No.

Date 2009. 2. 6

基礎数学 　50人 + 中西(TA) + 寺信原

ベクトル解析 ($\mathbb{R}^3$ 空間) には 2つのやり方がある:

古典的　スカラー場 $\xrightarrow{\text{grad}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{rot}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{div}}$ スカラー場

$\updownarrow$ 　$\updownarrow$ 　$\updownarrow$ 　$\updownarrow$ 　$\updownarrow$ 　$\updownarrow$ 　$\updownarrow$

微分形式　0次の微分形式 $\xrightarrow[d]{}$ 1次の微分形式 $\xrightarrow[d]{}$ 2次の微分形式 $\xrightarrow[d]{}$ 3次の微分形式

d : 外微分

0次の微分形式 $f \xrightarrow{d} df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$

1次の微分形式 $\omega = f\,dx + g\,dy + h\,dz$

$\xrightarrow{d} d\omega = df \wedge dx + dg \wedge dy + dh \wedge dz$

2次以降も同様.

外微分や grad, rot, div は. 微積分学の基本定理
がなりたつことをベースに. 自然に導入された。

さて. 数理科学演習でやったように.

$\mathrm{rot} \circ \mathrm{grad} = 0$

$\mathrm{div} \circ \mathrm{rot} = 0$

↑ ∘は「合成」

〜 これらは. $d \circ d = d^2 = 0$
と言っているのと同じ。

そうなることをたしかめよう!

No.

Date

fは0次微分形式（スカラー場）

$$d^2 f = d(\underbrace{df}_{1次微分形式}) = d\left(\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz\right)$$

$$= \left(d\frac{\partial f}{\partial x}\right)\wedge dx + \left(d\frac{\partial f}{\partial y}\right)\wedge dy + \left(d\frac{\partial f}{\partial z}\right)\wedge dz$$

$$= \left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial x}dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}d + \frac{\partial^2 f}{\partial z\partial x}dz\right)\wedge dx$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}dx + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial y}dy} + \frac{\partial^2 f}{\partial z\partial y}dz\right)\wedge dy$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}dy + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial z\partial z}dz}\right)\wedge dz$$

$dz\wedge dz = 0$ より

$$= \left(-\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\right)dx\wedge dy$$

$$+ \left(-\frac{\partial^2 f}{\partial z\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}\right)dy\wedge dz$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z\partial x} - \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}\right)dz\wedge dx$$

$dy\wedge dx = -dx\wedge dy$
$dz\wedge dy = -dy\wedge dz$
$dx\wedge dz = -dz\wedge dx$ より.

$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z\partial y}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial z\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}$ より

$= 0$。 つまり: $d(df) = 0$.

