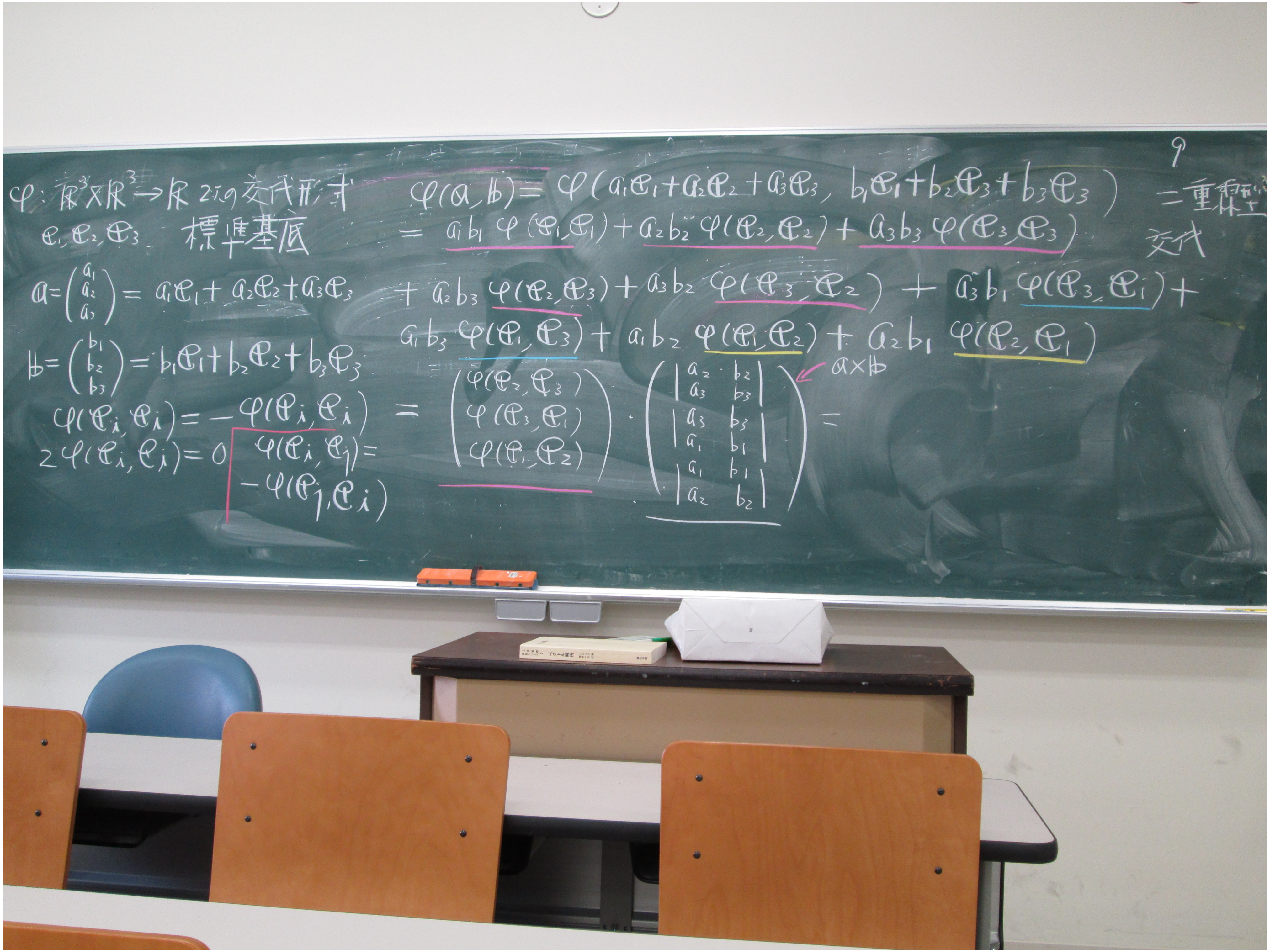
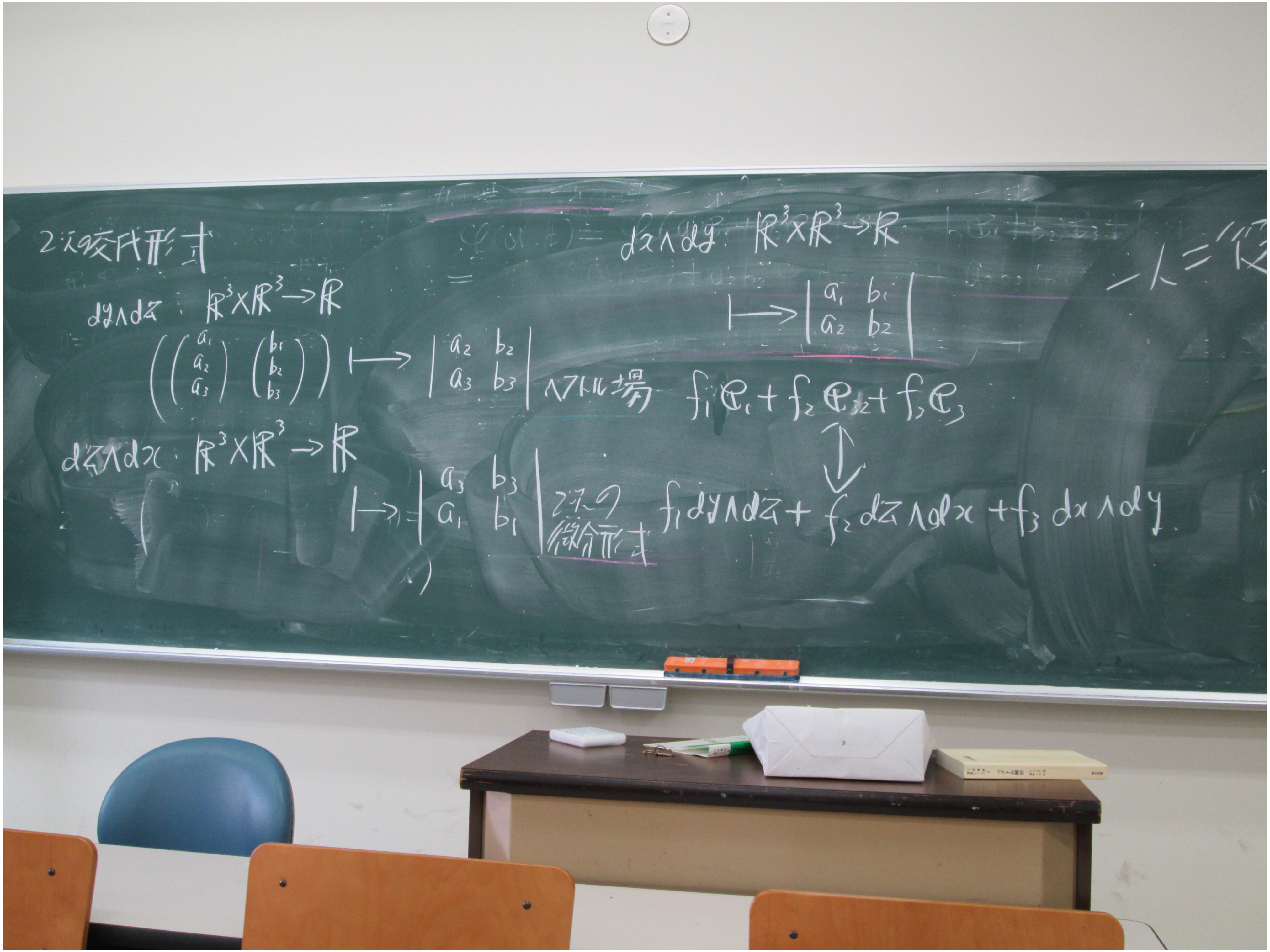

