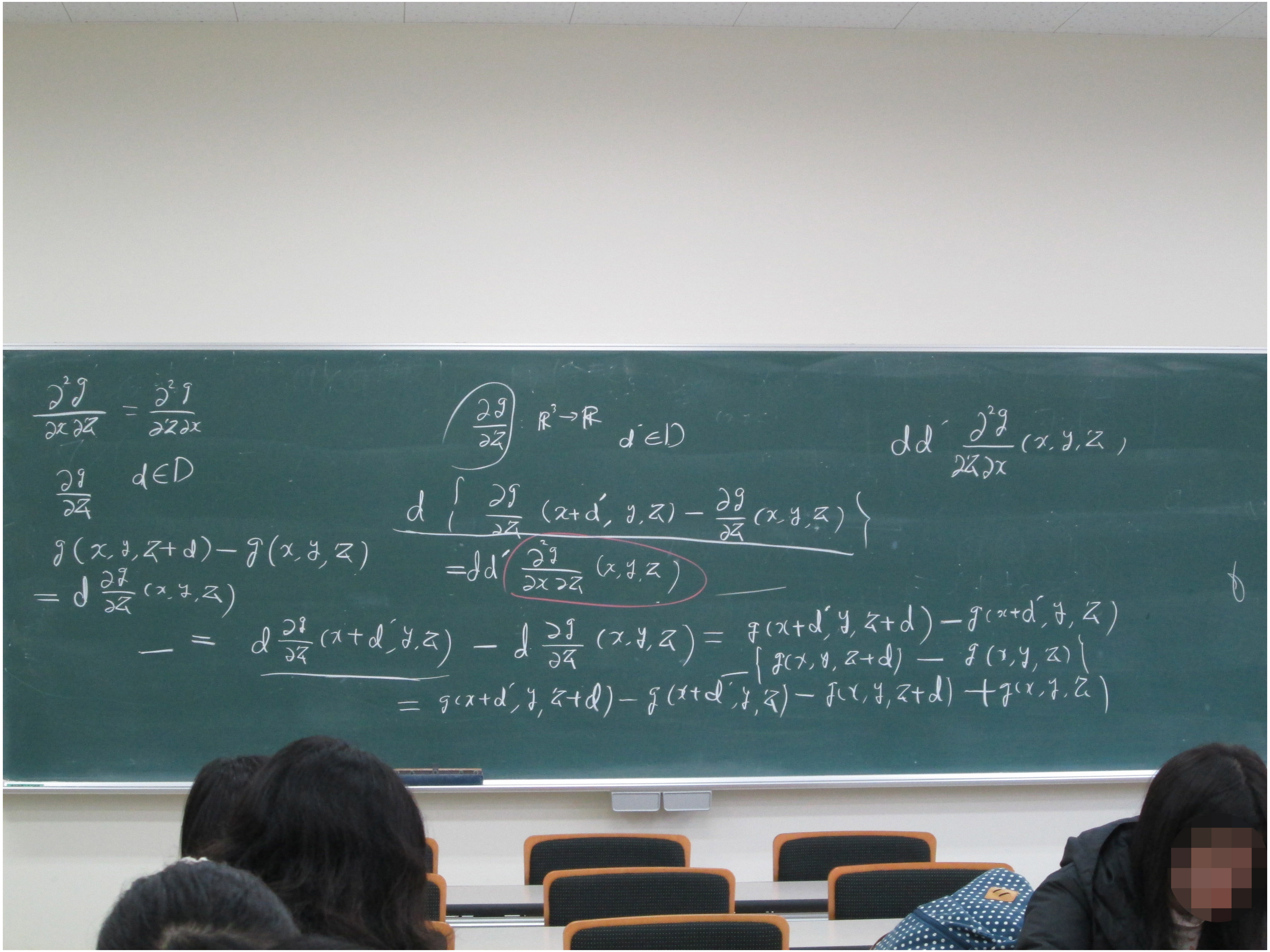
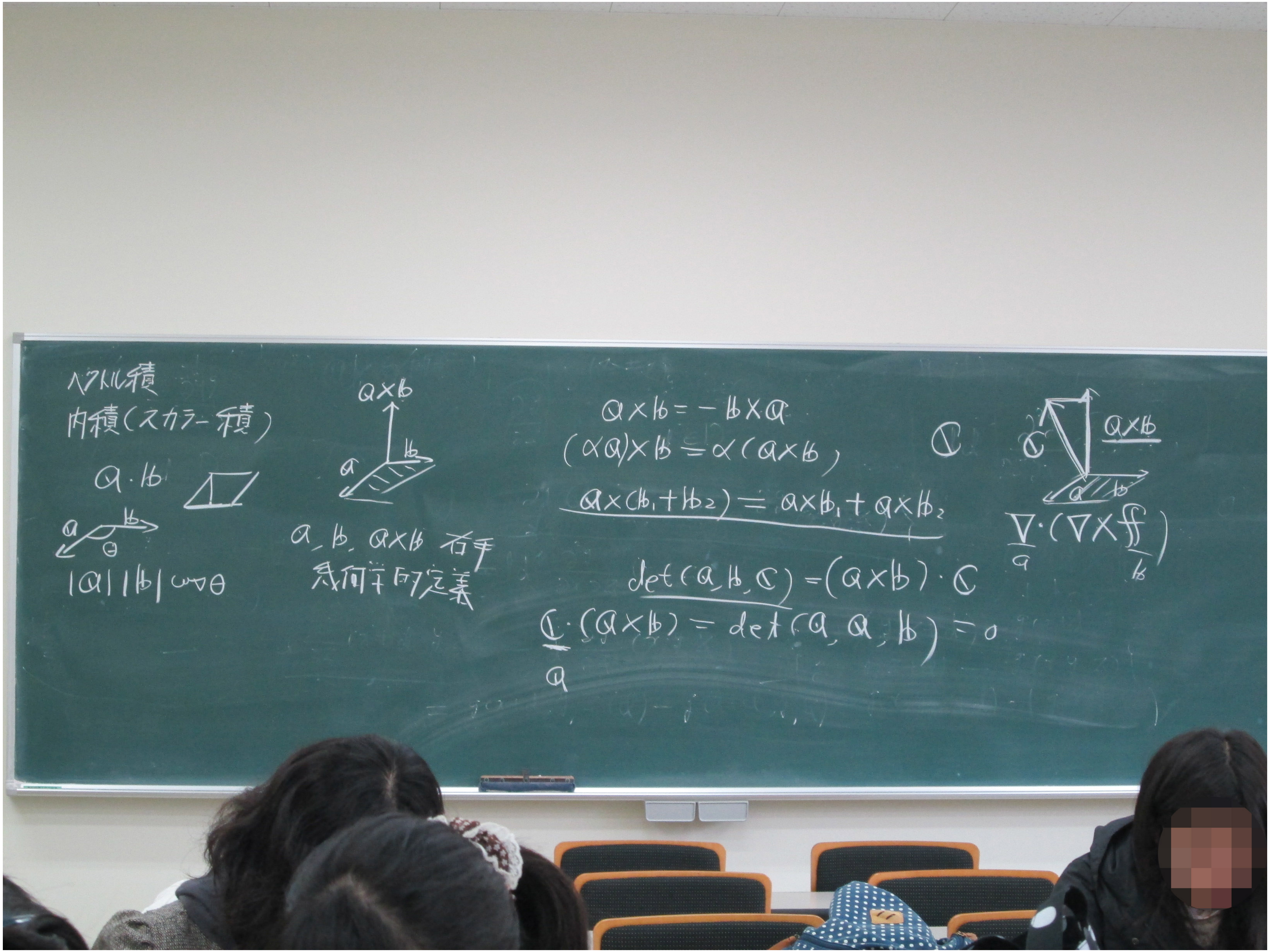
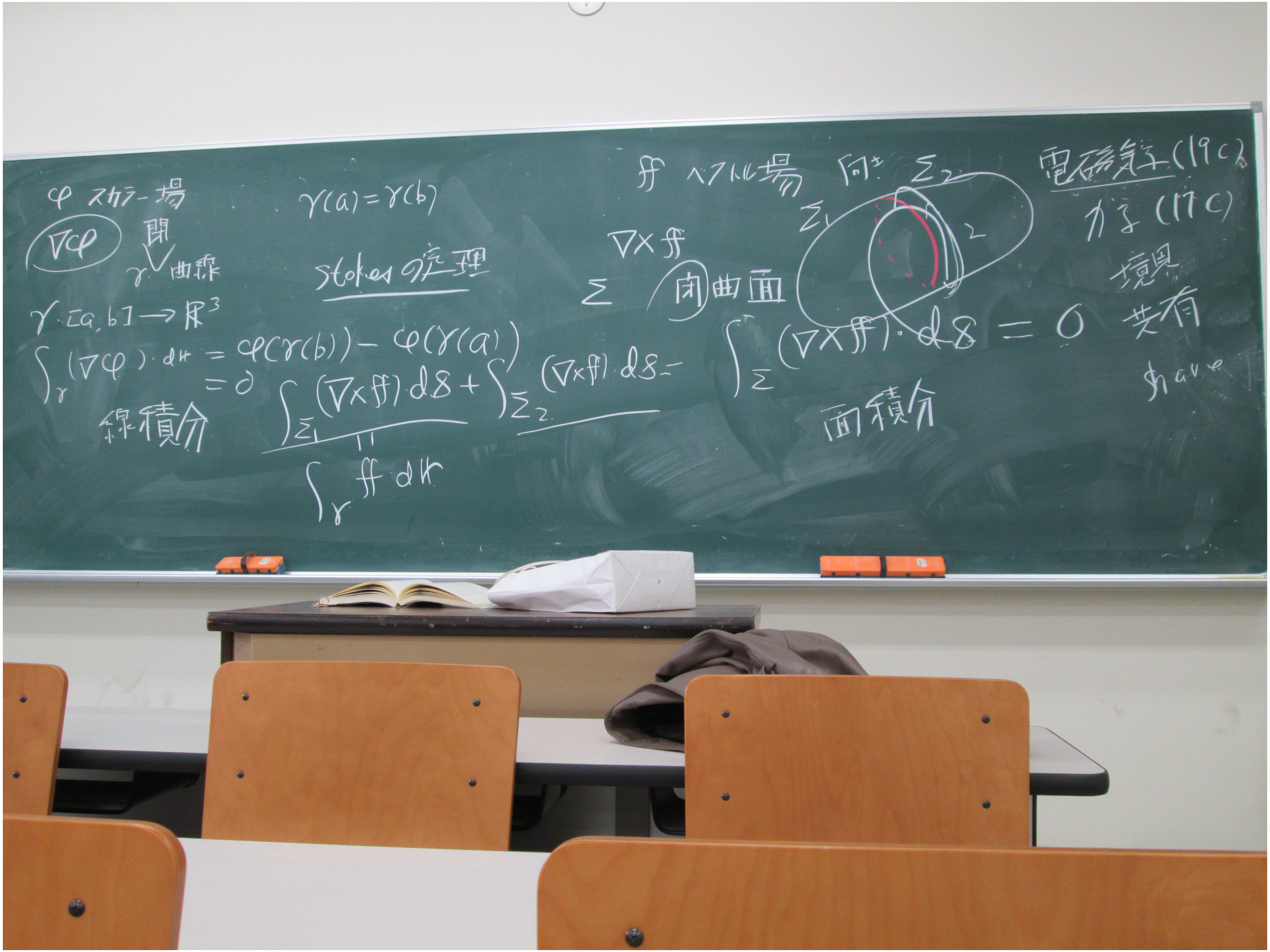
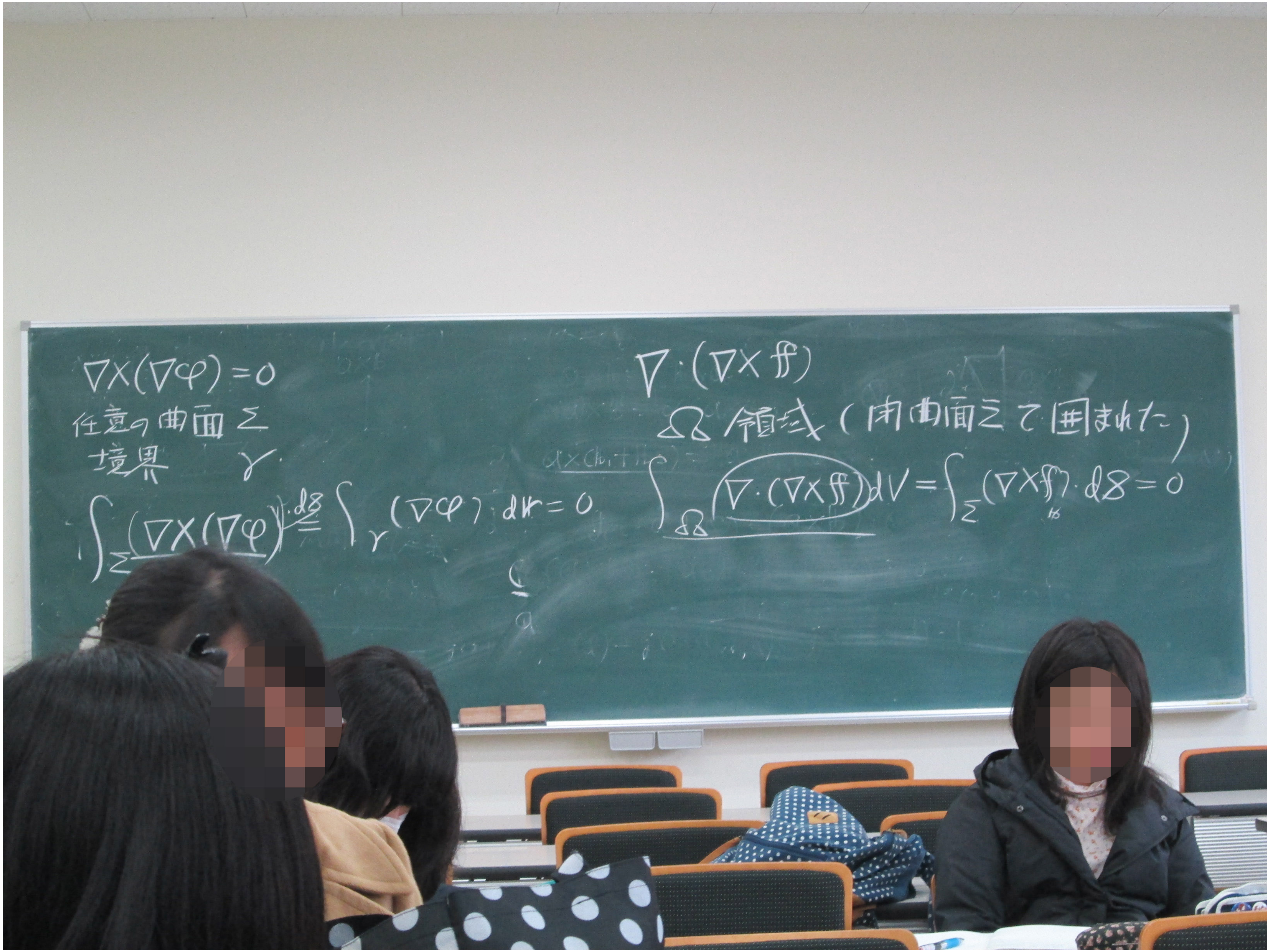

φ : スカラー場
$\nabla \times (\nabla \varphi) = 0$
$\mathbb{f}$: ベクトル場
$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbb{f})$
発散
回転
$\mathbb{f} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$
$f, g, h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\nabla \times \mathbb{f} = \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k\right) \times (fi + gj + hk)$
$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ f & g & h \end{vmatrix}$
