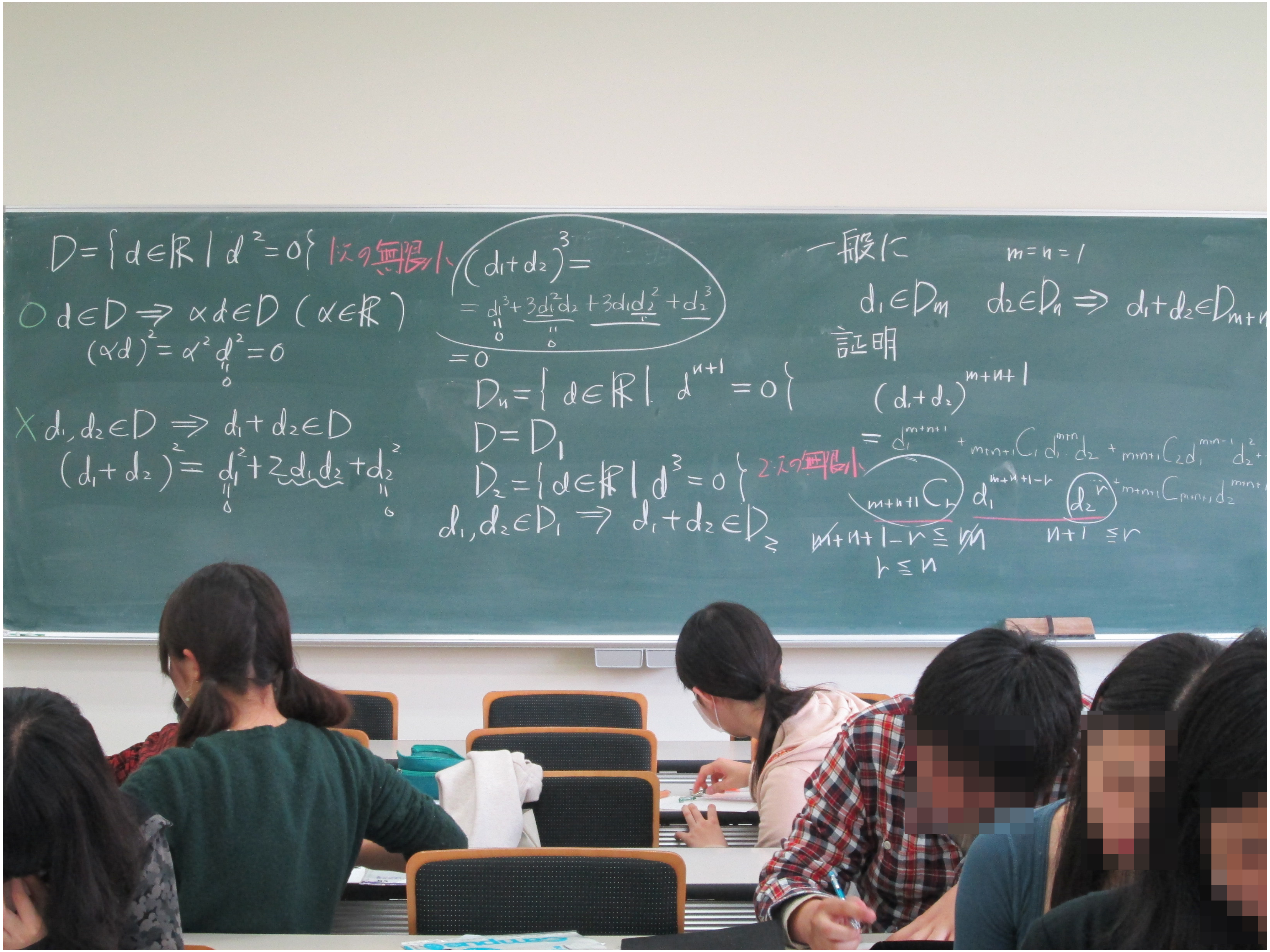

微分方程式
x²+x+1=0
博物学
記述
xを時間
y
C
y'=y
こういう方程式を
満たす関数は？
y=e^x
y=Ce^x 一般解
(ただしCは定数)
x=0とおくとCが出てくる
初期条件
法則
微分方程式で
記述される
意
決定論的世界観
自由意志
罪
Canon



