静電気学

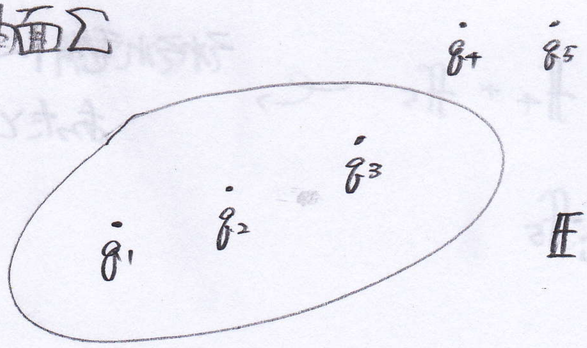
クーロンの法則

2個の電荷 q_1, q_2 があったときその間にはたらく力は q_1 と q_2 間のキョリ r の2乗 r^2 に反比例し、電荷の積 $q_1 q_2$ に比例して、しかもその方向は q_1 と q_2 を結ぶ直線の方向である。

Gaussの法則（物理学）

Gaussの発散定理（数学）

閉曲面 Σ



$\mathbb{E}$：電場

$$\int_{\Sigma} \mathbb{E} \cdot d\mathbb{S} = k(q_1 + q_2 + q_3)$$

点電荷…位置はあるが大きさのない電場 ⟶ 質点

電荷の連続的分布 ⟵ 有限個の点電荷の分布で近似

点での電荷密度 ρ

Σで囲まれる領域をΩとする

$$\int_{\Sigma} \mathbb{E} \cdot d\mathbb{S} = \int_{\Omega} \rho \, dV$$ 〈Gaussの法則〉

〈面積分〉　〈体積分〉

$$\int_{\Sigma} \mathbb{E} \cdot d\mathbb{S} = \int_{\Omega} (\mathrm{div}\,\mathbb{E}) \, dV$$ 〈Gaussの発散定理〉

"積分形"

$$\therefore \int_{\Omega} \rho \, dV = \int_{\Omega} (\mathrm{div}\,\mathbb{E}) \, dV$$

Ωが任意であるから　$\mathrm{div}\,\mathbb{E} = k\rho$　"微分形"

意味をつかむには積分形が便利

実際に計算するには微分形が便利

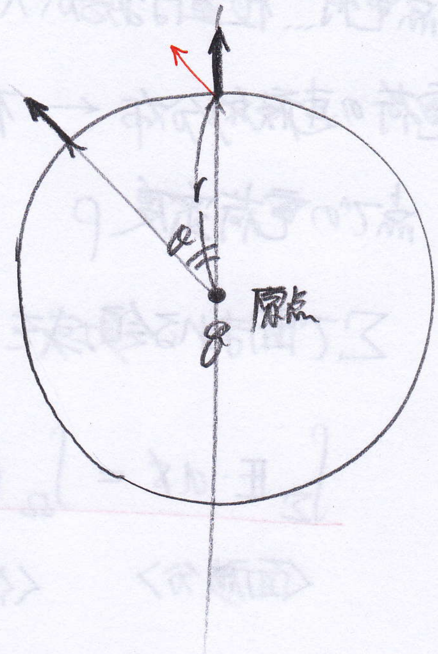
$\mathrm{rot}\,\mathbb{E} = 0 \iff \mathbb{E}$は保存力

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\mathbb{E} &= \mathrm{rot}\,(\mathbb{E}_1 + \cdots + \mathbb{E}_n) \\ &= \mathrm{rot}\,\mathbb{E}_1 + \cdots + \mathrm{rot}\,\mathbb{E}_n \\ &= 0 \end{aligned}$$

クーロンの法則 ⟶ Gaussの法則

これから逆を考える。

q 中心で半径rの球面



"対称性の原理"

