内で安定化された湾曲セル状デトネーション波の伝ぱ速度と波面形状の関係,” 平成 23 年度衝撃波シンポジウム, 2012 年 3 月.
7. 杉山勇太, 松尾亜紀子, 中山久広, 笠原次郎, “曲管を伝播するデトネーションの波面形状へ管の曲率が及ぼす影響に関する数値解析,” 平成 23 年度衝撃波シンポジウム, 2012 年 3 月.
8. 中山久広, 守屋孝大, 笠原次郎, 松尾亜紀子, 船木一幸, “矩形断面を有する曲管内を安定に伝ぱするデトネーション波の波面挙動,” 第 49 回燃焼シンポジウム, 2011 年 12 月.
9. 守屋孝大, 中山久広, 笠原次郎, 松尾亜紀子, “ウェッジに入射するデトネーション波の反射に関する研究,” 第43回流体力学講演会／航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2011 年 7 月.
10. 守屋孝大, 中山久広, 笠原次郎, 松尾亜紀子, “くさび周りにおけるデトネーション波の反射に関する研究,” 平成 22 年度衝撃波シンポジウム, 2011 年 3 月.
11. 中山久広, 守屋孝大, 笠原次郎, 松尾亜紀子, 笹本裕也, “矩形断面を有するベンド内におけるデトネーション波の伝播挙動,” 日本機械学会関東支部第 17 期総会講演会, 2011 年 3 月.
12. 笹本裕也, 松尾亜紀子, 中山久広, 笠原次郎, “曲がり管を伝播するデトネーションの波面形態に関する数値解析,” 日本機械学会関東支部第 17 期総会講演会, 2011 年 3 月.
13. 中山久広, 守屋孝大, 笠原次郎, 松尾亜紀子, 笹本裕也, 船木一幸, “環状矩形流路におけるデトネーション波の安定伝播,” 第 51 回航空原動機・宇宙推進講演会, 2011 年 3 月.

14. 中山久広, 池上喜幸, 吉田明彦, 郡憲司, 渡辺清幸, 徳永英紀, 清水春雄, 金泉滋之, “GAP 系固体ガス発生剤を用いた燃料流量制御型ダクテッドロケット・エンジンの燃焼試験,” デトネーションシンポジウム, 2009 年 3 月.
15. 山野祥寛, 池上喜幸, 木村栄秀, 佐藤淳一, 小田部裕一, 中山久広, 吉田昭彦, “地上発射試験によるダクテッドロケット飛しょう体の性能実証,” デトネーションシンポジウム, 2009 年 3 月.
16. 中山久広, 池上喜幸, 吉田明彦, 郡憲司, 渡辺清幸, 徳永英紀, “燃料流量制御型ダクテッドロケット・エンジンの研究,” 第 46 回飛行機シンポジウム, 2008 年 10 月.
17. 中山久広, “GAP/AP コンポジット推進薬を採用したノズルレス・ロケットモータの燃焼特性,” 第 47 回航空原動機・宇宙推進講演会, 2007 年 3 月.
18. 永田晴紀, 中山久広, 渡辺三樹生, 佐鳥新, 高田毅, 芝邦明, 豊田国昭, 中須賀真一, 宮村典秀, 戸谷剛, 工藤勲, 伊藤献一, 大和田陽一, “衝突噴流型高推力ハイブリッドロケットの開発および打ち上げ実験,” 日本機械学会 2002 年度年次大会, 2002 年 9 月.
19. 永田晴紀, 渡辺三樹生, 中山久広, 佐鳥新, 芝邦明, 高田強, 豊田国昭, 工藤勲, 伊藤献一, 秋葉鐐二郎, 大和田陽一, “大学における小型再使用打ち上げシステムの研究（その 1）開発研究の概要および噴流衝突型高推力ハイブリッドロケットの開発,” 日本航空宇宙学会年会, 2002 年 4 月.
20. 中山久広, 渡辺三樹生, 永田晴紀, 工藤勲, 戸谷剛, “衝突噴流式ハイブリッドロケットのフライトモデル設計のための地上燃焼試験,” 日本機械学会第 41 回北海道支部講演会, 2001 年 9 月.
21. 中山久広, 渡辺三樹生, 永田晴紀, 戸谷剛, 工藤勲, 大和田陽一, “衝突噴流式 LOX/PMMA ハイブリッドロケットの燃焼特性,” 第 38 回燃焼シンポジウム, 2000 年 11 月.
22. 渡辺三樹生, 中山久広, 永田晴紀, 戸谷剛, 工藤勲, 大和田陽一, “衝突噴流式ハイブリッドロケットの点火特性および燃焼安定性,” 日本機械学会第 40 回北海道支部講演会, 2000 年 9 月.

解説記事・総説

1. 中山久広, “防衛省技術研究本部の研究紹介 2009（最終回）固体ロケットモータ用レーザ点火装置の研究,” 防衛技術ジャーナル, 2009 年 11 月号, pp. 34-41, 2009.
2. 中山久広, “ノズルレス・ロケットモータ,” 防衛技術ジャーナル, 2006 年 9 月号, pp. 46-53, 2006.

受賞

1. 社団法人火薬学会 奨励賞, 2012 年 5 月.
2. 北海道大学工学部 吉町太郎一先生記念賞, 2000 年 3 月.

特許

1. 中山久広, 佐藤航, 駒井巌, “コンポジット推進薬,” 特許第 5041467 号

付録 A　平面 Chapman−Jouguet（CJ）デトネーション波のセル幅

第 1 章で述べたように，気体デトネーション波は非定常構造（セル構造）の集合体である．λ は平面 CJ デトネーション波のセル構造の代表長さである．気体デトネーション波の伝播限界や速度損失等の特性にセル構造が深く関連することが知られており，多くの場合，これらの伝播特性を λ によってある程度整理することが可能である [14−30]．これまでにセル構造のモデル化 [122−124] や詳細反応モデルを用いた数値計算 [115,116,125] によって λ の予測が行なわれてきたが，現在のところ λ を正確に予測できる手法は存在しない．したがって，λ を得るためには主に煤膜法 [59] を用いた実験による測定が行なわれる．

多くの先行研究において，様々な可燃性混合気に対して平面 CJ デトネーション波の λ が測定され，幾つかの可燃性混合気の λ の測定値はカリフォルニア工科大学の detonation database[126] に参照可能な形式でまとめられている．図 A.1 ~ 図 A.3 に，本研究で用いた可燃性混合気（C_2H_4+$3O_2$，$2H_2$+O_2 および $2C_2H_2$+$5O_2$+$7Ar$）の p_- と λ の関係を示す．T_- は室温である．各可燃性混合気の λ は

$$\lambda = 72.020\, p_-^{-1.1270} \quad (C_2H_4+3O_2) \tag{A.1}$$

$$\lambda = 157.15\, p_-^{-1.0242} \quad (2H_2+O_2) \tag{A.2}$$

$$\lambda = 61.522\, p_-^{-1.1173} \quad (2C_2H_2+5O_2+7Ar) \tag{A.3}$$

のように p_- のべき乗の関数としてフィッティングすることができ，λ は概ね p_- の逆数に比例する．ここで，λ と p_- の単位はそれぞれ mm と kPa である．比例定数は可燃性混合気の組成によって異なるが，これは伝播マッハ数，比熱比および気体定数等の気体力学特性や，前指数因子および活性化温度等の化学反応特性が，可燃性混合気によって異なるためであると考えられる．基本的に，本研究では式（A.1）~ 式（A.3）式を用いて p_- を λ に換算する．

