No.

Date 2008. 12. 26

基礎数学　　41人 + ナサハラ + 中井

ベクトル解析(古典的)		微分形式	「外微分作用素」
スカラー場	⟷	0次の微分形式	
grad ↓	⟷	↓ d	
ベクトル場	⟷	1次 〃	
rot ↓	⟷	↓ d	
ベクトル場	⟷	2次 〃	
div ↓	⟷	↓ d	
スカラー場	⟷	3次 〃	

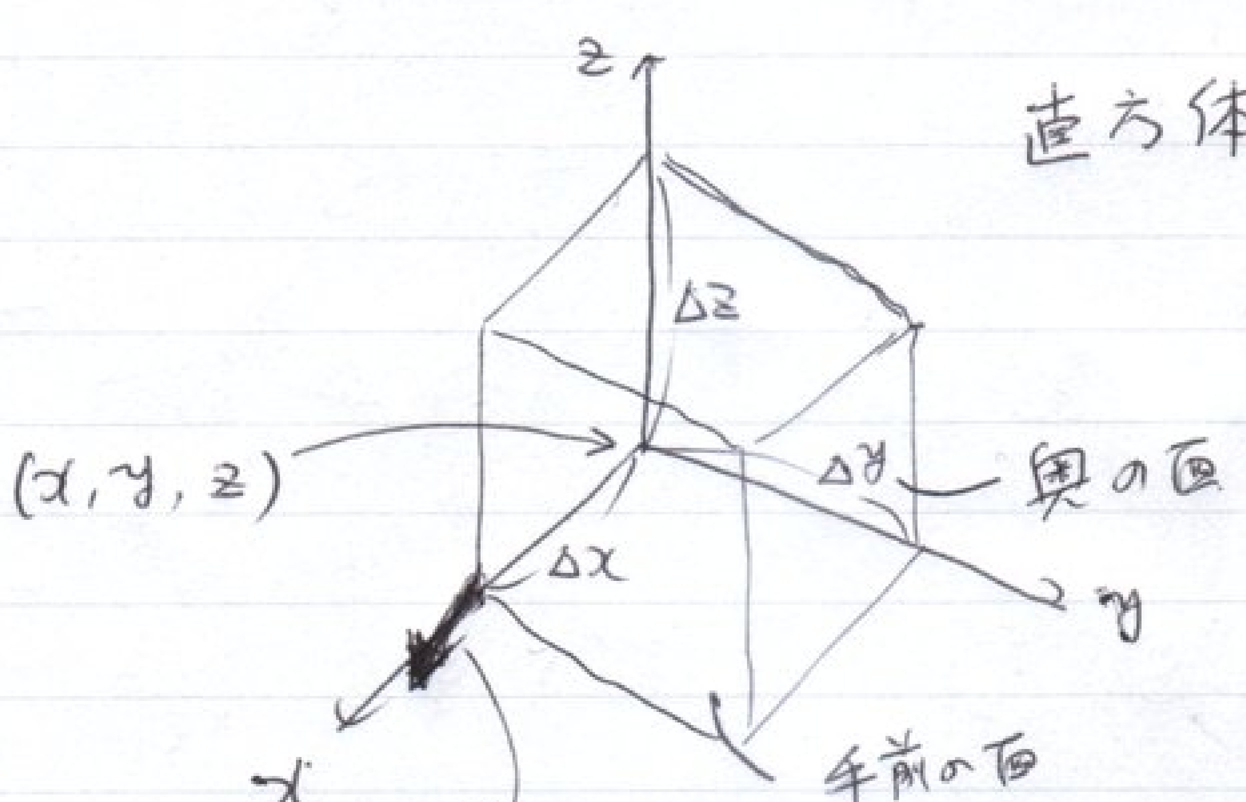
古典的なやり方と微分形式と、それぞれ一長一短。

たとえば、div を天下りに定義する：

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix} \qquad \operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}$$

何のまえぶれも説明も無く

でも、これには出所がある。 $\mathbf{f}$ を流れの場とする。



単位時間にわき出る水量は？

$\left.\begin{matrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{matrix}\right\}$ 非常に小さいと考える。

$$\begin{pmatrix} f(x+\Delta x, y, z) \\ g(x+\Delta x, y, z) \\ h(x+\Delta x, y, z) \end{pmatrix}$$

No.
Date

手前の面から出て行くのは、$f(x+\Delta x, y, z)\Delta y \Delta z$
奥の面に入ってくるのは、$f(x, y, z)\Delta y \Delta z$

$\underbrace{\text{この2つの面}}_{x\text{軸に垂直な面}}$での収支は、$f(x+\Delta x, y, z)\Delta y\Delta z - f(x,y,z)\Delta y \Delta z$

$$= \{f(x+\Delta x, y, z) - f(x,y,z)\}\Delta y \Delta z$$
$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\Delta x \Delta y \Delta z$$

同様に
y軸に垂直な面を介して、$\frac{\partial g}{\partial y}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$
z軸 〃 $\frac{\partial h}{\partial z}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$

これらぜんぶあわせると、
$$\underbrace{\left\{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z) + \frac{\partial g}{\partial y}(x,y,z) + \frac{\partial h}{\partial z}(x,y,z)\right\}}_{\mathrm{div}\,\mathbb{f}}\underbrace{\Delta x\Delta y\Delta z}_{\text{直方体の体積}}$$

← 単位時間・単位体積あたりのわきだし量
divergence（発散）

しかしながら、「非常に小さい」という話がひっかかる。
ごまかし。良く言えば近似計算。しかし、結果として $\mathrm{div}\,\mathbb{f}$ という考え方は安定している。論法はいいかげんだが、結果は受け入れる、というのが物理の考え方。数学的には…?

