

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 28 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22560059

研究課題名（和文） 金融資産日中取引時間間隔と取引量の分布の研究とその応用

研究課題名（英文） A study on transaction volumes and intervals in the financial market and its applications

研究代表者

岸本 一男（KISHIMOTO KAZUO）

筑波大学・システム情報系・教授

研究者番号：90136127

研究成果の概要（和文）：大阪証券取引所の日経平均先物の日中のティックデータの 15 分間に時間を区切った分析では、約定間隔は第 3 種パレート分布が、1 約定あたりの出来高は負の二項分布が最も当てはまりがよかった。日中株価変動の強い負の相関を  $\rho$  総変動量を用いて著者のモデルとの整合性を検討し、整合的であるとの結果を得た。マーケットでの「株価は板の厚い方に動く」との格言の妥当性を著者らのモデルを拡張したモデルによる理論解析と、マーケットの実証分析とで検証した。格言の成否は状況に依存するが、対数を取るとそのような現象が見つかる。

研究成果の概要（英文）：The empirical analysis on the tick data of the Osaka Securities Exchange shows that the transaction intervals are best described by the Pareto distribution of Type III if the observation period is 15 minutes. The volume of one transaction is best described by the negative binomial distribution. The parameters depend regularly on time so that one must be careful if he/she needs a model for the whole day.

The Japanese proverb says that financial markets are bullish when the available liquidity on the ask side is deeper. Theoretical and empirical analysis shows that the results depend on the assumptions of the model in the theoretical case, and depend on the details of measurement methods in the empirical case. The proverb is sometimes correct, and sometimes not.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
2011 年度	900,000	270,000	1,170,000
2012 年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学，工学基礎・工学基礎

キーワード：数理工学（数理的解析・計画・設計・最適化）

## 1. 研究開始当初の背景

通常の株価モデルは、ブラウン運動、あるいはその他の所与の過程を仮定し、投資家の売買は価格に影響を与えないとしてモデル

化されている。

同一モデルを利用する投資家が少なく、その投資活動が限定的にしか影響を与えない場合は、その弊害は限定的である。しかし典型的には金融工学での派生証券のヘッジ取

引のように、多数の投資家が同一方向への取引を大量に行う場合、価格の暴落を助長して、カタストロフィを引き起こす（あるいは既に引き起こしている）のではないかと疑われている。

又、この問題を離れても、機関投資家が行い売買では「マーケット・インパクト」とよばれる、自分自身の購入そのものが引き起こす価格変動のために、市場価格より不利な価格で購入することになる現象が知られている。

著者は、日中株価変動が、投資家の注文によって引き起こされる簡明モデルを提案し、このモデルのパラメータ推定で得られるパラメータを用いて、1日規模でのマクロな観測をある程度まで説明できるという意味で一定の説明力のあるモデルを提案していた。

このモデルは、既に提案されている株式価格が任意実数値を取る仮定する「ノン・インテリジェント・モデル」の離散版と見なすことができるモデルである。投資家の投資活動が価格に影響を与え、かつ具体的に現実の株価変動を説明するという意味で、一定の意味を持つ貢献だと理解している。

このモデルをより改善し、現実へ応用範囲を広げることが期待されていた。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、著者の提案したモデルを改良し、より現実近づけると共に、その適用範囲を広げて、現実に観測される現象を理論的に実証的に検証することである。

当面気になる目標は、注文がポアソン到着によって起こるといふ過程にどのような改善の余地があるかを検証することであった。

この点については、2つの方向が考えられた。1つはモデルの構成要素の分析である。特に株式注文の時間間隔と注文量の分布として現実の分布により近い分布を、投資家の意図とは無関係に所与の分布として現実の取引分布から発見することであり、もう一つは、意図を持った投資家はその意図を実現するために行動するとき、取引がどのように変わるか、それがシステムにどのように影響を与えるかということであった。

研究の大きな方向性としては、単に分布の研究にとどまるべきではなく、マクロに見られる（と信じられている）現象を、現実にそのような現象が存在するか否か確認し、その存在をモデルによって説明することであった。

## 3. 研究の方法

大阪証券取引所の日経平均先物のティッ

クデータを用いて、取引間隔の分布と約定量の分布を検証した。秒単位のデータであるが、現実の取引間隔の分布を検証するには、荒すぎるので、切り捨ての誤差を考慮した計算により推定を行う必要がある。

現実の売買価格は、日本の主要な証券市場のザラ場では、板のビッドでの価格かアスクでの価格かのいずれかである。従って、取引価格だけを見るとビッドとアスクの間を頻繁に往復する現象が見られる。この現象を回避するには、ビッドとアスクの中値を測定することが良く行われるが、その場合でも価格変動はランダム以上に大きく上への移動の後には下への移動が起こりやすい。著者のモデルでこの現象は説明でき、著者のモデルの「売り」の1つである。しかし、近接した価格変動だけでは、より長期の変動を測定できない。同じく著者が提案した、 $\rho$ 総変動量といわれる $\rho$ 以下の変動を無視した変動量があり、これにより著者のモデルでの予言と現実が一致するかを測定することができる。

