No. 1

Date 2008・06・06

基礎数学 担当 西村先生 出席 85人 TA 飛田

$x' = x$

Kock-Lawvere の公理

$d \in D_1$

Taylor 展開

$$x(d) = x(0) + x'(0)d + \frac{1}{2!}x''(0)d^2 + \frac{1}{3!}x'''(0)d^3 + \cdots + \frac{1}{n!}x^{(n)}(0)d^n$$

決めてやる必要がある。

$x(0) = k$ (初期値) より

$$x(d) = k\underbrace{\left(1 + d + \frac{d^2}{2!} + \cdots + \frac{d^n}{n!}\right)}_{e^d}$$

$k = x(0) = x'(0) = x''(0) = \cdots = x^{(n)}(0)$

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}}$$

report II

$$\boxed{\begin{aligned} y' &= z \\ z' &= -y \end{aligned}}$$

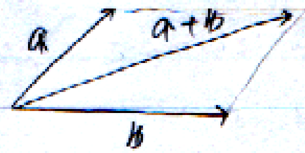
初期値 $\begin{cases} y(0) = k \\ z(0) = L \end{cases}$ として.

$\begin{cases} y'' = z' \\ z' = -y' \end{cases}$ の連立微分方程式を解く

線形代数

線形空間

・足し算
・スカラー倍（実数倍）

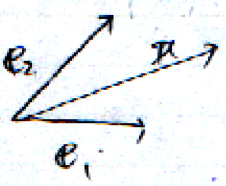


$\mathbb{R}^2$ （P219 定義18）

$a+(b+c)=(a+b)+c$ （結合律）

$a+b=b+a$ （交換律）

$(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a$ 　λ, μ：スカラー定数



e_1, e_2：同一直線上にないベクトル

$$\underbrace{x = a e_1 + a e_2}_{\text{線形結合}}$$

また $x = a_1 e_1 + a_2 e_2$

$= b_1 e_1 + b_2 e_2$ なら $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$

$$\Downarrow$$

$(a_1-b_1)e_1+(a_2-b_2)e_2=0$ ←ゼロベクトル

$a_1-b_1=\lambda$, $a_2-b_2=\mu$ とし

$\lambda e_1+\mu e_2=0$

$$\Downarrow$$

$\lambda=\mu=0$

もし $\lambda \neq 0$ なら

$$e_1 + \frac{\mu}{\lambda} e_2 = 0$$

$$e_1 = -\frac{\mu}{\lambda} e_2$$ → これだとスカラー倍によって、e_1 と e_2 は同一直線上に存在してしまうので成り立たない

基底の定義　P137　定義12.

$\varphi, \psi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$

$a, b \in \mathbb{R}^3$

$\lambda \in \mathbb{R}$

線形写像 $\begin{cases} \varphi(a+b) = \varphi(a) + \varphi(b) \\ (\lambda\varphi)(a) = \lambda\varphi(a) \end{cases}$

$(\varphi+\psi)(a) = \varphi(a) + \psi(a)$　(足し算)　①

$(\lambda\varphi)(a) = \lambda\varphi(a)$　(スカラー倍)　②

report Ⅲ

線形写像 φ, ψ の足し算, スカラー倍が線形空間(ベクトル)であることを確認する

P218)

$\mathbb{R}^3$: 3次元

$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とし、$\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

線形写像

①,②が成り立つ

$$x = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3$$

$$\varphi(x) = \varphi(x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3)$$
$$= x_1 \varphi(e_1) + x_2 \varphi(e_2) + x_3 \varphi(e_3)$$

3つが決まれば全て決まる.

$$dx : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_3 \longmapsto x$$

線形写像か確認する

$$dx\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = x, \quad dy\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = y, \quad dz\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = z$$

$$dx\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}\right) = dx\left(\begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z_1 + z_2 \end{pmatrix}\right)$$

$$dx\left(\lambda\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = dx\left(\begin{pmatrix} \lambda x \\ \lambda y \\ \lambda z \end{pmatrix}\right) = \lambda x = \lambda\left(dx\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right)$$

report IV

$\varphi = a\,dx + b\,dy + c\,dz = 0$ とし

dx, dy, dz が基底か確認する.

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longmapsto \mathbb{R}$$

$$\varphi(x, y)$$

・二重線形性 $\varphi(x_1 + x_2, y) = \varphi(x_1, y) + \varphi(x_2, y)$

$\varphi(\lambda x, y) = \lambda\varphi(x, y)$

・交代性 $\varphi(x, y) = -\varphi(y, x)$

φ, ψ 交代形式

$(\varphi+\psi)(x,y)=\varphi(x,y)+\psi(x,y)$

$(\lambda\varphi)(x)=\lambda\varphi(x)$

report V　交代形式の全体が線形空間を満たすことを示す

くさび形 (wedge product)

$(dx\wedge dy)(x,y)=dx(x)\,dy(y) \to dy(x)\,dx(y)$

$(dx\wedge dy)(y,x)=dx(y)\,dy(x) - dy(y)\,dx(x)$

$(dy\wedge dz)(x,y)=dy(x)\,dz(y) - dz(x)\,dy(y)$

$(dz\wedge dx)(x,y)=dz(x)\,dx(y) - dx(x)\,dz(y)$

report VI

$(dx\wedge dy)(x,y)$, $(dy\wedge dz)(x,y)$

$(dz\wedge dx)(x,y)$ が線形空間であることを示す。

8回目

西村先生・みなさま:

今日の4限、「基礎数学」（西村先生）の8回目の聴講しました。 奈佐原先生は出張で欠席したため、代わりに報告させて頂きます。
出席者は85名＋TA（桑田）でした。 前回は89名出席しておりました。前回と比べ、4名少ないです。

今回の内容は

・テーラー展開と微分方程式における初期値問題
・線形空間の定義
・基底と次元
・線形写像と交代形式（二重線形性と交代性で規定される）

でした。 レポートが新たに5題、出題され期限は6月9日です。

今回は残念ながら、出席人数が減ってしまいましたが、西村先生がレポート問題を出題したとき、何度も「先生、もう一度レポートの説明をして下さい」とくらいついていました。 他にも基底や写像などの意味を積極的に質問していたので、大きな変化ではないかと思います。

講義ノートもアップします。

桑田 賢太郎
筑波大学 第二学群 生物資源学類 4年

Copyright 2007, by the Contributing Authors. .
8回目. (2008, June 16). Retrieved June 26, 2013, from 筑波大学 OCW Web site: http://ocw.tsukuba.ac.jp/25a0-iv-2-751f72698cc76e905b66985e/57fa790e65705b66-1/856de76ee.
All Rights Reserved.