→ Δx を $d_1 \in D$
Δy を $d_2 \in D$
Δz を $d_3 \in D$ とおきなおせば OK.

線積分 ⟷ 1次の微分形式の積分
面積分 ⟷ 2次 〃 〃

さて、ωを2次の微分形式とする。すなわち、

$$\omega = f\,dy\wedge dz + g\,dz\wedge dx + h\,dx\wedge dy$$ と書ける。

無限小の平行六面体

$$\gamma : (d_1, d_2, d_3) \in D^3 \longmapsto x + \mathbb{a} d_1 + \mathbb{b} d_2 + \mathbb{c} d_3$$

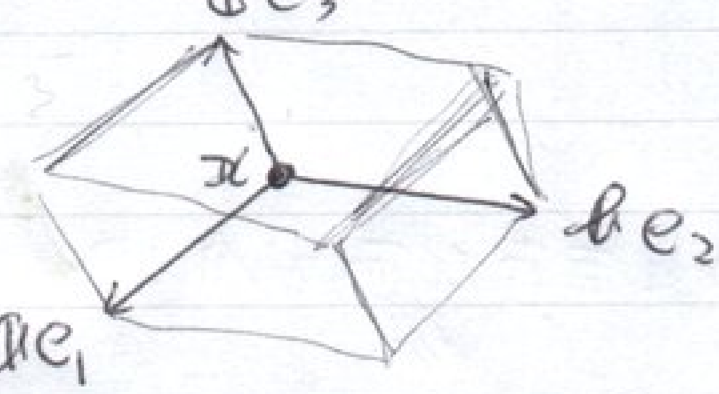
$(x, \mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c} \in \mathbb{R}^3)$

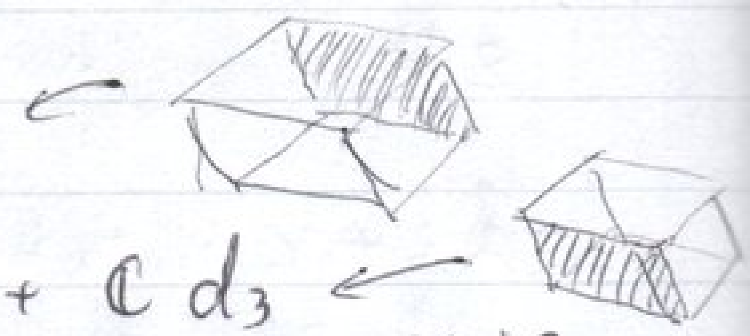
$(e_1, e_2, e_3) \in D^3$を固定。

$0 \le d_1 \le e_1$

$0 \le d_2 \le e_2$

$0 \le d_3 \le e_3$





$\gamma_0^1 : (d_2, d_3) \longmapsto x + \mathbb{b} d_2 + \mathbb{c} d_3$

$\gamma_{e_1}^1 : (d_2, d_3) \longmapsto x + \mathbb{a} e_1 + \mathbb{b} d_2 + \mathbb{c} d_3$

とする。

$\gamma_0^2 :$

$\gamma_{e_2}^2 :$

$\gamma_0^3 :$

$\gamma_{e_3}^3 :$

$$\int_{\partial(\gamma; e_1, e_2, e_3)} \omega =$$

$$-\int_{(\gamma_0^1; e_2, e_3)} \omega + \int_{(\gamma_{e_1}^1; e_2, e_3)} \omega$$

$$+\int_{(\gamma_0^2; e_1, e_3)} \omega + \int_{(\gamma_{e_2}^2; e_1, e_3)} \omega$$

$$-\int_{(\gamma_0^3; e_1, e_2)} \omega + \int_{(\gamma_{e_3}^3; e_1, e_2)} \omega$$

$$
\begin{aligned}
= & -\left\{ f(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3 \\
& + \left\{ f(\mathbb{x}+\mathbb{a}e_1) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}+\mathbb{a}e_1) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}+\mathbb{a}e_1) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3 \\
& + \left\{ f(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3 \\
& - \left\{ f(\mathbb{x}+\mathbb{b}e_2) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}+\mathbb{b}e_2) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}+\mathbb{b}e_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3 \\
& - \left\{ f(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2 \\
& + \left\{ f(\mathbb{x}+\mathbb{c}e_3) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(\mathbb{x}+\mathbb{c}e_3) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(\mathbb{x}+\mathbb{c}e_3) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2
\end{aligned}
$$

この計算を完成せよ。 レポート課題Ⅱ

基礎数学 (4)　　　　2008/12/26

ベクトル解析

┗ には二通りある：

役者

古典的		微分形式
スカラー場	⟷	0次の微分形式
grad ↓		↓ d
ベクトル場	⟷	1次の微分形式
rot ↓		↓ d
ベクトル場	⟷	2次の微分形式
div ↓		↓ d
スカラー場	⟷	3次の微分形式

外微分作用素

d — 対応するもの

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$

x成分なら f というスカラー場が出てくる(?)