これは、rot ∘ grad = 0 ということ。

ωは1次微分形式（ベクトル場）

$\boxed{d(d\omega) = 0 \text{ になることを示せ。}}$

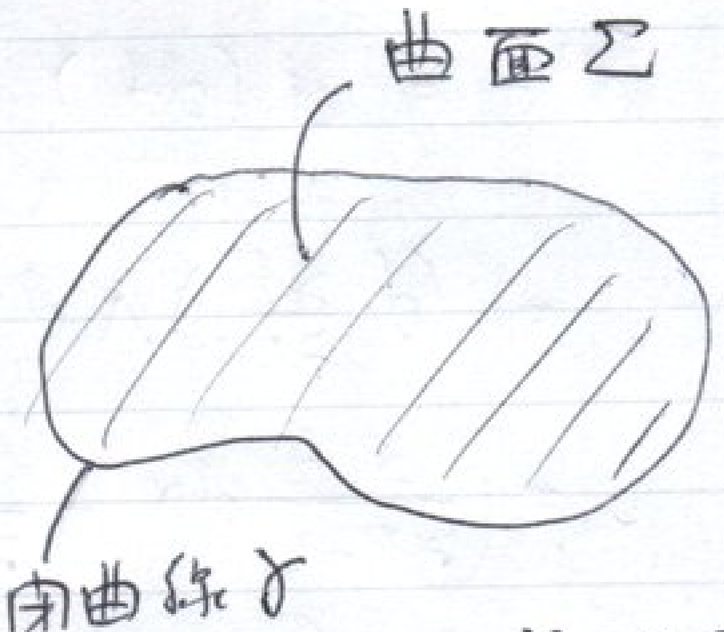
レポート課題 1

→ この逆をかんがえよう…

1次の微分形式 ω が、$d\omega = 0$ を満たすならば…
ある0次の微分形式（スカラー場）があって、$\omega = df$
とできるか？

ここで、数学の定理ー

> 空間の中に閉曲線があると、それを境界とするような曲面が存在する。



$\gamma = \partial\Sigma$

ー 数学的な証明はめんどう。
物理的には、ハリガネでその閉曲線を作って、せっけん水につけてひきあげると膜ができる。
その膜をかんがえればよい。

Stokesの定理より、 $\displaystyle\int_\gamma \omega = \int_\Sigma d\omega$

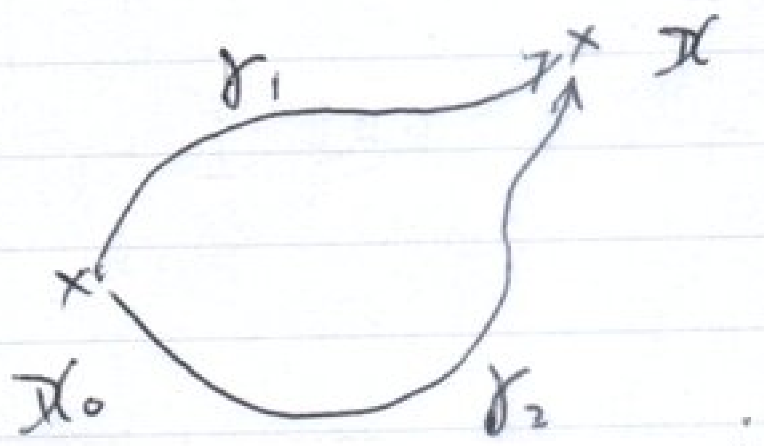
いま、$d\omega = 0$ となるようなωをかんがえているので

$$\int_\gamma \omega = \int_\Sigma \underbrace{d\omega}_{=0\ (\text{恒等的に})} = 0$$

つまり、どのような閉曲線γについても、

$$\int_\gamma \omega = 0.$$

いま、点x_0を空間に固定する。



x_0から点xへの道を2つかんがえる。(γ_1, γ_2)

$x_0 \xrightarrow{\gamma_1} x \xrightarrow{\gamma_2} x_0$ という道は閉曲線 γ

$$\therefore\ 0 = \int_\gamma \omega = \int_{\gamma_1} \omega - \int_{\gamma_2} \omega$$

$\displaystyle\therefore \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega$ $\quad\therefore$ x_0からxへの道によらず一定。

そこで、$f(x) = \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega$ という$\overbrace{\text{関数}}^{f(x)}$を考える。

ところで、ωは1次の微分形式だから、

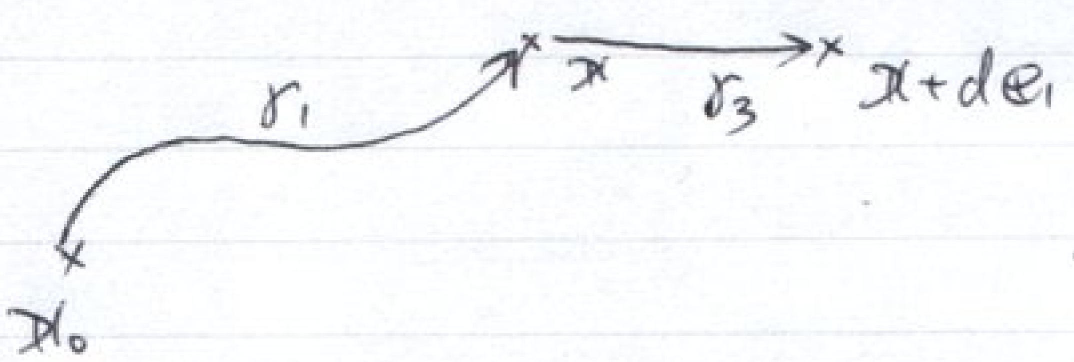
$\omega = g_1\,dx + g_2\,dy + g_3\,dz$ と書ける。 ……(☆)

ところで、そもそも、

$$f(x + d e_1) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d$$

つまり、

$$f(x + d e_1) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d$$ だった。



γ_1とγ_3をあわせてγとすると、

$$\int_{\gamma} \omega = f(x + d e_1)$$

$$\int_{\gamma_1} \omega = f(x)$$

$$\therefore f(x + d e_1) - f(x) = \int_{\gamma} \omega - \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_3} \omega$$

$$= \omega(x)(e_1)\, d$$

(!)

$$= (g_1\,dx + g_2\,dy + g_3\,dz)(e_1)\, d$$

$$= g_1 \cdot 1 \cdot d = g_1\, d$$

ひとしい!!

