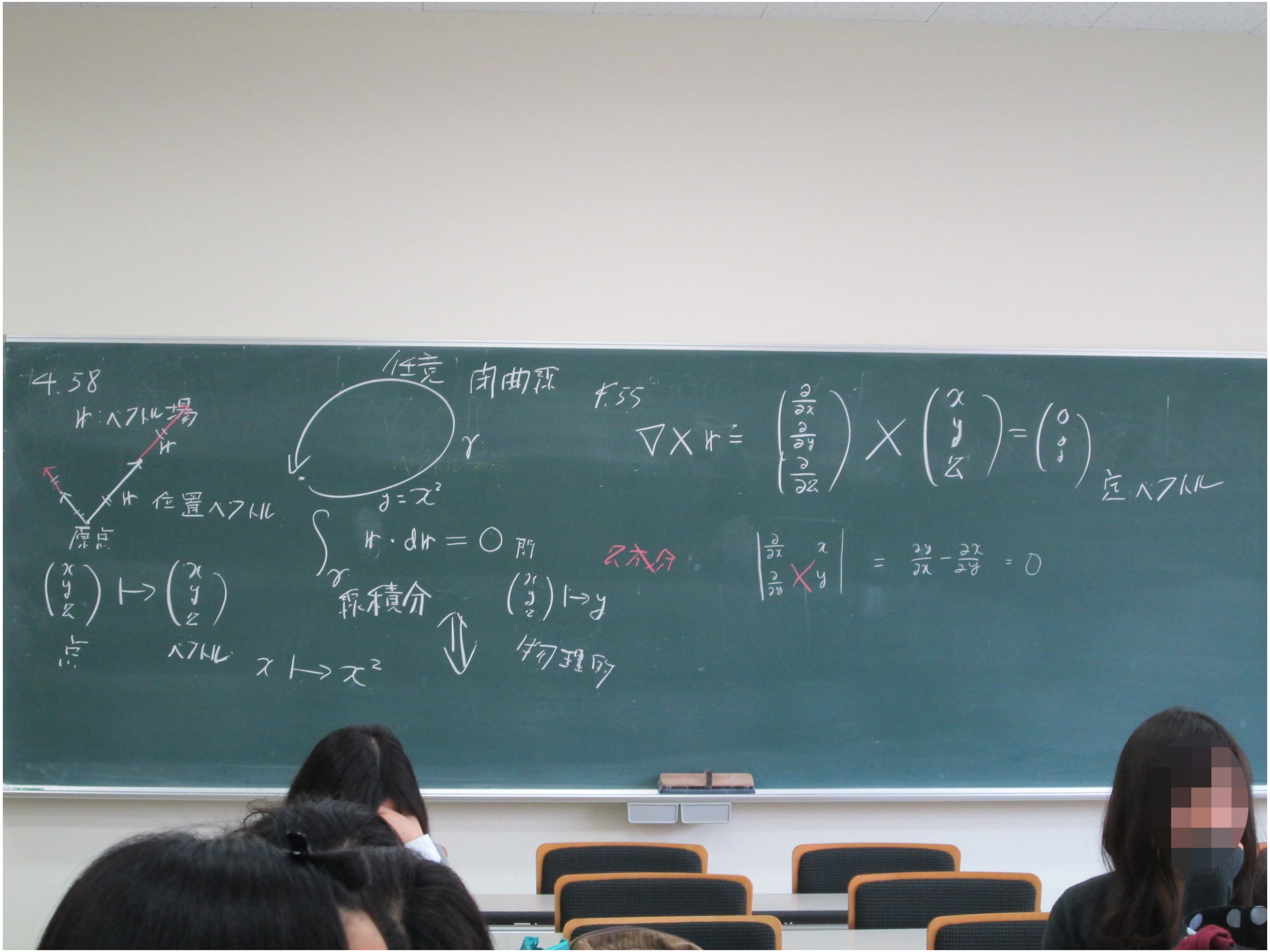
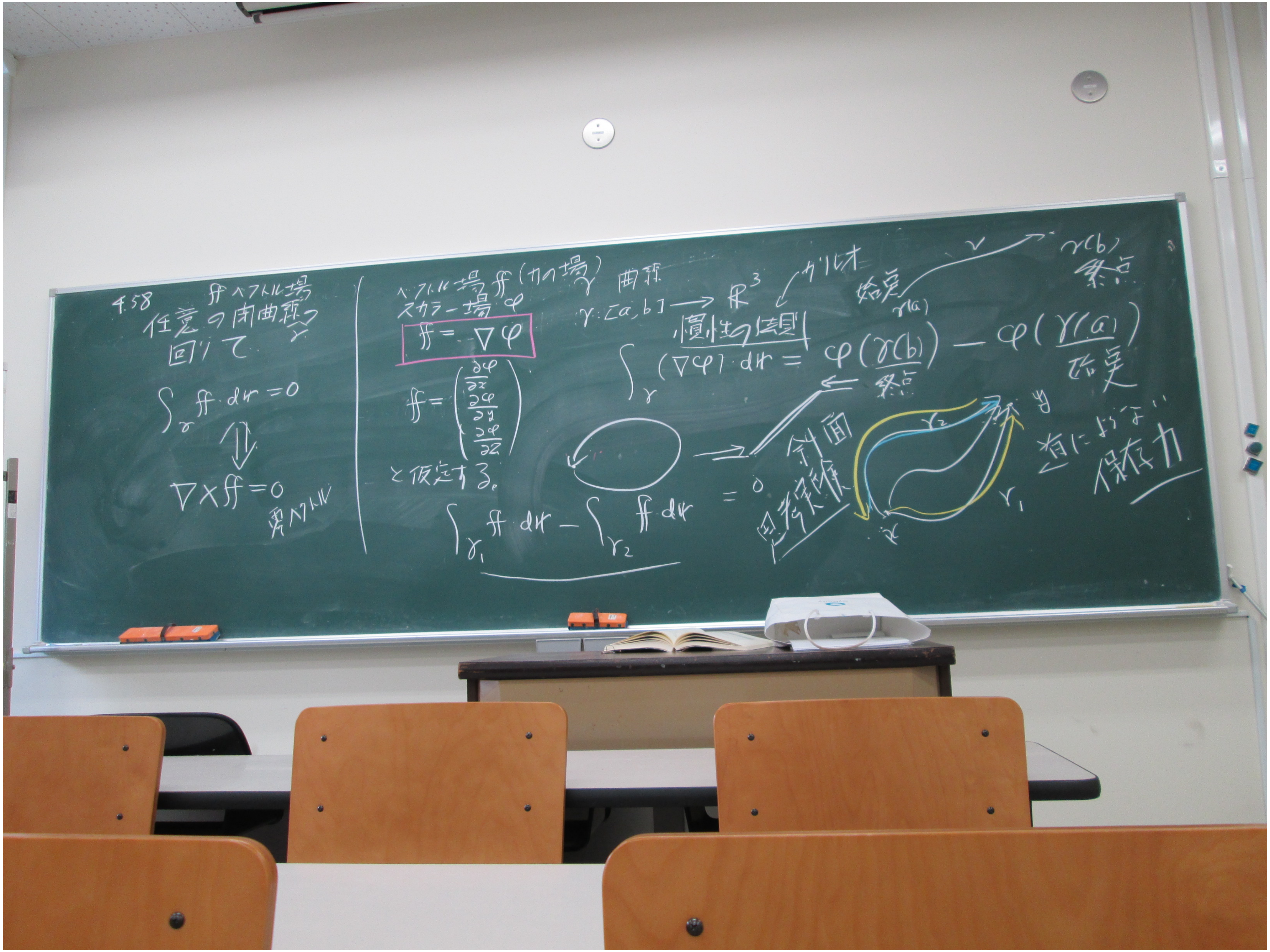
