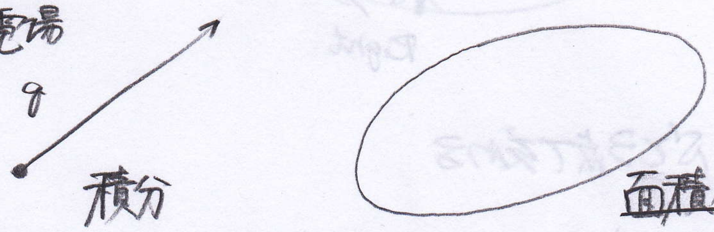
2011. 1. 19. Wed

静電気学

"クーロンの法則" ⇒ "Gaussの法則"
(Coulomb)

電場

q



積分

面積分

対称性

四則演算

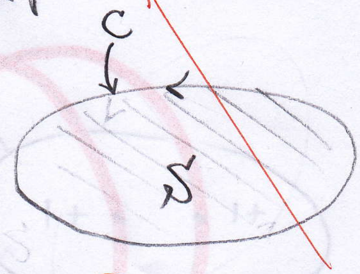
静磁気学

"ビオ・サバールの法則" ⇒ "アンペールの法則"
(Biot-Savart) (Ampére)

電流

$$\delta \mathbb{B}(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\delta j \times (x - \mathbb{P})}{\| x - \mathbb{P} \|^3}$$

線積分



閉曲線：C
Cを縁とする閉曲面：S

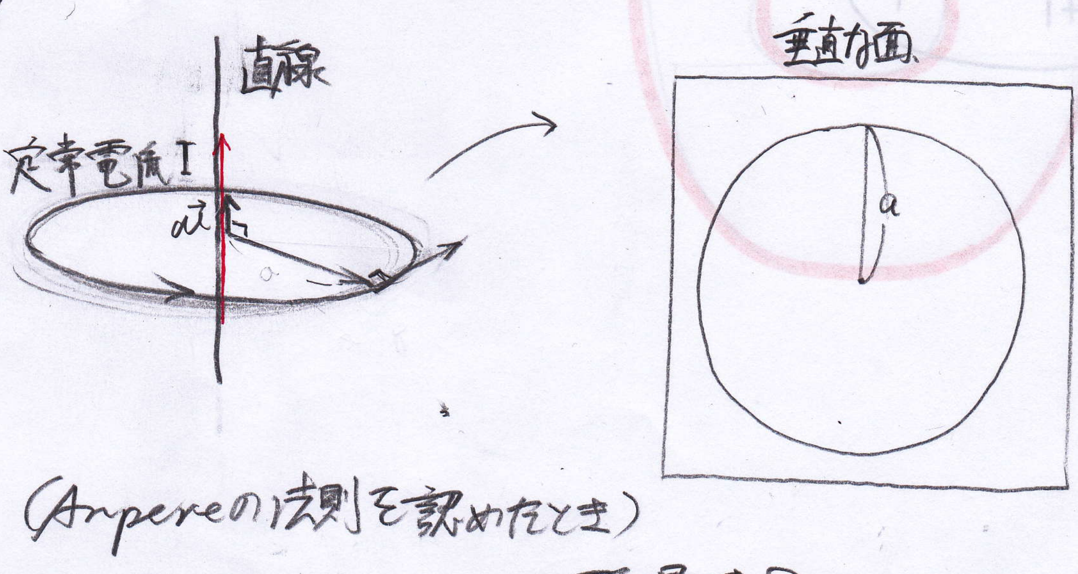
一意ではない

Sを横切っていく電流を加える。

Anpereの法則

$$\int_C \mathbb{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \{ C\text{を貫く全電流} \}$$

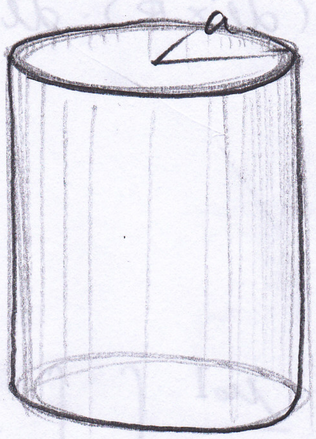
[Report]
〈例〉 I



(Anpereの法則を認めたとき)

磁場は？

Ⅱ. 円筒（半径 a）… 電流が流れている

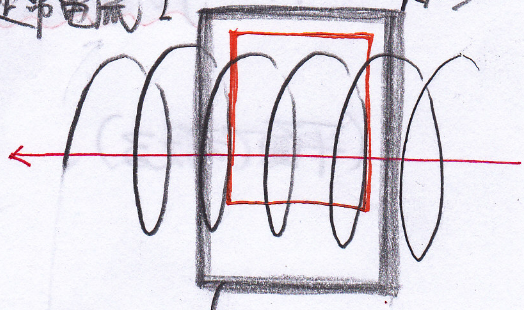


$$|\mathbb{B}| = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r > a) \\ 0 & (r < a) \end{cases}$$

Ⅲ. コイル（無限に続く）

コイルの巻き数

：単位長さあたり n



貫いている電流 0.