$= \left(\frac{\partial g}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial y}\right) i + \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial z}\right) j + \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial x}\right) k$
$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbb{f})$
$= \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k\right) \cdot \left(\left(\frac{\partial g}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial y}\right) i + \left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial z}\right) j + \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial g}{\partial x}\right) k\right)$
$= \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}\right) + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}\right) + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 g}{\partial z \partial x}\right)$
$= 0$ //


$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 g}{\partial z \partial x}$
$\frac{\partial g}{\partial z}$ $d \in D$
$g(x, y, z+d) - g(x, y, z)$
$= d \frac{\partial g}{\partial z}(x, y, z)$
$\frac{\partial g}{\partial z}$ $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ $d' \in D$
$d \left\{ \frac{\partial g}{\partial z}(x+d', y, z) - \frac{\partial g}{\partial z}(x, y, z) \right\}$
$= dd' \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial z}(x, y, z)$
$dd' \frac{\partial^2 g}{\partial z \partial x}(x, y, z)$
$— = d \frac{\partial g}{\partial z}(x+d', y, z) - d \frac{\partial g}{\partial z}(x, y, z) = g(x+d', y, z+d) - g(x+d', y, z)$
$- \{ g(x, y, z+d) - g(x, y, z) \}$
$= g(x+d', y, z+d) - g(x+d', y, z) - g(x, y, z+d) + g(x, y, z)$

∇×∇φ = (∇×∇)φ
ナブラ ∇=(∂/∂x, ∂/∂y, ∂/∂z)
ベクトルのようなもの
a=(a1, a2)
b=(b1, b2)
a×a=0
符号のついた面積
幾何学的定理
∇·(∇×f)
determinant (行列式)
a·(b×c) = det(a, b, c)
計算
2×2の行列