$\therefore\ g_1 = \frac{\partial f}{\partial x}$。同様に、$g_2 = \frac{\partial f}{\partial y}$、$g_3 = \frac{\partial f}{\partial z}$。

No.

Date

よって、(★)より、

$$\omega = \underbrace{\frac{\partial f}{\partial x}}_{g_1} dx + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial y}}_{g_2} dy + \underbrace{\frac{\partial f}{\partial z}}_{g_3} dz$$

$$= df$$

とできる!

基礎数学

2009/02/06

ベクトル解析　$\mathbb{R}^3$(空間)

古典的　スカラー場 $\xrightarrow{grad}$ ベクトル場 $\xrightarrow{rot}$ ベクトル場 $\xrightarrow{div}$ スカラー場

微分形式　0次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 1次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 2次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 3次の微分形式

の2つのやり方がある。

対応している

外微分

動機づけ

ω : = 1次の微分形式

$\Rightarrow d(d(\omega)) = 0$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

$$\omega = f dx + g dy + h dz$$

$(f_1 dx + f_2 dy + f_3 dz$ と同じこと

$$\boxed{d\omega = df \wedge dx + dg \wedge dy + dh \wedge dz}$$

覚えることは何もない

無限小のレベルで考える

合成

$$rot \circ grad = 0 \qquad d \circ d = d^2 = 0$$

$$div \circ rot = 0$$

$$d^2 f = d(df)$$

$$= d\left(\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz\right)$$

$$= \left(d\frac{\partial f}{\partial x}\right)\wedge dx + \left(d\frac{\partial f}{\partial y}\right)\wedge dy + \left(d\frac{\partial f}{\partial z}\right)\wedge dz$$

$$= \left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}dx} + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}dy + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}dz\right)\wedge dx$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}dy \wedge dx$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}dx + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y}dy} + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y}dz\right)\wedge dy$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}dx \wedge dy$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}dy + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial z}dz}\right)\wedge dz$$

$= 0$ — 全部 cancel out するから 0 になる。

くさび形積は
$dx \wedge dy = -dy \wedge dx$
交換すると符号がかわる

$dx \wedge dx = 0$

$=0$

$d(d\omega) = 0$ になることを示す レポート①

1次の微分形式

空間全体で定義されているようなもの

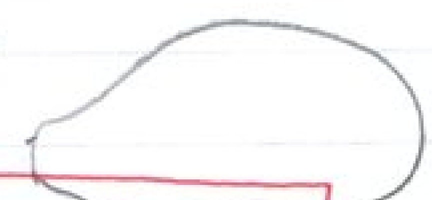
今のハナシの逆を考える。

それを外微分すると

状況： 1次の微分形式 ω with $\boxed{d\omega = 0}$ ← 0になる

問題：
この時、あるスカラー場 f があって、 $\omega = df$ となるか？ ☆
0次の微分形式

出発点と終点が同じ



こんな感じ

定理

空間の中に閉曲線があると、それを境界とするような曲面が存在する。

物理的証明： はりがね(わっかを)つくってみて
せっけんすいのもとにつけると、

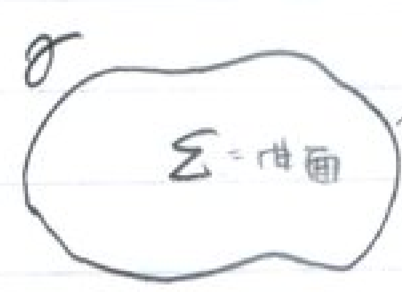
まくができる。
曲面

Stokes の定理

$$\int_\gamma \omega = \int_\Sigma d\omega$$
$$\gamma = \partial\Sigma \qquad d\omega = 0$$