⇓

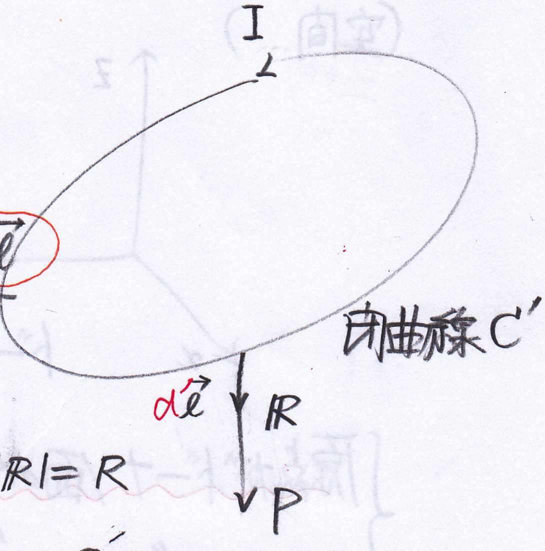
（有限ならある…）外に磁場はない

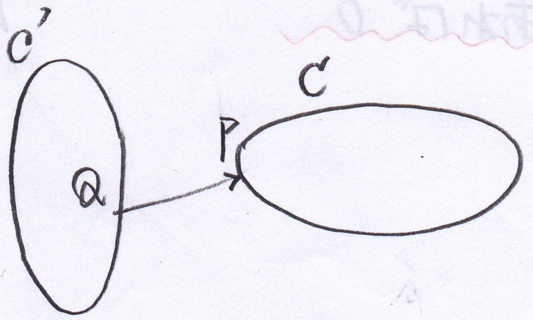
（Ampereの法則の証明）

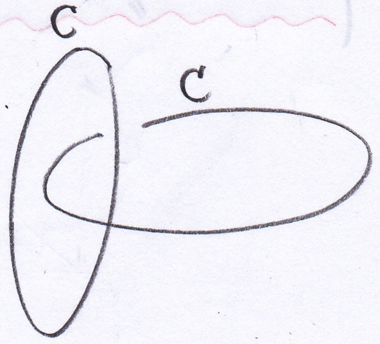
$$\mathbb{B}(\mathbb{r}) = \frac{I\mu_0}{4\pi}\int_{C'} \frac{d\vec{\ell} \times \mathbb{R}}{R^3}$$

曲面C

$$\int_C \mathbb{B}(\mathbb{r})\cdot d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C\int_{C'} \frac{(d\vec{\ell'} \times \mathbb{R})\cdot d\vec{\ell}}{R^3}$$



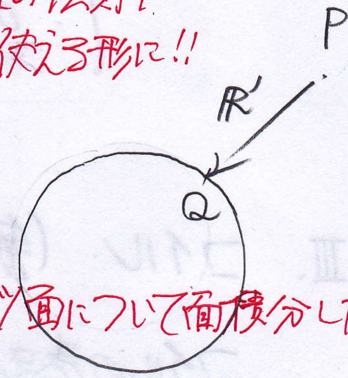




$$(\vec{dl'} \times \mathbb{R}) \cdot \vec{dl} = \vec{dl} \cdot (\vec{dl'} \times \mathbb{R})$$

$$= (\vec{dl} \times \vec{dl'}) \cdot \mathbb{R}$$

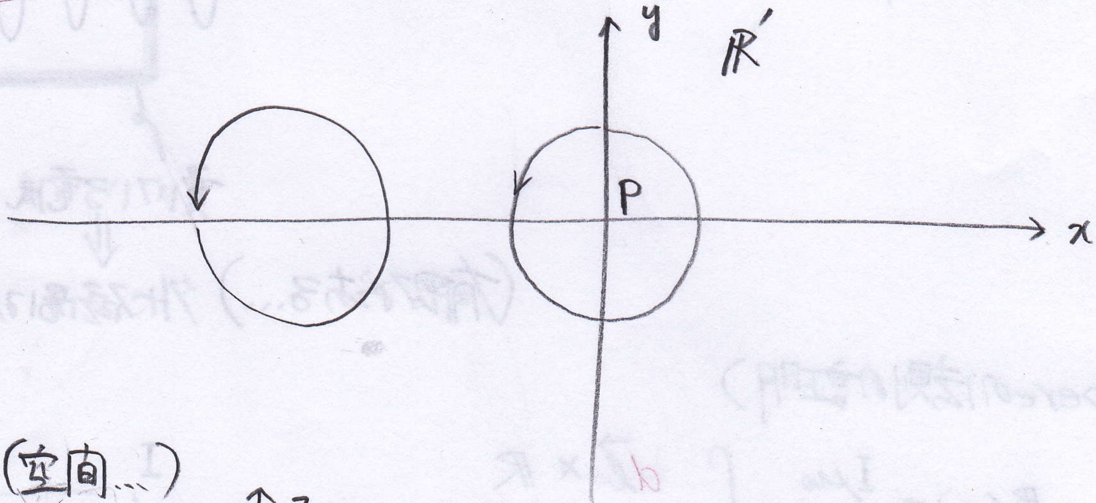
↳ Gaussの法則を使える形に!!



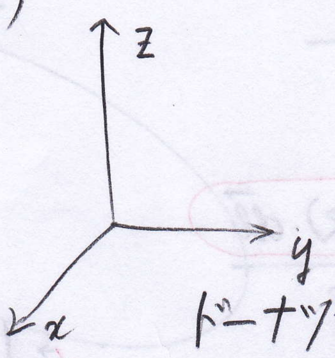
$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \int_{C'} \frac{(\vec{dl'} \times \vec{dl}) \cdot \mathbb{R}'}{R'^3}$$ ベクトル場

をドーナツ面について面積分したもの

(平面で考える)

