氏　名（本籍）	古賀寛尚（群馬県）		
学位の種類	博　士（数　学）		
学位記番号	博甲第 6377 号		
学位授与年月日	平成 25 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	**Derived equivalences and invariants** （導来同値と不変量）		
主　査	筑波大学准教授	理学博士	藤田尚昌
副　査	筑波大学講師	理学博士	星野光男
副　査	筑波大学教授	理学博士	宮本雅彦
副　査	筑波大学准教授	博士（理学）	佐垣大輔

論文の内容の要旨

可換ゴレンシュタイン環は興味深いホモロジー代数的性質を多く持ち、代数幾何学への応用という観点からも重要な地位を占めており、バス等によって深く研究されている。近年、ゴレンシュタイン環の概念を非可換ネター環へ拡張する試みが様々な観点からなされている。他方、多元環の表現論において、ベルンシュタイン・ゲルファント・ポノマレフがルート系における鏡映の概念を有向グラフの表現に翻訳して導入した古典的傾理論は、ハッペル・リンゲルによって古典的傾加群の理論としてまとめられ、更に、リッカルドによって傾鎖複体の概念へと拡張され導来同値の理論としてまとめられた。

与えられた二つの環に対して、その環上の加群圏の上の有界な鎖複体のなす導来圏（以下、導来加群圏と呼ぶ）が三角圏として圏同値になるとき、それらの環は導来同値であるという。与えられた環が他のある環と導来同値になるための必要十分条件は、その環上のある傾鎖複体の自己準同型環として与えられることであることをリッカルドが証明した。導来同値の下での不変量については、環の自己移入次元および大域次元が重要であり、これらの有限性が導来同値の下で不変であることが知られている。

両側ネター環の左右の自己移入次元がともに有限ならそれらは一致すると云うザックスによる重要な結果がある。左右の自己移入次元がともに有限なネター環は岩永・ゴレンシュタイン環と呼ばれ、環自身による双対関手の右導来関手が左右の導来加群圏の間に双対を定めると云う良い性質を持つ。しかし、通常の加群圏を考察する場合、岩永・ゴレンシュタイン環では条件が弱すぎ、さらにアウスランダー条件（即ち、環自身の右加群としての極小移入分解における任意のｎ番目の項の平坦次元はｎ以下であるとの条件）を付したアウスランダー・ゴレンシュタイン環が大切である。（アウスランダー条件は左右対称な条件であり、可換な岩永・ゴレンシュタイン環はアウスランダー条件をみたす。）アウスランダー・ゴレンシュタイン環上の任意の有限生成加群は非常に良い性質を持つフィルター付けを許す。この事実により、アウスランダー・ゴレンシュタイン環は重要な地位を占めており、また数学の様々な分野に現れることが知られている。例えば、標数０の体上のワイル代数、体上有限次元リー代数の包絡代数、スクリャニン代数等はアウスランダー・ゴレンシュタイン環の代表例である。

本論文では岩永・ゴレンシュタイン環およびアウスランダー・ゴレンシュタイン環の両方について考察し

てそれらの特徴付けを与えており、また、傾鎖複体を構成する方法や導来同値の下で不変な性質についての研究を行っている。

第1章では、部分傾鎖複体について考察を行っている。可換ネター環を基礎環に持つネター多元環上で、ある鎖複体が前傾鎖複体（傾鎖複体から超自己拡大群の負次数での消滅の仮定を外したもの）あるいは傾鎖複体の直和因子になるための十分条件を与えている。

第2章では、傾鎖複体の特別な場合である傾加群の概念を一般化した半傾加群（傾加群の定義から射影次元の有限性を外したもの）の概念を導入し、傾加群における変異理論と同様の理論が半傾加群についても展開できることを示している。また、応用として若松傾予想の部分的解決を与えている。

第3章では、環の自己移入次元を加群圏における極小余生成素の平坦次元で置き換えることによって、上で引用した両側ネター環についてのザックスの結果を両側連接環へ一般化している。また、極小余生成素の平坦次元が左右で有限であることと有限表示右加群が一様に有限なゴレンシュタイン次元（新たに導入した弱ゴレンシュタイン次元で置き換え可能）を持つこととが同値であることを示している。

第4章では、第3章で導入した弱ゴレンシュタイン次元が有限である連接加群についての考察を行っている。また、弱ゴレンシュタイン次元を用いて自己移入次元有限なネター多元環の特徴付けを与えている。

第5章では、二つの両側連接環が導来同値ならば、導来加群圏の間の三角圏としての圏同値は、有限表示加群からなる部分圏上のゴレンシュタイン次元有限な鎖複体のなす部分三角圏の間に圏同値を引き起こすことを示している。また、任意の移入加群の任意の射影加群による拡大群が十分高次では消滅すると云う性質は導来同値の下で不変であり、かつ、両側アルティン環については左右対称であることを示している。

第6章では、両側ネター環のアウスランダー・ゴレンシュタイン分解の概念を導入し、アウスランダー・ゴレンシュタイン環上でアウスランダー・ゴレンシュタイン分解を持つ両側ネター環はアウスランダー・ゴレンシュタイン環であることを示している。

第7章では、環のフロベニウス拡大の概念を一般化し、任意に与えられたアウスランダー・ゴレンシュタイン局所環に対してその拡大環として新しいアウスランダー・ゴレンシュタイン局所環を組織的に構成する幾つかの方法を与えている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

体上の有限次元代数について、中山予想と呼ばれる未解決のホモロジー代数的予想がある。他分野との関連が明確でないことから、この予想そのものではなく、より強い幾つかの予想が提起され、研究されている。その一つにアウスランダー・ライテン予想がある。この予想は加群圏における有限生成な生成素について、もし正次の自己拡大群がすべて消滅するならそれは射影的であろうと主張する。第2章の結果はこの予想への部分的解答を与えるのみならず、完全解決を目指した新しい方法論を与えるものである。画期的な結果であり、高く評価されている。

平成25年2月21日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。