申請者のモデルでの1つの期待される点は、1種類、あるいは複数種類の投資家があったときに、その売買行動によって、何らかの現象が引き起こされ、その引き起こされた現象を、市場で観測し、かつモデルの検証から正当化できるのではないかとという点である。

この一例として、「板は厚い方に動く」という日本の市場での俚諺がある。株の取引価格は、ビッドとアスクのうちより厚い板がある方向に移動していくという意味である。これは、株を購入したい投資家は、できるだけビッドで買いたいわけであるが、売りたい投資家が少ない場合、ビッドで待っても買えないので、ビッドに指値注文を出す代わりにアスクに成行注文を出す。一方、この状況では売り手は、下値に成行注文を出さなくても、上値で待つていれば、約定が成立するので上値で待つことになる。結果として、投資家が全員価格上昇を想定しているなら、上板が厚くなって下板が薄くなるはずだという推論に基づいている。

しかし、この俚諺と逆に、買い意欲が強いならば、成行注文も多く出るが、合わせて下板にも十分な指値注文が出るのが自然だとの考え方も自然であり、むしろ俚諺の方が不自然にも思える。

現実のマーケットでどちらの現象が観測されるかは興味ある課題であるし、著者のモデルで理論的推論を具体的に検証できる可能性がある。

## 4. 研究成果

大阪証券取引所の日経平均先物の日中のティックデータの15分間ごとに時間を区切ってザラ場での取引時間間隔の分析を行っ

た。タイムスタンプが秒単位であることから、分析が大きな制約を受ける。単純に時間を切り捨てて解析を行うと明瞭な結論を得ることができない。離散値であることを考慮した補正を行って推定を行うと、すべての分布について当てはまりが格段に向上する。結論として取引間隔は、第3種パレート分布が際だって当てはまりが良いとの結果を得た。

理論的な推論として、ウェーバーの法則、あるいはフェヒナーの法則は、トレーダーが受け取る取引時間の感覚的長さが実時間  $t$  の対数

$$\tau = \log t$$

に比例することを示唆する。この感覚的長さに従って、指数分布で取引が発生するならば、取引時間間隔が従う分布の予測として、パレート分布が得られる。実データは、パレート分布が他の分布に比べて極めて良いあてはまりを示すので、この間にこのようなメカニズムが働いている可能性は十分にあると思われる。

1 約定あたりの出来高は負の二項分布とゼータ分布が良好だったが、僅かに負の二項分布の方が当てはまりが良かった。このメカニズムについては、明瞭な根拠を見つけることはできていない。

取引高の分布については、区切りの良い価格での取引高が大きくなる傾向が顕著で、その特徴をどのように取り込むかが、分布以上に影響を与える可能性がある。価格変動の区切れ目として、切りの良い数字が上昇・下降が止まる位置についての1つの目処となる場合があるとも言われており、モデルへのこの組み込みは検討を要する課題である。一方で、売り買い共に量が大きいならば、結果的には両者相殺して無視して良い可能性も捨てきれない。

一方で、負の二項分布がゼータ分布より優れていたのは、時間間隔の分布場合と異なり、このようなノイズを精度良く除去する手法がなかったからで、実は、ノイズ除去後はゼータ分布が優れているという可能性も完全には否定しきれない。

いずれにせよ、今後、もし分布の独立性を仮定した上で、分布のみをより現実に近づけるならば、第3種パレート分布での時間間隔で、負の二項分布に従うとするモデルを採用すべきである。但し、これらの分布が完全に当てはまるわけではなく、これらの分布に従うか否かの検定を行えば、帰無仮説は棄却される。

現実問題に適用するに当たっての、大きな問題の1つは、取引頻度が分布の影響以上に、系列相関を持ちかつ取引頻度が時間に依存する問題である。15分という期間で、両者を区分けすることは難しく、未解決問題として

残された。

大きな要因として、近年急速に普及したHTF(High Frequency Trading: 高頻度取引)、UHTF(Ultra-High Frequency Trading: 超高頻度取引)と呼ばれる、コンピュータ・プログラムによる取引がある。コンピュータ機能の向上を利用して、これらによる株式の自動売買は、株式の保有時間を数ミリ秒から数秒に抑えたとされており、東京証券取引所では、2010年初のアローヘッド導入以後、大阪証券取引所では2011年2月14日のJ-GATE導入以後普及していると考えられる。この場合、1秒単位のデータでの検証は現実を把握するのに粗すぎる可能性もある。

更に、HTFを別としても、プログラム売買がかなり前から普及しており、プログラム売買普及前の日中株価変動と、プログラム売買普及後の日中株価変動を同一の分布・メカニズムに従うと想定して分析して良いのかという問題が残る。