軸のまわりにθだけ回転

↓

この回転で状況は変化しない

電荷も変化してはダメだ

点まわりに回転

<面積分>

$$f\,4\pi r^2 = kq$$

$$f = \frac{kq}{4\pi r^2} \quad \text{(クーロンの法則)}$$

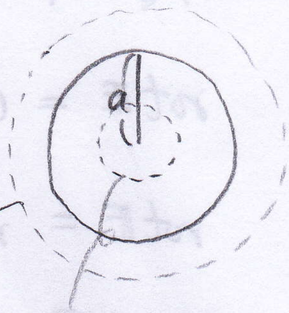
<Report問題>

I. 原点中心半径aの球面に電荷密度ρで電荷が分布している。

次のことを示せ

"球面の内部に電場は存在しない"

"外部では・も  も同じである"



(少し大きい球面) → この内部には q の電荷 → $4\pi a^2 \rho$, $f\,4\pi r^2$

(少し小さい球面) → この内部には 電荷がない → これに沿って 積分したら0になる.

{ クーロンの法則
Gauss

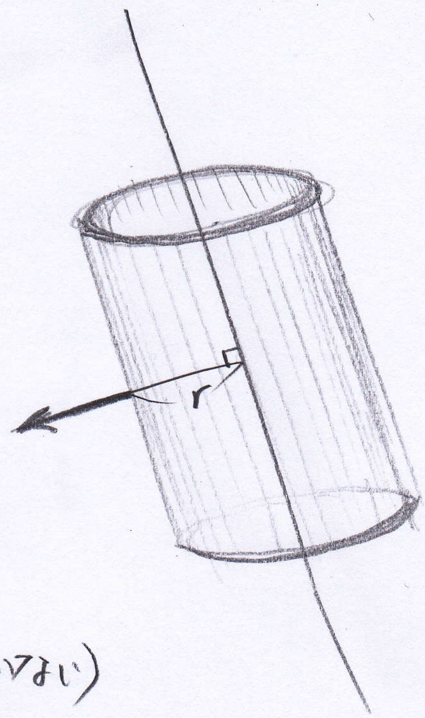
Ⅱ. 一本の直線（無限に伸びた）

電荷が一様に分布

単位長さあたり ρ の電荷

↓

"どういう電荷が生じるか？"



円筒を考える。

→ 上下の面（面積分してもきかない）

→ 側面 ｛ 対称性より…

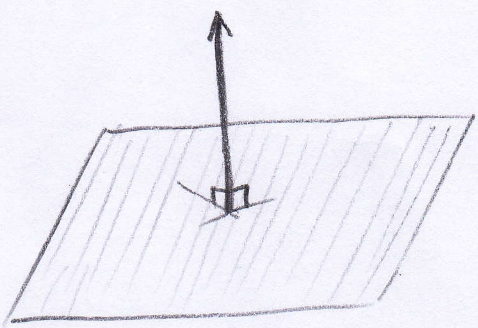
Gaussの法則

Ⅲ. 平面（無限に広がる）

単位面積あたり ρ で一様に分布

↓

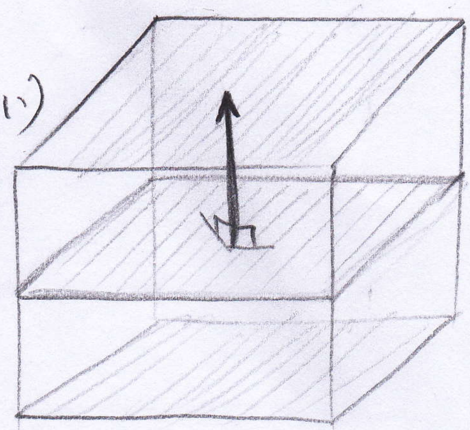
"どういう電荷が生じるか？"