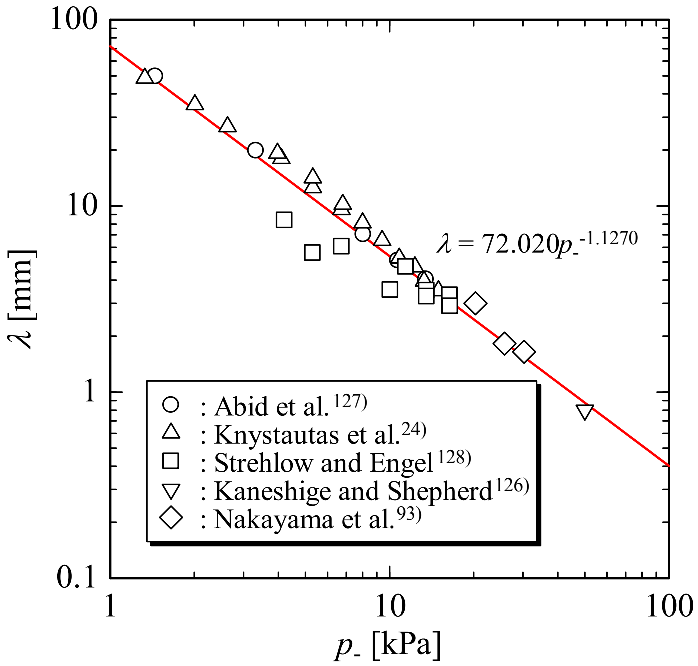


図 A.1　初期圧力とセル幅の関係（$C_2H_4+3O_2$）

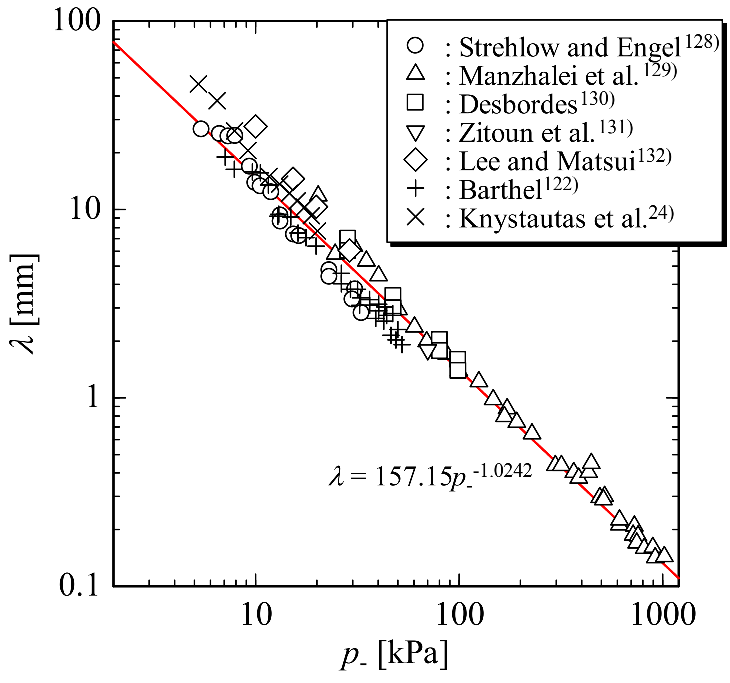


図 A.2　初期圧力とセル幅の関係（$2H_2+O_2$）

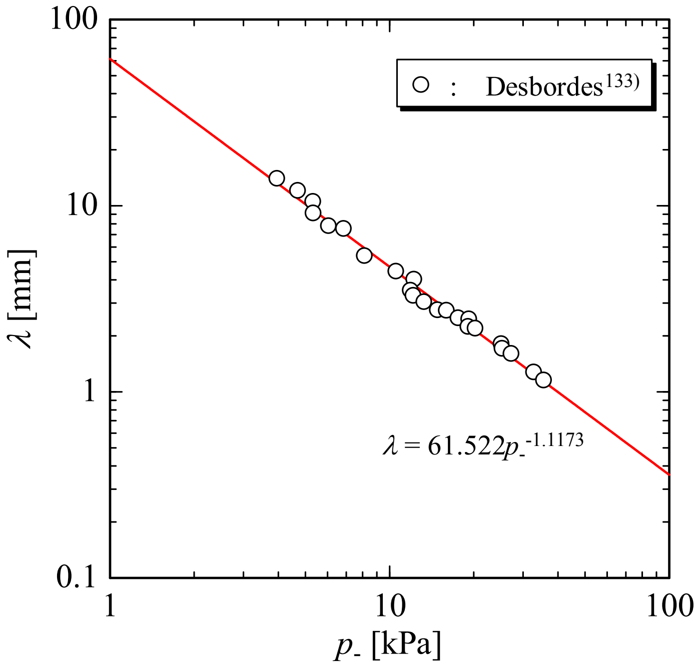


図 A.3　初期圧力とセル幅の関係（$2C_2H_2+5O_2+7Ar$）

付録 B　波面進展の再現方法

B.1.　基本方程式

ある波面において，その進展が準定常・準 1 次元的であるとき，波面の速度関数から波面の進展を求めることができる．図 B.1 に示すように，$x-y$ 平面においてある波面が定義されるとき，波面上に多数の点（ノード）をある適当な間隔Δlで配置すると，任意のノードにおける 1 階微分，2 階微分，κおよび法線ベクトル$\mathbf{n}$を，隣接する 2 つのノードとの位置関係から決定することができる．したがって，波面の速度関数が$D_{\rm n}$とκの関係として与えられれば，任意のノードの$\mathbf{n}$およびκを用いて，Δt秒後の任意のノードの位置を知ることができる．このようにして波面の進展を求める方法を marker particle method という（string method，nodal method ともいう）[98]．

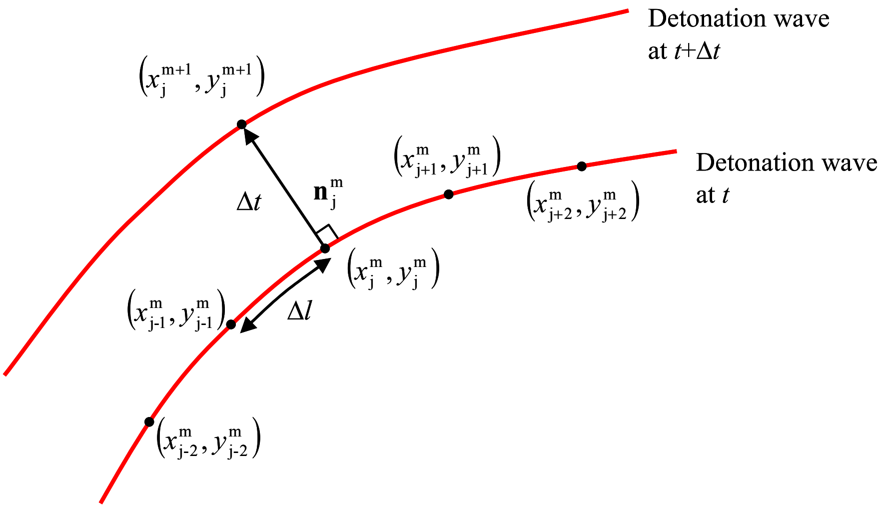


図 B.1　Marker particle method による波面進展の再現方法

気体デトネーション波の波面進展が速度関数$\tilde{D}_{\rm n}=f(\tilde{\kappa})$により支配されるときの marker particle method の基本方程式を示す．ここで，上付きのチルダ（~）は無次元化された量を表し，$\tilde{D}_{\rm n}=D_{\rm n}/D_{\rm CJ}$および$\tilde{\kappa}=\lambda\kappa$である．気体デトネーション波が伝播する場の代表長さをLとすれば，x，yおよびtをそれぞれ$\xi=x/L$，$\zeta=y/L$および$\tau=tD_{\rm CJ}/L$のように無次元化することができる．$\xi-\zeta$平面において，波面上の任意のノードにおける 1 階微分，2 階微分および$\tilde{\kappa}$は

$$\left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\xi}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \approx \left[\zeta_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \zeta_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} - \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\zeta}{\mathrm{d}\xi^2}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\left(\xi_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right)^2\right] \Big/ \left(\xi_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right) \tag{B.1}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2\zeta}{\mathrm{d}\xi^2}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \approx \left(\frac{\zeta_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \zeta_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}}{\xi_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}} - \frac{\zeta_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} - \zeta_{\mathrm{j-1}}^{\mathrm{m}}}{\xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j-1}}^{\mathrm{m}}}\right) \Big/ \left(\frac{\xi_{\mathrm{j+1}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}}{2} + \frac{\xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} - \xi_{\mathrm{j-1}}^{\mathrm{m}}}{2}\right) \tag{B.2}$$

$$\tilde{\kappa}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} = \frac{\lambda}{L}\left(\frac{\mathrm{d}^2\zeta}{\mathrm{d}\xi^2}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \Big/ \left\{1 + \left[\left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\xi}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right]^2\right\}^{\frac{3}{2}} \tag{B.3}$$

となる．ここで，j はノードの位置を，m は時刻を表す．また，任意のノードにおける $\mathbf{n}$ は

$$\mathbf{n}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} = \left(\left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\xi}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \Big/ \left\{\left[\left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\xi}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right]^2 + 1\right\}^{\frac{1}{2}},\ -1 \Big/ \left\{\left[\left(\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\xi}\right)_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right]^2 + 1\right\}^{\frac{1}{2}}\right) \tag{B.4}$$

で与えられる．したがって，任意のノードの時刻 0 における位置と $\Delta\tau$ 後の時刻 $\mathrm{m}+1$ における位置の関係は

$$\left(\xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m+1}}, \zeta_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m+1}}\right) = \left(\xi_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}, \zeta_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right) + f\left(\tilde{\kappa}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}}\right)\Delta\tau \times \mathbf{n}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \tag{B.5}$$

のようになる．式 (B.5) はラグランジュ座標系における任意のノードの運動方程式である．任意の初期条件および境界条件に対し，適切なノード数を設定して式（B.5）を解くことにより，波面進展を得ることができる．

