

エネルギー保存則

f : 力の場

保存力

スカラー場 φ

$$f = -\nabla\varphi$$

φ : ポテンシャルエネルギー

$\varphi(x, y, z)$

$$\varphi(x(t), y(t), z(t)) = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

粒子 (質点)

質量 m

位置 $x = x(t)$

$$\frac{dx}{dt} = v = v(t) \text{ 速度}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = a = a(t) \text{ 加速度}$$

$$r = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \quad \frac{d}{dt}(x \cdot y) = \left(\frac{dx}{dt}\right) \cdot y + x \cdot \frac{dy}{dt}$$

運動量

$$\frac{d}{dt} m v = m \frac{dv}{dt} = f(x(t))$$

$$\frac{1}{2} m v \cdot v + \varphi = \text{全エネルギー}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v \cdot v + \varphi \right) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v \cdot v + v \cdot \nabla\varphi \right) + \nabla\varphi \cdot \frac{dx}{dt} = m \frac{dv}{dt} \cdot v + \nabla\varphi \cdot v = \left(m \frac{dv}{dt} + \nabla\varphi \right) \cdot v$$

$$\frac{d}{dt}(f \cdot r) = \frac{d}{dt} \varphi(x(t))$$

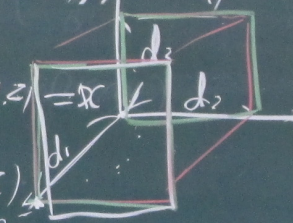
合成関数の微分

スカラー場 $\xrightarrow{\text{grad (勾配)}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{rot (回転)}}$ ベクトル場 $\xrightarrow{\text{div (発散)}}$ スカラー場 $\xrightarrow{\text{ベクトル場}}$ \mathbb{R}^3 場 $f = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix} d_1, d_2, d_3$ 微小、直方体の場

0 次の微分形式
 微積分学の
 基本定理
 $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$

1 次の微分 \rightarrow 2次 \rightarrow 3次
 $\begin{pmatrix} f(x+d_1, y, z) \\ g(x+d_1, y, z) \\ h(x+d_1, y, z) \end{pmatrix}$
 $f, g, h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$
 $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) d_1 d_2 d_3$

単位体積 $(x, y, z) = x$
 あたりに $(x+d_1, y, z)$
 と (x, y, z) の
 違い出し $f(x+d_1, y, z)$
 ありますか? $f(x+d_1, y, z) d_2 d_3 - f(x, y, z) d_2 d_3$
 $= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) d_1 d_2 d_3$
 直方体
 体積 $d_1 d_2 d_3$
 六つの面



Gaussの発散定理

$\nabla \cdot \mathbf{f}$ 回転 $\nabla \times \mathbf{f}$

$\nabla \cdot \mathbf{f}$ (発散)

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$

$$\int_{\Sigma} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{f}) dV$$

閉曲面 Σ
領域 Ω

面積分

体積分

\mathbf{r} 座標系

$3V$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi a^3$$

$$\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 3$$



$$\varphi(x, y, z) \quad a \times a$$

$$\nabla \times (\nabla \varphi) = (\nabla \times \nabla) \varphi$$

$$\nabla \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} i + \frac{\partial \varphi}{\partial y} j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} k$$

$$\nabla \times \nabla \varphi = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) i + \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) j + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) k = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times f) = 0$$

$$a \cdot (a \times b) = \det(a, a, b) = 0$$

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