但し、奇妙なことだが、このような現実のもかかわらず、著者の素朴なモデルは、一定程度の説明力を有している。

株価変動の履歴の  $\rho$  総変動量を考えて、この結果が申請者の提案したモデルと整合的であるか否かという問題については、検定の結果整合的であるとの帰無仮説が棄却されなかった。これの関連する理論計算として、著者の提案するモデルの下で、 $\rho$  総変動量がどのような期待値を持つかの計算を行って、解析式を得た。

「板は厚い方に動く」という俚諺が正しいか、買い圧力が強いなら成行注文のみならずビッドへの買い指値注文が多くなるのかの検証については、学術文献上の検証が少ないが、検証上の幾つかの困難があり、その困難への対応によって結論が異なってくる。

大きな問題は、次の2つである。

- (1) 時間的変動が著しいので、単純に平均を取ると、板の厚みが大きな短い時期の影響が全体を支配してしまい、結果が不安定となる。
- (2) 例えば価格が上昇する場合、アスクが厚いと言っても、板が1ティック上昇する最終段階では最良気配のアスクは必ず0となるわけなので、アスクでの板の厚みの平均を単純にとると、最終的に0になるという要因を適切に評価しないと、公平な評価にならない。

これらの問題を回避するために、本研究では、最良気配ではなく、第2気配での板の厚みを値として用いた。しかし、第2気配、更には第3気配を用いても、板の厚みの単純平

均では、俚諺に従う「板は厚い方に動く」現象の存在の根拠を明瞭には見つけることはできず、むしろ、どちらかと言えば、常識的な買い板が厚いときに上昇する結果となった。

しかし、奇妙なことだが、板の厚みの対数の平均を取ると俚諺と整合的な結果が得られる。これは、俚諺そのものと言うよりは、価格上昇時には、上板は消滅することなく存在し続けているのに対し、下板は、厚いときには厚いにせよ、時に非常に薄くなることしばしばあることを示唆している。以上の結果は、これは素朴な意味での俚諺の「板は厚い方に動く」を直接的に意味するものではないが、しかし、それと関連する現象が存在することを示唆している点で、重要だと判断する。

著者のモデルで、この現象が解として出てきうるかを検討した。

理論的には、売り手、買い手、ランダム売買の投資家の3者がおり、売り手買い手は、その日の売り手買い手の購入希望数量を知っており、更にランダム売買の投資家の売買パラメータをすべて知っていると仮定する。買い手は可能な限り安く購入しようとし、売り手は可能な限り高く売却しようとするものと仮定する。

著者のモデルの固有の問題として、先に板が消滅した方に動いて、過去の履歴はリセットされると仮定している。従って、現在の買い板売り板を、自分の板は温存し、相手の板をどのように早く消滅させるかという最適問題となる。

ランダム売買の成り行き売りがある程度あって、買い手が希望すれば、その成行注文を指値注文で待つことで購入希望をすべてまかなえるとする。この場合でも、買い手がその注文をすべてビッドでの指値注文で行うのは最適解とは限らない。買い手が部分的に成行買い注文をして、ビッドの買い板をその分だけ薄くしておけば、買い板が消滅して板が下に動く可能性があったのに、買い注文をすべてビッドへの指値注文でこなすことで、厚くなってしまった買い注文がそれを妨害してしまい、下がるべき価格が下がらずに結果的には購入価格が高くなってしまう可能性があるからである。

つまり、下板に買い注文を入れる代わりに、価格下落を妨害せず、かつ上板が消滅しない範囲で、上板に成り行き注文を出すことで、購入予定量を購入できるなら、その方が購入額が安くなる。状況によって、価格が下落するとき下板で待つと言うことはあり得るが、それが常に起こることではない。

このような、わざわざ成り行き注文を出すことが現実に頻繁にありうるのか否かが問題であるが、直感的にはあり得にくい印象が

ある。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

① Li, M. and Kishimoto, K.: Testing whether the Nikkei225 best bid/ask price path follows the first order discrete Markov chain - an approach in terms of the total " $\rho$ -variation" -, JSIAM Letters, 査読有, Vol.2(2010) 103-106.

[学会発表] (計 2 件)

①宮城智一, 李もう, 岸本一男: 株式市場でトレンドを持って変動する板の厚みについての考察, 日本応用数理学会 2012 年度年会講演予稿集, pp.159-160. 2012 年 8 月 28 日~9 月 2 日, 稚内全日空ホテル (北海道)

②LI Meng, HUI Xiaofeng, KISHIMOTO Kazuo: The Nikkei 225 Futures of the Osaka Stock Exchange Are Bullish When the Available Liquidity on the Ask Side Is Deeper, Proceedings of the 4th International Conference on Financial Risk and Corporate Finance Management, 2012 年 7 月 7 日~8 日, Vol. 2, 650-654, 大連 (中国) 査読有.

[その他]

ホームページ等 準備中

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岸本 一男 (KISHIMOTO KAZUO)  
筑波大学・システム情報系・教授  
研究者番号: 90136127