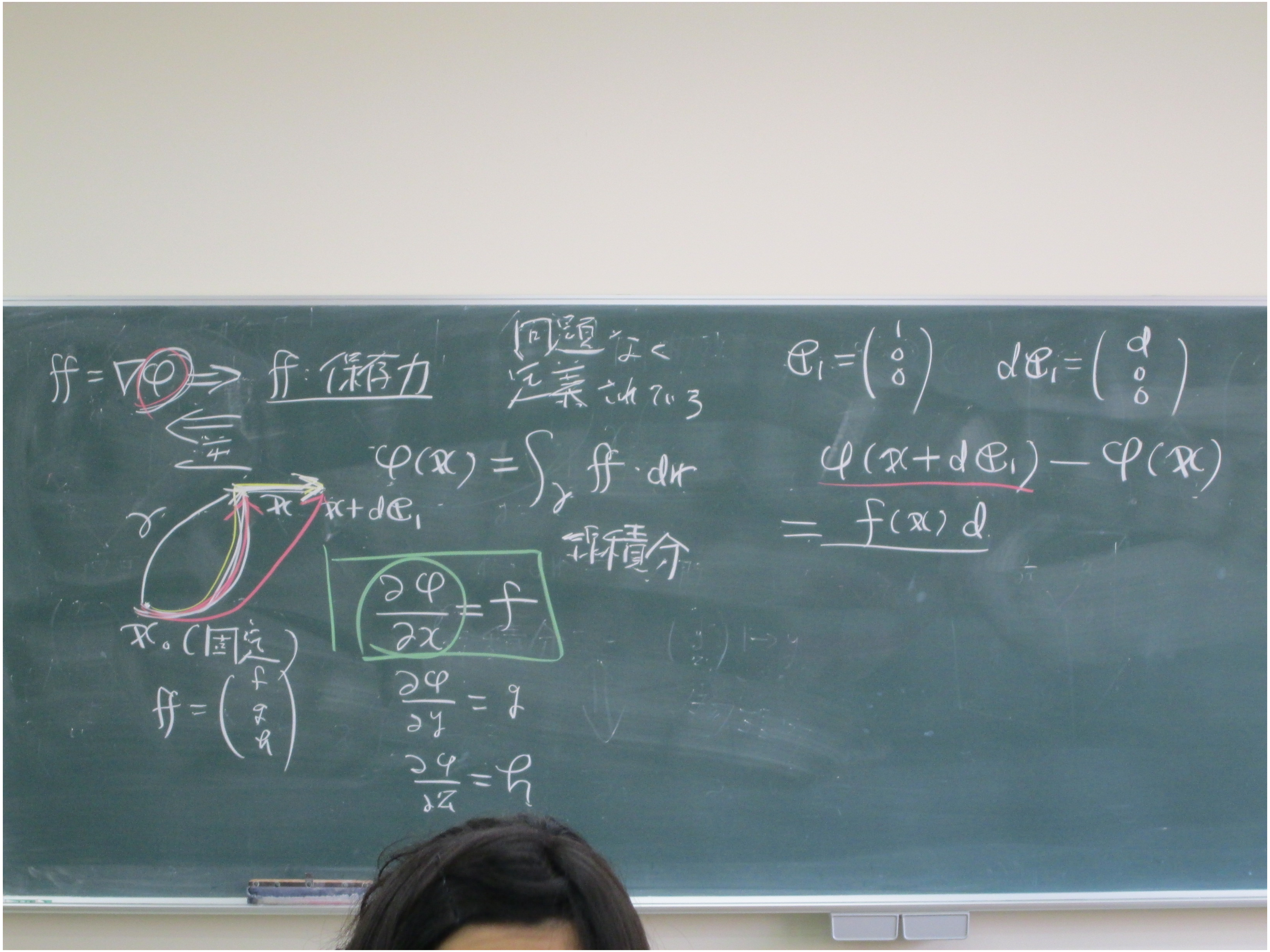