曲面

0のものを面積分しても0

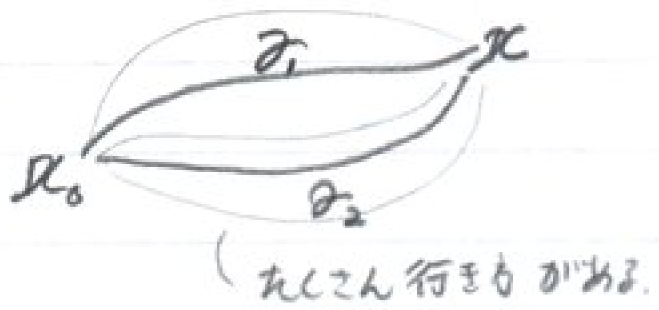


$dx\,dy$ とは書けない

$dx \wedge dy$ とかく

〜を入れてあげる。

x_0 （空間の中に固定）



たくさん行き方がある。

x_0 から x への任意の道 (path) を考える。

$$\int_\gamma \omega$$

γ は x_0 から x への道

$$f(x) = \int_\gamma \omega$$

一次の微分形式

γ_1 と γ_2 の2つの道があったとして、γ_1 で行って、γ_2 で逆走する。

↳ 閉曲線ができる。

$$\boxed{\int_{\gamma_1} \omega - \int_{\gamma_2} \omega = 0}$$

つまり、$\int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega$

どんな γ でもいい。

$dw = 0$ 条件

$dw = 0$ になることに仮定した

$\int_{\gamma_1} \omega + \left(-\int_{\gamma_2} \omega\right)$ という線積分。

$$\int_{\gamma_1} \omega + \left(-\int_{\gamma_2} \omega\right)$$

$$= \int_{\Sigma} dw = 0$$

中身全部　0 　$dw = 0$ という条件により、

＊ $\omega = g_1 dx + g_2 dy + g_3 dz$

df をとったとき、これが出てくるか？

$df = g_1 dx + g_2 dy + g_3 dz$ がほしい。

$$\frac{\partial f}{\partial x} = g_1 ?,\quad \frac{\partial f}{\partial y} = g_2 ?,\quad \frac{\partial f}{\partial z} = g_3 \quad になるか？$$

を確認すればいい。これが言えれば ok

仕事が0になる。どんなルートを通っても、0になる。

$$\boxed{f(x + d e_1) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d}$$

(i)

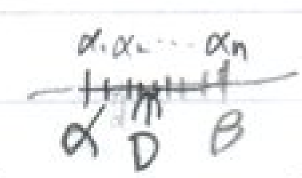
どの道でもいい

de_1 へ直線で動く

└ 無限小の距離で動いている。

線積分

$[\alpha, \beta] \to \mathbb{R}^3$

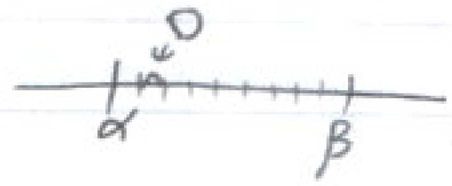


$g_1(x)\, d$ が出てくる…… ???