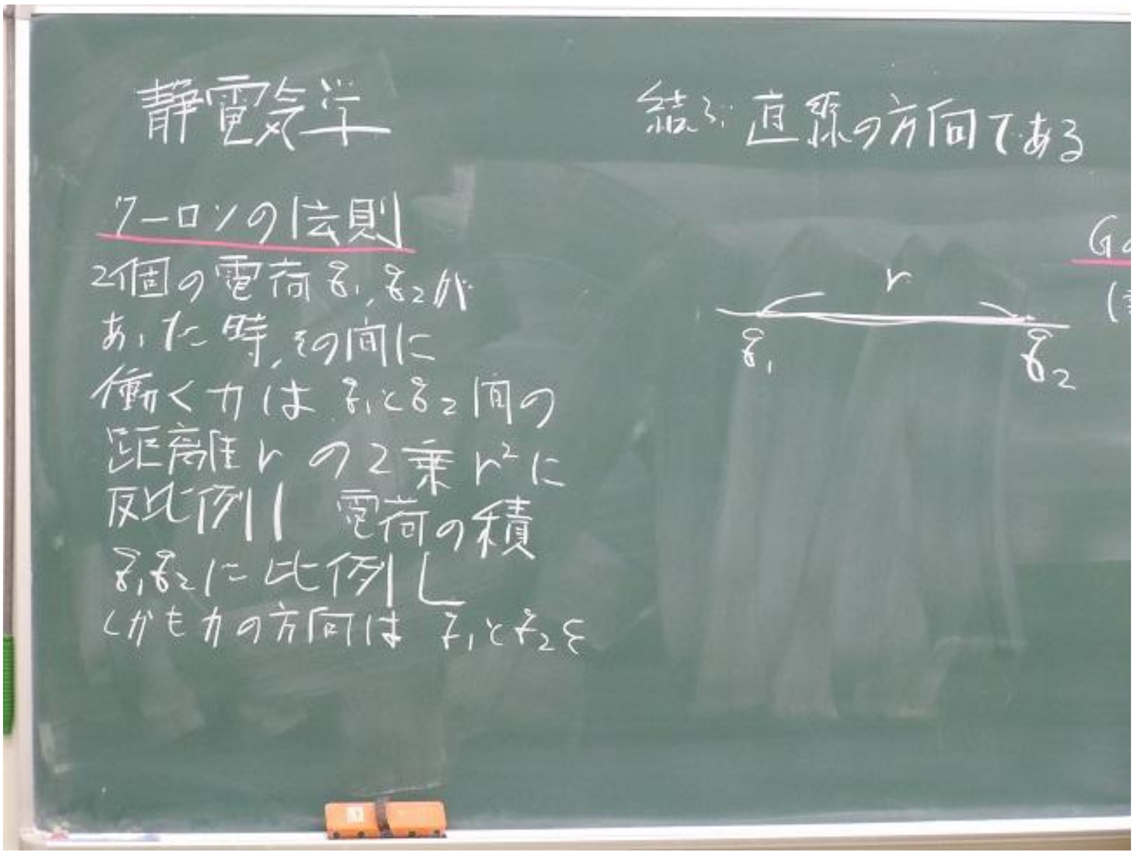


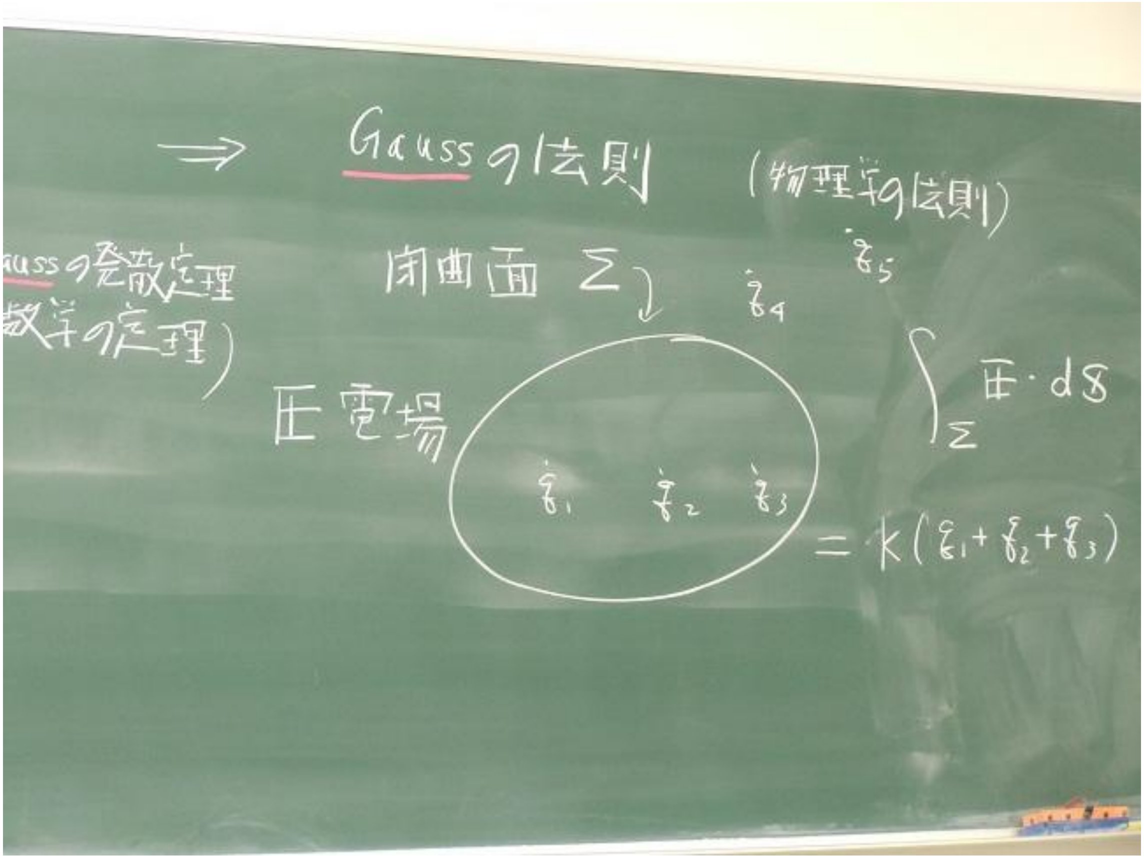
直方体を考える。

