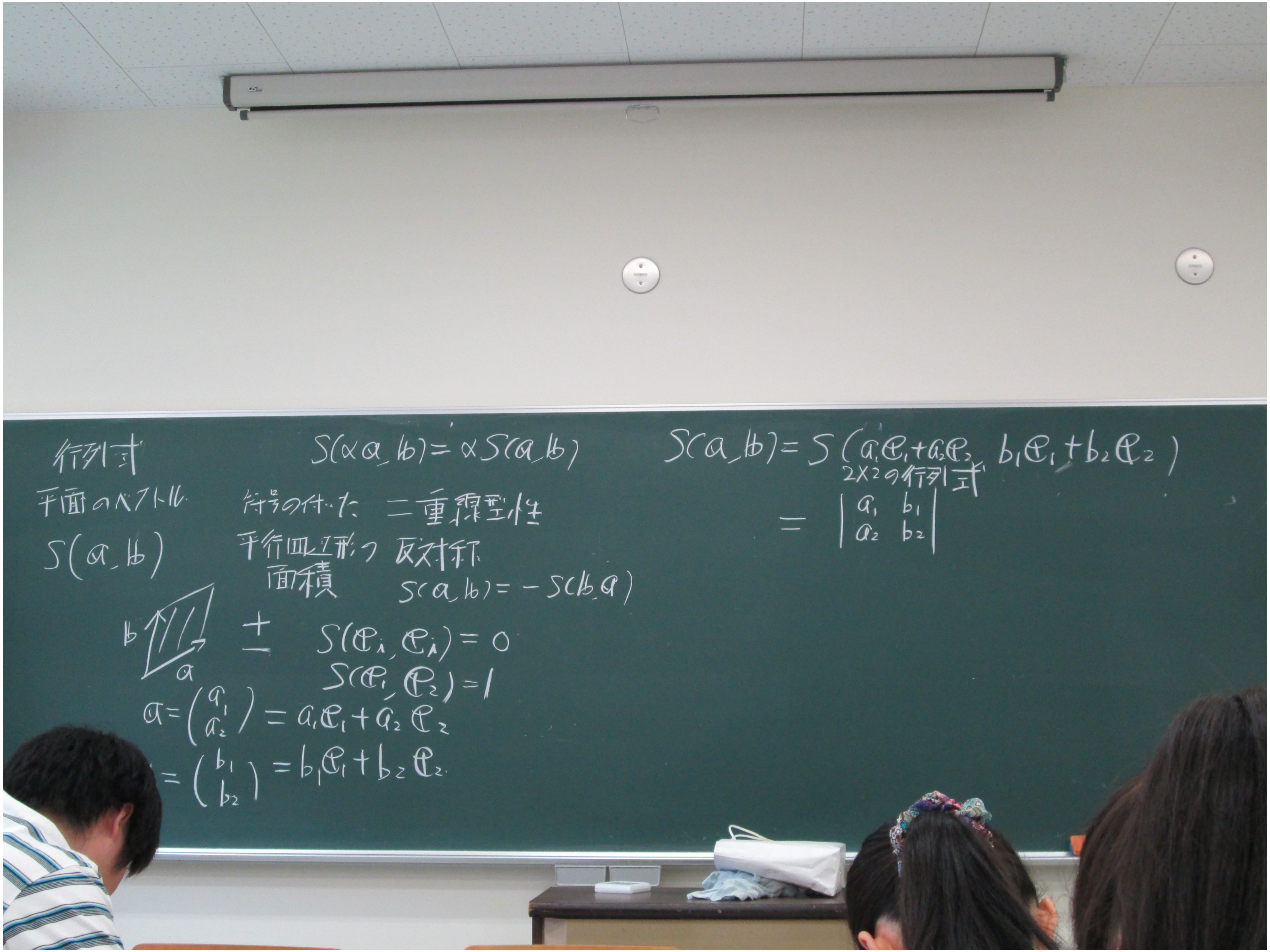