線積分により。

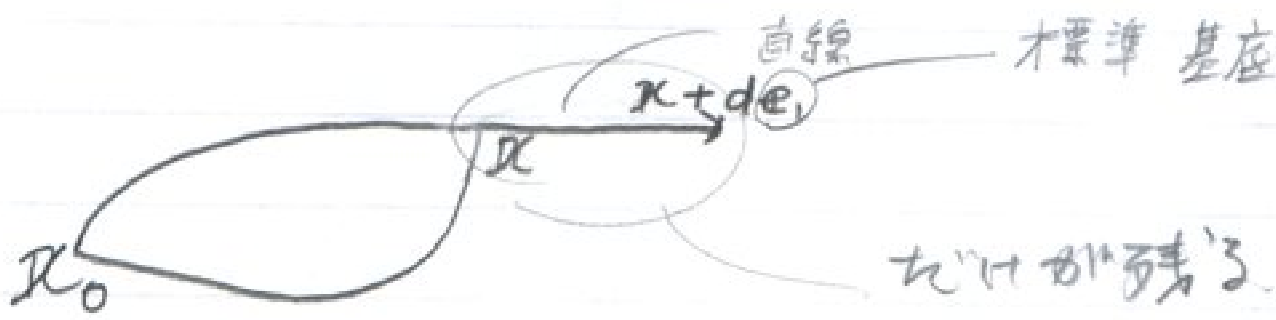
線積分

$[\alpha, \beta] \longrightarrow \mathbb{R}^3$

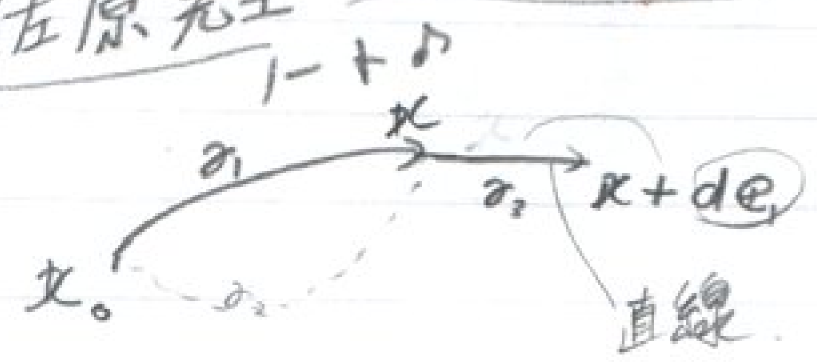


$\alpha_{i+1} - \alpha_i = d_i$

$\omega(\gamma(\alpha_i))(\gamma'(\alpha_i))\, d_i$



奈佐原先生



γ_1とγ_3をあわせてγとすると、

$$\int_\gamma \omega = f(x+de_1)$$

$$\int_{\gamma_1} \omega = f(x)$$

$$\underline{f(x+de_1) - f(x)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x)d$$

$$= \int_\gamma \omega - \int_{\gamma_1} \omega$$

1周まわったら 0になる

$$= \int_{\gamma_3} \omega$$

$$= \omega(x)(e_1)\, d$$

$$= (g_1 x\, dx + g_2 x\, dy + g_3 x\, dz)(e_1)\, d$$

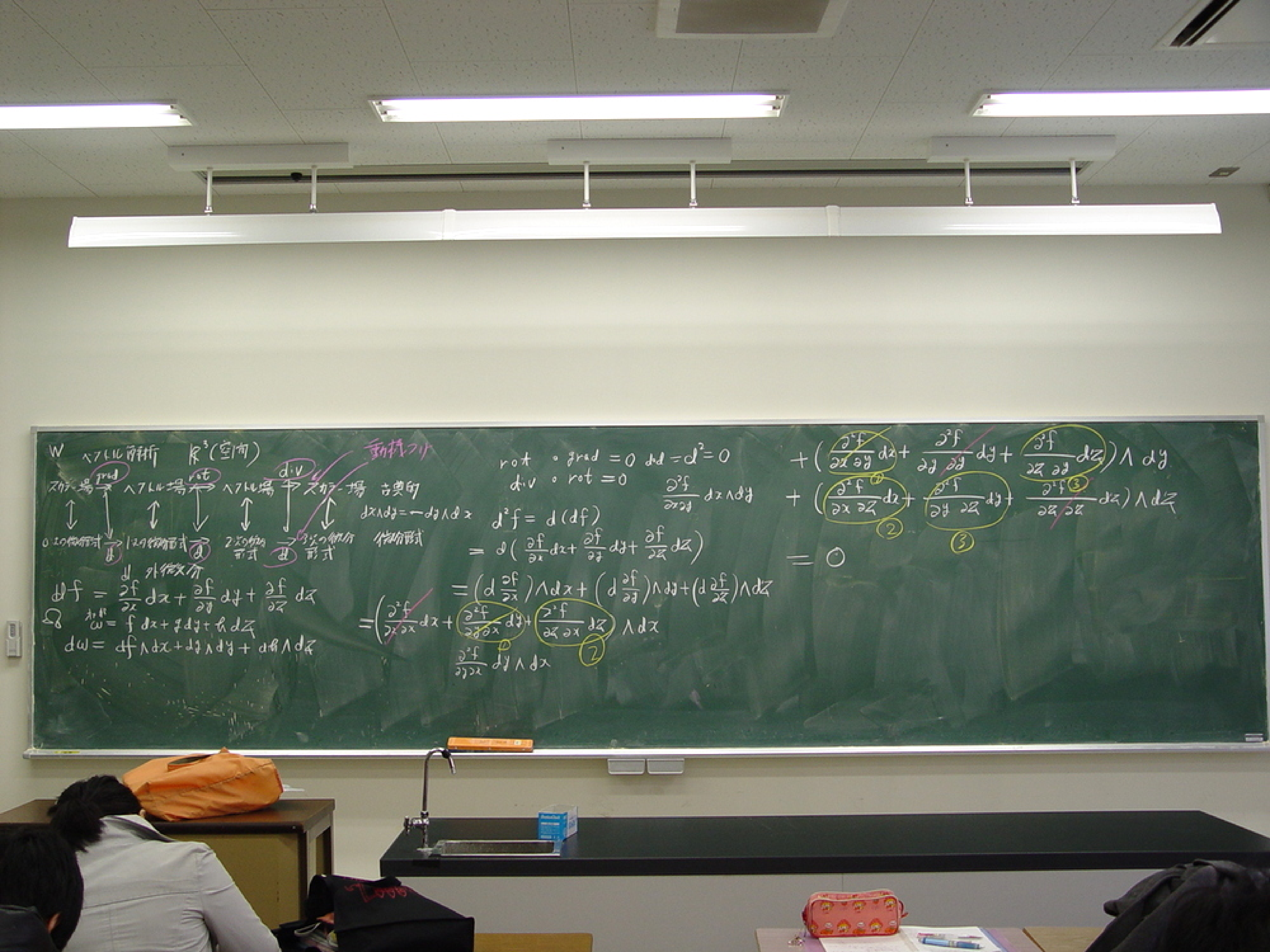
$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$= g_1(x)\, 1\, d$$

