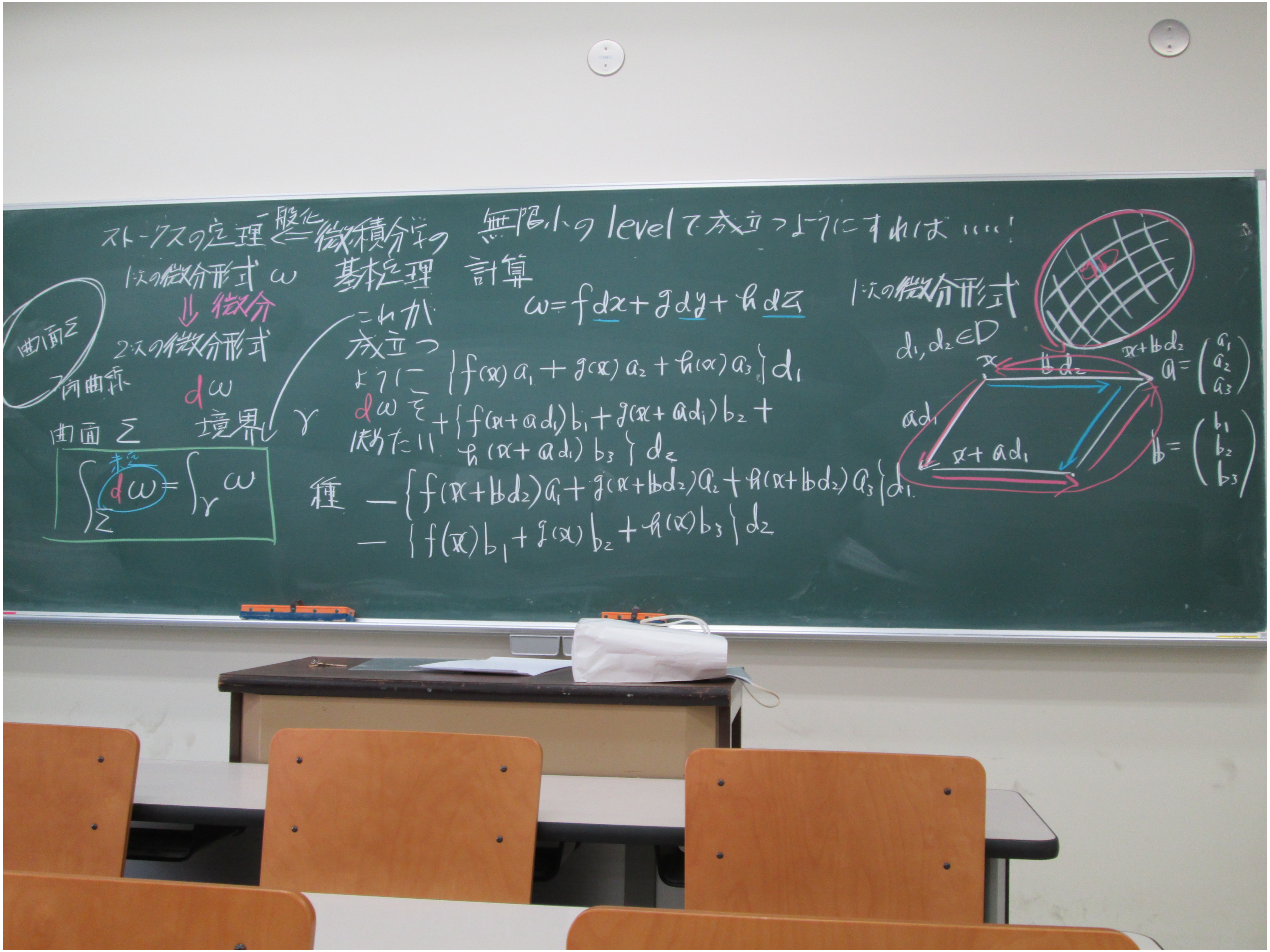

ストークスの定理 ⇐ 一般化 微積分学の基本定理
無限小のlevelで成立つようにすれば……!
1次の微分形式 ω
⇓ 微分
2次の微分形式
dω
曲面Σ
閉曲線
曲面 Σ
境界
γ
∫Σ dω = ∫γ ω
これが成立つように dωを決めたい
計算
ω = f dx + g dy + h dz
1次の微分形式
d1, d2 ∈ D
{f(x)a1 + g(x)a2 + h(x)a3} d1
+ {f(x+ad1)b1 + g(x+ad1)b2 + h(x+ad1)b3} d2
− {f(x+bd2)a1 + g(x+bd2)a2 + h(x+bd2)a3} d1
− {f(x)b1 + g(x)b2 + h(x)b3} d2
x
bd2
x+bd2
ad1