ベクトル解析
ストークスの定理
線積分
微分形式
1次の微分形式
曲面 Σ
境界 γ
閉曲線
grad(ient)
勾配
面積分
微分
ω
∫γ ω = ∫Σ dω
∇φ
ベクトル場 ff
2次の微分形式
ベクトル解析の言葉に
翻訳すると
∫γ ff·dr = ∫ ∇×ff
線積分
回転 rot(ation)
nabla
ナブラ
偏微分の作用素
ff = (f, g, h)
f, g, h : R³ → R


4.58
r : ベクトル場
位置ベクトル
原点
点
ベクトル
任意
閉曲線
γ
y = x²
∫γ r · dr = 0
線積分
x ↦ x²
物理的
4.55
∇ × r =
ベクトル
2成分
= ∂y/∂x − ∂x/∂y = 0


ff ベクトル場
任意の閉曲線γ
回りで
∫γ ff·dr = 0
∇×ff = 0
零ベクトル
ベクトル場 ff (力の場)
スカラー場 φ
ff = ∇φ
と仮定する。
曲線
γ: [a, b] → R³
ガリレオ
慣性の法則
始点
終点
γ(a)
γ(b)
∫γ (∇φ)·dr = φ(γ(b)) − φ(γ(a))
∫γ1 ff·dr − ∫γ2 ff·dr = 0
斜面
思考実験
道によらない
保存力



$\mathbf{f} = \nabla\varphi \Longrightarrow \mathbf{f}$: 保存力
問題なく
定義されている
$\varphi(\mathbf{x}) = \int_\gamma \mathbf{f}\cdot d\mathbf{r}$
線積分
γ
$\mathbf{x}$
$\mathbf{x}+d\mathbf{e}_1$
$\mathbf{x}_0$ (固定)
$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$
$\boxed{\frac{\partial\varphi}{\partial x} = f}$
$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = g$
$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = h$
$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$d\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\varphi(\mathbf{x}+d\mathbf{e}_1) - \varphi(\mathbf{x})$
$= f(\mathbf{x})\, d$


F 力の場
F = -∇φ
φ ポテンシャルエネルギー
x 粒子の位置ベクトル
V(x) = dx/dt
粒子
質量 m
speed V
1/2 m(V·V) 運動エネルギー
内積
1/2 m V·V + φ(x) = 全エネルギー
1/2 m dx/dt dx/dt + φ(x)
エネルギー保存の法則
一定
Newtonの第2法則
dV/dt
∇φ
加速度