$$= g_1(x)\, d$$

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial x}(x) = g_1(x)}$$

ということ



W ベクトル解析 $\mathbb{R}^3$(空間)
動機づけ
スカラー場 $\xrightarrow{\text{grad}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{rot}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{div}}$ スカラー場 古典的
0次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 1次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 2次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 3次の微分形式 微分形式
d 外微分
$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$
$\omega = f\,dx + g\,dy + h\,dz$
$d\omega = df \wedge dx + dg \wedge dy + dh \wedge dz$
$dx \wedge dy = -dy \wedge dx$
rot ∘ grad = 0 $dd = d^2 = 0$
div ∘ rot = 0
$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx \wedge dy$
$d^2 f = d(df)$
$= d\left(\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz\right)$
$= \left(d\frac{\partial f}{\partial x}\right)\wedge dx + \left(d\frac{\partial f}{\partial y}\right)\wedge dy + \left(d\frac{\partial f}{\partial z}\right)\wedge dz$
$= \left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}dx} + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}}dy + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}dz\right)\wedge dx$
$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} dy \wedge dx$
$+\left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}}dx + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y}dy} + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y}dz\right)\wedge dy$
$+\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}dy + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial z}dz}\right)\wedge dz$
② ③ ② ③
$= 0$

W ベクトル解析 $\mathbb{R}^3$ (空間)

動機づけ

$\mathrm{rot} \circ \mathrm{gr}$

$\mathrm{div} \circ \mathrm{ro}$

$$\begin{tikzcd}
\text{スカラー場} \arrow[r, "\mathrm{grad}"] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{ベクトル場} \arrow[r, "\mathrm{rot}"] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{ベクトル場} \arrow[r, "\mathrm{div}"] \arrow[d, leftrightarrow] & \text{スカラー場} \arrow[d, leftrightarrow] & \text{古典的} \\
\text{0次の微分形式} \arrow[r, "d"] & \text{1次の微分形式} \arrow[r, "d"] & \text{2次の微分形式} \arrow[r, "d"] & \text{3次の微分形式} & \text{微分形式}
\end{tikzcd}$$

d 外微分

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

オメガ

$$\omega = f\, dx + g\, dy + h\, dz$$

$$d\omega = df \wedge dx + dg \wedge dy + dh \wedge dz$$

$$dx \wedge dy = - dy \wedge dx$$

$$d^2 f = d(df$$

$$= d\left(\frac{\partial f}{\partial x} dx +\right.$$

$$= \left(d \frac{\partial f}{\partial x}\right) \wedge dx +$$

$$= \left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}} dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} dy + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}\right.$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} dy \wedge dx$$

ot $\circ$ grad $= 0$ $\quad d \circ d = d^2 = 0$

div $\circ$ rot $= 0$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx \wedge dy$$

$f = d(df)$

$\left(\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz \right)$

$\frac{f}{x} \Big) \wedge dx + \left(d \frac{\partial f}{\partial y} \right) \wedge dy + \left(d \frac{\partial f}{\partial z} \right) \wedge dz$

$y + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} dz \Big) \wedge dx$

2

$\wedge dx$

$$+ \left(\cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx} + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y} dy} + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} dz \right) \wedge dy$$

1

$$+ \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} dx + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} dy + \cancel{\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial z} dz} \right) \wedge dz$$