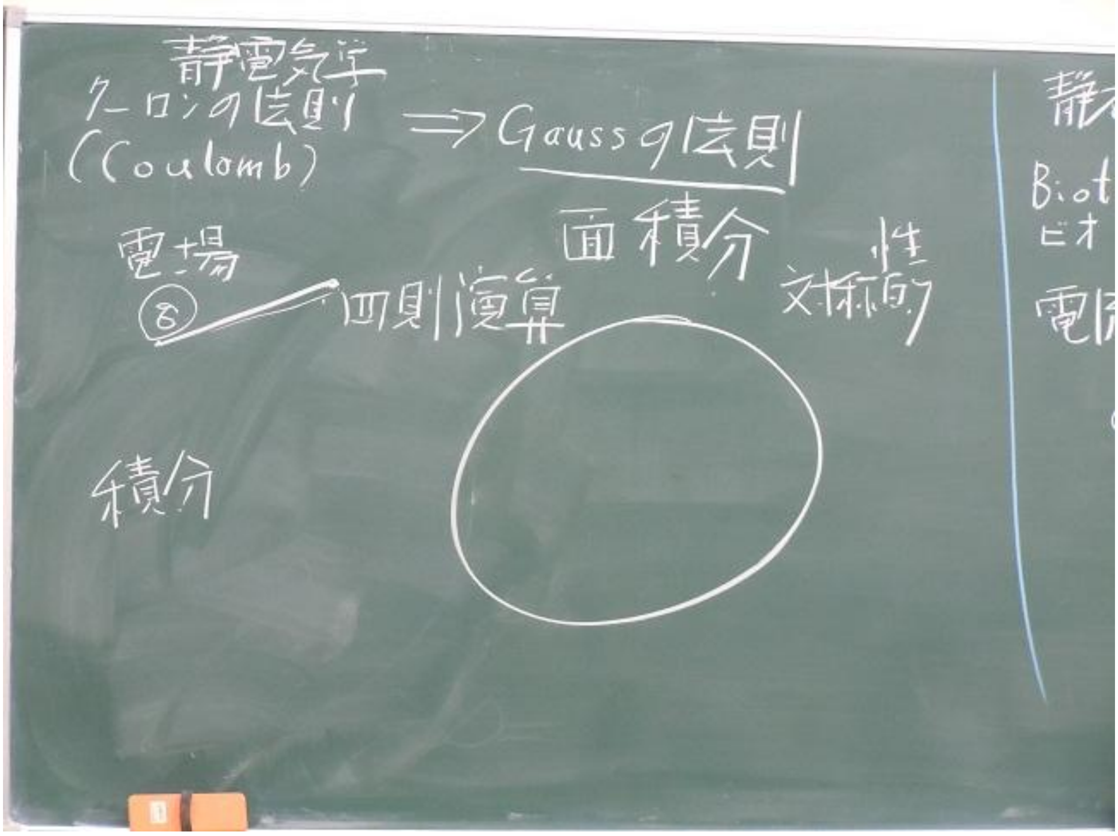


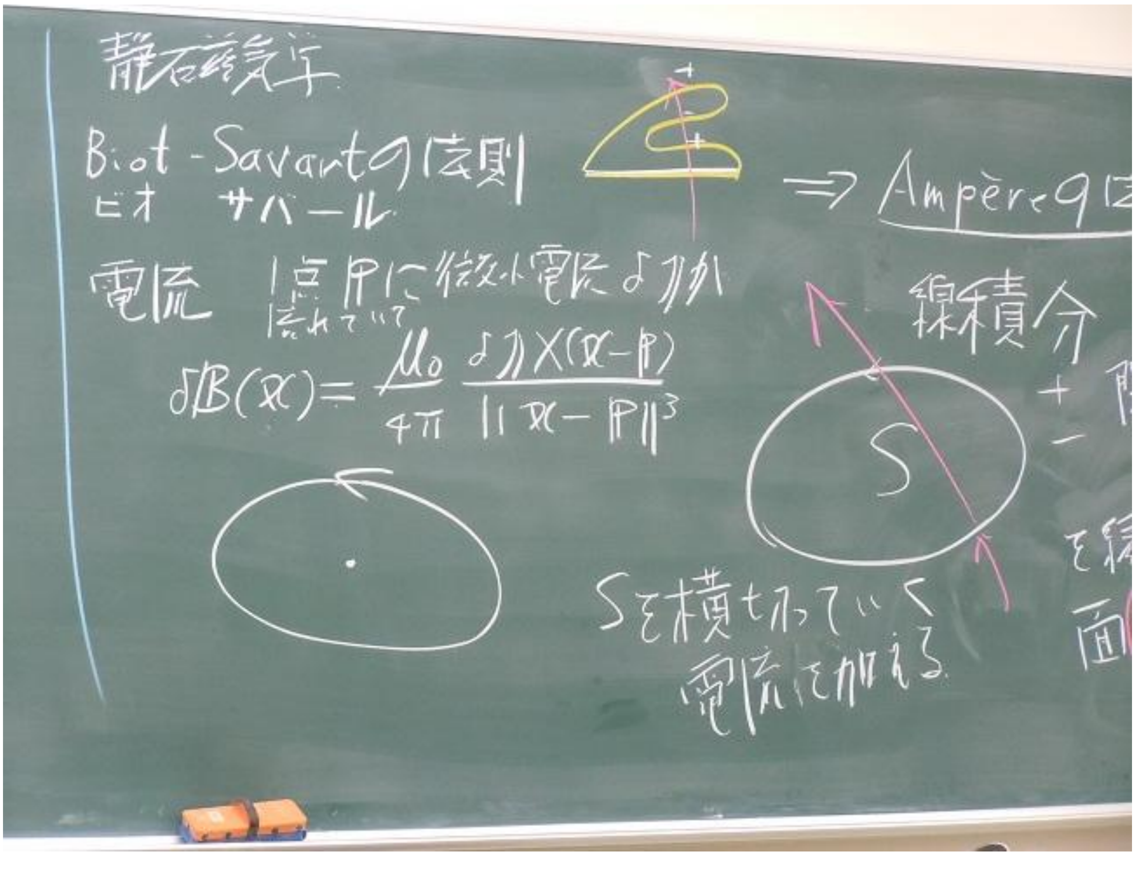
(空間…!)