$\parallel$

$\mathbf{f}(x)$

divergence

なんの説明もなく

天下り

発散の定義：

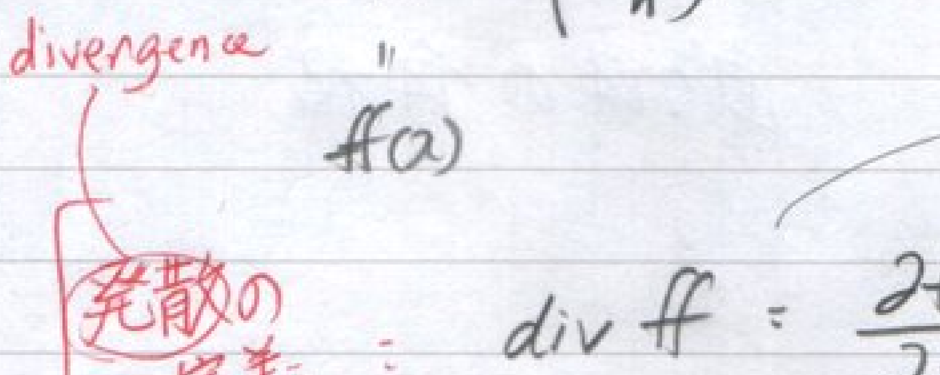
$$\operatorname{div}\mathbf{f} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}$$

（これはどこから来たか？

ベクトル場

┗ を流れの場と考える。

直方体を考えてみる



単位時間あたりに出てくる水量は？

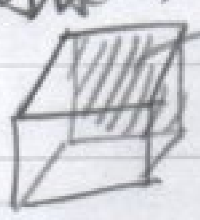
この面から出てくる水量は

$$\begin{pmatrix} f(x+\Delta x, y, z) \\ g(x+\Delta x, y, z) \\ h(x+\Delta x, y, z) \end{pmatrix}$$

$\left.\begin{matrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\end{matrix}\right\}$ 非常に小さい。

$$f(x+\Delta x, y, z)\,\Delta y\,\Delta z$$

同様に、



このおくの面の場合：

$$-f(x,y,z)\Delta y\Delta z.$$

$\left.\begin{matrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\end{matrix}\right)$ 非常に小さい

↓

近似計算

ごまかしている。

つまり

$$f(x+\Delta x,y,z)\Delta y\Delta z-f(x,y,z)\Delta y\Delta z$$

$$=\{f(x+\Delta x,y,z)-f(x,y,z)\}\Delta y\Delta z$$

$$=\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$$

y軸の面に垂直な2つの面について やれば

$$+\frac{\partial g}{\partial y}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$$

z軸の面に垂直な2つの面について：

$$+\frac{\partial h}{\partial z}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$$

直方体の体積

単位時間に単位体積あたりに出る水の量。

$D\ni d_1$ Δx

$D\ni d_2$ Δy

$D\ni d_3$ Δz) 非常に小さい。

直方体

$d_1d_2d_3$ 体積

$\int_a^{a+d}f(x)dx=f(a)d$ と同じ話で、

ですんだ。

対応している

線積分 $\longleftrightarrow$ 1次の微分形式の積分

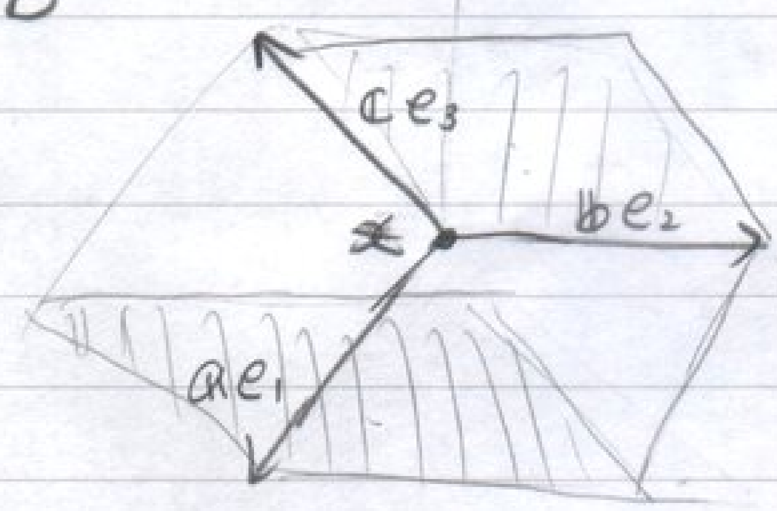
面積分 $\longleftrightarrow$ 2次の微分形式の積分

$$\omega = f\,dy\wedge dz + g\,dz\wedge dx + h\,dx\wedge dy$$ 2次の微分形式

$$(d_1, d_2, d_3) \in D^3 \mapsto x + \mathbb{a}d_1 + \mathbb{b}d_2 + \mathbb{c}d_3 \qquad (x, \mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c} \in \mathbb{R}^3)$$

