

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月20日現在

 機関番号： 12102
 研究種目： 基盤研究（B）
 研究期間： 2009～2012
 課題番号： 21340028

研究課題名（和文） 非コンパクト多様体上のスペクトル・逆散乱理論

研究課題名（英文） Spectral and inverse scattering theory on non-compact manifolds

 研究代表者 磯崎 洋（ISOZAKI HIROSHI）
 筑波大学・数理物質系・教授
 研究者番号：90111913

研究成果の概要（和文）：

- （1） 錘状特異点を持つ漸近的双曲多様体に対するカuspからの逆散乱問題。
- （2） 正方格子上の離散シュレーディンガー作用素に対する一つの固定したエネルギーからのポテンシャルの再構成ならびにレリッヒ型の一意性定理の離散問題への拡張。
- （3） 境界の一部分における計測値から媒質内の熱伝導率の不連続性を決定する逆問題。不連続性が時間に依存しない場合と時間に依存する場合の双方に解決し、数値計算も行った。

研究成果の概要（英文）：

- (1) The inverse scattering from cusp on asymptotically hyperbolic manifolds with conical singularities.
- (2) The reconstruction of the potential from the S-matrix of one fixed energy for the discrete Schroedinger operator on square lattice as well as the Rellich type uniqueness theorem.
- (3) The reconstruction of discontinuities of heat conductivity from the local boundary measurements, with numerical computation.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|------------|-----------|------------|
| 2009年度 | 3,400,000 | 1,020,000 | 4,420,000 |
| 2010年度 | 3,000,000 | 900,000 | 3,900,000 |
| 2011年度 | 3,200,000 | 960,000 | 4,160,000 |
| 2012年度 | 3,000,000 | 900,000 | 3,900,000 |
| 総計 | 12,600,000 | 3,780,000 | 16,380,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：スペクトル理論、逆問題、

散乱理論、S行列、ディリクレ・ノイマン写像

1. 研究開始当初の背景 課題（1）、（2）に関しては先行研究はほとんどなかった。（1）については準備的考察を共同研究者とともに数年間行っていた。（2）については基礎的研究を行っていた。（3）についてはいくつかの先行研究があったが、それらとは

異なる方法を模索した。

2. 研究の目的 （1）は幾何学的観点から、（2）は量子力学から、（3）は古典物理学からの問題意識を発展させたものであり、波動方程式、あるいはシュレーディンガー方程

式の解の無限遠方での様子から多様体の幾何学的情報や物理系の情報を導くものである。これは数学・物理の基本問題であるのみならず応用上も重要である。

3. 研究の方法 問題(1)、(2)は海外の研究者との共同研究、(3)は海外と国内の研究者との共同研究として行った。E-mailによって常に連絡をとりつつ、年に1、2度の国内招聘、相手国からの招聘、海外での研究集会への共同参加等を通じて討論を行い、成果をまとめた。

4. 研究成果 錘状特異点を持つ漸近的双曲多様体に対してカuspからの逆散乱問題を考察し2次元の場合に完全な解決を得た。高次元の場合にも問題解決の見通しを得た。カuspでない場合のスペクトル・逆問題に関して論文“Introduction to spectral theory and inverse problem on asymptotically hyperbolic manifolds(255 ページ)を完成した。

正方格子上の離散シュレーディンガー作用素に対して一つの固定したエネルギーからポテンシャルを再構成できることを証明した。同時にレリッヒ型の一意性定理を離散問題に拡張した。

境界の一部分における計測値から媒質内の熱伝導率の不連続性を決定する問題を、不連続性が時間に依存しない場合と時間に依存する場合の双方に解決した。数値計算もを行い、robust な計算方法であることを立証した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

1. P.Gaitan, H.Isozaki, O.Poisson, S.Siltanen and J.Tamminenn, Proving for heat conductive bodies, Inverse Problems and Imaging, 6 (2012), 423-446, doi 10.3934/ipi.2012.6.423 (査読有り)
2. H.Isozaki and S.Richard, On the wave operators for the Friedrichs-Faddeev model, Ann. Henri Poincare, (2012), doi 10.1007/s00023-012-0161-4 (査読有り)
3. H.Isozaki and E.Korotyaev, Inverse problems, trace formula for discrete Schroedinger operators, Ann. Henri Poincare, 13 (2012), 751-788, doi 10.1007/s00023-011-0141-0 (査読有り)
4. G. Eskin and H. Isozaki, Gauge equivalence and inverse scattering for long-range magnetic potentials, Russian J. of Math. Phys. Vol 18, No 1 (2010),19-28, doi 10.1134/s1061920811010067 (査読有り)
5. G. Eskin, H. Isozaki and S. O'dell, Gauge equivalence and inverse scattering for Aharonov-Bohm effect, Commun. in P. D. E. 35 (2010), 1-31. doi 10.1080/03605301003758344 (査読有り)
6. H. Isozaki and Y. Kurylev, Spectral theory and inverse problems on asymptotically hyperbolic manifolds, RIMS Kokyuroku Bessatsu, B16 (2010), 29-73. <http://www.kurism.kyoto-u.ac.jp/~kenkyubu/bessatsu.html> (査読有り)
7. H.Isozaki, Y.Kurylev and M.Lassas, Forward and inverse scattering problem on manifolds with asymptotically cylindrical ends, Journal of Funct. Anal. 258 (2010) 2060-2118. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfa.2009.11.669> (査読あり)
8. T.Ide, H.Isozaki, S.Nakata and S.Siltanen, Local detection of three-dimensional inclusions in electrical impedance tomography,