x+ad1
a = (a1, a2, a3)
b = (b1, b2, b3)

才2行目&才4行目

$$f(x+ad_1)\,b_1 - f(x)b_1\}\,d_2 +$$

$$g(x+ad_1)\,b_2 - g(x)b_2\}\,d_2 +$$

$$h(x+ad_1)\,b_3 - h(x)b_3\}\,d_2$$

$$x+ad_1) - f(x) = f'(x)(a)\,d_1$$

$$x+ad_1) - g(x) = g'(x)(a)\,d_1$$

$$x+ad_1) - h(x) = h'(x)(a)\,d_1$$

微分の定義

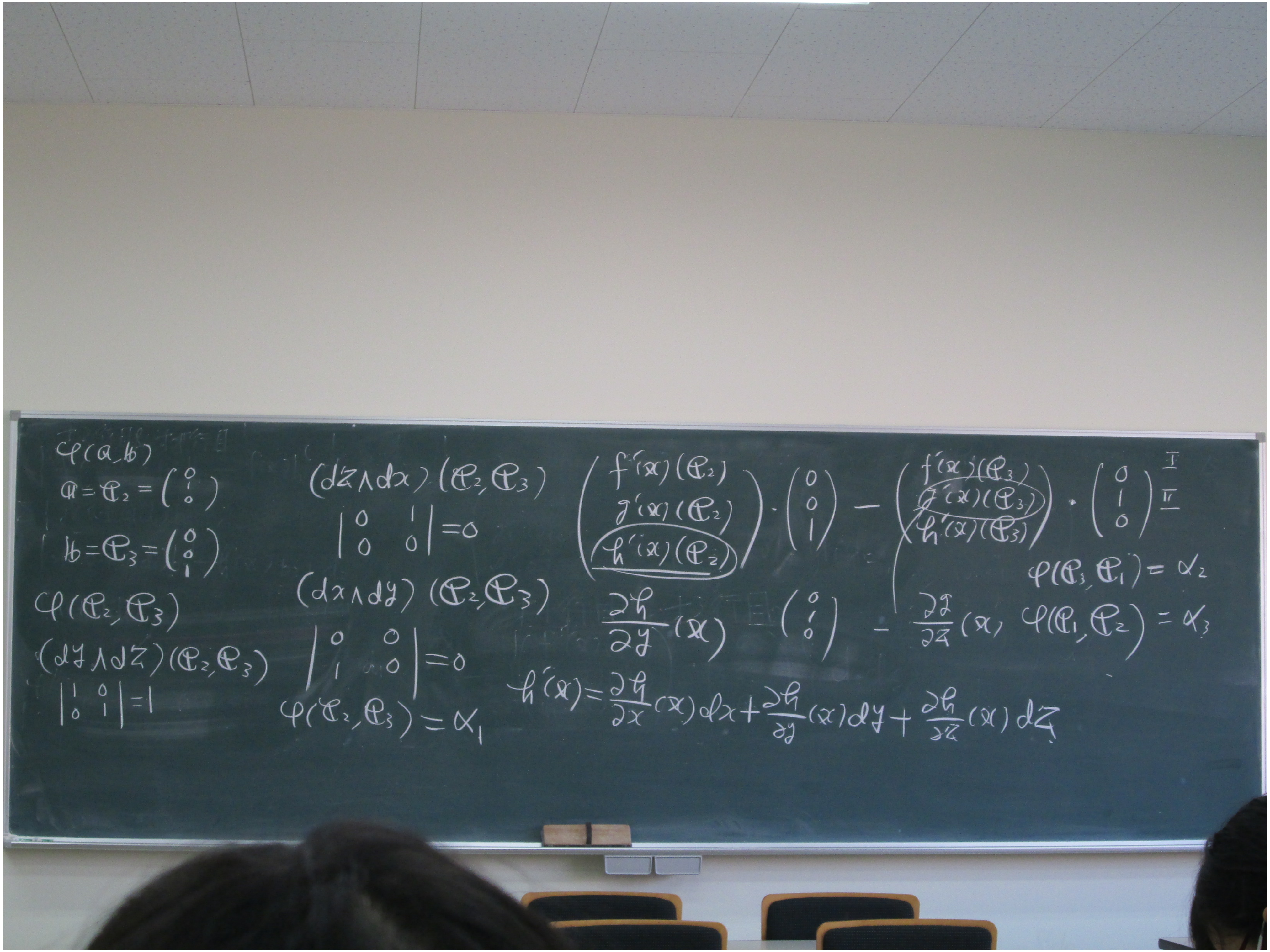
$$= \{ f'(x)(a)\,b_1 + g'(x)(a)\,b_2 + h'(x)(a)\,b_3$$