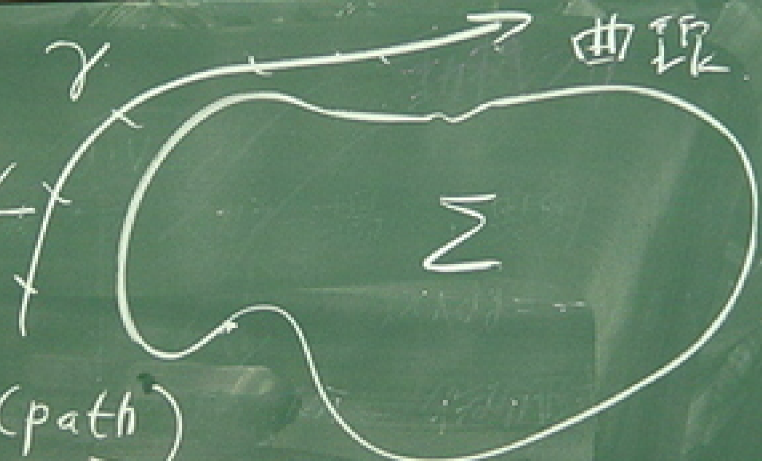
3

2 $\quad$ 3

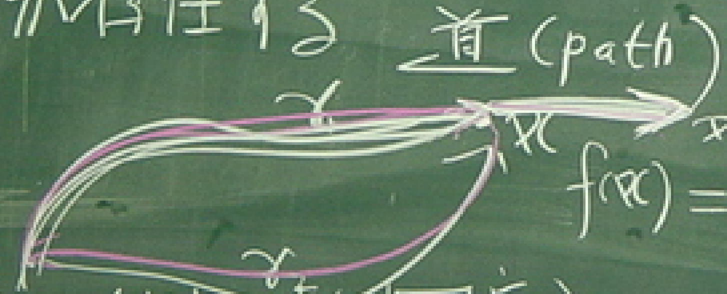
$$= 0$$

定理
空間の中に閉曲線があると
それを境界とするような
曲面が存在する
物理的
証明
曲線
Σ
道 (path)
$f(x) = \int_\gamma \omega$
$\int_{\gamma_1} \omega - \int_{\gamma_2} \omega = 0$
x_0 (空間の中に固定)
γ は x_0 から x への道
$f(x + d e_1) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x) d$
$x_{n+1} - x_n = d_1$
$[\alpha, \beta]$
$d(d\omega) = 0$ になることを示せ
$d(df) = 0$
逆を考える
状況: 1次の微分形式 ω with $d\omega = 0$
条件
問題 あるスカラー場 0次の微分形式 f があって $\omega = df$ となるか?
$\omega = g_1 dx + g_2 dy + g_3 dz$
$\frac{\partial f}{\partial x} = g_1$?
$\frac{\partial f}{\partial y} = g_2$?
$\frac{\partial f}{\partial z} = g_3$?
(線)積分
$g_1(x) d$
$\sum_{n=0}^{3M-1} \omega(\gamma(x_n))(\gamma'(x_n)) \int_{\gamma_{d_n}} \omega$
Stokesの定理
$\gamma = \partial\Sigma$
$\int_\gamma \omega = \int_\Sigma d\omega$

定理
空間の中に閉曲線があると
それを境界とするような
曲面が存在する



物理的証明



x_0 (空間の中に固定)

γはx_0からxへの道

$f(x) = \int_\gamma \omega$ $\qquad \int_{\gamma_1} \omega - \int_{\gamma_2} \omega = 0$ $\qquad \omega = g_1 dx + g_2 d$

$D \ni df$ $\qquad f(x + d e_1) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x) d$

$\alpha_{i+1} - \alpha_i = d_i$ $\qquad [\alpha, \beta] \longrightarrow \mathbb{R}$ $\sum_{i=0}^{n-1}$

$d(d\omega) = 0$ になること

1次の微分形式

逆を考える

状況: 1次の微分形式 ω

問題 あるスカラー場 f

0次の微分形式

$(d\omega) = 0$ になることを示せ ＋ Ｉ $d(df) = 0$

1次の微分形式

考える

定：1次の微分形式 ω with $\boxed{d\omega = 0}$ 条件

ある スカラー場 f があって $\omega = df$ となるか？

0次の微分形式

0 $\quad \omega = g_1 dx + g_2 dy + g_3 dz$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d$ $\quad g_1(x)\, d$ $\quad d\theta_i$

$[\alpha, \beta] \longrightarrow \mathbb{R} \sum_{i=0}^{3n-1} \omega(\gamma(\alpha_i))(\gamma'(\alpha_i)) \int_{\gamma_{d_i}} \omega$