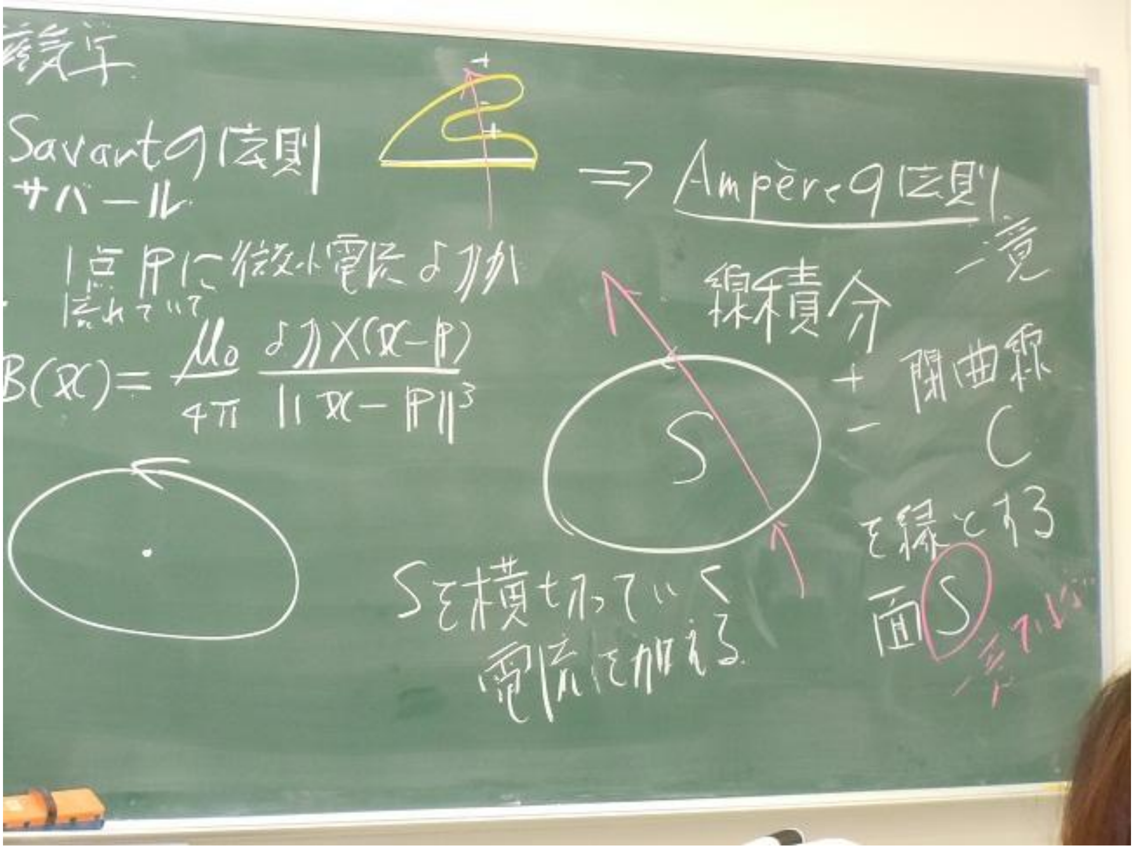
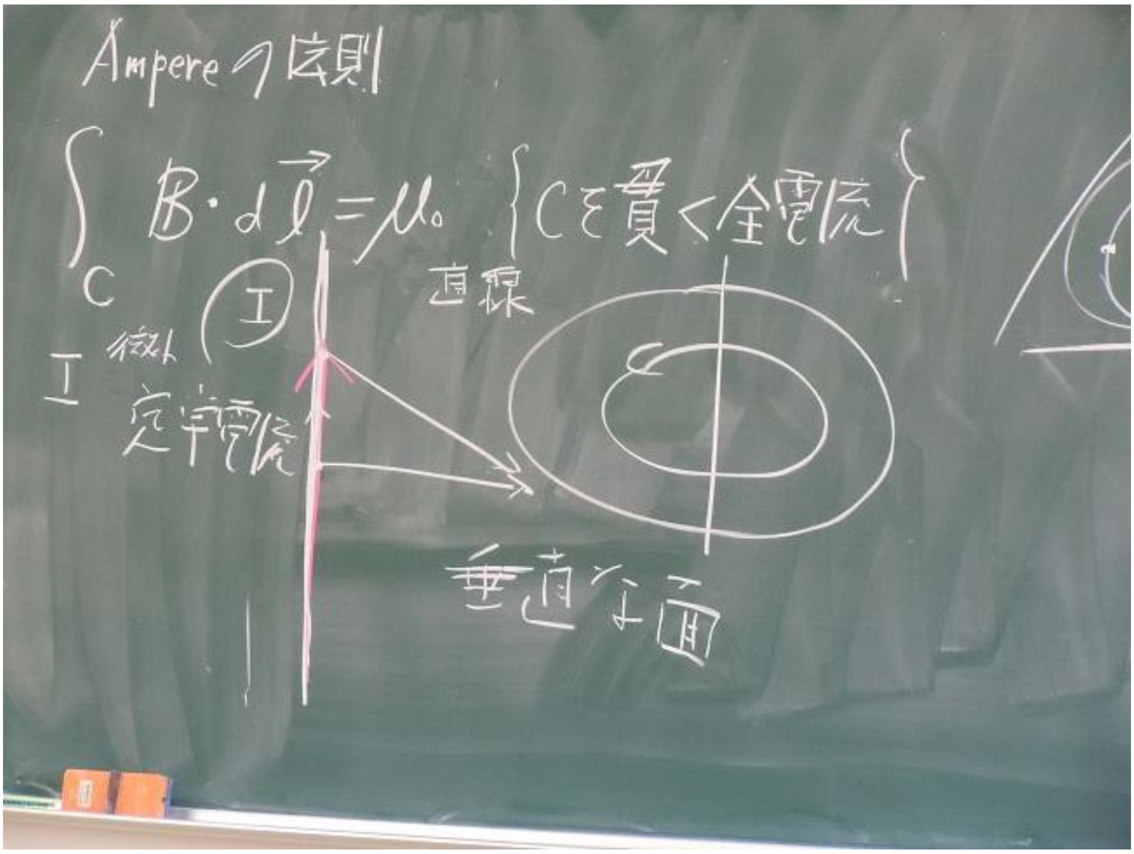