B.2.　解法例

例として，内周壁面と外周壁面の曲率半径が周方向に一定の 2 次元湾曲流路を湾曲した気体デトネーション波が伝播するときの波面進展の解法について説明する．図 B.2 は，2 次元湾曲流路を安定伝播する湾曲した気体デトネーション波の壁面近傍におけるノードの配置を示しており，外周壁面において反射衝撃波が生じていない場合である．2 次元湾曲流路の内周壁面と外周壁面に対して湾曲した気体デトネーション波の波面が常に垂直であることを境界条件とする．波面上に $\mathrm{N}+1$ 個のノードがあるとき，内周壁面上のノードを $\mathrm{j}=0$，外周壁面上のノードを $\mathrm{j}=\mathrm{N}$ とする．式（B.3）により内周壁面上および外周壁面上の波面の $\tilde{\kappa}$ を決めるためには，内周壁面内および外周壁面内に仮想ノードを配置する必要がある．内周壁面と外周壁面に対して湾曲した気体デトネーション波の波面が常に垂直である条件から，$\mathrm{j}=0$ のノードを通過する内周壁面の接線に対して $\mathrm{j}=1$ のノードと線対称となるノードが，内周壁面側の仮想ノード（$\mathrm{j}=-1$）である．同様に，$\mathrm{j}=\mathrm{N}$ のノードを通過する外周壁面の接線に対して $\mathrm{j}=\mathrm{N}-1$ のノードと線対称となるノードが，外周壁面側の仮想ノード（$\mathrm{j}=\mathrm{N}+1$）である．したがって，内周壁面側および外周壁面側の仮想ノードはそれぞれ

$$\left(\xi_{-1}^{m},\zeta_{-1}^{m}\right)=\left(\frac{2\left\{\tan\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\zeta_1^m+\xi_1^m-\tan\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\left[\zeta_0^m-\tan\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\xi_0^m\right]\right\}}{\tan^2\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)+1}-\xi_1^m,\right.$$
$$\left.\frac{2\left[\tan^2\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\zeta_1^m+\tan\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\xi_1^m+\zeta_0^m-\tan\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)\xi_0^m\right]}{\tan^2\left(\theta_i+\frac{\pi}{2}\right)+1}-\zeta_1^m\right) \tag{B.6}$$

$$\left(\xi_{N+1}^{m},\zeta_{N+1}^{m}\right)=\left(\frac{2\left\{\tan\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\zeta_{N-1}^m+\xi_{N-1}^m-\tan\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\left[\zeta_N^m-\tan\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\xi_N^m\right]\right\}}{\tan^2\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)+1}-\xi_{N-1}^m,\right.$$
$$\left.\frac{2\left[\tan^2\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\zeta_{N-1}^m+\tan\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\xi_{N-1}^m+\zeta_N^m-\tan\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)\xi_N^m\right]}{\tan^2\left(\theta_o+\frac{\pi}{2}\right)+1}-\zeta_{N-1}^m\right) \tag{B.7}$$

として与えられる．

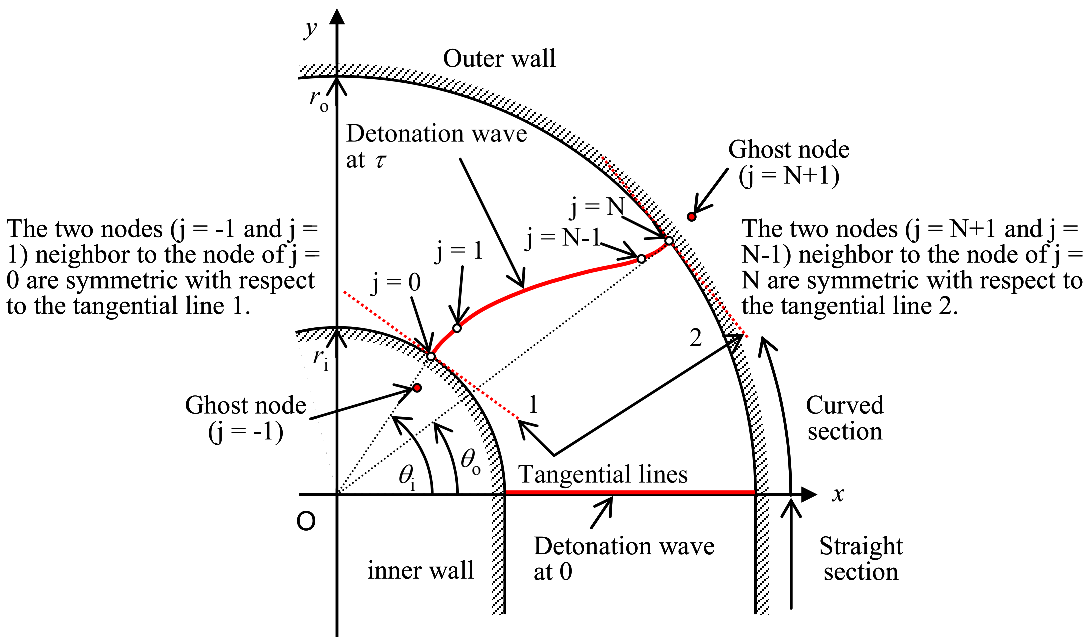


図 B.2　2 次元湾曲流路内を安定伝播する湾曲した気体デトネーション波の壁面近傍におけるノードの配置

気体デトネーション波が伝播する場の代表長さとしてr_iを採用すると，無次元化されたr_iおよびr_oはそれぞれ$\tilde{r}_i = r_i/r_i = 1$および$\tilde{r}_o = r_o/r_i$と表される．$j=0$のノードは常に内周壁面上を，$j=N$のノードは常に外周壁面上を移動するため，これらの位置はそれぞれ

$$\left(\xi^{m}_{j=0}, \zeta^{m}_{j=0}\right) = \left(\cos\theta^{m}_{i}, \sin\theta^{m}_{i}\right) \tag{B.8}$$

$$\left(\xi^{m}_{j=N}, \zeta^{m}_{j=N}\right) = \left(\frac{r_o}{r_i}\cos\theta^{m}_{o}, \frac{r_o}{r_i}\sin\theta^{m}_{o}\right) \tag{B.9}$$

として与えられる．また，$j=0$および$j=N$のノードの角度の変化は

$$\theta^{m+1}_{i} = \theta^{m}_{i} + f\left(\tilde{\kappa}^{m}_{j=0}\right)\Delta\tau \tag{B.10}$$

$$\theta^{m+1}_{o} = \theta^{m}_{o} + f\left(\tilde{\kappa}^{m}_{j=N}\right)\Delta\tau\frac{r_i}{r_o} \tag{B.11}$$

により表される．

式（B.5）を計算機により解いて気体デトネーション波の波面追跡を行なうとき，発散（膨張）する気体デトネーション波では波面進展とともにノード間隔が広がり，波面追跡の精度が低下する．一方，収束（収縮）する気体デトネーション波では波面進展とともにノード間隔が狭くなり，ノードの移動経路が交差すると波面進展が不安定化する．これらの問題を避けるため，ある時刻mにおいて 2 つのノードの間隔が$\Delta l^{m} > B_{ng}\Delta l^{0}$（$B_{ng}$は 1 以上の定数）に広がったとき，2 つのノードの中間に新たなノードを生成する．ここで，Δl^{0}は初期のノード間隔である．また，ある時刻mにおいて 2 つのノードの間隔が$\Delta l^{m} < B_{nd}\Delta l^{0}$（$B_{nd}$は 1 以下の定数）に縮まったとき，2 つのノードのうち一方を削除する．したがって，これらのノードの生成および削除によって，波面上のノード数は波面の進展とともに変化し，ノード数の初期値は保持されない．ある時刻mの任意のノードにおける$\tilde{\kappa}^{m}_{j}$と$\mathbf{n}^{m}_{j}$は隣接する 2 つのノードとの位置関係から決定されるため，計算機で波面追跡を行なうためにはノードに対して内周壁面から外周壁面に向かって順に番号を割り当てなければならない．すなわち，ある時刻においてノードの生成あるいは削除により波面上のノード数が$N+1$個から$N'+1$個に変化するとき，N'を新たなNとして採用し，常に内周壁面上で$j=0$，外周壁面上で$j=N$となるようにノードに番号の再割当を行ない，整列する必要がある．

例えば図 B.2 の場合, 本研究では波面追跡の計算は平面の気体デトネーション波が 2 次元湾曲流路の曲部へ入射する時点から実施した．計算の基本条件として，平面の気体デトネーション波上のノード配置数の設定条件を$N = integer\left(r_o/r_i\right)\times 100$とし，十分な空間分解能が得られるようにした．また，計算の無次元時間間隔は$\Delta\tau = 1.0\times 10^{-6}$とし，十分な時間分解能が得られるようにした．$B_{ng} = 1.3$，$B_{nd} = 0.12$として設定し，ノードの生成あるいは削除が波面進展に及ぼす影響を極力小さくするようにした．

以上は外周壁面において反射衝撃波が生じない場合であるが，この方法を応用して外周壁面において正常反射する場合も扱うことができる．外周壁面において正常反射するとき，気体デトネーション波の波面形状は反射の影響を受けない．すなわち，外周壁面の影響が現れないように波面進展を解けば，外周壁面における反射が正常反射の場合の波面進展を

得ることができる．波面進展の解として必要な領域は $r_\mathrm{i} \le r \le r_\mathrm{o}$ であるので，この範囲の波面進展が外周壁面の影響を受けなくなるような $r_\mathrm{o}/r_\mathrm{i} >> 1$ の条件を設定し，$r_\mathrm{i} \le r \le r_\mathrm{o}$ の領域の波面進展の解のみを抽出すれよい．

付録 C　反応速度則

C.1.　平衡定数

以下に示すような，N 種類の化学種からなる可逆的な総括反応を考える[110].