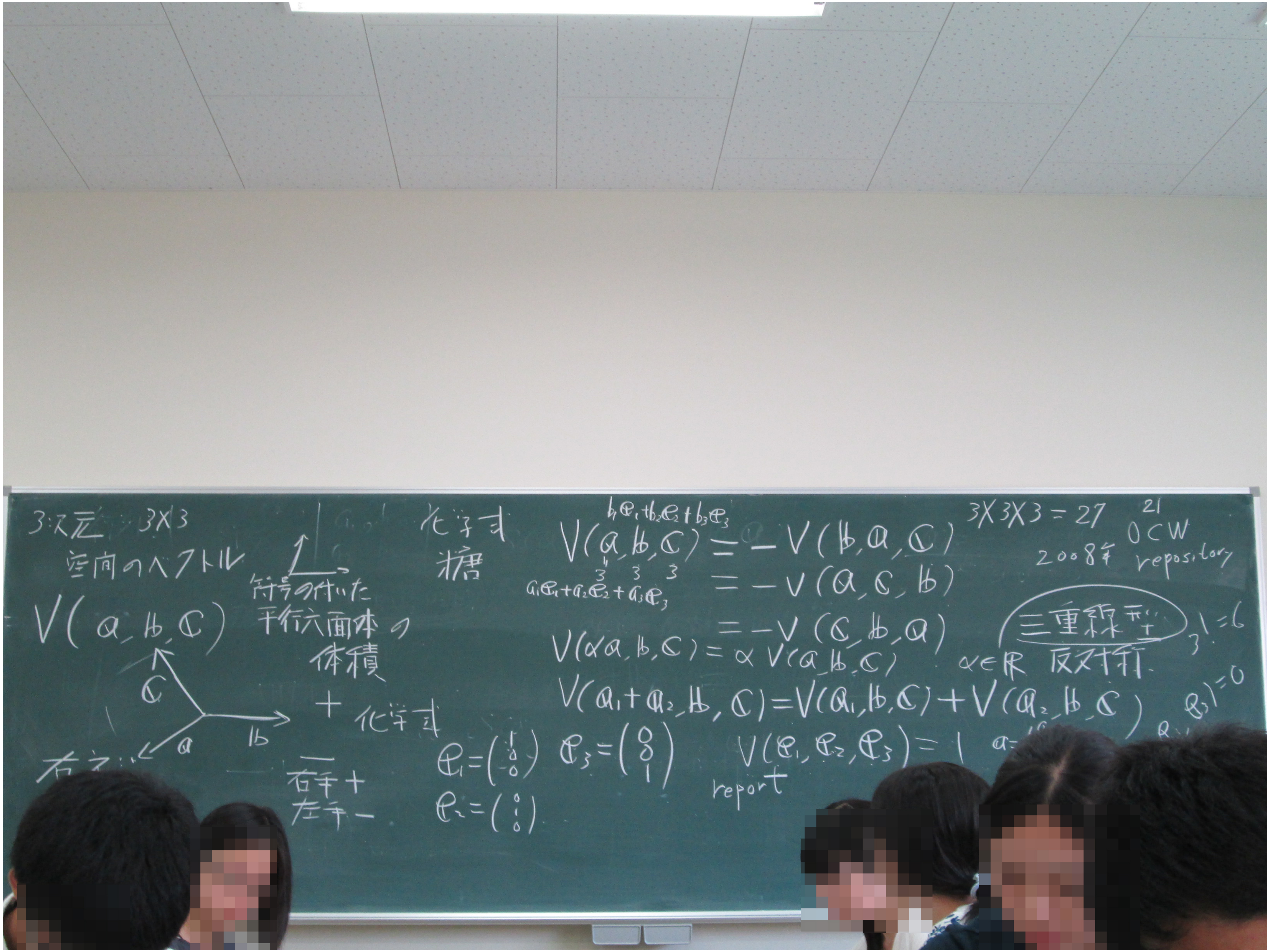
