

スカラー場
ベクトル場

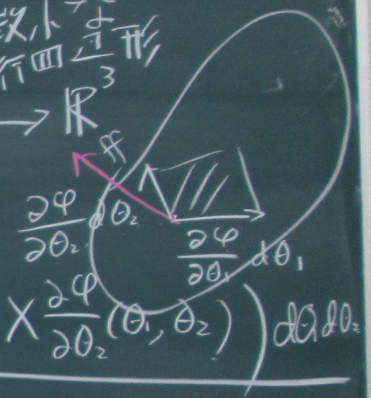
温度 温度
力 変位

数字
曲線

$\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $\gamma(a)$ 始点
 $\gamma(b)$ 終点

単位時間 微小
曲面 平行四辺形

$\varphi: [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \rightarrow \mathbb{R}^3$
平行六面体の体積



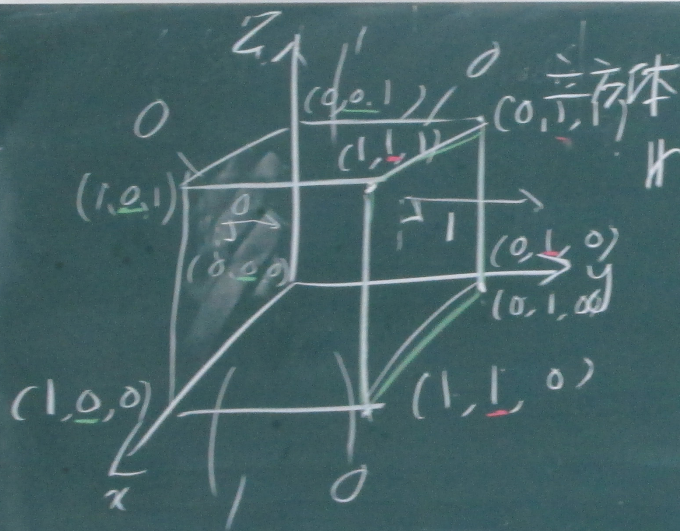
線積分
仕事

$$\int_{\gamma} f \, ds = \int_a^b f(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t) \, dt$$

面積分
内積

$$\int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2}$$

$$f(\varphi(\theta_1, \theta_2)) \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta_1}(\theta_1, \theta_2) \times \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_2}(\theta_1, \theta_2) \right) d\theta_1 d\theta_2$$



$\nabla \cdot \mathbf{F}$
 $(x, y, z) \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
 $\nabla \cdot \mathbf{F}$

スカラー場 \Rightarrow ∇ 場
 ∇ 場 \Rightarrow スカラー場
 grad
 div (ergence)
 発散

PR

f の場 (場の場) 微小な直方体

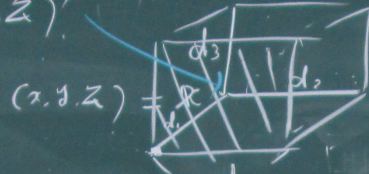
$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$f(x, y, z)$$

$$f = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$

$$f, g, h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

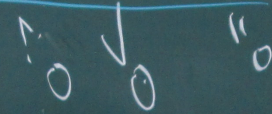
(x, y, z)



$d_1, d_2, d_3 \in D$

$\text{div } f$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} \right) d_1 d_2 d_3$$



体積 $d_1 d_2 d_3$

2つの面は平行な
2つの面

$$f(x+d_1, y, z) d_2 d_3 - f(x, y, z) d_2 d_3$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x} (x, y, z) d_1 d_2 d_3$$

$$f(x+d_1, y, z) - f(x, y, z)$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x} (x, y, z) d_1$$

$$f(x+d_1, y, z) d_2 d_3 - f(x, y, z) d_2 d_3$$

5:14

単位体積
あたり

f : ベクトル場 (流束の場合) 閉曲面 Σ が囲む領域 Ω の

$$\int_{\Sigma} f \cdot dS = \int_{\Omega} (\operatorname{div} f) dV$$

Gaussの発散定理

$\operatorname{div} f$

$$(x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\int_a^b \int_c^d \int_e^f (\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z}) = 3 \times \text{体積}$$