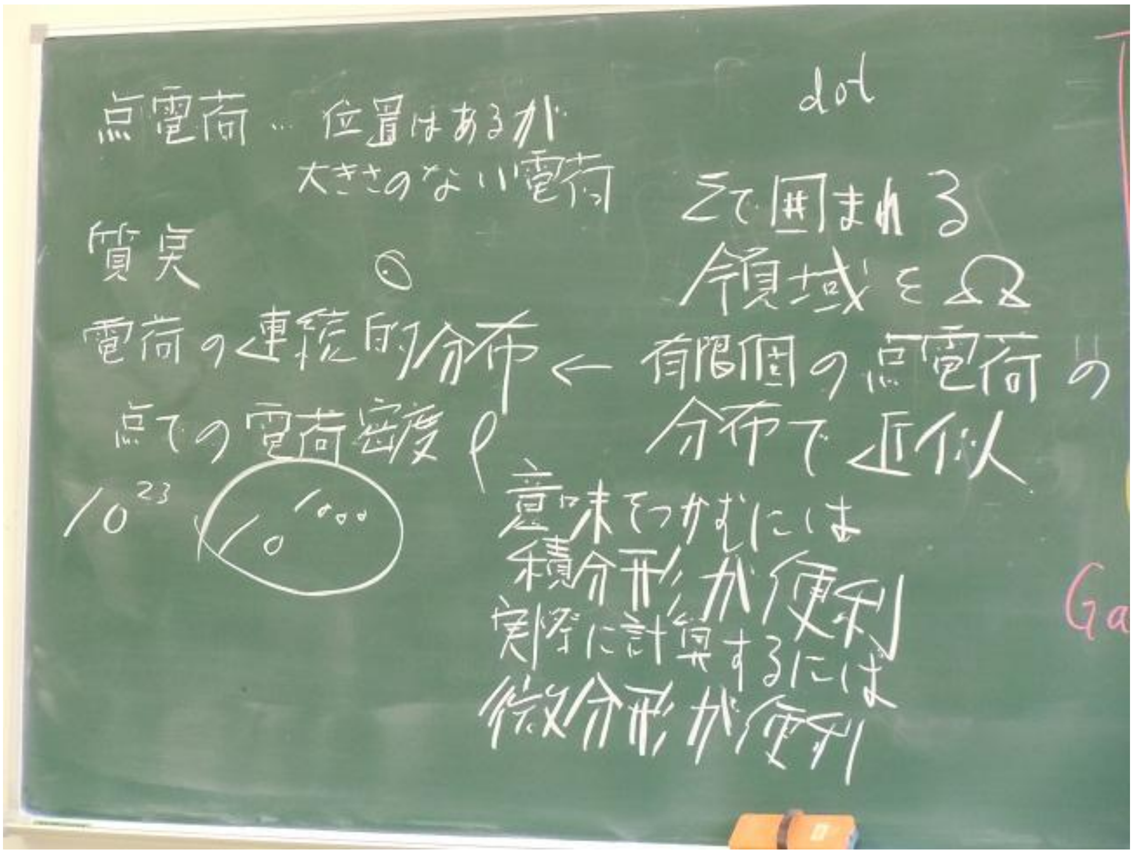
→ 側面（面積分してもきかない）

→ 上下の面のみ!!

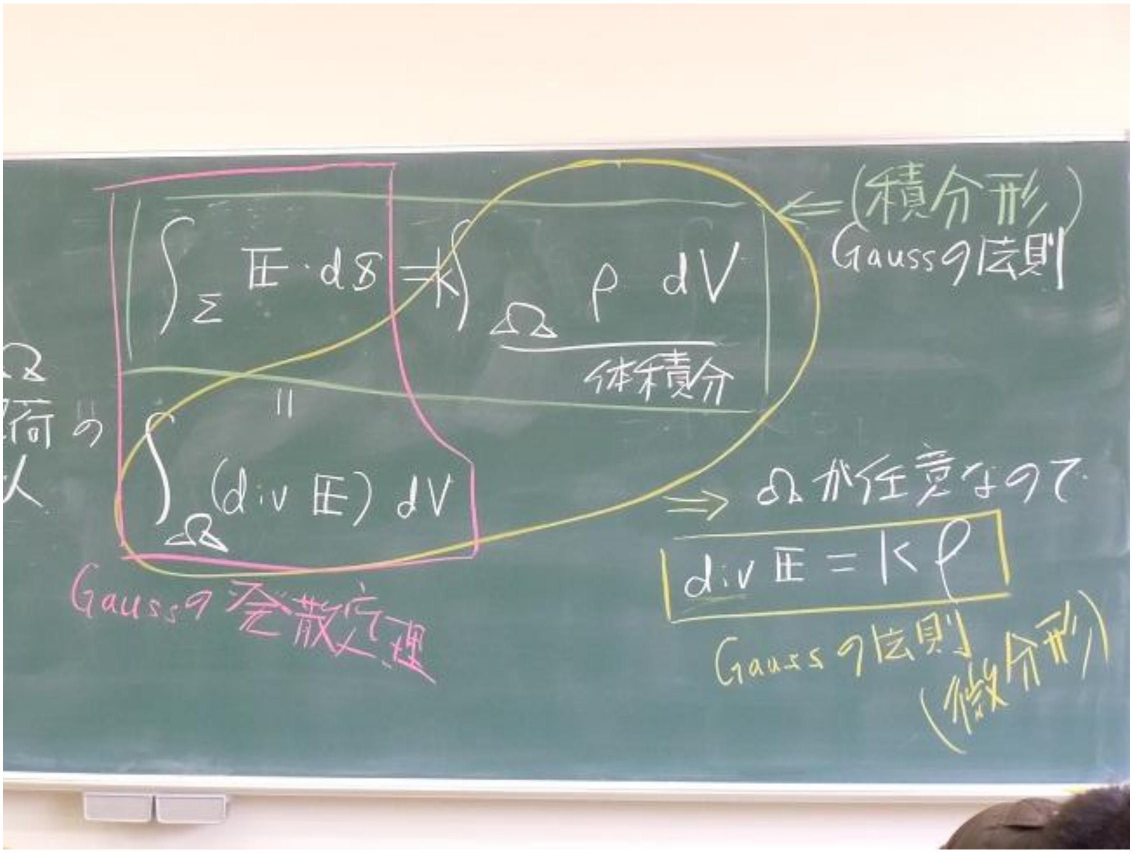



静電気学
結ぶ直線の方向である
クーロンの法則
2個の電荷 q_1, q_2 が
あった時、その間に
働く力は q_1とq_2間の
距離 r の2乗 r^2 に
反比例し 電荷の積
q_1q_2 に比例し
しかも力の方向は q_1とq_2を
r
q_1
q_2