$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \nu'_{\mathrm{j}} \mathrm{M_j} \underset{k_\mathrm{b}}{\overset{k_\mathrm{f}}{\rightleftarrows}} \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \nu''_{\mathrm{j}} \mathrm{M_j} \tag{C.1}$$

ここで，$\mathrm{M_j}$ は化学反応を構成する化学種，ν'_j および ν''_j は化学種 $\mathrm{M_j}$ の量論係数，k は反応速度定数であり，下付きの f と b はそれぞれ正反応と逆反応を表す．k_f は次式で与えられる．

$$k_\mathrm{f} = Z \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right) \tag{C.2}$$

ここで，Z は前指数因子である．また，k_f と k_b の間には

$$k_\mathrm{b} = k_\mathrm{f} / K_\mathrm{c} \tag{C.3}$$

の関係が成り立つ．K_c は濃度表示の平衡定数である．一般に燃焼の総括反応は式（C.1）で表され，左辺は反応物を，右辺は生成物を表す．式（C.1）の化学反応において複数種の反応物あるいは生成物が存在し，化学反応過程においてこれらの分子間には相互作用が存在する．化学反応過程において反応物および生成物が化学平衡状態にあるとき，分圧表示の平衡定数 K_p および K_c はそれぞれ次式で定義される[110].

$$K_\mathrm{p} = \prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} p_{\mathrm{eq,j}}^{\left(\nu''_\mathrm{j} - \nu'_\mathrm{j}\right)} \tag{C.4}$$

$$K_\mathrm{c} = \prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} c_{\mathrm{eq,j}}^{\left(\nu''_\mathrm{j} - \nu'_\mathrm{j}\right)} = \frac{K_\mathrm{p}}{\left(R_\mathrm{u} T\right)^{\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \left(\nu''_\mathrm{j} - \nu'_\mathrm{j}\right)}} \tag{C.5}$$

ここで，$p_\mathrm{eq,j}$ および $c_\mathrm{eq,j}$ はそれぞれ化学平衡時の化学種 $\mathrm{M_j}$ の分圧およびモル濃度，R_u は普遍気体定数である．式（C.1）の化学反応において，反応物および生成物の量論係数の和が等しいならば，これらの平衡定数の間には以下の関係が成り立つ．

$$K_\mathrm{p} = K_\mathrm{c} \tag{C.6}$$

C.2.　ギブス自由エネルギー

ある化学種（気体）について，比ギブス自由エネルギー g は次式で定義される．

$$g = h - Ts = e + pv - Ts \tag{C.7}$$

ここで，h は比エンタルピー，s は比エントロピー，v は比体積である．比内部エネルギーの変化は

$$de = T ds - p dv \tag{C.8}$$

で与えられるので，比ギブス自由エネルギーの変化は

$$dg = v dp - s dT \tag{C.9}$$

となる．温度が一定の場合を考えると，気体の状態方程式 $pv = RT$ を代入すれば，上式は

$$dg = RT d\ln(p) \tag{C.10}$$

となる．したがって，式（C.10）より標準状態からの比ギブス自由エネルギーの変化量は次式で与えられる [134].

$$g - g^{\circ} = RT\ln(p) \tag{C.11}$$

ここで，上付きのデグリーサイン（°）は Lewis and Randall[135]の慣例に則った系の標準状態を表す．気体の場合，標準状態とはその振る舞いが完全気体的であり，1 atm の状態にあることをいう [135].

式（C.1）の化学反応のうち反応物において，化学種 M_j の標準状態からの比ギブス自由エネルギーの変化量と分圧 p_j の関係は，式（C.11）より

$$\nu'_j\left(g_j - g_j^{\circ}\right) = \nu'_j RT\ln\left(p_j\right) \tag{C.12}$$

となる [134]．同様に，式（C.1）の化学反応のうち生成物において，化学種 M_j の標準状態からの比ギブス自由エネルギーの変化量と分圧 p_j の関係は

$$\nu''_j\left(g_j - g_j^{\circ}\right) = \nu''_j RT\ln\left(p_j\right) \tag{C.13}$$

となる [134]．したがって，式（C.1）の化学反応における全化学種を考慮した標準状態からの比ギブス自由エネルギーの変化量と分圧 p_j の関係は，生成物の状態から反応物の状態を差し引いて，以下のようになる．

$$\sum_{j=1}^{N}\left[\nu''_j\left(g_j - g_j^{\circ}\right) - \nu'_j\left(g_j - g_j^{\circ}\right)\right] = \sum_{j=1}^{N}\left[\nu''_j RT\ln\left(p_j\right) - \nu'_j RT\ln\left(p_j\right)\right] \tag{C.14}$$

反応物および生成物をそれぞれ下付きの R と P で区別すると，式（C.14）は

$$\Delta G - \Delta G^{\circ} = RT\ln\left(\prod_{j=1}^{N''} p_{P,j}^{\nu''_j} \Big/ \prod_{j=1}^{N'} p_{R,j}^{\nu'_j}\right) \tag{C.15}$$

となり，ギブス自由エネルギーの変化量を表す．ここで，

$$\Delta G = \sum_{j=1}^{N''} \nu''_j g_{P,j} - \sum_{j=1}^{N'} \nu'_j g_{R,j} \tag{C.16}$$

$$\Delta G^{\circ} = \sum_{j=1}^{N''} \nu''_j g_{P,j}^{\circ} - \sum_{j=1}^{N'} \nu'_j g_{R,j}^{\circ} \tag{C.17}$$

である．また，N' と N'' はそれぞれ反応物と生成物の化学種の数である．化学平衡状態では反応物と生成物の間のギブス自由エネルギーの差が 0，すなわち $\Delta G \to 0$ であり，$p \to p_{eq}$ であるから [134]，式（C.4）および式（C.15）より

$$\Delta G^{\circ} = -RT\ln\left(\prod_{j=1}^{N''} p_{eq,P,j}^{\nu''_j} \bigg/ \prod_{j=1}^{N'} p_{eq,R,j}^{\nu'_j}\right) = -RT\ln\left(K_p\right) \tag{C.18}$$

の関係が得られる．したがって，式（C.18）を式（C.15）に代入すると，式（C.15）は

$$\Delta G + RT\ln\left(K_p\right) = RT\ln\left(\prod_{j=1}^{N''} p_{P,j}^{\nu''_j} \bigg/ \prod_{j=1}^{N'} p_{R,j}^{\nu'_j}\right) \tag{C.19}$$

となる．なお，反応物全体の分圧を p_R，生成物全体の分圧を p_P とすると，p_R と p_P は各化学種の分圧の和として，それぞれ

$$p_R = \sum_{j=1}^{N'} p_{R,j} \tag{C.20}$$

$$p_P = \sum_{j=1}^{N''} p_{P,j} \tag{C.21}$$

として与えられる．

式（C.1）の化学反応において，反応物および生成物は，化学種の数，量論係数，分子量および気体力学特性が全て等しく，熱的に完全な気体であるとする．この仮定では，式 (C.1) の化学反応は $R_1 + R_2 + \cdots + R_{N'} \leftrightarrow P_1 + P_2 + \cdots + P_{N''}$ のように表され，p_R と p_P の間に

$$p_{R,1} = p_{R,2} = \cdots = p_{R,N'} = \frac{p_R}{\nu} \tag{C.22}$$

$$p_{P,1} = p_{P,2} = \cdots = p_{P,N''} = \frac{p_P}{\nu} \tag{C.23}$$

$$\frac{p_P}{p_R + p_P} = 1 - \frac{p_R}{p_R + p_P} = Y \tag{C.24}$$

の関係が成り立つ．ここで，Y は生成物の質量分率（あるいは反応進行度），ν は反応次数であり，

$$\nu = \sum_{j=1}^{N'} \nu'_j = \sum_{j=1}^{N''} \nu''_j = N' = N'' \tag{C.25}$$