無限小の平行六面体

$(e_1, e_2, e_3) \in D^3$



3つのベクトルではられるような平行六面体

6つの面

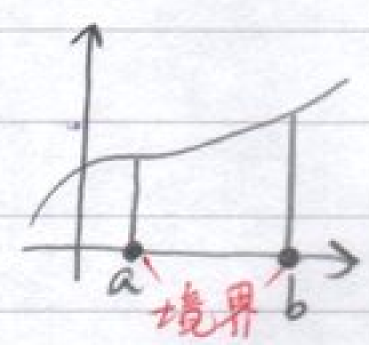
$(\partial; e_1, e_2 e_3)$

どこまでいくか

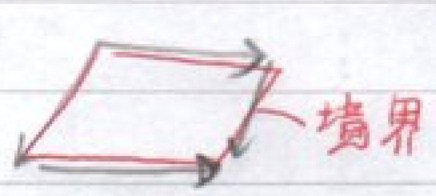
この平行六面体の 境界 を考える.

∂ ← 境界を表している

は6つ出てくる.



前回:



$d_1 = 0$

d_2 0からe_2

d_3 0からe_3

$$\gamma^1_0 : (d_2, d_3) \in D^2 \mapsto x + \mathbb{b}d_2 + \mathbb{c}d_3$$

$$\gamma^1_{e_1} : (d_2, d_3) \in D^2 \mapsto x + \mathbb{a}e_1 + \mathbb{b}d_2 + \mathbb{c}d_3$$

中へ入っていくやつだから(−)

出ていくのは(+)

$$-\int_{(\gamma^1_0;\, e_2, e_3)} \omega + \int_{(\gamma^1_{e_1};\, e_2, e_3)} \omega + \int_{(\gamma^2_0;\, e_1, e_3)} \omega$$

e_2とe_3まで動かす

$$-\int_{(\gamma^2_{e_2};\, e_1, e_3)} \omega - \int_{(\gamma^3_0;\, e_1, e_2)} \omega + \int_{(\gamma^3_{e_3};\, e_1, e_2)} \omega$$

$$= -\left\{ f(x)\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$$

$$+ \left\{ f(x+\mathbb{a}e_1)\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+\mathbb{a}e_1)\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+\mathbb{a}e_1)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$$

$$+ \left\{ f(x)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3$$

$$- \left\{ f(x+\mathbb{b}e_2)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+be_2)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+\mathbb{b}e_2)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3$$

$$- \left\{ f(x)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2$$

$$+ \left\{ f(x+\mathbb{c}e_3)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x+\mathbb{c}e_3)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x+\mathbb{c}e_3)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2$$

