

氏名(本籍)	張 明 超 (中 国)
学位の種類	博 士 (工 学)
学位記番号	博 甲 第 6433 号
学位授与年月日	平成 25 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	システム情報工学研究科
学位論文題目	グラフにおける一様性と局所性
主 査	筑波大学教授 Ph.D. in Combinatorics and Optimization 藤 原 良 叔
副 査	筑波大学准教授 博士 (理学) 繁 野 麻 衣 子
副 査	筑波大学教授 博士 (理学) 繆 瑩
副 査	筑波大学教授 工学博士 山 本 芳 嗣
副 査	筑波大学教授 工学博士 吉 瀬 章 子
副 査	筑波大学准教授 博士 (学術) 八 森 正 泰

### 論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文では、与えられたグラフ全体が一様であるための条件付けと、ある性質を満たす局所的なグラフの抽出の2つの面からグラフの構造を分析している。グラフの一様性に関しては、 $C_6$ -飽和グラフであるための最小の枝数の範囲を与えている。一方で、グラフの局所性に対しては、グラフを一般化したハイパーグラフ上で、最大密度部分集合を求める効率的なアルゴリズムの提案と、隣接数に着目したコミュニティ抽出のモデルの提案と検証を行っている。

与えられたグラフに頂点数6の閉路 $C_6$ を部分グラフとして含まないが、任意の非隣接な頂点間に枝を加えると必ず $C_6$ を含むようになるグラフを $C_6$ -飽和グラフという。3章では、頂点数 $n$ のグラフが、 $C_6$ -飽和グラフとなる最小枝数の範囲を与えている。頂点数が3,4の閉路に対する飽和グラフの最小枝数は1970年代以前に知られていたが、頂点数が5の閉路に対する飽和グラフの最小枝数は近年その厳密な値が示された。頂点数が6の閉路に対しては、最小枝数の上限は示されているが、下限については頂点数が6に特化した研究はこれまでなされていなかった。本論文では、まず、既存の研究とは異なるグラフの構成法で上限を示している。そして、 $n$ が12以下のグラフに対して、得られた枝数の上限値以下のグラフをすべて列挙することで、 $n=9, 10, 11, 12$ のときに最小枝数が上限値と一致することを示している。さらに、頂点を階層に分けて、それらの次数を見積もることで下限値を算出している。最小枝数を達成する $C_6$ -飽和グラフの最小次数が2以下であることを利用して、まず、最小次数が2のときの下限を導き、その結果を利用して最小次数が1のときの結果を導出している。その結果、 $n$ 頂点の $C_6$ -飽和グラフの最小枝数は $(3n-3)/2$ 以下、 $(7n-12)/6$ 以上であることを示している。これら上下限のギャップは大きいですが、下限に対しては、これまでに知られている値を大幅に改善している。

4章と5章では、共著者関係などに代表されるグループ関係で与えられる対象に対して、関連性の強い要素を取り出す問題を、ハイパーグラフ上で部分グラフを抽出する問題として扱っている。4章では、平均次

数が最大となる部分グラフである最大密度部分集合を扱っている。まず、実例を用いて最大密度部分集合が、ハイパーグラフをグラフとして表現して取り出される集合と異なることを示すことで、最大密度部分集合問題を扱う意義を述べた後、効率のよいアルゴリズムを提案している。提案アルゴリズムは、近似二分探索法を用いており、繰り返し毎に最小カットを厳密に求めずに、近似的に求めるだけで、探索区間を縮小し、最終的には、厳密な解を求めている。既存のアルゴリズムからの最悪時間計算量の改善はわずかではあるが、ハイパーエッジ数が多いときには、効率的である。

5章では、グラフ上で議論されている、隣接数によるコミュニティの定義をハイパーグラフ上に一般化している。ハイパーグラフ上での隣接数の数え方の違いにより4通りのモデルを提案している。そして、それぞれ、グラフに変換することで、指定した頂点を含むコミュニティを効率よく見つけることができることを示している。さらに、提案した4種類のコミュニティの差異を検証するために、学術論文誌2誌を対象に、共著者関係のハイパーグラフを作成し、コミュニティ抽出をおこなっている。その結果、共著者が多い論文があると、コミュニティに含まれると判断されやすいモデルがあること、対象とするハイパーグラフの特徴によってどのコミュニティモデルを用いるかを検討すべきであると結論づけている。

## 審査の結果の要旨

$C_t$  (頂点数  $t$  の閉路) 飽和グラフの最小枝数を確定する問題の中で、最小の未解決問題である  $t=6$  の場合に関して取り組んだ。既存の下限を改善し、また飽和グラフを構成し上限を与えた。これらによって  $C_6$  飽和グラフの最小枝数の範囲を今までより大幅に狭めた。最小数を厳密に確定するには至っていないが、理論的な範囲を狭めたことは評価できる。また頂点数が9~12のグラフにおいては、厳密値の予想である上限値が最小枝数となることを全数検査によって確認した。これにより最小枝数の厳密値を証明する目標を得たことは重要である。一方、最大密度部分集合を求める問題に関しても、対象をハイパーグラフに拡張して、効率のよいアルゴリズムを提案している。

平成25年1月22日、システム情報工学研究科において、学位論文審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、学位論文審査委員全員によって、合格と判定された。

上記の学位論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(工学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。