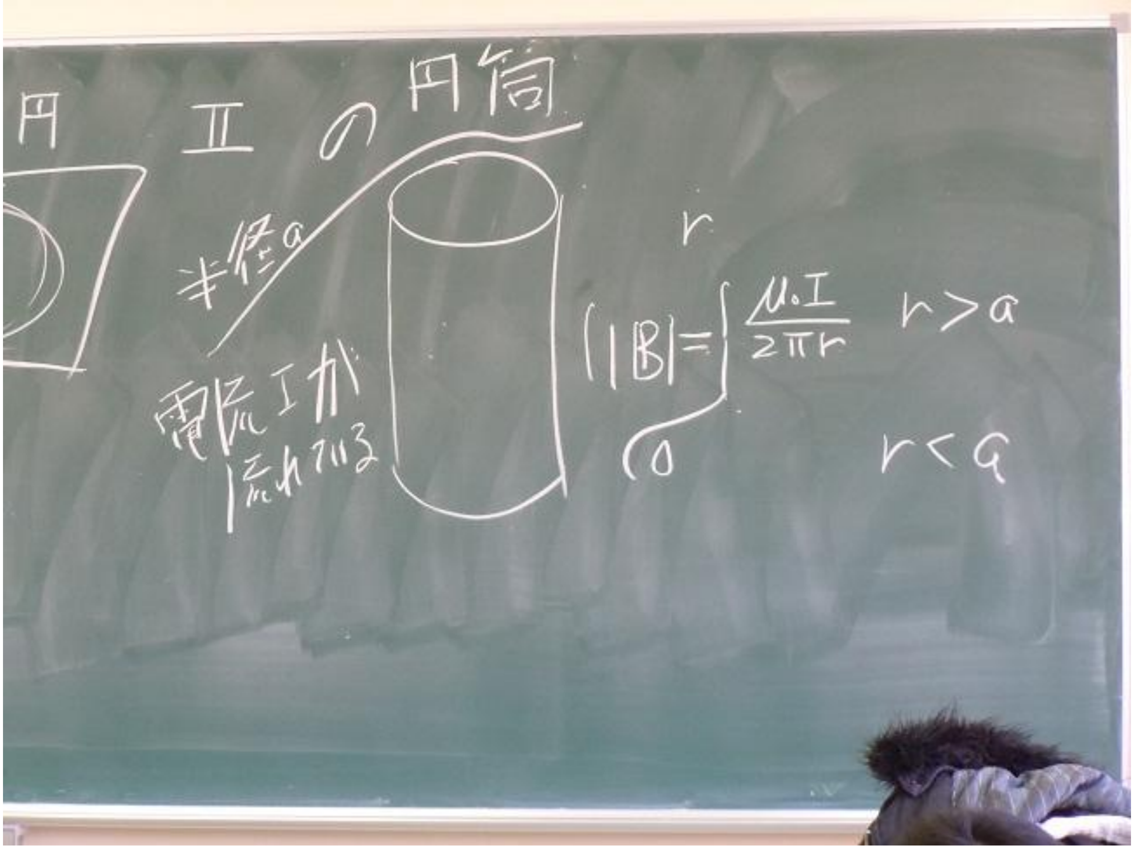
ドーナツ面 (トーラス) toras

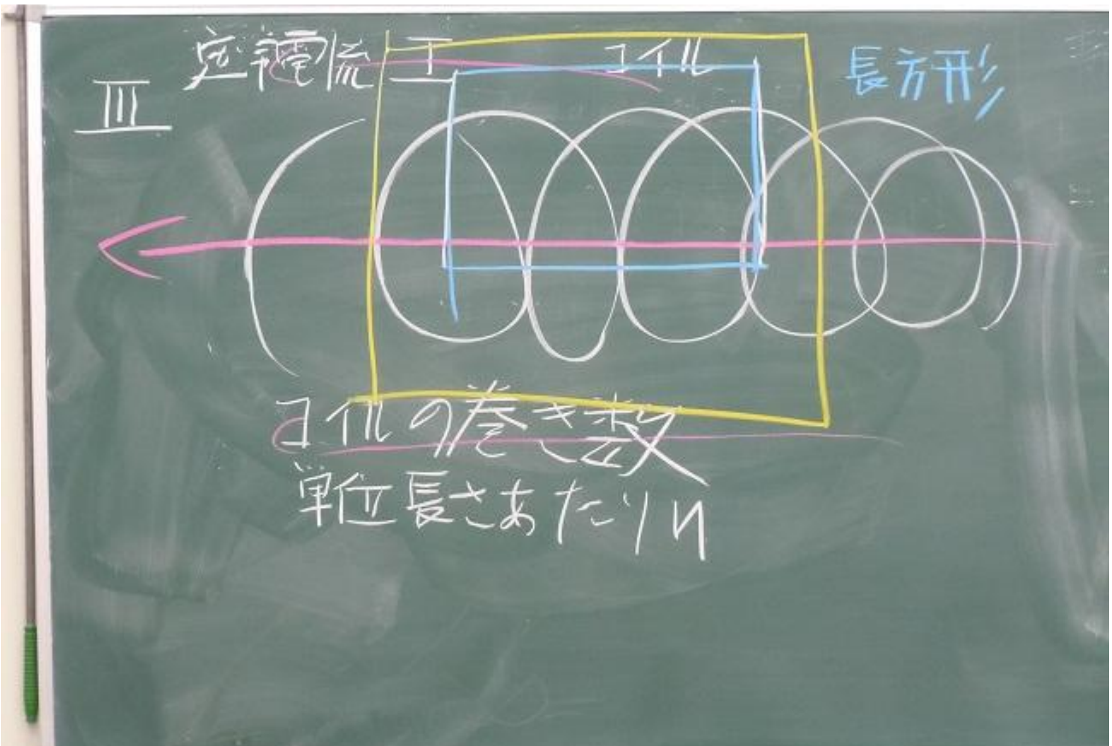
$\begin{cases} \text{原点がドーナツ面の中にあれば } 4\pi \\ \quad〃 \quad\quad\quad\quad \text{外にあれば } 0 \end{cases}$ ← Gaussの法則