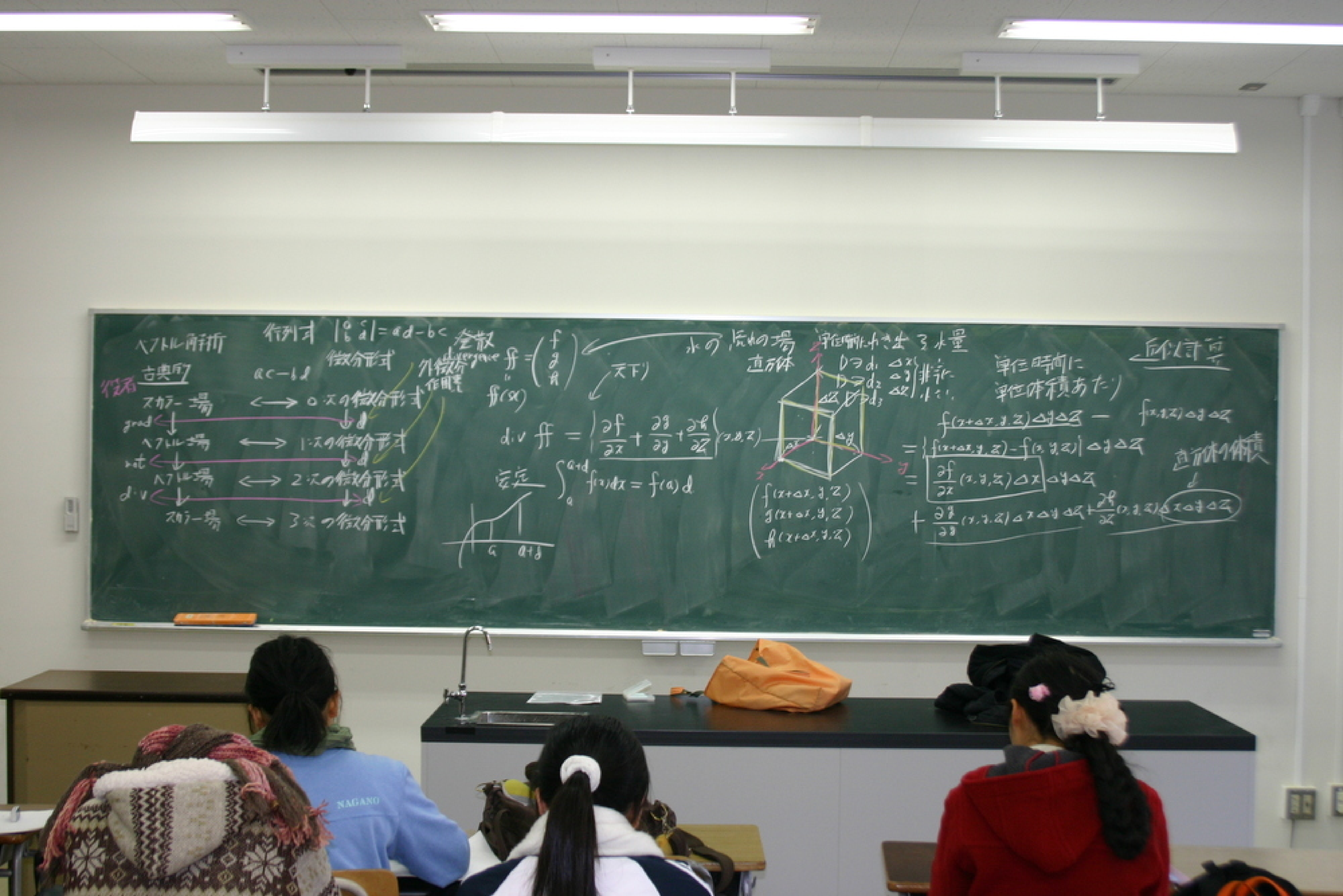
$a_i \ b_j \ c_k$

$3! = 6$.　　$\{i\,j\,k\} = \{1, 2, 3\}$.

＊ **レポートⅡ**

└ 計算してきて，係数を出す．

　　　　└ 絶対値が等しい，



ベクトル解析
行列式
微分形式
発散
divergence
スカラー場 ⟷ 0次の微分形式
grad
ベクトル場 ⟷ 1次の微分形式
rot
ベクトル場 ⟷ 2次の微分形式
div
スカラー場 ⟷ 3次の微分形式
水の流れの場
直方体
単位時間に
単位体積あたり
近似計算
直方体の体積
NAGANO

ベクトル解析

行列式 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$

$ac - bd$

微分形式

外微分作用素

発散 divergence

$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$

$\mathbf{f}(x)$

水の流れの

直

天下り

従来 古典的

スカラー場 $\longleftrightarrow$ 0次の微分形式

grad $\downarrow$ $\downarrow d$

ベクトル場 $\longleftrightarrow$ 1次の微分形式

rot $\downarrow$ $\downarrow d$

ベクトル場 $\longleftrightarrow$ 2次の微分形式

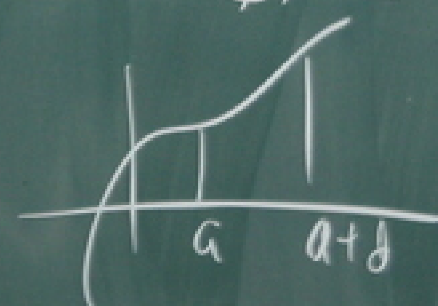
div $\downarrow$ $\downarrow d$

スカラー場 $\longleftrightarrow$ 3次の微分形式

$$\mathrm{div}\, \mathbf{f} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} \right\}(x, y, z)$$

安定

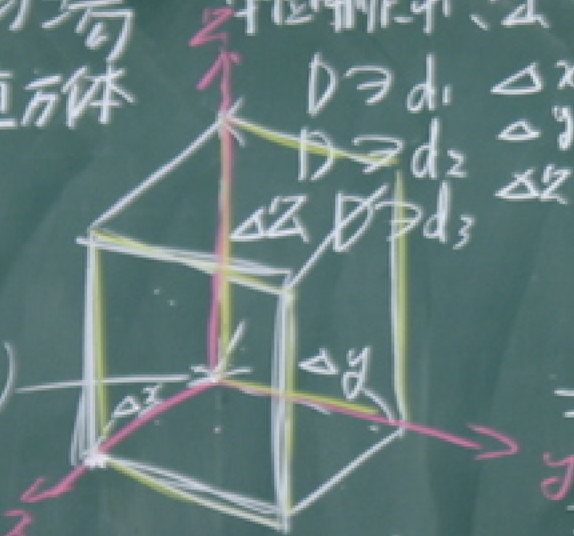
$$\int_a^{a+d} f(x)\,dx = f(a)\,d$$



水の流れの場　単位時間にわき出る水量

直方体

天下り



$\left.\begin{matrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\end{matrix}\right\}$ 非常に小さい

単位時間に
単位体積あたり

近似計算

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial g}{\partial y}+\frac{\partial h}{\partial z}\right)(x,y,z)$$

$$\int f(x)dx = f(a)d$$

$$\begin{pmatrix} f(x+\Delta x, y, z)\\ g(x+\Delta x, y, z)\\ h(x+\Delta x, y, z)\end{pmatrix}$$

$$f(x+\Delta x, y, z)\Delta y\Delta z - f(x,y,z)\Delta y\Delta z$$

$$= \{f(x+\Delta x, y, z) - f(x,y,z)\}\Delta y\Delta z$$

$$= \boxed{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\Delta x}\,\Delta y\Delta z$$

$$+ \frac{\partial g}{\partial y}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z + \frac{\partial h}{\partial z}(x,y,z)\Delta x\Delta y\Delta z$$

