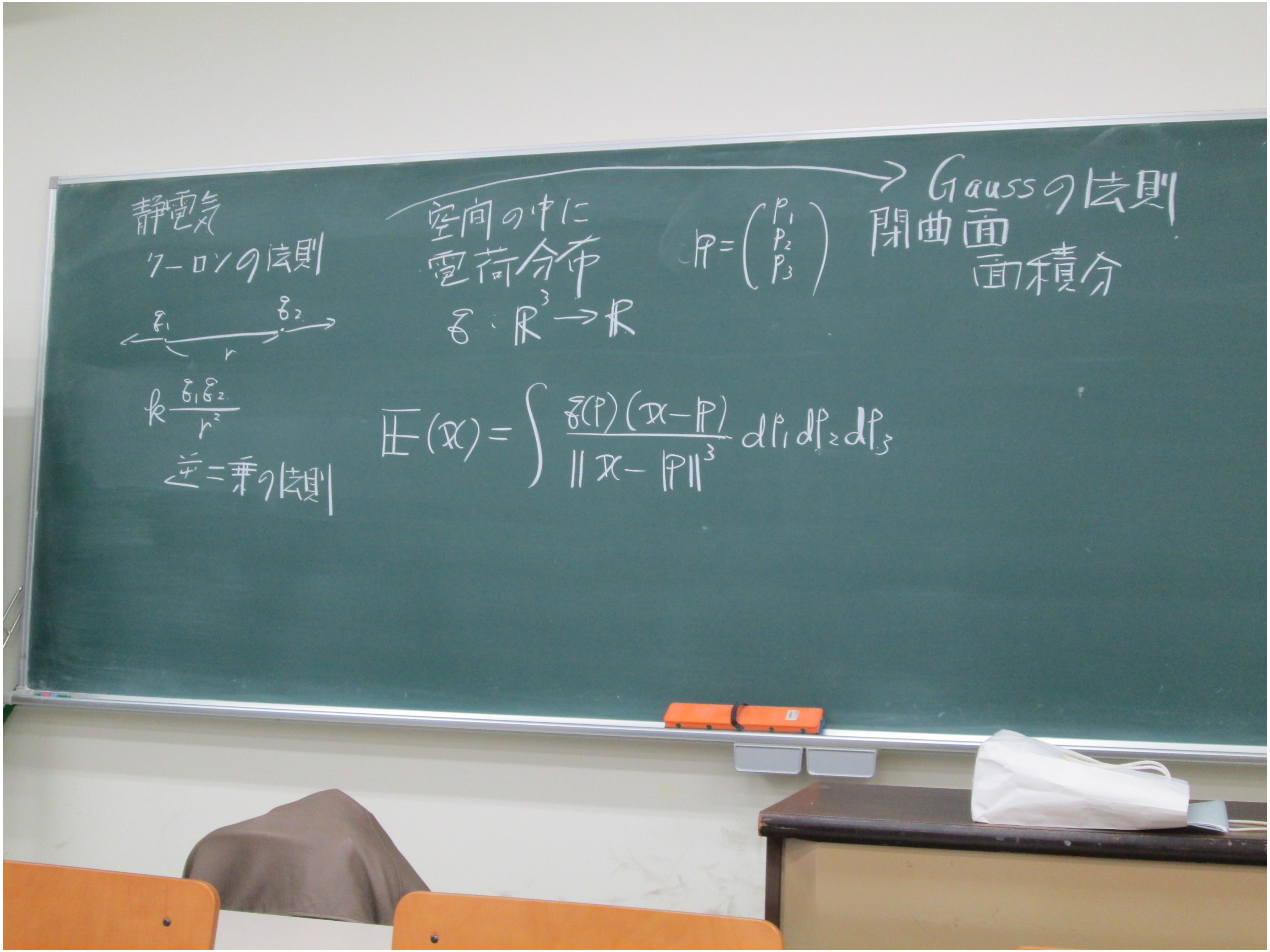
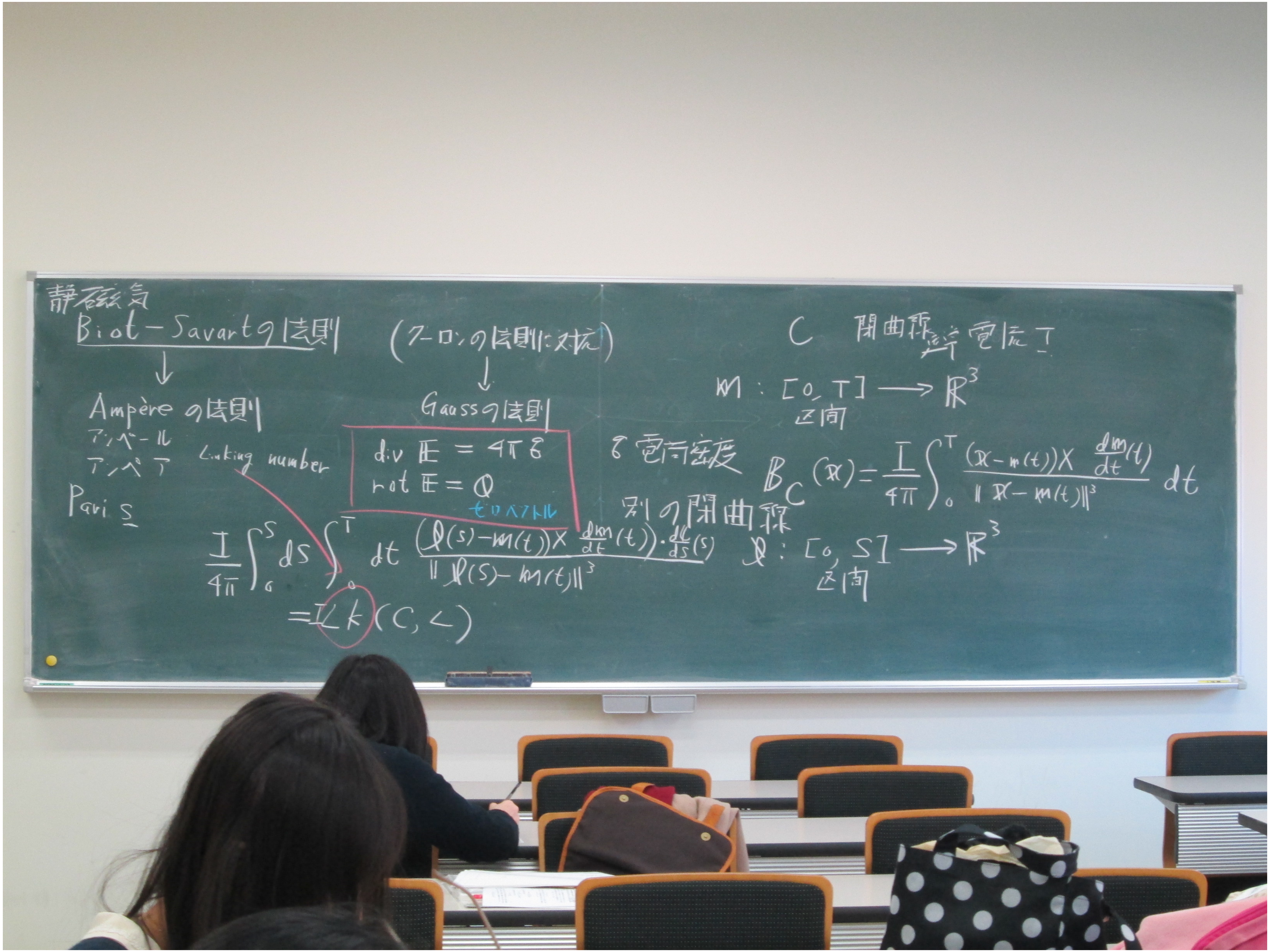
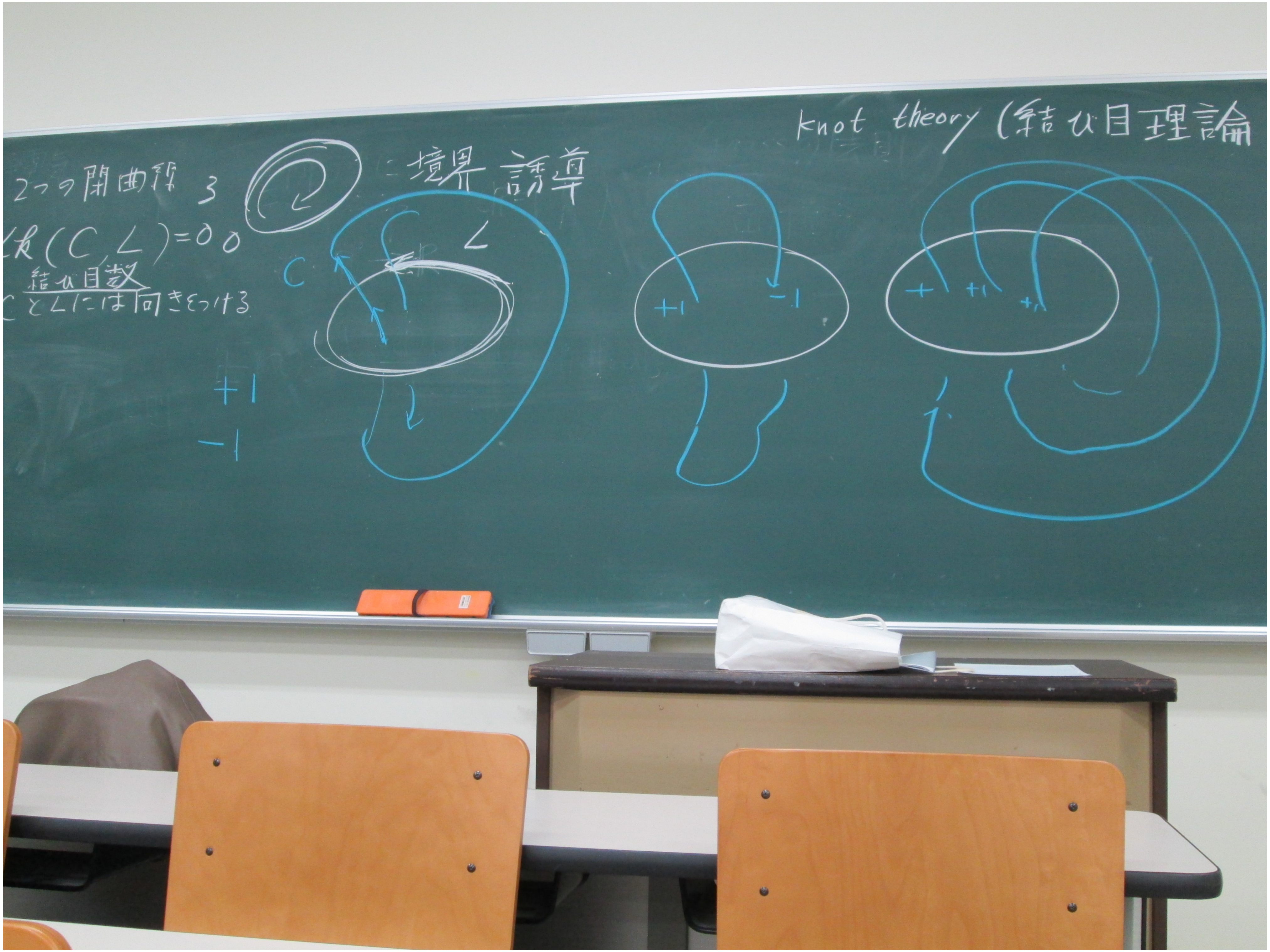
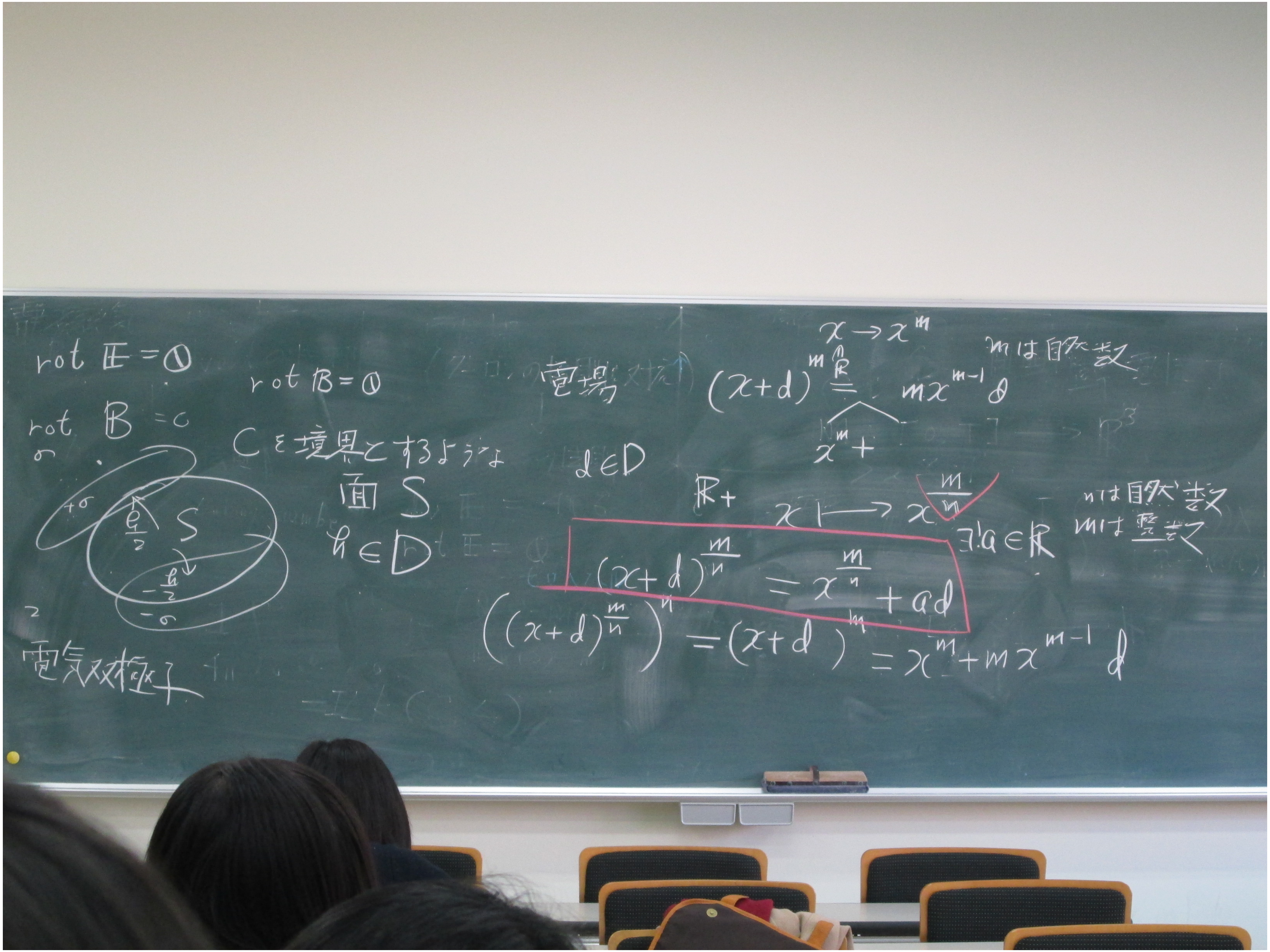

静電気
クーロンの法則
q_1 q_2
r
$k\frac{q_1 q_2}{r^2}$
逆二乗の法則
空間の中に
電荷分布
$q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\mathbb{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$