|a1 b1, a2 b2| = a1b2 − a2b1
解析的な定義
3×3空間
a, b, c
符号のついた体積
発散
∂f/∂x + ∂g/∂y + ∂h/∂z
a=(a1, a2, a3) 成分
平行六面体
右手
左手


ベクトル積
内積（スカラー積）
a·b
θ
|a||b|cosθ
a×b
a, b, a×b 右手
幾何学的定義
a×b = −b×a
(αa)×b = α(a×b),
a×(b₁+b₂) = a×b₁ + a×b₂
det(a, b, c) = (a×b)·c
c·(a×b) = det(a, a, b) = 0
a
c
a×b
∇·(∇×f)


φ スカラー場
∇φ
閉
γ 曲線
γ(a)=γ(b)
Stokesの定理
γ: [a,b] → R³
∫γ (∇φ)·dr = φ(γ(b)) − φ(γ(a))
= 0
線積分
∫Σ1 (∇×ff)·dS + ∫Σ2 (∇×ff)·dS =
∫γ ff dr
ff ベクトル場
向き
Σ2
Σ1
∇×ff
Σ 閉曲面
∫Σ (∇×ff)·dS = 0
面積分
電磁気学 (19c)
力学 (17c)
境界
共有
share


∇×(∇φ)=0
任意の曲面 Σ
境界 γ
∫Σ (∇×(∇φ))·dS = ∫γ (∇φ)·dr = 0
∇·(∇×f)
Ω 領域 (閉曲面Σで囲まれた)
∫Ω ∇·(∇×f) dV = ∫Σ (∇×f)·dS = 0