直方体の体積

$-\int_{(\gamma^1_0;e_2,e_3)}\omega+\int_{(\gamma^1_{e_1};e_2,e_3)}\omega+\int_{(\gamma^2_0;e_1,e_3)}$
$-\int_{(\gamma^2_{e_2};e_1,e_3)}\omega-\int_{(\gamma^3_0;e_1,e_2)}\omega+\int_{(\gamma^3_{e_3};e_1,e_2)}\omega$
$=-\left\{f(x)\begin{vmatrix}b_2&c_2\\b_3&c_3\end{vmatrix}+g(x)\begin{vmatrix}b_3&c_3\\b_1&c_1\end{vmatrix}+h(x)\begin{vmatrix}b_1&c_1\\b_2&c_2\end{vmatrix}\right\}e_2e_3$
$+\left\{f(x+ae_1)\begin{vmatrix}b_2&c_2\\b_3&c_3\end{vmatrix}+g(x+ae_1)\begin{vmatrix}b_3&c_3\\b_1&c_1\end{vmatrix}+h(x+ae_1)\begin{vmatrix}b_1&c_1\\b_2&c_2\end{vmatrix}\right\}e_2e_3$
端点
a
b
境界
$\omega=f\,dy\wedge dz+g\,dz\wedge dx+h\,dx\wedge dy$
2次の微分形式
$\gamma:(d_1,d_2,d_3)\in D^3\mapsto x+ad_1+bd_2+cd_3$
$(x,a,b,c\in\mathbb{R}^3)$
$(e_1,e_2,e_3)\in D^3$
$d=0$
$\gamma^1_0:(d_2,d_3)\in D^2\mapsto x+bd_2+cd_3$
$\gamma^1_{e_1}:(d_2,d_3)\in D^2\mapsto x+ae_1+bd_2+cd_3$
無限小の平行六面体
ce_3
x
be_2
ae_1
6つの面

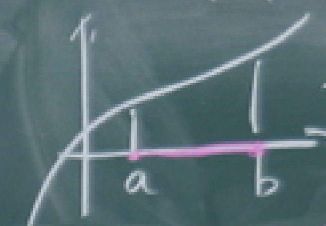
$$-\int_{(\gamma^1_0;\,e_2,e_3)}\omega+\int_{(\gamma^1_{e_1};\,e_2,e_3)}\omega+\int_{(\gamma^2_0;\,e_1,e_3)}$$

$$-\int_{(\gamma^2_{e_2};\,e_1,e_3)}\omega-\int_{(\gamma^3_0;\,e_1,e_2)}\omega+\int_{(\gamma^3_{e_3};\,e_1,e_2)}\omega$$

$$=-\left\{f(x)\begin{vmatrix} b_2 & c_2\\ b_3 & c_3\end{vmatrix}+g(x)\begin{vmatrix} b_3 & c_3\\ b_1 & c_1\end{vmatrix}+h(x)\begin{vmatrix} b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}\right\}e_2e_3$$

$$+\left\{f(x+ae_1)\begin{vmatrix} b_2 & c_2\\ b_3 & c_3\end{vmatrix}+g(x+ae_1)\begin{vmatrix} b_3 & c_3\\ b_1 & c_1\end{vmatrix}+h(x+ae_1)\begin{vmatrix} b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}\right\}e_2e_3$$

