No. 1

基礎数学　西村先生　出席91人　TA 1人 T 1人

Date 2008 05 16

1-1- 桑田

xは実数　$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$

zは複素数　$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \cdots$

$z = ix$

$$\Downarrow$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

指数法則より

$e^{z_1 + z_2} = e^{z_1} e^{z_2}$ が成り立つことを仮定する

$e^{i(x+y)} = \cos(x+y) + i \sin(x+y)$ となる

$$\begin{cases} e^{ix} = \cos x + i \sin x \\ e^{iy} = \cos y + i \sin y \end{cases}$$

なので、加法定理より上式を示せる。

$$\begin{array}{rl} & e^{ix} = \cos x + i \sin x \\ + \big) & e^{-ix} = \cos x - i \sin x \\ \hline & e^{ix} + e^{-ix} = 2 \cos x \end{array}$$

$$\therefore \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\begin{array}{rl} & e^{ix} = \cos x + i \sin x \\ - \big) & e^{-ix} = \cos x - i \sin x \\ \hline & e^{ix} - e^{-ix} = 2i \sin x \end{array}$$

$$\therefore \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

こんな式で三角関数は表せる！

Date 2008.05.16.

report I

$e^{z_1+z_2} = e^{z_1} e^{z_2}$ を示す

$e^{z_1+z_2} = 1 + (z_1+z_2) + \frac{1}{2!}(z_1+z_2)^2 + \frac{1}{3!}(z_1+z_2)^3 + \cdots$

は

$e^{z_1} = 1 + z_1 + \frac{z_1^2}{2!} + \frac{z_1^3}{3!} + \cdots$

$e^{z_2} = 1 + z_2 + \frac{z_2^2}{2!} + \frac{z_2^3}{3!} + \cdots$ の2式をかけた時、

等しいことを示す。

p, q を自然数とし、z_1^p, z_2^q

$p+q = n$ とし、

$\frac{1}{n!}(z_1+z_2)^n$ で 複素数はどうなるか？

2項定理！ (係数)

Taylor 展開

微分して求める

$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$

微分方程式

$x = x(t)$ とおく (tを独立変数、xを従属変数)

$\boxed{x' = x}$ を満たすとき $x = e^t$

別に

$y = y'$　　$y = y(t)$ とする

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{e^t} \xRightarrow{\text{微分}} \frac{y'e^t - ye^t}{(e^t)^2} = 0$$

$$\therefore \frac{y}{e^t} = k \quad (\text{定数})$$

$$\therefore y = ke^t$$

$t = 0$ のとき　$y(0) = ke^0 = k$.

⇓

時刻0にどこにいたか?

∴ kを<u>初期値</u>という.

初期値問題は一意的に解ける!

常微分方程式において成り立つ現象 (法則)

⇑

力学系入門 1~2pに書いてある.

No. 4

Date 2008 · 05 · 16

kock - Lawvere の公理 (微分の出発点)

$$x(t+d) = x(t) + x'(t)\,d \qquad (d \in D)$$

$x(0) = k$ とする

$t = 0 \qquad x = k$

$d_1 \qquad x(d_1) = x(0) + x'(0)d_1 = k + kd_1 = \underline{k(1+d_1)}$

$d_1 + d_2 \qquad x(d_1+d_2) = x(d_1) + x'(d_1) = k(1+d_1) + k(1+d_1)d_2$

$$= \underline{k\{(1+(d_1+d_2)+d_1d_2\}}$$

$d_1 + d_2 + d_3 \qquad x(d_1+d_2+d_3) = x(d_1+d_2) + x'(d_1+d_2)d_3$

$$= x(d_1+d_2)(1+d_3)$$

$$= k\{1+(d_1+d_2)+d_1d_2\}(1+d_3)$$

$$= k\{1+(d_1+d_2+d_3)+(d_1d_2+d_1d_3+d_2d_3)+d_1d_2d_3\}$$

$d_1 \in D_1$

$d_1 + d_2 \in D_2 \qquad = k\left(1+d+\frac{d^2}{2!}+\frac{d^3}{3!}\right)$

$d_1 + d_3 \in D_3$

repor II D_n のとき を示す!

No. 5

Date 2008・05・16

2階の微分方程式

$y = \sin x$

$y' = \cos x$

$y'' = -y$

z という新しい変数を導入

$y' = z \iff z' = -y$

↓

2変数の1階の連立微分方程式

$z(0) = L$

$y(d_1) = y(0) + y'(0)d_1 = k + L d_1$　　$z(d_1) = z(0) + z'(0) d_1 = L - k d_1$

report Ⅳ　$d_1 + d_2$, $d_1 + d_2 + d_3$ ではどうなるか？

$\begin{cases} k = 0,\ L = 1 \text{ のとき } y = \sin x \text{ となる} \\ k = 1,\ L = 0 \text{ のとき } y = \cos x \text{ となる} \end{cases}$

⇓

初期値の設定で、関数で決まる。

5回目

西村先生・みなさま:

今日の4限、「基礎数学」(西村先生)の5回めを聴講しました。
出席者は、91名＋TA1名(桑田)＋教員1名(私)です。ちなみに
昨年度の「基礎数学」5回め講義の出席者は49名でした。

内容は、
- 指数法則が複素数でも成り立つこと(レポート課題I)
- sin xのテーラー展開の各項を微分すればcos xになること。
- x'=xという形の微分方程式。初期値問題が一意的に解けること。
- 近代以降は、諸科学で、様々な法則を微分方程式で表現するように
  なった。それ以前は、原因と結果という図式で法則が考えられていた。
- y''=-yという形の微分方程式。2変数1階連立微分方程式にできること。

などです。

sin xのテーラー展開の各項を微分すればcos xになることの説明
で、どよめきがおき、「考えてもみなかった」とつぶやく学生が
いました。

体育後の、気持ちいい晩春の昼下がりですから、眠気が襲うところ
ですが、西村先生が式の板書とともに説明されている間は、ほとんど
居眠りする学生はおりませんでした。が、口頭での説明が少し続くと、
眠りに落ちる学生がおります。

次回は線形代数に入るそうです。

「物理学」授業も、次回に運動方程式を導入するところですので、
よいかんじで同期していると思います。「化学実験」で微分方程式
が出てくるのも、来週くらいでしょうか。

--
奈佐原　顕郎　(旧姓西田)
筑波大学農林工学系