である．したがって，

$$\prod_{j=1}^{N'} p_{R,j}^{\nu'_j} = \left(\frac{p_R}{\nu}\right)^{\nu} \tag{C.26}$$

$$\prod_{j=1}^{N''} p_{P,j}^{\nu'_j} = \left(\frac{p_P}{\nu}\right)^{\nu} \tag{C.27}$$

の関係も成り立つ．更に，次式のように，反応物の各化学種の比ギブス自由エネルギーは互いに等しく，同様のことが生成物の各化学種でも成り立つとする．

$$g_{R,1} = g_{R,2} = \cdots = g_{R,N'} = g_R \tag{C.28}$$

$$g_{P,1} = g_{P,2} = \cdots = g_{P,N''} = g_P \tag{C.29}$$

式（C.25），式（C.28）および式（C.29）を用いると，式（C.16）は

$$\Delta G = \nu\left(g_{\mathrm{P}} - g_{\mathrm{R}}\right) = \nu\Delta g \tag{C.30}$$

のように簡略化される．ここで，Δg は生成物と反応物の比ギブス自由エネルギーの差である．式（C.26），式（C.27）および 式（C.30）を式（C.19）代入すると，式（C.19）は

$$\nu\Delta g + RT\ln\left(K_{\mathrm{p}}\right) = RT\ln\left(\frac{p_{\mathrm{P}}^{\nu}}{p_{\mathrm{R}}^{\nu}}\right) \tag{C.31}$$

となる．一方，式（C.24）より

$$\frac{p_{\mathrm{P}}^{\nu}}{p_{\mathrm{R}}^{\nu}} = \frac{Y^{\nu}}{\left(1 - Y\right)^{\nu}} \tag{C.32}$$

の関係が得られる．また，先に述べた仮定では式（C.6）が成り立つ．したがって，式（C.6）と式（C.32）を式（C.31）に代入して整理すると

$$\frac{1}{K_{\mathrm{c}}}\frac{Y^{\nu}}{\left(1 - Y\right)^{\nu}} = \exp\left(\nu\frac{\Delta g}{RT}\right) \tag{C.33}$$

の関係が得られる．

C.3.　反応速度則

式（C.3）を考慮すると，式（C.1）のモル濃度基準の化学反応速度は以下のように表される[110)]．

$$\omega = k_{\mathrm{f}}\left(\prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} c_{\mathrm{j}}^{\nu'_{\mathrm{j}}} - \frac{1}{K_{\mathrm{c}}}\prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} c_{\mathrm{j}}^{\nu''_{\mathrm{j}}}\right) \tag{C.34}$$

一方，化学種 $\mathrm{M_j}$ のモル濃度 c_{j} とモル分率 X_{j} の間には

$$c_{\mathrm{j}} = \frac{X_{\mathrm{j}}}{W_{\mathrm{j}}}\rho \tag{C.35}$$

の関係がある[110)]．ここで，W_{j} は化学種 $\mathrm{M_j}$ の分子量である．反応物および生成物をそれぞれ下付きの R と P で区別し，式（C.35）を用いて式（C.34）を整理すると

$$\omega = k_{\mathrm{f}}\left[\rho^{\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N'}}\nu'_{\mathrm{j}}}\prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N'}}\left(\frac{X_{\mathrm{R,j}}}{W_{\mathrm{R,j}}}\right)^{\nu'_{\mathrm{j}}} - \frac{1}{K_{\mathrm{c}}}\rho^{\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N''}}\nu''_{\mathrm{j}}}\prod_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N''}}\left(\frac{X_{\mathrm{P,j}}}{W_{\mathrm{P,j}}}\right)^{\nu''_{\mathrm{j}}}\right] \tag{C.36}$$

となる．なお，反応物全体のモル分率を X_{R}，生成物全体のモル分率を X_{P} とすると，X_{R} と X_{P} は各化学種のモル分率の和として，それぞれ

$$X_{\mathrm{R}} = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N'}} X_{\mathrm{R,j}} \tag{C.37}$$

$$X_{\mathrm{P}} = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N''}} X_{\mathrm{P,j}} \tag{C.38}$$

として与えられる．

反応速度則に対して，化学反応速度における圧力の影響と化学平衡の影響を考慮することに重点を置くことにする．C.2 項と同様に，式（C.1）の化学反応において，反応物および生成物は，化学種の数，量論係数，分子量および気体力学特性が全て等しく，熱的に完全な気体であるとする．この仮定では，前述のように式（C.1）の化学反応は $\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2+\cdots+\mathrm{R}_{\mathrm{N}'} \leftrightarrow \mathrm{P}_1+\mathrm{P}_2+\cdots+\mathrm{P}_{\mathrm{N}''}$ のように表され，

$$X_{\mathrm{R},1}=X_{\mathrm{R},2}=\cdots=X_{\mathrm{R},\mathrm{N}'}=\frac{X_{\mathrm{R}}}{\nu} \tag{C.39}$$

$$X_{\mathrm{P},1}=X_{\mathrm{P},2}=\cdots=X_{\mathrm{P},\mathrm{N}''}=\frac{X_{\mathrm{P}}}{\nu} \tag{C.40}$$

$$W_{\mathrm{R},1}=W_{\mathrm{R},2}=\cdots=W_{\mathrm{R},\mathrm{N}'}=W \tag{C.41}$$

$$W_{\mathrm{P},1}=W_{\mathrm{P},2}=\cdots=W_{\mathrm{P},\mathrm{N}''}=W \tag{C.42}$$

$$X_{\mathrm{P}}=1-X_{\mathrm{R}}=Y \tag{C.43}$$

の関係が成り立つ．したがって，

$$\prod_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{N}'}\left(\frac{X_{\mathrm{R,j}}}{W_{\mathrm{R,j}}}\right)^{\nu'_{\mathrm{j}}}=\left(\frac{X_{\mathrm{R}}}{\nu W}\right)^{\nu}=\left(\frac{1-Y}{\nu W}\right)^{\nu} \tag{C.44}$$

$$\prod_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{N}''}\left(\frac{X_{\mathrm{P,j}}}{W_{\mathrm{P,j}}}\right)^{\nu''_{\mathrm{j}}}=\left(\frac{X_{\mathrm{P}}}{\nu W}\right)^{\nu}=\left(\frac{Y}{\nu W}\right)^{\nu} \tag{C.45}$$

の関係も成り立つ．式（C.2），式（C.25），式（C.44）および式（C.45）の関係を用い，式（C. 36）を質量基準の化学反応速度に変換すると

$$\begin{aligned} w&=\frac{W}{\rho}\omega \\ &=\frac{W}{\rho}Z\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\rho^{\nu}\left[\left(\frac{1-Y}{\nu W}\right)^{\nu}-\frac{1}{K_{\mathrm{c}}}\left(\frac{Y}{\nu W}\right)^{\nu}\right] \\ &=Z'(1-Y)^{\nu}\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\left[1-\frac{1}{K_{\mathrm{c}}}\frac{Y^{\nu}}{(1-Y)^{\nu}}\right] \end{aligned} \tag{C.46}$$

となる．ここで，

$$Z'=\frac{W}{(\nu W)^{\nu}}Z \tag{C.47}$$

であり，Z' は質量基準の化学反応速度の前指数因子である．式（C.46）に式（C.33）を代入すると

$$w=Z'(1-Y)^{\nu}\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\left[1-\exp\left(\nu\frac{\Delta g}{RT}\right)\right] \tag{C.48}$$

となる．

生成物と反応物の比ギブス自由エネルギーの差は次式で与えられる [1].

$$\Delta g = -q + RT\ln(K) + RT\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right) \tag{C.49}$$

ここで，K は標準状態における反応物の比エントロピー s_{R}° と生成物の比エントロピー s_{P}° を用いて

$$K \equiv \exp\left(-\frac{s_{\mathrm{P}}^{\circ} - s_{\mathrm{R}}^{\circ}}{R}\right) \tag{C.50}$$

のように定義される [1]．式（C.49）を式（C.48）に代入して整理すると

$$w = Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\left\{(1-Y)^{\nu} - \left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]^{\nu}\right\} \tag{C.51}$$

となり，式（C.51）が化学反応速度の圧力（密度）依存性と化学平衡の影響を考慮した反応速度則である．本研究では式（C.51）を反応速度則として用いる．なお，式（C.1）の化学反応の過程において，化学反応の進行に対する反応物の分子間あるいは生成物の分子間の相互作用が無視できるならば $\nu = 1$ である．このとき式（C.51）は

$$w = Z'\exp\left(-\frac{T_{\mathrm{a}}}{T}\right)\left\{(1-Y) - \left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]\right\} \tag{C.52}$$