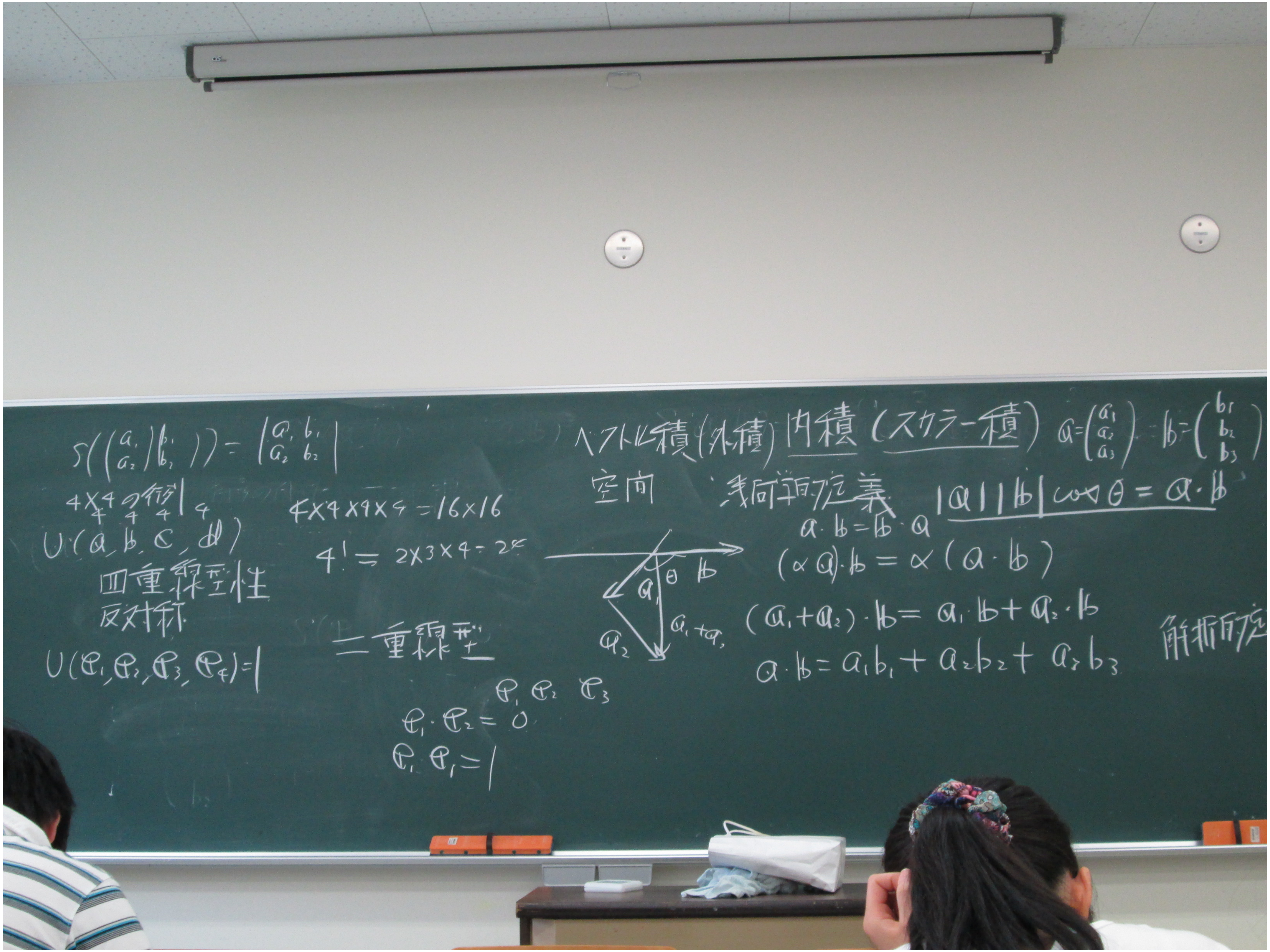