教科書
工学
古典的 ベクトル解析 < 近代 科学
標高
ベクトル場 力の場 流れの場 ベクトル場
スカラー場 ー 各点にスカラーを対応させる
温度 湿度
観測
操作 (operational)
何を測るのか?
仕事 写像 φ: a∈R³ ↦ f(x)·a∈R 線型
α∈R
φ(a+b) = φ(a) + φ(b)
φ(αa) = αφ(a)
x∈R³
a∈R³ d∈D
f(x)
x da
微小な距離
内積
f(x)·da = d(f(x)·a)
天野
各点に
R³からRへの
線型写像を対応させる
R (α, β)
R² = R×R
R³ = R×R×R


φ: R³ から R への線型写像
水の流れの場
何を測るのか?
a, b ∈ R³
神の手
観点
ルイセンコ論争
a = a₁e₁ + a₂e₂ + a₃e₃
φ(a) = φ(a₁e₁ + a₂e₂ + a₃e₃)
1次の交代形式
2次の交代形式
単位時間
平行六面体
二重線型
交代
内積
ベクトル積


9
φ: R³×R³ → R 2次の交代形式
e1, e2, e3 標準基底
a = (a1, a2, a3) = a1e1 + a2e2 + a3e3
b = (b1, b2, b3) = b1e1 + b2e2 + b3e3
φ(ei, ei) = −φ(ei, ei)
2φ(ei, ei) = 0
φ(ei, ej) = −φ(ej, ei)
φ(a, b) = φ(a1e1 + a2e2 + a3e3, b1e1 + b2e3 + b3e3)
= a1b1 φ(e1, e1) + a2b2 φ(e2, e2) + a3b3 φ(e3, e3)
+ a2b3 φ(e2, e3) + a3b2 φ(e3, e2) + a3b1 φ(e3, e1) +
a1b3 φ(e1, e3) + a1b2 φ(e1, e2) + a2b1 φ(e2, e1)
= (φ(e2, e3), φ(e3, e1), φ(e1, e2)) · (|a2 b2; a3 b3|, |a3 b3; a1 b1|, |a1 b1; a2 b2|) =
a×b
二重線型
交代


各点に1次の交代形式を対応させる
1次の微分形式
イデア
各点に 2次
idealistic
2次の微分形式
Platon(哲学者)
platonicな立場
pragmaticな立場
力の場 ― 1次の微分形式
流れの場
この犬は頭がいい
美は永遠である
交代形式
dx: R³→R
(x,y,z)↦x
dy: R³→R
(x,y,z)↦y
dz: R³→R
ベクトル場
e₁, e₂, e₃
線型結合
f₁: R³→R
f₁(x,y,z)e₁+f₂(x,y,z)e₂+f₃(x,y,z)e₃
1次の微分形式 f₁(x,y,z)dx+f₂(x,y,z)dy+f₃(x,y,z)dz


2次交代形式
$dy \wedge dz : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\left(\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \right) \longmapsto \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$
$dz \wedge dx : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\longmapsto \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}$
$dx \wedge dy : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\longmapsto \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$
ベクトル場 $f_1 \mathbf{e}_1 + f_2 \mathbf{e}_2 + f_3 \mathbf{e}_3$
$\updownarrow$
2次の微分形式 $f_1 dy \wedge dz + f_2 dz \wedge dx + f_3 dx \wedge dy$