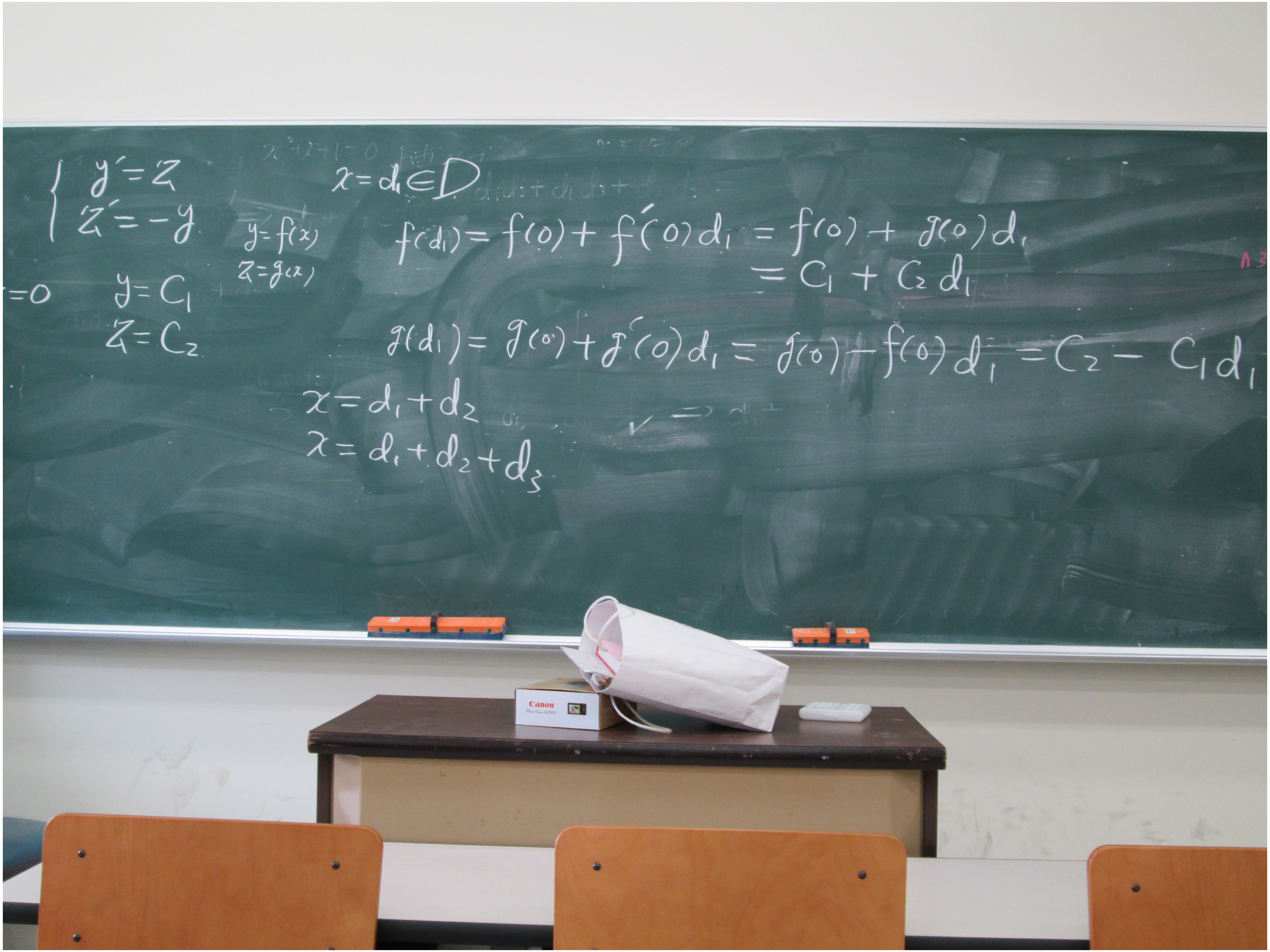
$D=\{d\in\mathbb{R} \mid d^2=0\}$ 1次の無限小
○ $d\in D \Rightarrow \alpha d\in D \ (\alpha\in\mathbb{R})$
$(\alpha d)^2=\alpha^2 d^2=0$
× $d_1, d_2\in D \Rightarrow d_1+d_2\in D$
$(d_1+d_2)^2=d_1^2+2d_1d_2+d_2^2$
$(d_1+d_2)^3=$
$=d_1^3+3d_1^2d_2+3d_1d_2^2+d_2^3$
$=0$
$D_n=\{d\in\mathbb{R} \mid d^{n+1}=0\}$
$D=D_1$
$D_2=\{d\in\mathbb{R} \mid d^3=0\}$ 2次の無限小
$d_1, d_2\in D_1 \Rightarrow d_1+d_2\in D_2$
一般に
$m=n=1$
$d_1\in D_m \quad d_2\in D_n \Rightarrow d_1+d_2\in D_{m+n}$
証明
$(d_1+d_2)^{m+n+1}$