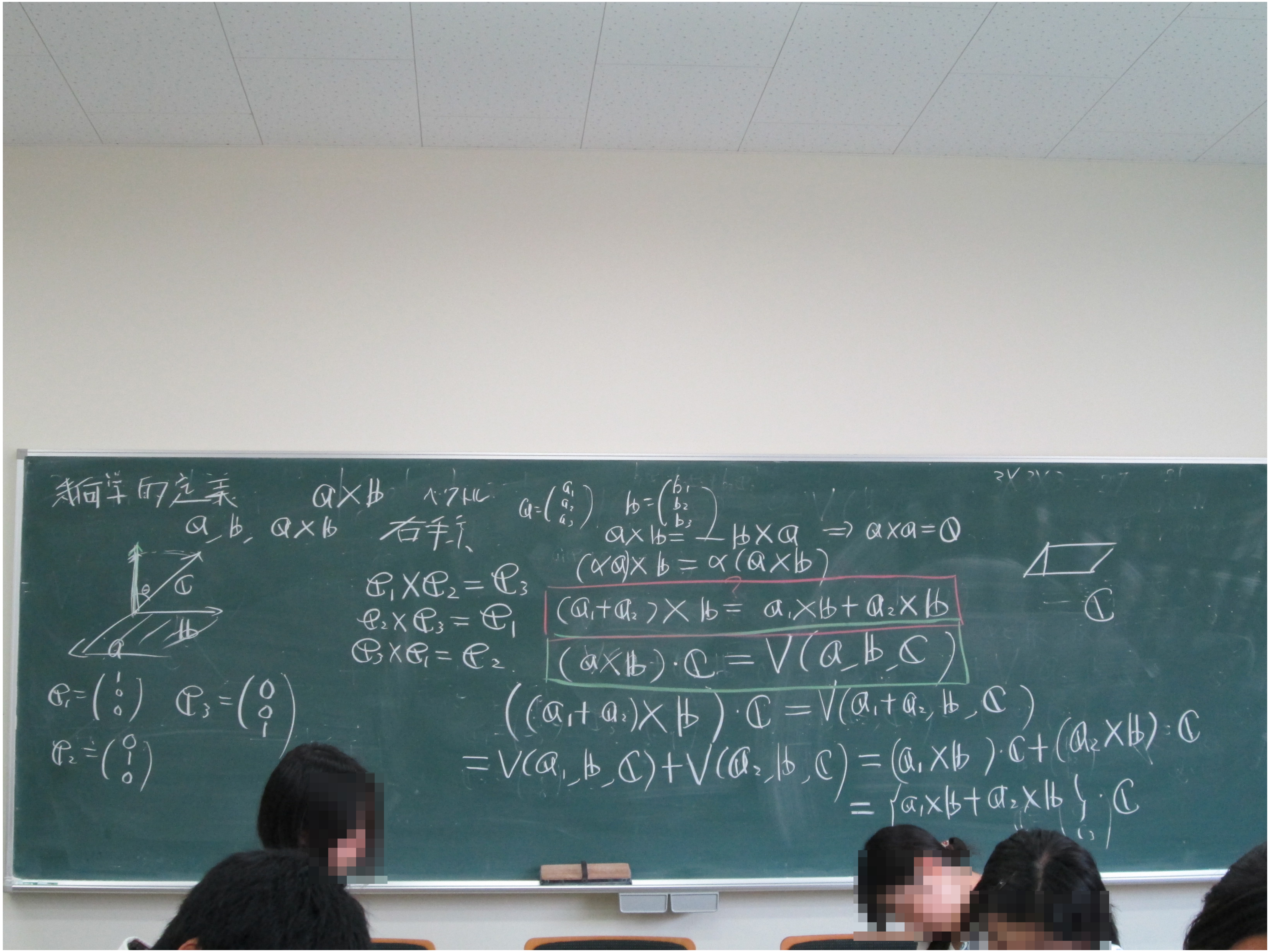