端点



$\omega=f\,dy\wedge dz+$

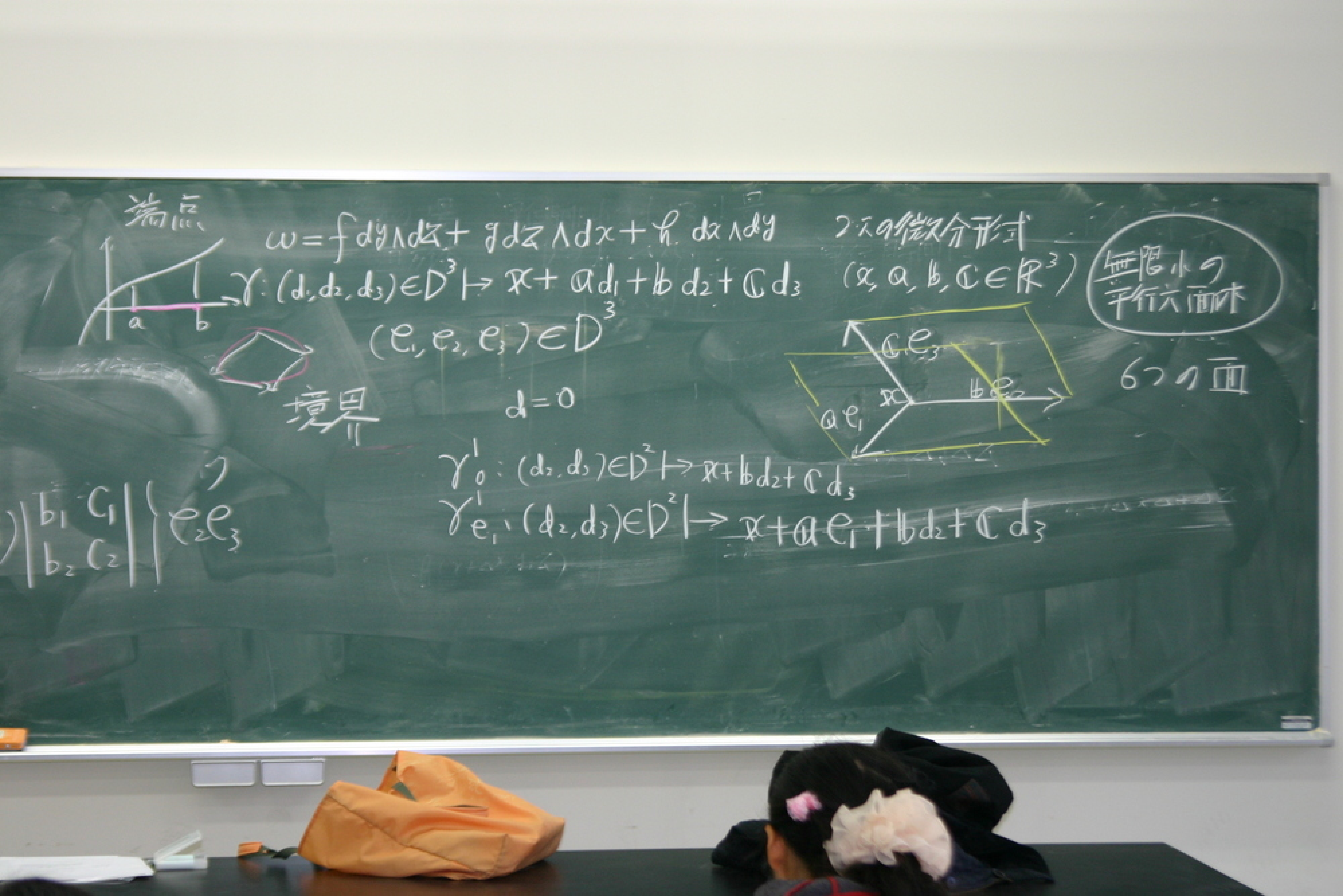
$\gamma:(d_1,d_2,d_3)\in D^3\mapsto$

$(e_1,e_2,$

境界

γ^1

γ^1_{e}


端点
$\omega = f\,dy\wedge dz + g\,dz\wedge dx + h\,dx\wedge dy$
2次の微分形式
$\gamma: (d_1, d_2, d_3) \in D^3 \mapsto x + a d_1 + b d_2 + c d_3$
$(x, a, b, c \in \mathbb{R}^3)$
無限小の平行六面体
a
b
$(e_1, e_2, e_3) \in D^3$
境界
$d = 0$
$c e_3$
x
$b e_2$
$a e_1$
6つの面
$\gamma^1_0 : (d_2, d_3) \in D^2 \mapsto x + b d_2 + c d_3$
$\gamma^1_{e_1} : (d_2, d_3) \in D^2 \mapsto x + a e_1 + b d_2 + c d_3$
$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} e_2 e_3$

$-\int_{(\gamma^1_0;e_1,e_3)} \omega + \int_{(\gamma^1_{e_1};e_2,e_3)} \omega + \int_{(\gamma^2_0;e_1,e_3)}$
II
$3! = 6$
$-\int_{(\gamma^2_{e_2};e_1,e_3)} \omega - \int_{(\gamma^3_0;e_1,e_2)} \omega + \int_{(\gamma^3_{e_3};e_1,e_2)} \omega$
$a_i\, b_j\, c_k$
$\{i,j,k\} = \{1,2,3\}$
$= -\left\{ f(x) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$
$+\left\{ f(x+ae_1) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+ae_1) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+ae_1) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$
$+\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3$
$-\left\{ f(x+be_2) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+be_2) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+be_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_3$
$-\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2$
$+\left\{ f(x+ce_3) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x+ce_3) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x+ce_3) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} e_1 e_2$

$$-\int_{(\gamma_0^1;\, e_2, e_3)} \omega + \int_{(\gamma_{e_1}^1;\, e_2, e_3)} \omega + \int_{(\gamma_0^2;\, e_1, e_3)} \qquad \Pi \qquad 3! = 6$$

$$-\int_{(\gamma_{e_2}^2;\, e_1, e_3)} \omega - \int_{(\gamma_0^3;\, e_1, e_2)} \omega + \int_{(\gamma_{e_3}^3;\, e_1, e_2)} \omega \qquad a_i\, b_j\, c_k \qquad \{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$$