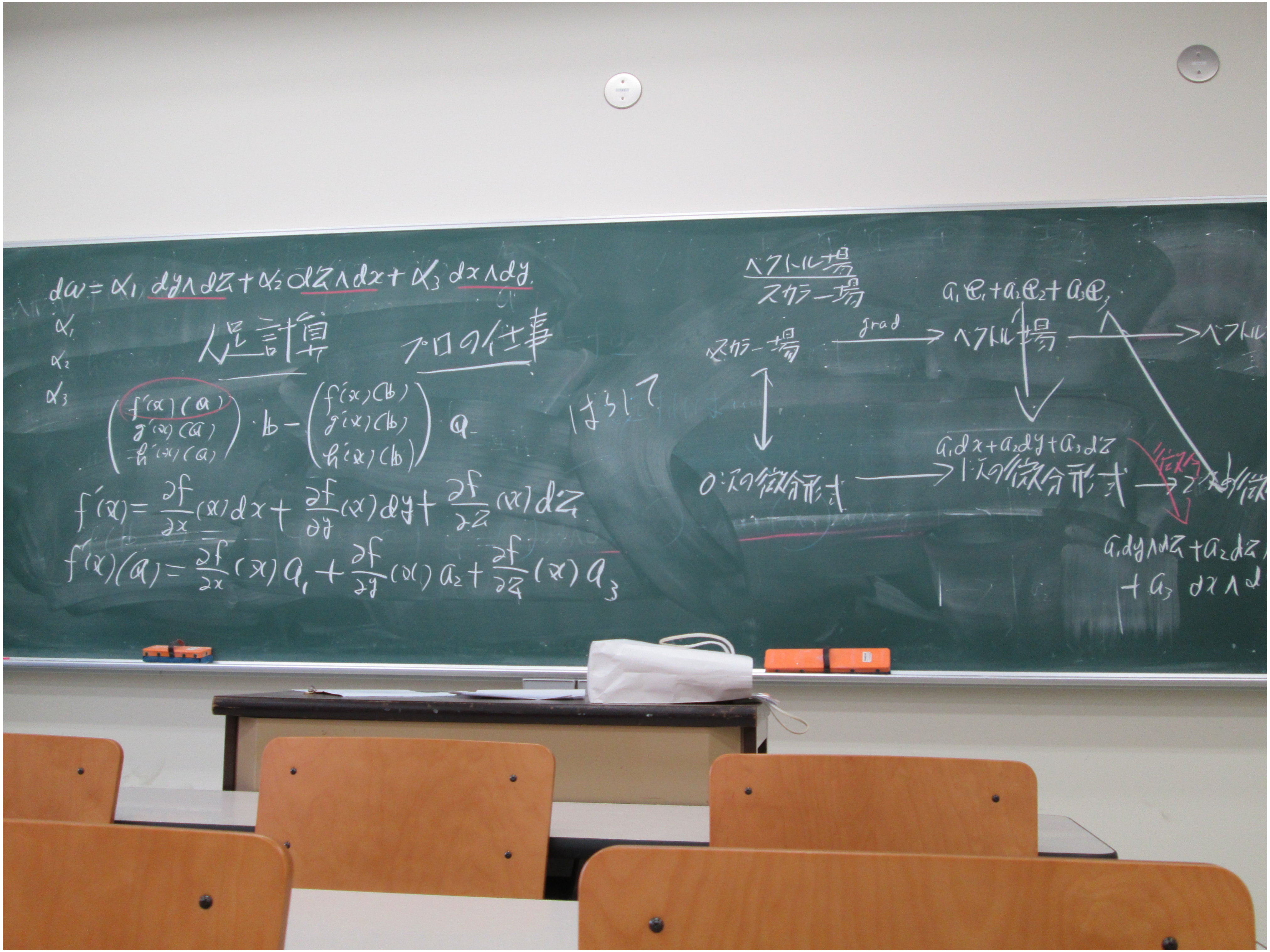
$$= \left\{ \begin{pmatrix} f'(x)(a) \\ g'(x)(a) \\ h'(x)(a) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \right\} d_1 d_2$$