行列式
平面のベクトル
S(a, b)
平行四辺形の面積
S(αa, b) = αS(a, b)
符号の付いた 二重線型性
反対称
S(a, b) = −S(b, a)
±
S(e_i, e_i) = 0
S(e_1, e_2) = 1
b
a
a = (a_1, a_2) = a_1e_1 + a_2e_2
= (b_1, b_2) = b_1e_1 + b_2e_2
S(a, b) = S(a_1e_1 + a_2e_2, b_1e_1 + b_2e_2)
2×2の行列式
= |a_1 b_1; a_2 b_2|

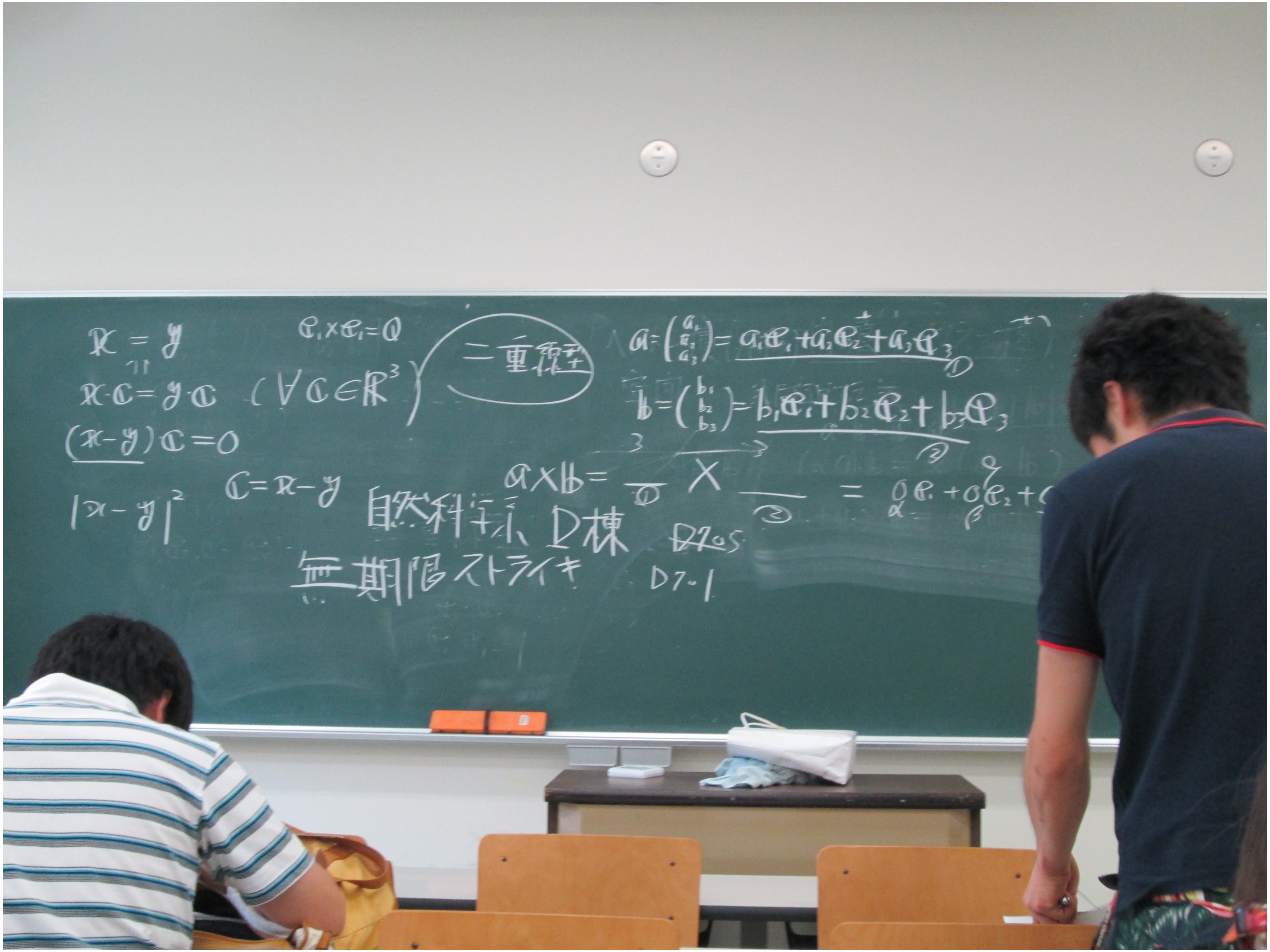

3次元 3×3
空間のベクトル
V(a, b, c)
符号の付いた
平行六面体の
体積
＋ 化学式
右手 ＋
左手 －
化学式
糖
e1 = (1, 0, 0)
e2 = (0, 1, 0)
e3 = (0, 0, 1)
b1e1+b2e2+b3e3
a1e1+a2e2+a3e3
V(a, b, c) = −V(b, a, c)
= −V(a, c, b)
= −V(c, b, a)
V(αa, b, c) = αV(a, b, c)
α∈R
V(a1+a2, b, c) = V(a1, b, c) + V(a2, b, c)
V(e1, e2, e3) = 1
report
3×3×3 = 27
21
OCW
2008年
repository
三重線形
反対称
3! = 6



ベクトル積(外積) 内積(スカラー積)
空間
幾何的定義
|a||b| cos θ = a·b
a·b = b·a
(αa)·b = α(a·b)
(a1+a2)·b = a1·b + a2·b
a·b = a1b1 + a2b2 + a3b3
4×4の行列
U(a, b, c, d)
四重線型性
反対称
U(e1, e2, e3, e4) = 1
4×4×4×4 = 16×16
4! = 2×3×4 = 24
二重線型
e1 e2 e3
e1·e2 = 0
e1·e1 = 1



幾何学的定義
$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ ベクトル
$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}\times\mathbf{b}$ 右手系
$\mathbf{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$ $\mathbf{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$
$\mathbf{a}\times\mathbf{b}=-\mathbf{b}\times\mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{a}\times\mathbf{a}=\mathbf{0}$
$(\alpha\mathbf{a})\times\mathbf{b}=\alpha(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$