$$= -\left\{ f(x) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$$

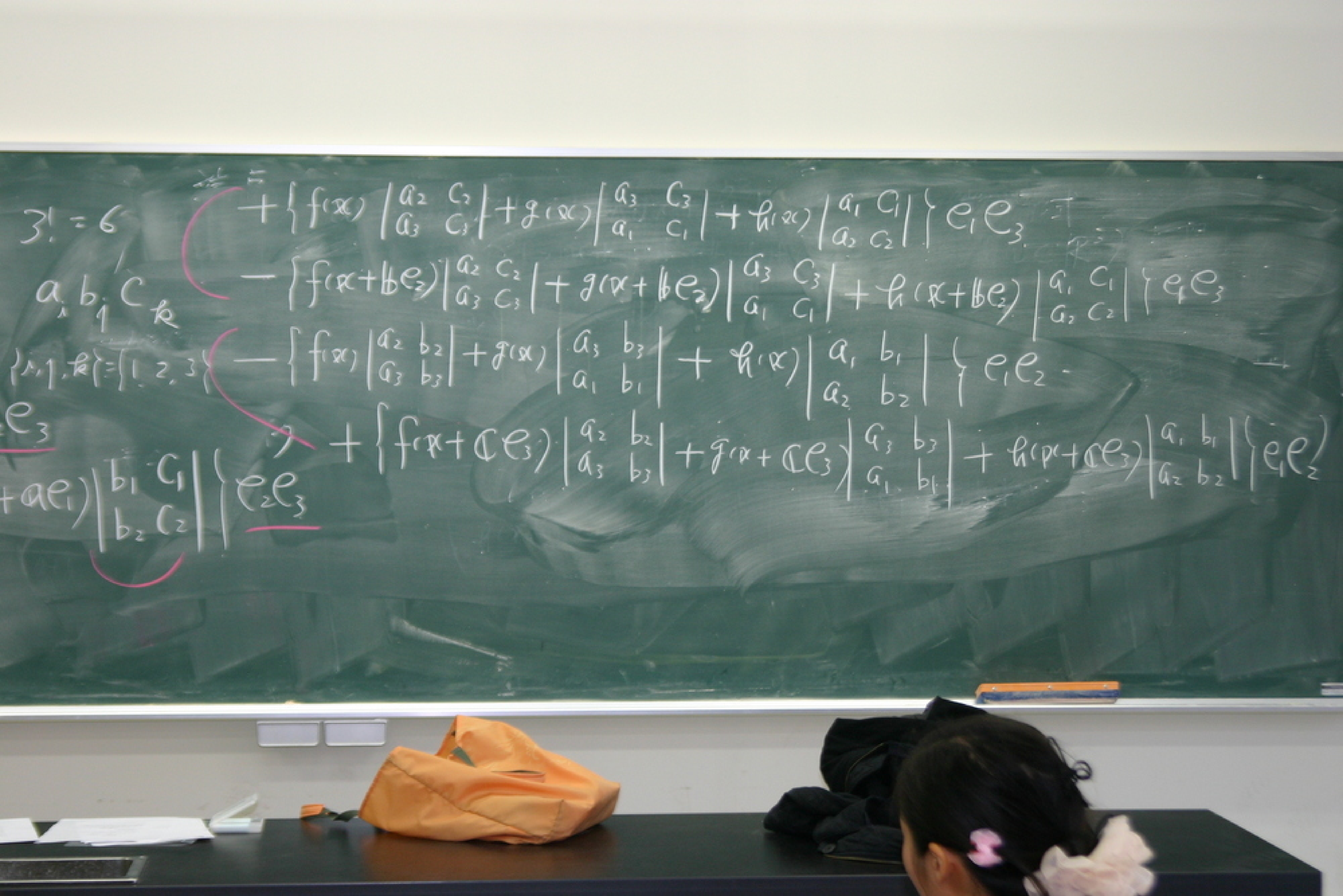
$$+\left\{ f(x + ae_1) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x + ae_1) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + ae_1) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} e_2 e_3$$

$$+\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x \ldots \right.$$

$$-\left\{ f(x + be_2) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + \ldots \right.$$

$$-\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x) \ldots \right.$$

$$+\left\{ f(x + ce_3) \ldots \right.$$


3! = 6
$a_i b_j c_k$
$\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$
$+\left\{f(x)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}\right\} e_1e_3$
$-\left\{f(x+be_2)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+be_2)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+be_2)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}\right\} e_1e_3$
$-\left\{f(x)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\right\} e_1e_2$
$+\left\{f(x+ce_3)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x+ce_3)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x+ce_3)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\right\} e_1e_2$
e_3
$+ae_1)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}\} e_2e_3$

24回目

西村先生・みなさま:

非常に遅くなってしまいましたが、12/26の3限、「基礎数学」(西村先生)の3学期4回め
(通算24回め)を聴講しました。教室は1E203です。出席者は、41名(前回は53名;昨年同期
は32名)＋教員1名(私と足立先生)＋TA1名(中井さん)です。クリスマスと冬休みの間隙
ということもあってか、出席者が大きく減りました。スキーに行ったという学生もいたそうです。

内容は, 発散定理(ガウスの定理)です。無限小のレベルでガウスの定理の証明の
骨子が説明され、細かい計算がレポート課題として出題されました。

個人的には、きちんとやるならばストークスの定理よりガウスの定理のほうが証明に手間
がかかるのだということを知って、勉強になりました。

なお、今回まで、板書の写真撮影は1年生の福山くんがやってくれました。

--
奈佐原　顕郎　(旧姓西田)
筑波大学農林工学系