のように単純化され，Fickett et al.[1,136]によって提案された反応速度則と等しくなる．

付録 D　Chapman–Jouguet（CJ）条件

D.1.　化学平衡を伴う平面の気体デトネーション波の CJ 条件

図 D.1 に示すような摩擦のない断面積一定の定常な加熱流れを考える.反応物および生成物は，化学種の数，量論係数，分子量および気体力学特性が全て等しく，熱量的かつ熱的に完全な気体であるとする．このとき，基礎式は以下のとおりである．

$$\rho_- u_{\mathrm{n},-} = \rho u_\mathrm{n} \quad \text{（質量保存式）} \tag{D.1}$$

$$p_- + \rho_- u_{\mathrm{n},-}^2 = p + \rho u_\mathrm{n}^2 \quad \text{（運動量保存式）} \tag{D.2}$$

$$e_- + \frac{p_-}{\rho_-} + \frac{u_{\mathrm{n},-}^2}{2} = e + \frac{p}{\rho} + \frac{u_\mathrm{n}^2}{2} \quad \text{（エネルギー保存式）} \tag{D.3}$$

$$e = \frac{RT}{\gamma - 1} - Yq \quad \text{（熱量的状態方程式）} \tag{D.4}$$

$$p = \rho RT \quad \text{（熱的状態方程式）} \tag{D.5}$$

ここで，下付きのマイナス（–）は前面の衝撃波直前の状態あるいは初期状態を表す．

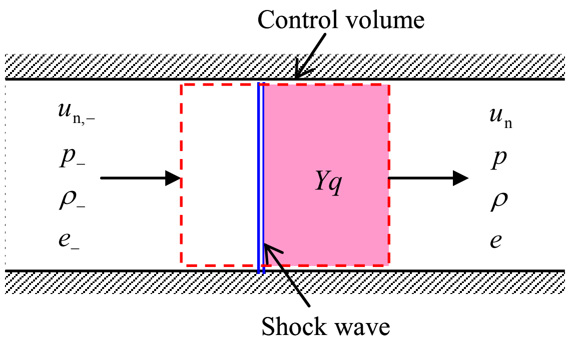


図 D.1　摩擦のない断面積一定の定常な加熱流れ

式（D.1）～ 式（D.5）を整理すると，以下の 2 つの式が得られる．

$$\frac{p}{p_-} = \left(1 + \gamma M_\mathrm{CJ}^2\right) - \gamma M_\mathrm{CJ}^2 \frac{v}{v_-} \quad \text{（レイリー線）} \tag{D.6}$$

$$\frac{p}{p_-} = \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} - \frac{v}{v_-} + \frac{2Yq}{RT_-}\right) \Bigg/ \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\frac{v}{v_-} - 1\right) \quad \text{（ユゴニオ曲線）} \tag{D.7}$$

ユゴニオ曲線は，Y および q の条件により以下の 3 種類が定義できる [1]．

- $q = 0$: ユゴニオ断熱曲線
- $q \neq 0,\ Y = const.$: 凍結ユゴニオ曲線
- $q \neq 0,\ Y = Y_\mathrm{eq} = variable$ （$\Delta g = 0$）：平衡ユゴニオ曲線

化学平衡を伴う平面の気体デトネーション波（定常・ZND 構造）について考える．このときのユゴニオ曲線の種類は平衡ユゴニオ曲線となる [1)]．生成物と反応物の比ギブス自由エネルギーの差は，付録 C の式（C.49）より

$$\Delta g = -q + RT\ln(K) + RT\ln\left(\frac{Y}{1-Y}\right) \tag{D.8}$$

で与えられる．化学平衡を伴う自走する平面の気体デトネーション波の場合，レイリー線は平衡ユゴニオ曲線と接し，接点の状態が CJ 点の状態となる [1)]．CJ 点は平衡ユゴニオ曲線上に存在するため化学平衡状態であり [1)]，$\Delta g = 0$ であるから [1)]，式（D.8）より K は CJ 点の状態を用いて

$$K = \frac{1-Y_{\mathrm{eq,CJp}}}{Y_{\mathrm{eq,CJp}}}\exp\left(\frac{q}{RT_{\mathrm{eq,CJp}}}\right) \tag{D.9}$$

として決定することができる．また，式（D.8）において $\Delta g = 0$ とすれば，平衡ユゴニオ曲線の任意の点における Y_{eq} は

$$\begin{aligned} Y_{\mathrm{eq}} &= \frac{1}{K}\exp\left(\frac{q}{RT}\right)\Big/\left[1+\frac{1}{K}\exp\left(\frac{q}{RT}\right)\right] \\ &= \frac{1}{K}\exp\left[\frac{q}{RT_-}\left(\frac{p_-}{p}\right)\left(\frac{v_-}{v}\right)\right]\Big/\left\{1+\frac{1}{K}\exp\left[\frac{q}{RT_-}\left(\frac{p_-}{p}\right)\left(\frac{v_-}{v}\right)\right]\right\} \end{aligned} \tag{D.10}$$

で与えられる [1)]．式（D.7）および式（D.10）を同時に満足する p/p_- および v/v_- を試行錯誤法により求めれば，平衡ユゴニオ曲線を決定することができる．

表 4.1 の C_2H_4+$3O_2$ を例に，図 D.2 に化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波のレイリー線とユゴニオ曲線を示す．式（D.7）および式（D.10）において，式（4.40）および式（4.41）より $q/(RT_-) = \gamma M_{\mathrm{CJ}}^2\tilde{q} = 92.448$ である．図 D.2 の平衡等エントロピー線は

$$\left(\frac{p}{p_-}\right)\left(\frac{v}{v_-}\right)^{\gamma_{\mathrm{eq,CJp}}} = \left(\frac{p_{\mathrm{eq,CJp}}}{p_-}\right)\left(\frac{v_{\mathrm{eq,CJp}}}{v_-}\right)^{\gamma_{\mathrm{eq,CJp}}} = const. \tag{D.11}$$

により決定される [1)]．ここで，$\gamma_{\mathrm{eq,CJp}}$ は CJ 点における平衡音速 $a_{\mathrm{eq,CJp}}$ を介して

$$a_{\mathrm{eq,CJp}}^2 = \gamma_{\mathrm{eq,CJp}}RT_{\mathrm{eq,CJp}} \tag{D.12}$$

の関係により定義される定数である．図 D.2 において前面の衝撃波通過前の初期状態は状態 1 であり，前面の衝撃波通過直後に不連続的に状態 N（vN 点）に移動する．その後，化学反応の進行に伴って状態 2（CJ 点）まで移動する．CJ 点ではレイリー線，平衡ユゴニオ曲線および平衡等エントロピー線が全て接する [1)]．

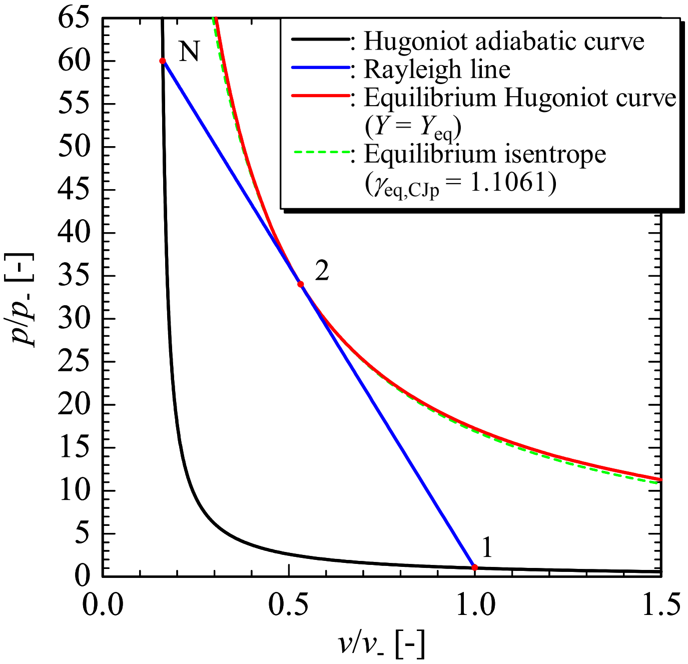


図 D.2　化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波のレイリー線とユゴニオ曲線（C_2H_4+$3O_2$）

次に，レイリー線に沿った状態変化について考え，CJ 点の状態から CJ 条件を明らかにする．式（D.6）より，レイリー線の微分表記は

$$\mathrm{d}p = u_\mathrm{n}^2 \mathrm{d}\rho \tag{D.13}$$

となる．一方，レイリー線に沿って化学反応が進行することから，$\rho = \rho(p, s, g)$ と考えることができる．したがって，ρ の微小変化は

$$\mathrm{d}\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,g} \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p,g} \mathrm{d}s + \left(\frac{\partial \rho}{\partial g}\right)_{p,s} \mathrm{d}g \tag{D.14}$$