$\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_2=\mathbf{e}_3$
$\mathbf{e}_2\times\mathbf{e}_3=\mathbf{e}_1$
$\mathbf{e}_3\times\mathbf{e}_1=\mathbf{e}_2$
$(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)\times\mathbf{b}=\mathbf{a}_1\times\mathbf{b}+\mathbf{a}_2\times\mathbf{b}$
$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=V(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})$
$\mathbf{c}$
$\mathbf{b}$
$\mathbf{a}$
θ
$\mathbf{e}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\mathbf{e}_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$
$\mathbf{e}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$
$((\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=V(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2,\mathbf{b},\mathbf{c})$
$=V(\mathbf{a}_1,\mathbf{b},\mathbf{c})+V(\mathbf{a}_2,\mathbf{b},\mathbf{c})=(\mathbf{a}_1\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}+(\mathbf{a}_2\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}$
$=\{\mathbf{a}_1\times\mathbf{b}+\mathbf{a}_2\times\mathbf{b}\}\cdot\mathbf{c}$



二重積
自然科学系 D棟
D205
無期限ストライキ
D701

Cauchyの積分定理 $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$

$f(z)dz$ 1次の微分形式

$\int_\gamma f(z)dz$ 線積分

γは$\mathbb{C}$上の閉曲線

$f(z)dz$ $d(f(z)dz)=0$

必要十分 $\Leftrightarrow$ fに関するCauchy-Riemanの公式が成り立つ

Stokesの定理

ω: 1次の微分形式

γは$\mathbb{C}$上の閉曲線

Σはγで囲まれる$\mathbb{C}$上の領域

$$\int_\gamma \omega = \int_\Sigma d\omega$$

(ただしωはΣ全体で定義されていることが必要)