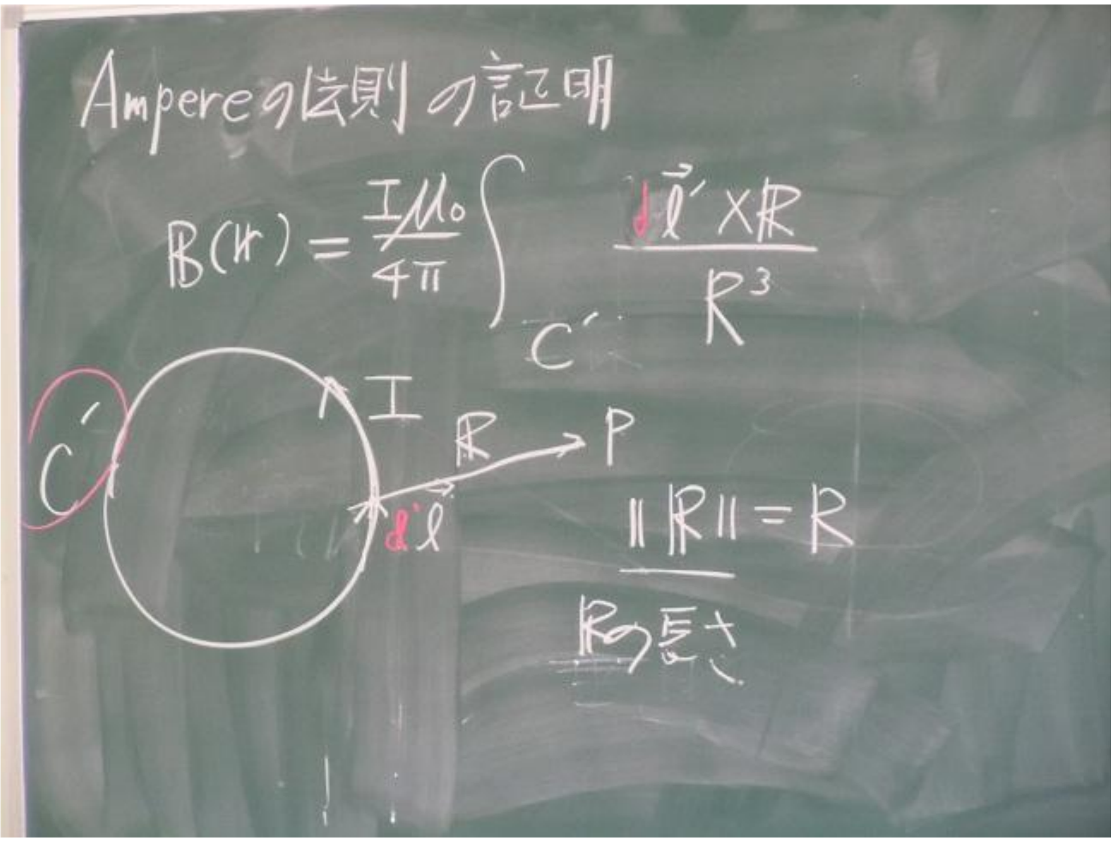

静電気学
クーロンの法則
(Coulomb)
⇒ Gaussの法則
面積分
電場
⑧ 四則演算
対称性
積分


静磁気学
Biot-Savartの法則
ビオ サバール
⇒ Ampèreの
電流 1点Pに微小電流δJが
流れていて
$\delta B(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\delta J \times (x-p)}{\|x-p\|^3}$
線積分
S
Sを横切っていく
電流を加える

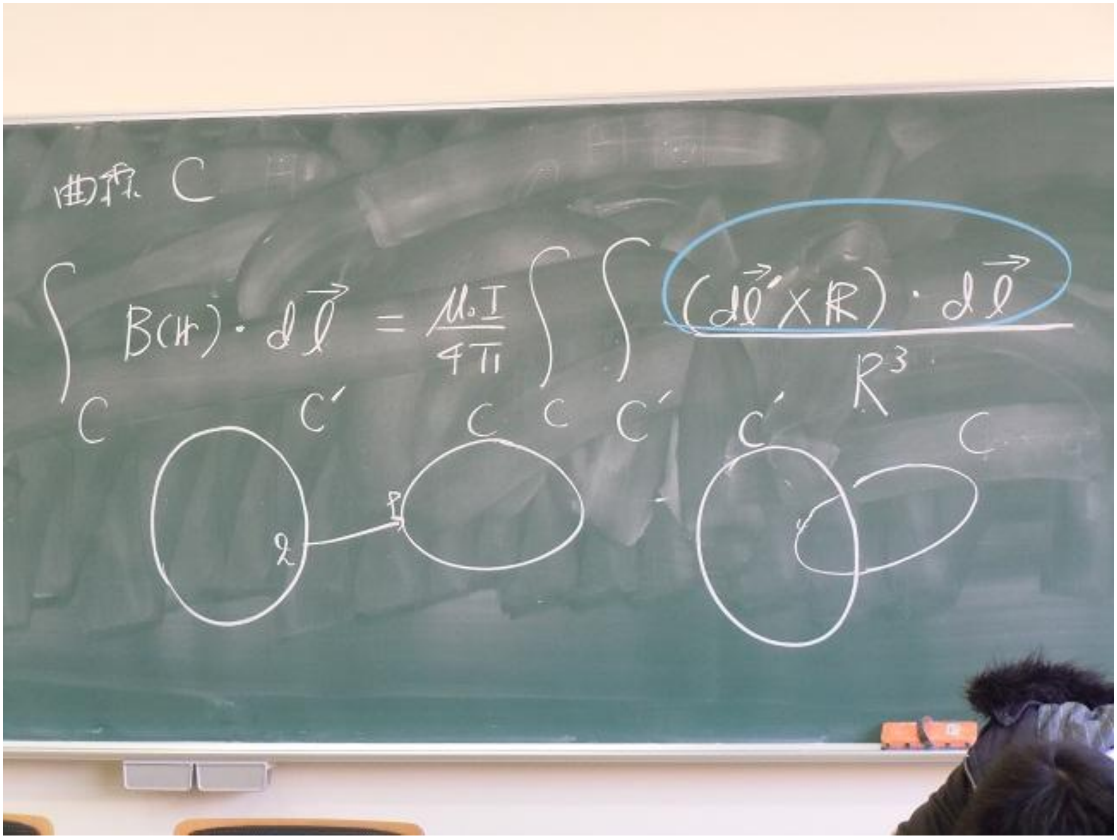

Savartの法則
サバール
1点Pに微小電流δJが
流れていて
$B(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\delta J \times (x - P)}{\| x - P \|^3}$
⇒ Ampèreの法則
線積分
S
閉曲線
C
を縁とする
面S
Sを横切っていく
電流を加える

Ampereの法則
$\int_C B \cdot d\vec{l} = \mu_0 \{C\text{を貫く全電流}\}$
I
微小
I
定常電流
直線
垂直な面


円
Ⅱ の円筒
半径a
電流Iが
流れている
r
$|B| = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & r > a \\ 0 & r < a \end{cases}$


Ⅲ
定常電流 I
コイル
長方形
コイルの巻き数
単位長さあたり n



Ampereの法則の証明
$$\mathbb{B}(\mathbb{r}) = \frac{I\mu_0}{4\pi}\int_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \mathbb{R}}{R^3}$$
C'
I
$\mathbb{R}$
P
$d\vec{l}'$
$\|\mathbb{R}\| = R$
$\mathbb{R}$の長さ



曲線 C
$$\int_C \mathbb{B}(\mathbb{r})\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{C'}\int_{C} \frac{(d\vec{l}' \times \mathbb{R})\cdot d\vec{l}}{R^3}$$
C
C'
C
C'
C