と表される．式（D.14）を式（D.13）に代入して整理すると，レイリー線に沿った状態変化の関係は

$$\left\{\left[1 - u_\mathrm{n}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,g}\right] - u_\mathrm{n}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial g}\right)_{p,s} \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}p}\right\} \Bigg/ u_\mathrm{n}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p,g} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}p} \tag{D.15}$$

となり，式（D.15）が CJ 点で満足されなければならない．CJ 点はレイリー線と平衡ユゴニオ曲線の接点であるため，レイリー線に沿った状態変化では CJ 点において $\mathrm{d}g = 0$ である．また，CJ 点はレイリー線と平衡等エントロピー線の接点でもあるため，レイリー線に沿った状態変化では CJ 点において $\mathrm{d}s = 0$ である．したがって，$\mathrm{d}g = 0$ と $\mathrm{d}s = 0$ の条件を適用すると，CJ 点において式（D.15）が満足されるためには

$$1 - u_\mathrm{n}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,g} = 0 \tag{D.16}$$

でなければならない．平衡音速の定義は

$$a_{\mathrm{eq}}^2 \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{s,g} \tag{D.17}$$

なので，式（D.16）は

$$u_{\mathrm{n}}^2 = a_{\mathrm{eq}}^2 \tag{D.18}$$

となり，CJ 点で局所流速が局所平衡音速に等しくなければならない．この関係が化学平衡を伴う平面の気体デトネーション波の CJ 条件である [1,81,103]．化学平衡を伴う自走する平面の気体デトネーション波の場合，CJ 点で化学平衡状態にあり，化学反応速度は 0 となるため，CJ 点は反応領域の終端と一致する．

D.2.　化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 条件

次に，化学平衡を伴う自走する正に湾曲した気体デトネーション波（定常・ZND 構造）の CJ 条件を明らかにする．式（4.12）および式（4.13）より，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波のレイリー線の微分表記は

$$\mathrm{d}p = u_{\mathrm{n}}^2 \mathrm{d}\rho + \kappa \rho u_{\mathrm{n}} \left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right) \mathrm{d}n \tag{D.19}$$

となり，波面の曲率の影響が現れる．一方，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の場合も，ρ の微小変化は式 (D.14) で表される．したがって，式 (D.14) を式 (D.19) に代入して整理すると，レイリー線に沿った状態変化の関係は

$$\left\{\left[1 - u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,g}\right] - u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial g}\right)_{p,s} \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}p} - \kappa \rho u_{\mathrm{n}} \left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right) \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}p}\right\} \Big/ u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p,g} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}p} \tag{D.20}$$

となる．一方，式（4.13）および式（4.23）より

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}p} = -\frac{1}{\rho u_{\mathrm{n}}} \frac{1 - u_{\mathrm{n}}^2 \left(\dfrac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,Y}}{\left(\gamma - 1\right) \left(\dfrac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,Y} q w - \kappa \left(D_{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{n}}\right)} \tag{D.21}$$

が得られる．ここで，凍結音速の定義より

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,Y} = \frac{1}{a_{\mathrm{fr}}^2} \tag{D.22}$$

の関係が成り立つ．式（D.21）を式（D.20）に代入して整理すると

$$\left\{\left[1 - u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,g}\right] - u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial g}\right)_{p,s} \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}p} + \frac{\Psi}{\Phi}\right\} \Big/ u_{\mathrm{n}}^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p,g} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}p} \tag{D.23}$$

が得られる．ここで，

$$\Psi = \kappa(D_\mathrm{n} + u_\mathrm{n})\left[1 - u_\mathrm{n}^2\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,Y}\right] \tag{D.24}$$

$$\Phi = (\gamma - 1)\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s,Y} qw - \kappa(D_\mathrm{n} + u_\mathrm{n}) \tag{D.25}$$

である．化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波では，式（D.23）が CJ 点で満足されなければならない．

後流の外部擾乱の圧力振動の周波数が十分に低いか，化学反応速度の特性時間が十分に短いならば，CJ 点において $u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{eq}^2$ が成立すれば，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波は後流の外部擾乱から独立し，自走することができる．あるいは $u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{fr}^2$ が成立する場合でもよい．$u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{eq}^2$ の条件が成立することを前提として，式（D.23）の挙動について考える．レイリー線に沿った状態変化で CJ 点において a_eq^2 が定義されるためには，a_eq^2 の定義より CJ 点で $\mathrm{d}g = 0$ でなければならない．すなわち，CJ 点は化学平衡状態であり，CJ 点でレイリー線と平衡ユゴニオ曲線が接する．同様に，a_eq^2 の定義より CJ 点で $\mathrm{d}s = 0$ でなければならない．すなわち，CJ 点でレイリー線と平衡等エントロピー線が接する．式（D.23）に $\mathrm{d}g = 0$，$\mathrm{d}s = 0$，$u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{eq}^2$ および a_eq^2 の定義を適用すると，式（D.23）は $\Psi/\Phi = 0$ の関係に簡略化されるが，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波では $\kappa > 0$ であるため，実際には $\Psi/\Phi = 0$ を満足することができない．すなわち，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波のレイリー線に沿った状態変化では，波面の曲率の効果のため $u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{eq}^2$ を満足する状態に到達することができない．したがって，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 点では $u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{fr}^2$ が満足されなければならないことがわかる．

式（D.21）は式（D.22），式（4.12）および式（4.13）を用いると

$$\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{n}}{\mathrm{d}n} = \frac{(\gamma - 1)qw - \kappa a_\mathrm{fr}^2(D_\mathrm{n} + u_\mathrm{n})}{a_\mathrm{fr}^2 - u_\mathrm{n}^2} \tag{D.26}$$

のように変形でき，これはマスター方程式と呼ばれる [80,81]．化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の下流では，最終的に流れは波面静止系から見て超音速まで円滑に変化しなければならず，式（D.26）は常に正則でなければならない．すなわち，化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 点では $u_\mathrm{n}^2 = a_\mathrm{fr}^2$ であり，式（D.26）の分母が 0 となるが，式(D.26)の正則性を維持するために同時に分子も 0 にならなければならない [81,103]．これが化学平衡を伴う正に湾曲した気体デトネーション波の CJ 条件であり，一般化された CJ 条件（generalized CJ condition）といわれる [80,81,103]．式（D.26）からわかるように，化学平衡を伴う自走する正に湾曲した気体デトネーション波では，一般化された CJ 条件が満足されるとき，化学反応速度が 0 よりも大きく，化学反応が進行中であるため，CJ 点は反応領域の内部に存在することになる．

D.1 項に示したように，化学平衡を伴う平面の気体デトネーション波（$\kappa = 0$）の CJ 点で

は，化学平衡状態かつ $u_{\mathrm{n}}^2 = a_{\mathrm{eq}}^2$ であり，一般に $a_{\mathrm{fr}} > a_{\mathrm{eq}}$ であるので，一般化された CJ 条件が満足されることはない [1,81,103]．すなわち，化学平衡を伴う気体デトネーション波の場合，$\kappa = 0$ の場合の CJ 条件（CJ 点で化学平衡状態かつ $u_{\mathrm{n}}^2 = a_{\mathrm{eq}}^2$）と $\kappa > 0$ の場合の CJ 条件（一般化された CJ 条件）では CJ 条件が異なるため，化学平衡を伴う平面 CJ デトネーション波の伝播速度 $D_{\mathrm{CJ}}(\kappa = 0)$ が $\kappa \to 0$ の極限状態の伝播速度 $D_{\mathrm{n}}(\kappa \to 0)$ に一致しないという矛盾が生じることになる [81,103]．この矛盾を完全に回避する手段は現在のところ存在しない．この矛盾が本研究の結果に及ぼす影響についての解説は本文の 4.6 項に譲るが，この矛盾はいわゆる $D_{\mathrm{n}} - \kappa$ 関係を決定する上では然程影響はないと考えられるため，本研究ではこの矛盾を許容することとした．

付録 E　着火遅れ時間

図 1.1 に示したように，気体デトネーション波の構造を ZND 構造であると見なせば，その構造は反応誘導領域と反応領域の 2 段階から成る．反応誘導領域では，前半は振動モード等の内部自由度が励起され，後半は原子・ラジカルの生成・増殖が起こる．反応領域では，前半は急激な発熱を伴う再結合が生じ，後半は緩慢な発熱を伴いつつ化学平衡状態に向かう．気体デトネーション波における可燃性混合気の着火過程は，衝撃波管を用いた衝撃波による可燃性混合気の着火過程に等しく [104]，この着火過程は定容の熱爆発過程と考えられる．ここでは，付録 C で導出した反応速度則を用い，気体デトネーション波における可燃性混合気の着火過程を定容の熱爆発過程と考え，着火遅れ時間の関係式を導出する．なお，導出は Boettcher の手法 [137] に基づき行なう．