Inverse Problems 26 No. 3,(2010)

035001, doi

10.1088/0266-5611/26/3/03500/ (査読有り)

[学会発表] (計 23 件)

1. 磯崎洋, Spectral theory and inverse problems for discrete Schroedinger operators, Taiwan-Japan joint conference on PDE and Analysis, 台湾大学, 2012年12月26日, 台湾
2. 磯崎洋, Inverse scattering for discrete Schroedinger operators, Seminaire d' EDP, Rennes 大学, 2012年12月6日, フランス
3. 磯崎洋, Inverse scattering on generalized arithmetic surfaces, 金沢大学談話会, 金沢大学, 2012年10月17日
4. 磯崎洋, Inverse scattering for discrete Schroedinger operators, Inverse problems and applications, Hangzhou 2012年9月19日、中国
5. 磯崎洋, Inverse scattering at a fixed energy for discrete Schroedinger operators on the square lattice, 日本数学会秋季総合分科会, 九州大学, 2012年9月18日
6. 磯崎洋, 森岡悠, A Rellich type theorem for discrete Schroedinger operators, 日本数学会秋季総合分科会, 九州大学, 2012年9月18日
7. 磯崎洋, 森岡悠, Inverse scattering on generalized arithmetic surfaces, Geometric analysis on Euclidean and homogeneous spaces, Tufts University, 2012年1月9日, 米国
8. 磯崎洋, Introduction to the spectral theory on generalized arithmetic surfaces, Inverse Days, University of Helsinki, 2011年12月16日, フィンランド
9. 磯崎洋, Inverse scattering for discrete Schroedinger operators, ロンドン解析セミナー, ロンドン大学, 2011年10月27日, 英国
10. 磯崎洋, 尖点・錘状特異点を持つ漸近的2次元双曲多様体上の逆散乱問題, 日本数学会秋季総合分科会 (信州大学) 2011年9月29日
11. 磯崎洋, Inverse Problems in Analysis and Geometry, Issac Newton Institute, 2011年8月5日, 英国,
12. 磯崎洋, Inverse scattering from cusp, Workshop on Inverse problems : Theory and applications, MSRI, 2010年11月10日, 米国
13. 磯崎洋, Inverse scattering from cusp, UCLA Dept. of Math. Colloquium talk, カリフォルニア大学, 2010年11月4日, 米国
14. 仲田晋、磯崎洋、井手貴範、Samuli Siltanen, 3次元における局所化されたデータからの包含物の数値実験、日本応用数学会, 明治大学, 2010年9月9日
15. 磯崎洋, リーマン面上での逆散乱問題, 偏微分方程式松山キャンプ, 愛媛大学, 2010年1月6日
16. 磯崎洋, リーマン面上での逆散乱問題, 浜松偏微分方程式セミナー, 静岡大学, 2009年12月21日
17. 磯崎洋, Inverse scattering from cusp Paris-London Analysis Seminar, L' Institute Henri Poincare, 2009年12月4日, フランス
18. 磯崎洋, EIT における3次元数値計算一局所化されたデータからの包含物の同定, 日本数学会秋季総合分科会, 大阪大学, 2009年9月27日

19. 磯崎洋, Waveguide に関する逆散乱問題,
日本数学会秋季総合分科会, 大阪大学, 2009年9月27日
20. 磯崎洋, 漸近的双曲計量に関する逆散乱問題,
日本数学会秋季総合分科会, 大阪大学, 2009年9月27日
21. 磯崎洋, Inverse scattering on non-compact manifolds, AIP Conference, Wien 大学,
2010年7月20日, オーストリア
22. 磯崎洋, 非コンパクト多様体上の逆散乱問題,
神戸大学談話会, 神戸大学, 2009年7月1日
23. 磯崎洋, 多様体上のフーリエ変換、ラドン変換と波動方程式, Encounter with Mathematics, 中央大学, 2009年5月30日

[図書] (計 1 件)

磯崎洋, 超関数・フーリエ変換入門 基礎から偏微分方程式への応用まで, 151 ページ, サイエンス社 [2009年]

6. 研究組織

(1) 研究代表者 磯崎 洋 (ISOZAKI HIROSHI)
筑波大学・数理物質系・教授
研究者番号: 90111913