$f(z)$ 正則 (Σで)

γ: 閉曲線

$$\int_\gamma f(z)dz = 0$$

特異点

$$g(z) = \frac{f(z)}{z-w}$$

wを中心とする半径rの円γ_1で囲う

$\gamma \cup \gamma_1$ 閉曲線

内部 $\int_{\gamma\cup\gamma_1} \frac{f(z)}{z-w}dz = 0 \cdots (☆)$

$a \leq b \leq c$

$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

$$(☆) = \int_\gamma \frac{f(z)}{z-w}dz - \int_{\gamma_1} \frac{f(z)}{z-w}dz = 0$$

$$\int_\gamma \frac{f(z)}{z-w}dz = \int_{\gamma_1} \frac{f(z)}{z-w}dz$$

$$\int_{\gamma_1} \frac{dz}{z-w} = 2\pi i$$

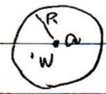
$f(z) \to f(w)$

$$\int_{\gamma_1} \frac{f(z)}{z-w}dz = 2\pi i f(w)$$

$$\therefore \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(z)}{z-w}dz = f(w)$$

Cawsyの積分公式

$$f(w) = \int_\gamma \frac{f(z)}{z-w}dz$$



a中心 半径R } 円 γ

$$= \int_\gamma \frac{f(z)dz}{(z-a)-(w-a)} \qquad |w-a|<|z-a|$$

$$= \int_\gamma \frac{f(z)}{z-a}\frac{dz}{1-\frac{w-a}{z-a}} \qquad \left|\frac{w-a}{z-a}\right|<1$$

$$= \int_\gamma \frac{f(z)}{z-a}\left\{1+\frac{w-a}{z-a}+\left(\frac{w-a}{z-a}\right)^2+\cdots\cdots\right\}$$

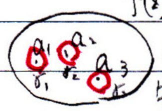
$$= \int_\gamma \frac{f(z)}{z-a}dz + \int_\gamma \frac{f(z)}{(z-a)^2}dz(w-a)$$

$$+ \int_\gamma \frac{f(z)}{(z-a)^3}dz(w-a)^2 + \cdots + \int_\gamma \frac{f(z)dz}{(z-a)^{n+1}}(w-a)^n + \cdots$$

無限級数 … 正則

留数定理

$f(z)$ 閉曲線γ



γ 特異点

$$\int_\gamma f(z)dz = 0$$

Cauchyの積分公式より

$$f(w) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma\cup\gamma_1\cup\gamma_2\cup\gamma_3} \frac{f(z)dz}{z-w}$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\left\{\int_\gamma \frac{f(z)dz}{z-w} - \boxed{\int_{\gamma_1}\frac{f(z)dz}{z-w}} - \int_{\gamma_2}\frac{f(z)dz}{z-w} - \int_{\gamma_3}\frac{f(z)dz}{z-w}\right.$$

$$\int_{\gamma_1}\frac{f(z)}{z-w}dz = \int_{\gamma_1}\frac{f(z)dz}{(z-a_1)-(w-a_1)}$$

$$= \int_{\gamma_1}\frac{f(z)dz}{\frac{z-a}{w-a}-1}\frac{1}{w-a} \qquad \left(\left|\frac{z-a}{w-a}\right|<1\right)$$

$$= -\int_{\gamma_1}\frac{f(z)}{w-a}\frac{1}{1-\frac{z-a_1}{w-a_1}}dz$$

$$= -\int_{\gamma_1}\frac{f(z)}{w-a}\left\{1+\left(\frac{z-a_1}{w-a_1}\right)+\left(\frac{z-a_1}{w-a_1}\right)^2+\cdots\right\}dz$$

$$= -\left\{\int_{\gamma_1} f(z)dz\frac{1}{w-a_1} + \int_{\gamma_1} f(z)(z-a_1)dz\frac{1}{(w-a_1)^2} + \int_{\gamma_1} f(z)(z-a_1)^2dz\frac{1}{(w-a_1)^3} + \cdots\right. //$$