定容の熱爆発過程では，比内部エネルギーは一定であり，次式のように温度と生成物の質量分率の関数として表される．

$$e = e(T, Y) = \frac{RT}{(\gamma - 1)} - Yq \tag{E.1}$$

比内部エネルギーを時間で微分すると，以下の関係が得られる．

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_Y \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\partial e}{\partial Y}\right)_T \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = c_\mathrm{v}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} - q\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{E.2}$$

ここで，c_v は定積比熱である．式（E.2）において $\mathrm{d}Y/\mathrm{d}t$ は可燃性混合気の質量基準の化学反応速度であり，w に等しい．化学平衡を伴う気体デトネーション波の場合，w は付録 C の式（C.51）より次式で与えられる．

$$w = Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right)\left\{(1-Y)^\nu - \left[KY\exp\left(-\frac{q}{RT}\right)\right]^\nu\right\} \tag{E.3}$$

$T_\mathrm{a} >> 1$ のとき，化学反応速度の温度感度が高くなり，温度が低いとき化学反応速度は極めて遅い．一方，ある温度を超えると化学反応速度は急激に増加し，熱的な暴走に至る．このときに可燃性混合気が着火したと考えれば，着火までは化学反応は殆ど進行していないと考えることができる．すなわち，$T_\mathrm{a} >> 1$ の条件では，可燃性混合気が着火するまでは近似的に $Y \approx 0$ である．また，可燃性混合気が着火するまでは式（E.3）において逆反応が正反応に比べて無視できるほど小さいと見なすこともができるので，式（E.3）において逆反応の効果を表す角括弧 [ ] で囲われた項を 0 と見なすことができる．したがって，$T_\mathrm{a} >> 1$ のとき，可燃性混合気が着火するまでは，式（E.3）は

$$w = Z'\rho^{\nu-1}\exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right) \tag{E.4}$$

のように近似できる．式（E.4）を式（E.2）に代入すると

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T}\right) \tag{E.5}$$

となる．

式（E.5）に Frank-Kamenetskii 近似[138)]を適用する．いま，$T' \ll T_0$ のような極めて小さい温度上昇を想定し，温度を

$$T = T_0 + T' \tag{E.6}$$

のように表す．ここで，T_0 はある基準となる温度である．式（E.6）を式（E.5）に代入すると

$$\frac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T_0\left(1+\dfrac{T'}{T_0}\right)}\right) \tag{E.7}$$

となる．$T' \ll 1$ のとき，

$$\frac{1}{1+\dfrac{T'}{T_0}} = 1 - \frac{T'}{T_0} + \left(\frac{T'}{T_0}\right)^2 - \left(\frac{T'}{T_0}\right)^3 + \cdots \tag{E.8}$$

のように近似できるので，第 3 項以降の高次の項を無視すれば，式（E.7）は

$$\frac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\left(1-\frac{T'}{T_0}\right)\right) = \frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\right)\exp\left(\frac{T_\mathrm{a}T'}{T_0^2}\right) \tag{E.9}$$

となる．ここで，新たな変数として以下のような無次元温度 θ を定義する．

$$\theta = \frac{T_\mathrm{a}T'}{T_0^2} \tag{E.10}$$

式（E.10）を時間で微分すると

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{T_\mathrm{a}}{T_0^2}\frac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}t} \tag{E.11}$$

となる．したがって，式（E.10）および式（E.11）を式（E.9）に代入すると以下のようになる．

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \frac{T_\mathrm{a}}{T_0^2} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\right)\exp(\theta) \tag{E.12}$$

ここで，無次元時間 τ を次式で定義する．

$$\tau = t\frac{q}{c_\mathrm{v}} Z' \rho^{\nu-1} \frac{T_\mathrm{a}}{T_0^2} \exp\left(-\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\right) \tag{E.13}$$

式（E.13）を用いると，式（E.12）は

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\tau} = \exp(\theta) \tag{E.14}$$

となり，積分形は

$$\int_0^{\tau} \mathrm{d}\tau = \int_0^{\theta} \exp(-\theta)\mathrm{d}\theta \tag{E.15}$$

である．したがって，式（E.15）より，式（E.14）の解は

$$\theta = -\ln(1-\tau) \tag{E.16}$$

となる．式（E.16）より，$\tau \to 1$ のとき $\theta \to +\infty$ となって熱爆発に至ることがわかる．すなわち，$\tau = \tau_{\mathrm{ig},0} = 1$ がある基準温度 T_0 における無次元の着火遅れ時間である．ある基準温度 T_0 における有次元の着火遅れ時間 $t_{\mathrm{ig},0}$ は式（E.13）より

$$t_{\mathrm{ig},0} = \frac{c_\mathrm{v}}{q}\frac{1}{Z'}\rho^{1-\nu}\frac{T_0^2}{T_\mathrm{a}}\exp\left(\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\right) = \frac{R}{Z'(\gamma-1)q}\rho^{1-\nu}\frac{T_0^2}{T_\mathrm{a}}\exp\left(\frac{T_\mathrm{a}}{T_0}\right) \tag{E.17}$$

である．

付録 F　活性化温度

付録 C の式 (C.51) の反応速度則において有効な T_a は正反応に対応するものであるから，T_a を得るためには，逆反応の影響が無視できるように可燃性混合気の着火過程に着目すればよい．付録 E で述べたように，気体デトネーション波における可燃性混合気の着火過程は定容の熱爆発過程と考えられ，T_a は Schultz and Shepherd の手法 [104]により定容熱爆発理論から決定することができる．

ある温度 T_0 のときの着火遅れ時間は付録 E の式（E.17）より

$$t_{\mathrm{ig},0} = \frac{R}{Z'(\gamma-1)q}\rho^{1-\nu}\frac{T_0^2}{T_a}\exp\left(\frac{T_a}{T_0}\right) \tag{F.1}$$

で与えられる．次に，ρ が一定（定容）の条件で T_0 が変化したときの着火遅れ時間について考える．いま，T_0 よりも高温の T_1 を考え，$T_1 - T_0 = T' << 1$ とする．温度が T_1 のときの着火遅れ時間は

$$t_{\mathrm{ig}.1} = \frac{R}{Z'(\gamma-1)q}\rho^{1-\nu}\frac{T_1^2}{T_a}\exp\left(\frac{T_a}{T_1}\right) \tag{F.2}$$

で与えられる．式（F.1）および式（F.2）より，着火遅れ時間について以下の関係が得られる．

$$\frac{t_{\mathrm{ig},0}}{t_{\mathrm{ig},1}} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 \exp\left(\frac{T_a}{T_0} - \frac{T_a}{T_1}\right) \tag{F.3}$$

定容熱爆発理論は $T_a >> 1$ の条件を想定して着火遅れ時間を求めるものであるから，式 (F.3) において左辺は右辺の指数関数に強く依存する．すなわち，式（F.3）の右辺において，$T_1 - T_0 = T' << 1$ の関係から $(T_0/T_1)^2 \approx 1$ と近似することができる．したがって，式（F.3）は

$$\frac{t_{\mathrm{ig},0}}{t_{\mathrm{ig},1}} = \exp\left(\frac{T_a}{T_0} - \frac{T_a}{T_1}\right) \tag{F.4}$$

のように簡略化できる．式（F.4）を T_a について解けば，

$$T_a = \frac{\ln(t_{\mathrm{ig},0}) - \ln(t_{\mathrm{ig},1})}{\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}} \tag{F.5}$$

となる．すなわち，ある基準温度 T_0 とそれよりも僅かに高い温度 T_1 において着火遅れ時間を求め，定容条件で着火遅れ時間の温度依存性を求めることにより，活性化温度を決定することができる．

式（F.5）による活性化温度の決定方法は以下のとおりである．

(1) 最初に可燃性混合気の組成を決定し，基準となる温度と密度を設定し，詳細反応モデルを用いて定容の熱爆発過程を計算する．基準となる温度と密度は，平面 CJ デトネーション波の前面の衝撃波直後の値を採用する．すなわち，基準となる温度および密度はそれぞれ T_{vN} および ρ_{vN} である．ここで，下付きの vN は von Neumann 点の状態を表す．T_{vN} および ρ_{vN} は平面 CJ デトネーション波の伝播マッハ数と可燃性混合気の初期条件（温度および圧力）から決定される．初期温度は 298.15 K とし，初期圧力は Bane et al.の手法 [139]に従い 0.1 MPa とする. なお, 本研究では詳細反応モデルに Konnov mechanism[111]あるいは GRI-Mech 3.0[112]を用いた．また，定容の熱爆発過程の計算には Shepherd の定容熱爆発シミュレーションソフト [140]を用いた．
(2) 着火遅れ時間は最大温度勾配に到達するまでの時間として近似的に得られる．
(3) 密度は ρ_{vN} のまま一定とし，T_{vN} より僅かに高い温度条件において，再び着火遅れ時間を得る．温度の増加量は T_{vN} の 1%とする．
(4) 式（F.5）より活性化温度を決定する．