系
$d_1, d_2 \in D \Rightarrow d_1 + d_2 \in D_2$
$d_1, \dots, d_n \in D = D_1 \Rightarrow d_1 + \dots + d_n \in D_n$
証明
帰納法 on n
nの時に証明されたとして
$n+1$の時
$d_1, \dots, d_n, d_{n+1} \in D \Rightarrow d_1 + \dots + d_n + d_{n+1} \in D_{n+1}$
$d_1, \dots, d_n \in D \Rightarrow d_1 + \dots + d_n \in D_n$
$d_1 + \dots + d_n + d_{n+1} = (d_1 + \dots + d_n) + d_{n+1} \in D_{n+1}$
D_n
D_1
Canon

$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} +$ (無限次の多項式)
$d_1, d_2 \in D$
y
C
$d_1, d_2, d_3 \in D$
$= y$
微分
$y = f(x)$
$x = 0$
C
$= d_1 \in D$
$f(d_1) = f(0) + f'(0) d_1$
C
$f'(0)$
$C + C d_1$
$x = d_1 + d_2$
$f(d_1 + d_2) = f(d_1) + f'(d_1) d_2$
$f'(d_1)$
$= C(1+d_1) + C(1+d_1) d_2$
$= C\{1 + (d_1+d_2) + d_1 d_2\}$
$x = d_1 + d_2 + d_3$
$f(d_1+d_2+d_3) = f(d_1+d_2) + f'(d_1+d_2) d_3$
$f'(d_1+d_2)$
$= C\{1 + (d_1+d_2) + d_1 d_2\}$
$= C\{1 + (d_1+d_2) + d_1 d_2\} d_3$
$= C\{1 + (d_1+d_2+d_3) + (d_1 d_2 + d_1 d_3 + d$
$+ d_1 d_2 d_3\}$

x = 0
x = d1
x = d1 + d2
x = d1 + d2 + d3
d1d2 = (d1 + d2)^2 / 2
C{1 + (d1 + d2) + (d1 + d2)^2 / 2}
d1d2 + d1d3 + d2d3 = (d1 + d2 + d3)^2 / 2
d1d2d3 = (d1 + d2 + d3)^3 / 6 = (d1 + d2 + d3)^3 / 3!
d = d1 + d2 + d3
C{1 + (d1 + d2 + d3) + (d1 + d2 + d3)^2 / 2 + (d1 + d2 + d3)^3 / 3!}
d1, ..., dn ∈ D ⇒ d1 + ... + dn ∈ Dn
Canon

微分方程式とお友達になりましょう!
y=sin x
y'=cos x
y''=−sin x
y''=−y
微分方程式
2階の微分方程式
y=cos x
y'=−sin x
y''=−cos x
y''=−y
予想
y=C1 sin x+C2 cos x (一般解)
y'=z
y''=−y
y'=z
z'=−y
解 2つ
y=y 1階の
微分方程式
y=y(x)
z=z(x)
連立微分方程式
1階


$y' = z$
$z' = -y$
$y = f(x)$
$z = g(x)$
$x = d_1 \in D$
$f(d_1) = f(0) + f'(0)d_1 = f(0) + g(0)d_1$
$= C_1 + C_2 d_1$
$=0$
$y = C_1$
$z = C_2$
$g(d_1) = g(0) + g'(0)d_1 = g(0) - f(0)d_1 = C_2 - C_1 d_1$
$x = d_1 + d_2$
$x = d_1 + d_2 + d_3$
Canon