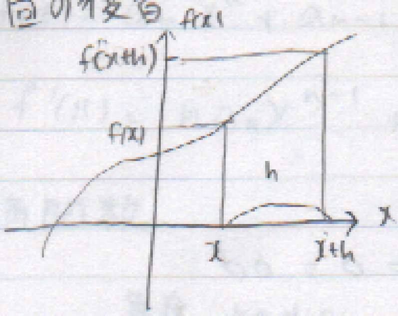
基礎数学　西村先生　出席90人　TA 2人　T 1人　ノート桑田

No. 1

Date 2008.04.18

前回の復習




$$\underbrace{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}_{\text{平均の変化}}$$

↓

$$\underbrace{\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}_{\text{瞬間の変化}} = f'(x)$$

↑ 微分係数

＊19Cからの考え．　極限でなりたっているにすぎない．

↓ それ以前（ニュートンやライプニッツの時代）

$$f(x+h) - f(x) = f'(x)h$$

$$f(x+h) = f(x) + \underbrace{f'(x)}_{\text{微分係数}}h$$

＊　hは2回かけると0になるくらい小さい無限小

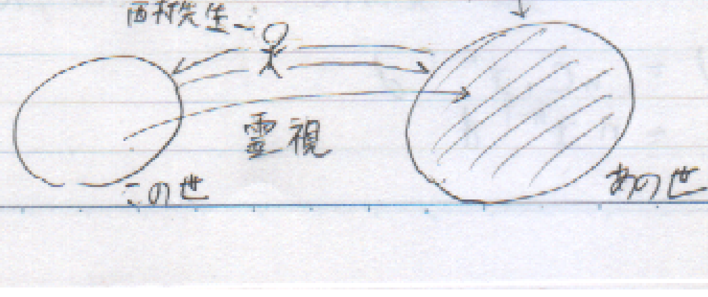
Kock-Lawvereの公理

$$D = \{d \in \mathbb{R} \mid d^2 = 0\} \neq \{0\}$$

任意の関数　$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$　任意の点 $x$

$$f(x+d) = f(x) + \underbrace{a}_{f'(x)}d \qquad (\exists!\, a \in \mathbb{R})\ (\forall d \in D)$$

ニュートンとライプニッツの世界



No. 2
Date 2008 04 18

具体的な関数の例

☆ 定値関数 ($\alpha$: 実数)

$\alpha : x \in \mathbb{R} \mapsto \alpha$

$\alpha(x+d) - \alpha(x) = \alpha - \alpha = 0 = 0d$

$\therefore (\alpha)' = 0$

定数を微分したら0. 変化なし.

☆ $f : x \in \mathbb{R} \rightarrow x$　　$f(x) = x$

$f(x+d) - f(x) = x + d - x = d = 1 \cdot d$

$\therefore f'(x) = 1$

☆ $f : x \in \mathbb{R} \longrightarrow x^2$

$f(x+d) - f(x) = (x+d)^2 - x^2$

$= x^2 + 2dx + d^2 - x^2$

$= 2x\,d$

$\therefore f'(x) = 2x$

☆ $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^n$

$f(x+d) - f(x) = \underbrace{(x+d)^n}_{\text{二項定理}} - x^n$

$(x+d)^n = \sum_{m=0}^{n} {}_nC_m x^{n-m} d^m = \underbrace{x^n + {}_nC_1 x^{n-1} d}_{\text{上式に代入}}$

$\therefore f'(x) = {}_nC_1 x^{n-1} d$

$= n x^{n-1} d$

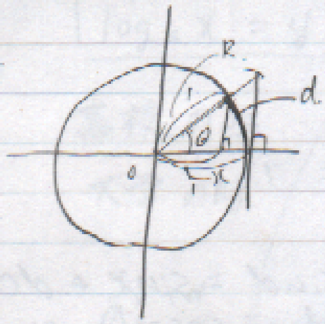
☆ $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$

$f'(x) = n a_n x^{n-1} + (n-1) a_{n-1} x^{n-2} + \cdots + a_1$

☆ 三角関数

角度 radian ⟶ 円弧の長さ.

$\sin\theta = \frac{d}{R}$
$= d.$



$\cos\theta = \frac{x}{R}$
$= x$

θが小さいと 接線と円弧の長さが同じ

$d \in D$  $D \in \theta$ が非常に小さいとき

$\theta = d$ のとき $\boxed{\sin d = d}$

$\sin d - \sin 0 = d - 0 = d = 1d.$

$\therefore (\sin d)' = 1$

$\cos d - \cos 0 = 1 - 1 = 0 = 0d$

$\therefore (\cos d)' = 0.$

∘ $\sin(x + dx) = \cancel{\sin x \underset{0}{\cos dx}} + \sin dx \cos x$

$= \cos x \, dx.$

∘ $\cos(x + dx) = \cancel{\cos x \cos dx} - \sin x \sin dx$

$= -\sin x \, dx$

# 2回目

みなさま:

上記科目の受講者登録数は現在38名です。奈佐原先生には大変御心配をおかけしましたが、なんとか昨年度並にはなりそうです。

いえ、むしろ、今年度は昨年度より大幅に「基礎数学」履修者が増える予感で、西村先生には昨年度以上のご苦労をおかけすることになるのが心配です！

さて、昨日の4限、「基礎数学」(西村先生)の1回めを聴講しました。
出席者は、90名＋TA2名(桑田・辻本)＋教員1名(私)
です。前回の122人からは減りましたが、昨年度の2倍程度のレベルを維持しています。

内容は、微分係数の定義について、limとKock-Lawvereの公理のそれぞれのやりかたの関係・巾零無限小の考え方・具体的な関数の微分・三角関数の微分、などです。昨年度の5/11から5/18のあたりにちょうど対応するかと思います:
注: 昨年度はベクトルや行列式から入ったので微分の導入は5月でしたが、今年度は最初に微分の導入から入っています。

微分の定義や巾零無限小について、学生は、前回よりよくわかったと思います。後半の、定数関数や三角関数あたりから苦しみ始めたようです。

xを定数αに移す関数をαと呼ぶ、ということを素直に解釈できた学生は、多くはなかったと思います。写像の先の値としてのαと関数の名前としてのαを混同して混乱していました。また、西村の慣性の法則も、正直、よくわかっていなかったと思います。授業後、3人の学生グループから質問を受けたのですが(いずれも数III・数C履修者)、D(巾零無限小の集合)とは何か、写像とは何か、というあたりからわかっておりませんで、「存在する」「元である」といった数学記号もわかっておりませんでした。昨年度も同様なことがありましたが、わからない時点で手を挙げて質問する、ということが、まだまだ身についていません。「西村先生は、表記法がわからなければすぐ聞いてください、とおっしゃっているのだから、ちゃんとその場で尋ねなさい」と言っておきました。

なお、授業途中で、教室にダブルブッキングがあったことが判明し、2B棟4階の教室から、急遽、2B509(昨年度の1・3学期の教室)に移動するハプニングがありました。次回以降の教室は未定で、学生は掲示を見て確認することになっています。

--
奈佐原 顕郎 (旧姓西田)
筑波大学農林工学系