才1行目 & 才3行目

$$- \left\{ \begin{pmatrix} f'(x)(b) \\ g'(x)(b) \\ h'(x)(b) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \right\} d_1 d_2$$

e1, e2, e3 基底 線形和
α1e1+α2e2+α3e3 αi∈R
1次の交代形式 dx, dy, dz 基底
2次の交代形式 dy∧dz, dz∧dx, dx∧dy 基底
2次の交代形式 φ(a, b) =
φ(a1+a2, b) = φ(a1, b) + φ(a2, b)
φ(αa, b) = αφ(a, b)
二重線型
aとbをいれかえる
φ(b, a) = −φ(a, b)
決定すれば……
φ = α1 dy∧dz + α2 dz∧dx + α3 dx∧dy


φ(a, b)
a = e2 = (0 1 0)
b = e3 = (0 0 1)
φ(e2, e3)
(dy∧dz)(e2, e3)
|1 0; 0 1| = 1
(dz∧dx)(e2, e3)
|0 1; 0 0| = 0
(dx∧dy)(e2, e3)
|0 0; 1 0| = 0
φ(e2, e3) = α1
(f'(x)(e2); g'(x)(e2); h'(x)(e2)) · (0 0 1) − (f'(x)(e3); g'(x)(e3); h'(x)(e3)) · (0 1 0)
∂h/∂y (x) (0 1 0) − ∂g/∂z (x)
φ(e3, e1) = α2
φ(e1, e2) = α3
h'(x) = ∂h/∂x (x) dx + ∂h/∂y (x) dy + ∂h/∂z (x) dz



dω = α1 dy∧dz + α2 dz∧dx + α3 dx∧dy
α1
α2
α3
プロの仕事
ばらして
f'(x) = ∂f/∂x (x) dx + ∂f/∂y (x) dy + ∂f/∂z (x) dz
f'(x)(a) = ∂f/∂x (x) a1 + ∂f/∂y (x) a2 + ∂f/∂z (x) a3
ベクトル場
スカラー場
a1e1 + a2e2 + a3e3
スカラー場
grad
ベクトル場
a1dx + a2dy + a3dz
0次の微分形式
1次の微分形式


ナブラ
作用素
ベクトル
∇×ff
ベクトル積
ff = (f g h)
ベクトル場 → スカラー場
∇·ff