Stokesの定理 $\quad \gamma = \partial\Sigma$

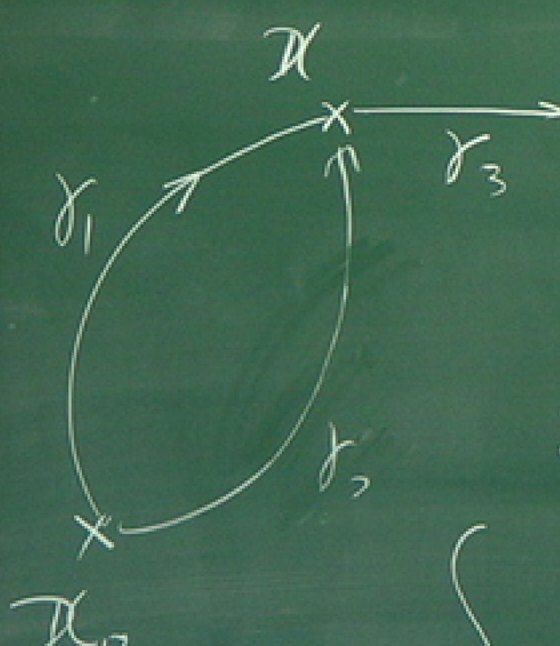
$$\int_\gamma \omega = \int_\Sigma d\omega$$

$$\begin{array}{c} \| \\ 0 \end{array}$$

$\frac{\partial f}{\partial x} = g_1$ ？ $\quad \frac{\partial f}{\partial y} = g_2$ ？ $\quad \frac{\partial f}{\partial z} = g_3$ ？

(線)積分

x
$x + d\,e_1$
γ_1
γ_3
γ_2
x_0
γ_1とγ_3を
あわせてγとすると
$\int_{\gamma} \omega = f(x + d e_1)$
$\int_{\gamma_1} \omega = f(x)$
$f(x + d e_1) - f(x)$
$= \int_{\gamma} \omega - \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_3} \omega$
$\frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d$
$= \omega(x)(e_1)\, d$
$= (\underbrace{g_1}_{(x)} dx + \underbrace{g_2}_{(x)} dy + \underbrace{g_3}_{(x)} dz)(e_1)\, d$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$= g_1(x)\, 1\, d = g_1(x)\, d$



γ_1とγ_3を
あわせてγとすると.

$$\int_{\gamma} \omega = f(x + d e_1)$$

$$\int_{\gamma_1} \omega = f(x)$$

$$\underline{f(x + d e_1) - f(x)}$$

$$= \int_{\gamma} \omega - \int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_3} \omega$$

$$\underline{\frac{\partial f}{\partial x}(x)\, d}$$

$$= \int_{\gamma_3} \omega$$

$$= \omega(x)(e_1)d$$

$$= \left(\underbrace{g_1}_{(x)} dx + \underbrace{g_2}_{(x)} dy + \underbrace{g_3}_{(x)} dz\right)(e_1)\,d$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= g_1(x)\,1\,d = g_1(x)d$$

27回目

西村先生・みなさま:

本日02/06の3限、「基礎数学」(西村先生)の3学期7回め(通算27回め)を
聴講しました。教室は1E203です。出席者は、50名(前回は50名;昨年同期
は30名)+TA1名(中西さん)+教員1名(私)です。

内容は,

- 0次微分形式fについてd(df)=0となること(つまりrot grad=0)の証明
- 1次微分形式ωについてd(dω)=0となることは宿題。
- dω=0となる一次微分形式ωに対してω=dfとなる0次微分形式fが存在すること。

などについてでした。

後半、板書があちこち飛んだこと・外微分作用素のdを太字で書かれたり細字で
書かれたりしたこと・微小区間の線積分でひさびさに冪零無限小のdがあらわれ
たこと等から、混乱が生じたかもしれません。

最後に示された、「dω=0ならω=df」のfが、スカラーポテンシャルに
対応することを、学生は気づいてくれたでしょうか。線積分が経路によら
ないベクトル場や、スカラーポテンシャル、そのgrad、rot, といった話題
は、物理学・数理科学演習で、何回も繰り返し現れた話題で、それらが最後に
微分形式で整理されるのは、1年生の数学・物理学の完結として美しいありかた
だと思います。

--
奈佐原　顕郎　(旧姓西田)
筑波大学農林工学系