無限級数

No.　　　　月3 微積分

DATE .7.8 ムードル リポジトリ

行列式 $S(\alpha a, b)=\alpha S(a,b)$

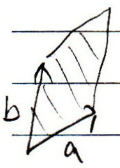
平面のベクトル 符号のついた二重線型線

$S(a,b)$ 平行四辺形の面積 反対称

$S(a,b)=-S(b,a)$

$\pm$ $S(e_1,e_1)=0$

$S(e_1,e_2)=1$



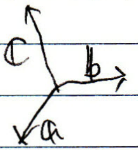
$S(a,b)=(a_1e_1+a_2e_2,\ b_1e_1+b_2e_2)$

$=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

3次元 3x3

空間のベクトル

$V(a,b,c)$ 符号のついた平行六面体の体積



右ネジ

右手 +

左手 −

$V(a,b,c)=-V(b,a,c)$

$=-V(a,c,b)$

$=-V(c,b,a)$

$V(\alpha a,b,c)=\alpha V(a,b,c)$ $\alpha\in\mathbb{R}$

$V(a_1+a_2,b,c)=V(a_1,b,c)+V(a_2,b,c)$

三重線型 反対称

$V(e_1,e_2,e_3)=1$

report ①

$a=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$ $b=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$ $c=\begin{pmatrix}c_1\\c_2\\c_3\end{pmatrix}$

として $V(a,b,c)$を計算せよ。

4x4の行列

$U(a,b,c,d)$

四重線型性 反対称

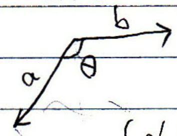
$U(e_1,e_2,e_3,e_4)=1$

$4\times4\times4\times4=16\times16$

$4!=24$

$\boxed{\text{ベクトル積}}$ 内積(スカラー積)

空間 $|a||b|\cos\theta=a\cdot b$



幾何学的定義

$a\cdot b=b\cdot a$

$(\alpha\cdot a)\cdot b=\alpha(a\cdot b)$

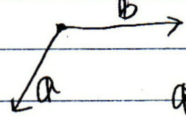
$(a_1+a_2)\cdot b=a_1\cdot b+a_2\cdot b$

$a\cdot b=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

解析的定義

外積(ベクトル積)

幾何学的定義 $a\times b$ ベクトル



$a, b, a\times b$ 右手系

$a=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$ $b=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$

$e_1\times e_2=e_3$ $e_2\times e_3=e_1$

$e_3\times e_1=e_2$

$(\alpha a)\times b=\alpha(a\times b)$

$a\times b=-b\times a \Rightarrow a\times a=0$

$\boxed{(a_1+a_2)\times b=a_1\times b+a_2\times b\ \cdots ?}$

$(a\times b)\cdot c$ … 平行六面体の体積

$(a\times b)\cdot c=V(a,b,c)$

□とcの内積を計算

$((a_1+a_2)\times b)\cdot c=V(a_1+a_2,b,c)$

$=V(a_1,b,c)+V(a_2,b,c)$

$=(a_1\times b)\cdot c+(a_2\times b)\cdot c$

$=\{a_1\times b+a_2\times b\}\cdot c$

$x=y$　　$x\cdot c=y\cdot c$ $(\forall c\in\mathbb{R}^3)$

$(x-y)\cdot c=0$

$|x-y|^2=0$ $c=x-y$

二重線型

$a=a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3$

$b=b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3$

$a\times b=\_\times\_=\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3$