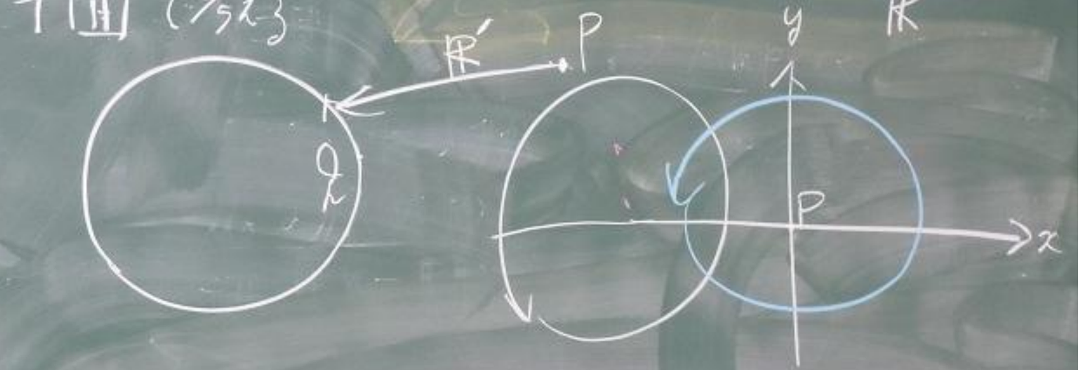
$$d\vec{l}\cdot(d\vec{l}'\times\mathbb{R}) = (d\vec{l}\times d\vec{l}')\cdot\mathbb{R}$$

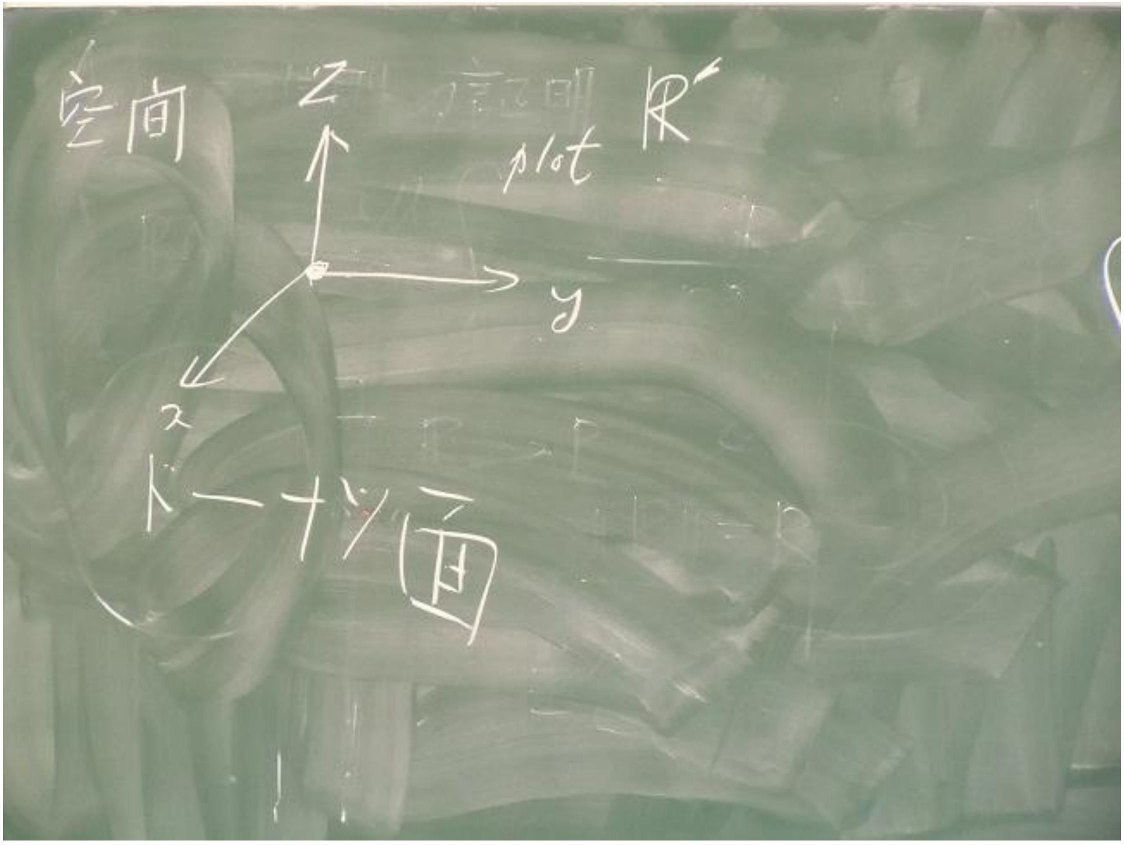
$$(\mathbb{a}\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c} = \mathbb{a}\cdot(\mathbb{b}\times\mathbb{c})$$