$\mathbb{E}(\mathbb{x}) = \int \frac{q(\mathbb{p})(\mathbb{x} - \mathbb{p})}{\|\mathbb{x} - \mathbb{p}\|^3} dp_1 dp_2 dp_3$
Gaussの法則
閉曲面
面積分

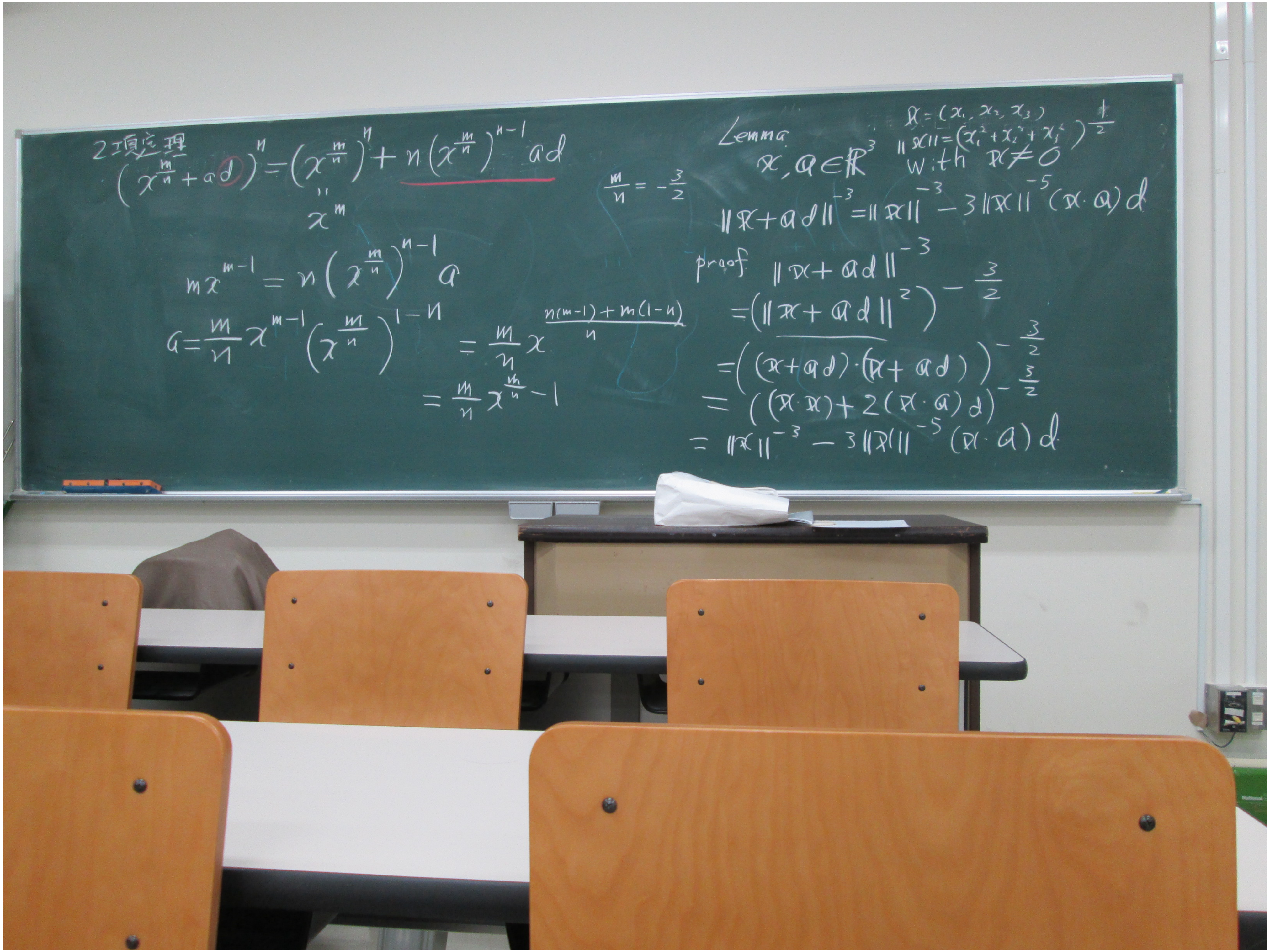


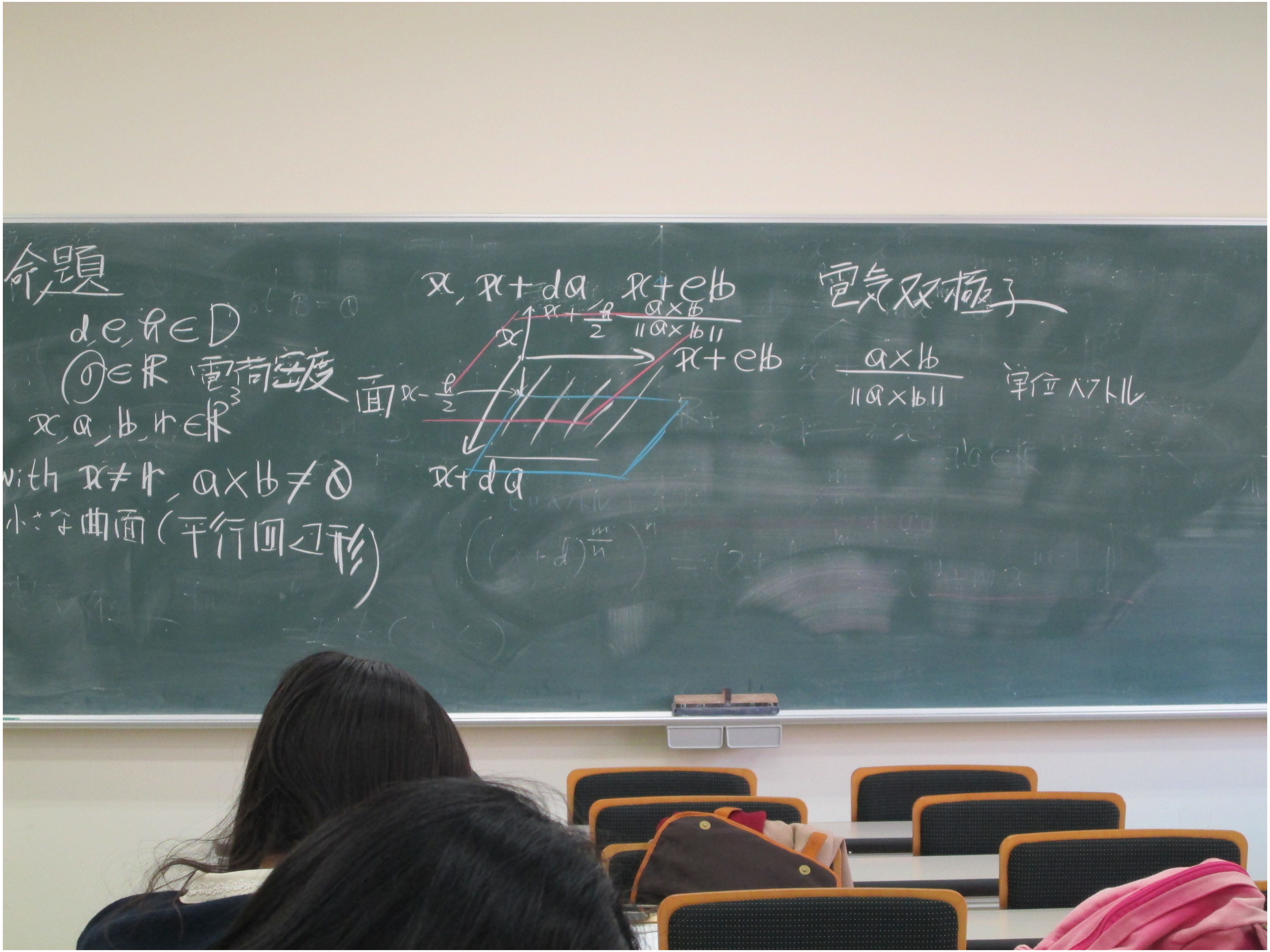
静磁気
Biot−Savartの法則
(クーロンの法則に対応)
Ampèreの法則
アンペール
アンペア
Paris
Linking number
Gaussの法則
div E = 4πρ
rot E = 0
ゼロベクトル
ρ 電荷密度
C 閉曲線 電流 I
m : [0, T] → R^3
別の閉曲線
l : [0, S] → R^3
B_C(x) = I/4π ∫_0^T (x − m(t)) × dm/dt(t) / ‖x − m(t)‖^3 dt
