

氏名(本籍)	^{りゅう} 柳 ^{いん ひょん} 仁 鉉 (韓国)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第6329号
学位授与年月日	平成24年9月30日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	Universal transitivity of some prehomogeneous vector spaces (ある種の概均質ベクトル空間の普遍推移性)
主査	筑波大学教授 理学博士 田島 慎一
副査	筑波大学准教授 理学博士 藤田 尚昌
副査	筑波大学准教授 博士(数学) 増岡 彰
副査	筑波大学名誉教授 理学博士 木村 達雄

論文の内容の要旨

一般に概均質ベクトル空間の加法的アデル・ゼータ関数は関数等式をもち、乗法的アデル・ゼータ関数はオイラー積から定義されるが、この二つは一般には無関係である。しかし現代数論の基本的な岩沢-Tateの理論は、一番簡単な概均質ベクトル空間 ($GL(1)$, Λ_1 , $V(1)$) に於いてはこの両者が定数倍を除いて一致するという事実に基づき、ヘッケのL関数の関数等式を証明するというものである。この観点から岩沢-Tateの理論を一般的な概均質ベクトル空間に拡張しようとするとき、この2種類のゼータ関数が定数倍を除いて一致するという条件が必要になる。これに関してはアメリカの井草準一教授が研究を進めて、普遍推移性を持つ概均質ベクトル空間がこのような性質を持つことを見つけた。そして普遍推移性を持つ既約正則概均質ベクトル空間を分類した。その後、普遍推移性を持つ非正則既約概均質、単純概均質ベクトル空間、2単純概均質ベクトル空間の分類が木村、笠井、細川によりなされた。

一方岩沢-Tateの理論では、無限素点における関数等式を既知として、有限素点における積にわたるオイラー積の関数等式を計算しようとするものであるが、一般に概均質ベクトル空間の(無限素点の)ゼータ関数の関数等式を具体的に決めるのは難しい問題である。これは相対不変式の複素べきのフーリエ変換がわかることと同じであるが、軌道が有限個しかない概均質ベクトル空間においては佐藤幹夫のアイデアに基づいて柏原正樹が完成させた超局所計算法というのがあり、これにより無限素点における関数等式を計算出来る可能性がある。

以上の考察から、普遍推移性を持つ有限軌道の概均質ベクトル空間に於いては、岩沢-Tateの理論が具体的に拡張することが出来る可能性が大きい。

本論文では、普遍推移性を持つ有限軌道概均質ベクトル空間の分類を(スカラー倍が十分あるという条件のもとで)完成させた。有限軌道概均質ベクトル空間の分類はスカラー倍が十分あるという仮定のもとで、木村、笠井、保倉が分類しているが、有限軌道かどうかは双対空間で同じであり分類では区別されていないが、普遍推移性は双対空間で異なるので、より精密な分類が必要になる。

まず本論文ではガブリエルによる有限型クイバーの空間の軌道が対応する単純リー環のルート系と対応することと、それが体によらないというリングルらの結果を用いて、有限型クイバーの空間はすべて普遍推移

性を持つことを示した。次に同じ図形を持つが、標準表現の双対性を無視しても普遍推移性が成り立つことを示した。この出発点は A 型のクイバーの生成的等方部分群の端のほうの $GL(n)$ 部分は放物型部分代数群であるという事実である。

次に有限型クイバーの図形でさらに斜交群や、交代行列への作用も許した場合の普遍推移性が見事なアイデアで証明されている。次に既約概均質ベクトル空間や単純概均質ベクトル空間で有限軌道を持ち、かつ普遍推移性を持つものの分類であるが、これは易しい。最後にこれ以外のすべてのケースを調べなければいけないが、その中でとくに直交群が関係する場合が面倒であるが、詳しく調べて分類を完成させている。その場合だけ普遍推移性を持つ条件が A 型クイバーの生成的等方部分群の端の部分の $GL(n)$ 部分が $GL(n)$ であるという条件で与えられている。

なお柳仁鉉氏は、佐藤幹夫氏が分類したある種の概均質ベクトル空間の分類を更に進めており、そこで得られた概均質ベクトル空間の普遍推移性についても本学位論文で決定している。

審 査 の 結 果 の 要 旨

有限軌道を持つ概均質ベクトル空間は数学的に色々良い性質を持つが、普遍推移性を持つと岩沢 - Tate の理論が拡張される可能性があるので、この種の概均質ベクトル空間を分類することは重要である。しかしその分類は今まで放物型代数群の概均質ベクトル空間の分類に帰着して迷路に入ってしまったが、柳氏は新しい視点で、その迷路を通らないで分類を完成させたことは評価出来る。その内容は単著論文として *Journal of Algebra* から出版されることも決まっており、学位論文として十分な内容である。

平成 24 年 8 月 30 日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。