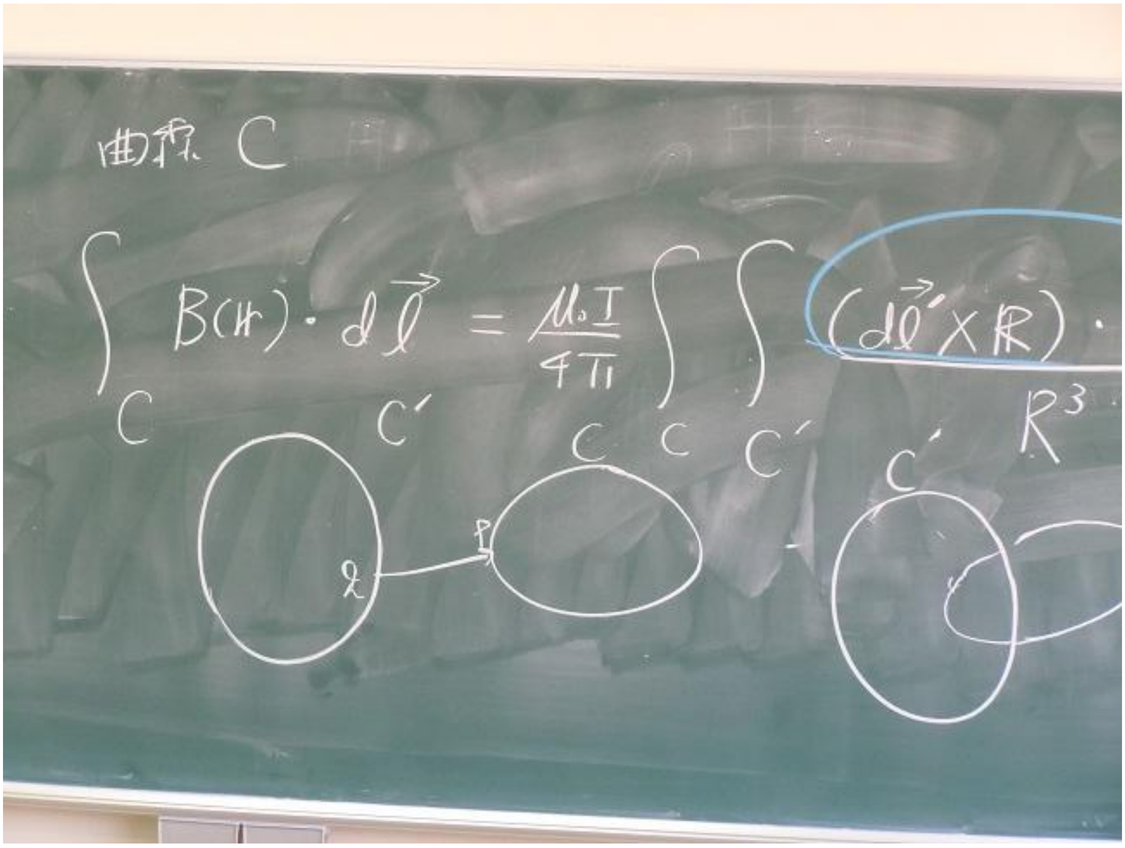
$\boxed{\mathbb{R}' = -\mathbb{R}}$ とおく

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C\int_{C'} \frac{(d\vec{l}'\times d\vec{l})\cdot\mathbb{R}'}{R'^3}$$

平面で考える




空间
z
y
x
plot
ドーナツ面


曲線 C
$\int_C B(r)\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C\int_{C'} (d\vec{l}' \times R)\cdot$
C
C'
C
C
C'
C'
R^3

$$\cdot\, d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{C}\oint_{C'}\frac{(d\vec{l}'\times \mathbb{R})\cdot d\vec{l}}{R^3}$$

トーラス (torus)

$$\boxed{d\vec{l}\cdot(d\vec{l}'\times\mathbb{R}) = (d\vec{l}\times d\vec{l}')\cdot\mathbb{R}}$$

$$(\mathbb{a}\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c} = \mathbb{a}\cdot(\mathbb{b}\times\mathbb{c})$$

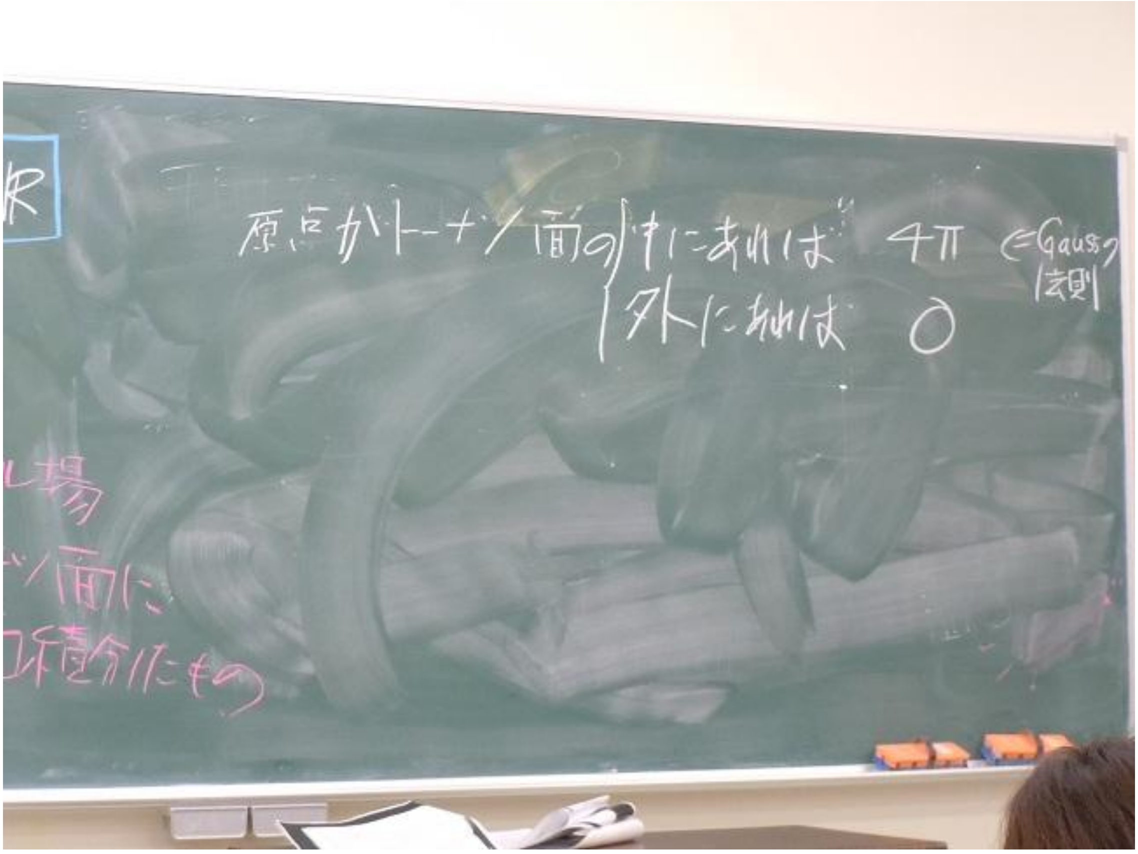
$\boxed{\mathbb{R}' = -\mathbb{R}}$ とおく

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_{C}\oint_{C'}\frac{(d\vec{l}'\times d\vec{l})\cdot\mathbb{R}'}{R'^3}$$

ベクトル場

をトーラス面

ついて面積分



原点がドーナツ面の内にあれば 4π ⇐Gaussの法則
外にあれば 0
ル場
ツ面に
積分したもの