I/4π ∫_0^S ds ∫_0^T dt (l(s) − m(t)) × dm/dt(t) · dl/ds(s) / ‖l(s) − m(t)‖^3
= I Lk(C, L)

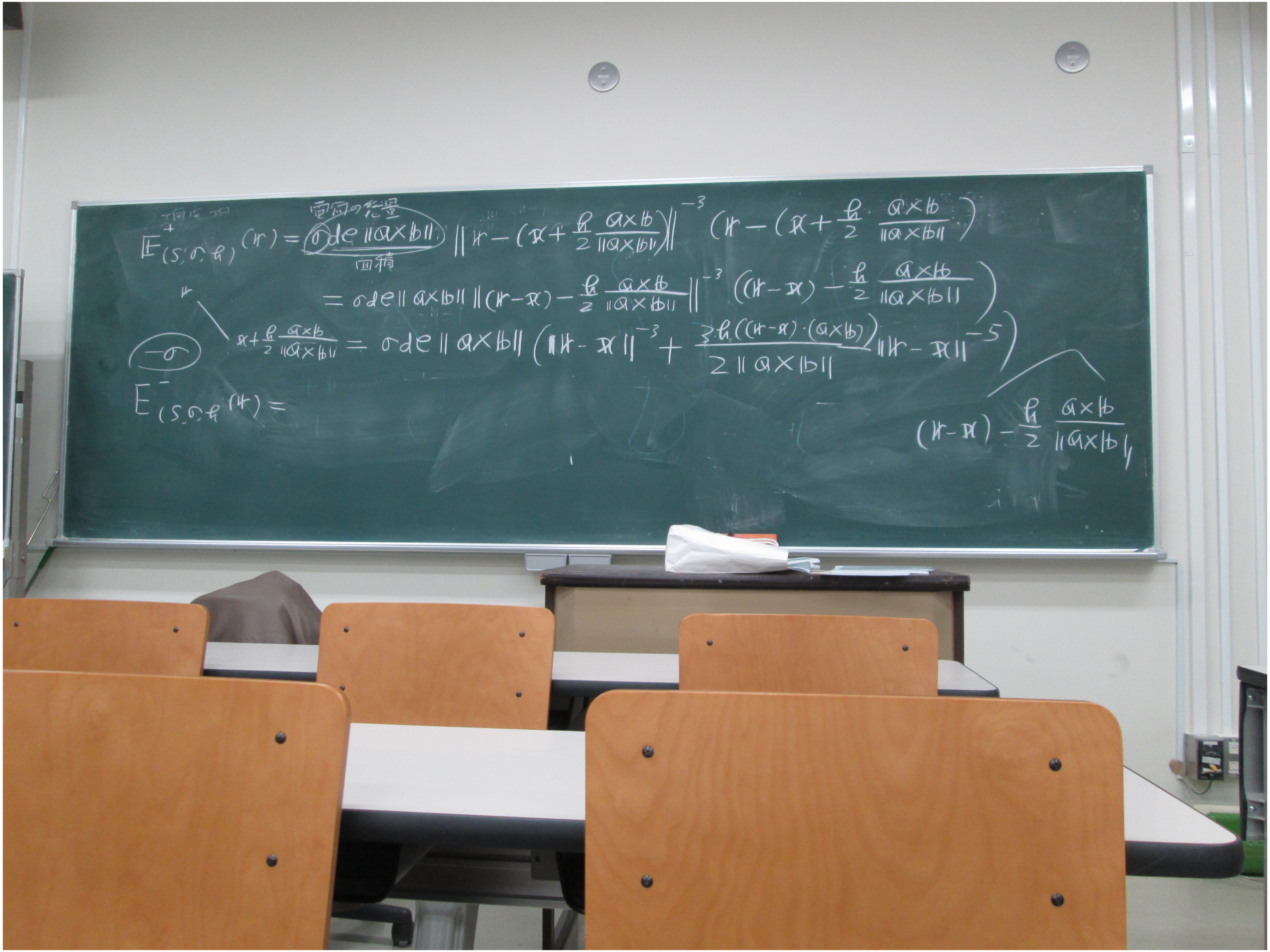

knot theory (結び目理論
2つの閉曲線
境界
誘導
CとLには向きをつける
+1
−1
C
+1 −1
+ +1 +1



rot E = 0
rot B = 0
rot B = c
C を境界とするような
面 S
h ∈ D
S
電気双極子
電場
d ∈ D
R+
x → x^m
m は自然数
(x+d)^m ≒ mx^{m-1} d
x^m +
x ⟼ x^{m/n}
n は自然数
m は整数
∃a ∈ R
(x+d)^{m/n} = x^{m/n} + ad
((x+d)^{m/n})^n = (x+d)^m = x^m + mx^{m-1} d


2項定理
$(x^{\frac{m}{n}}+ad)^n=(x^{\frac{m}{n}})^n+n(x^{\frac{m}{n}})^{n-1}ad$
x^m
$mx^{m-1}=n(x^{\frac{m}{n}})^{n-1}a$
$a=\frac{m}{n}x^{m-1}(x^{\frac{m}{n}})^{1-n}$
$=\frac{m}{n}x^{\frac{n(m-1)+m(1-n)}{n}}$
$=\frac{m}{n}x^{\frac{m}{n}-1}$
$\frac{m}{n}=-\frac{3}{2}$
Lemma
$x, a \in \mathbb{R}^3$
$x=(x_1, x_2, x_3)$
$\|x\|=(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{\frac{1}{2}}$
with $x \neq 0$
$\|x+ad\|^{-3}=\|x\|^{-3}-3\|x\|^{-5}(x\cdot a)d$
proof $\|x+ad\|^{-3}$
$=(\|x+ad\|^2)^{-\frac{3}{2}}$
$=((x+ad)\cdot(x+ad))^{-\frac{3}{2}}$
$=((x\cdot x)+2(x\cdot a)d)^{-\frac{3}{2}}$
$=\|x\|^{-3}-3\|x\|^{-5}(x\cdot a)d$


命題
d, e, h ∈ D
ρ ∈ ℝ 電荷密度
x, a, b, n ∈ ℝ³
with x ≠ n, a×b ≠ 0
小さな曲面 (平行四辺形)
x, x+da, x+eb
x + h/2 a×b/‖a×b‖
面 x − h/2
x+eb
x+da
電気双極子
a×b / ‖a×b‖ 単位ベクトル



電荷の総量
$E^{+}_{(S,\sigma,h)}(\mathbf{r}) = \sigma d e \|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\| \left\| \mathbf{r} - \left(\mathbf{x} + \frac{h}{2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}\right)\right\|^{-3} \left(\mathbf{r} - \left(\mathbf{x} + \frac{h}{2}\cdot\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}\right)\right)$
面積
$= \sigma d e \|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\| \left\|(\mathbf{r}-\mathbf{x}) - \frac{h}{2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}\right\|^{-3} \left((\mathbf{r}-\mathbf{x}) - \frac{h}{2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}\right)$
$\mathbf{r}$
$\mathbf{x} + \frac{h}{2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}$
$-\sigma$
$= \sigma d e \|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\| \left(\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|^{-3} + \frac{3h((\mathbf{r}-\mathbf{x})\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b}))}{2\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|^{-5}\right)$
$(\mathbf{r}-\mathbf{x}) - \frac{h}{2}\frac{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|}$
$E^{-}_{(S,\sigma,h)}(\mathbf{r}) =$