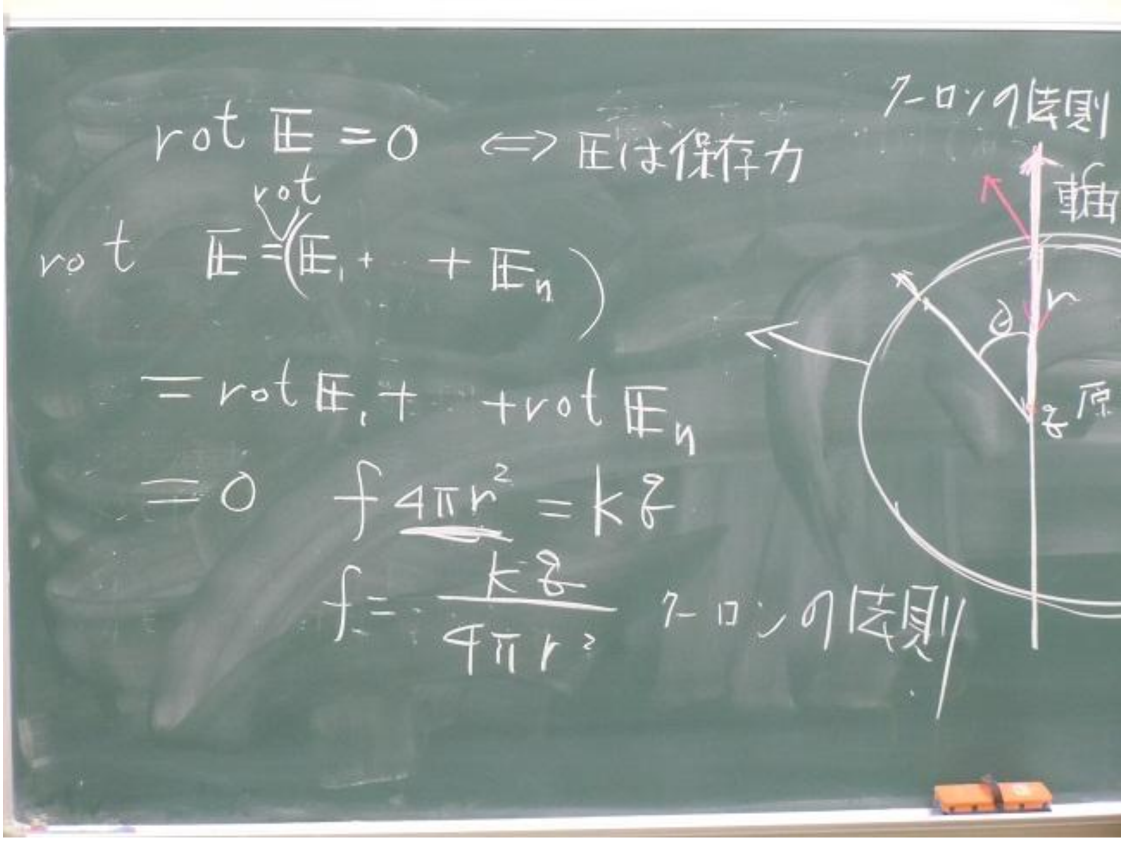

⇒ Gaussの法則 (物理学の法則)
aussの発散定理
数学の定理)
閉曲面 Σ
E 電場
q_1 q_2 q_3 q_4 q_5
$\int_\Sigma E \cdot dS$
$= k(q_1+q_2+q_3)$

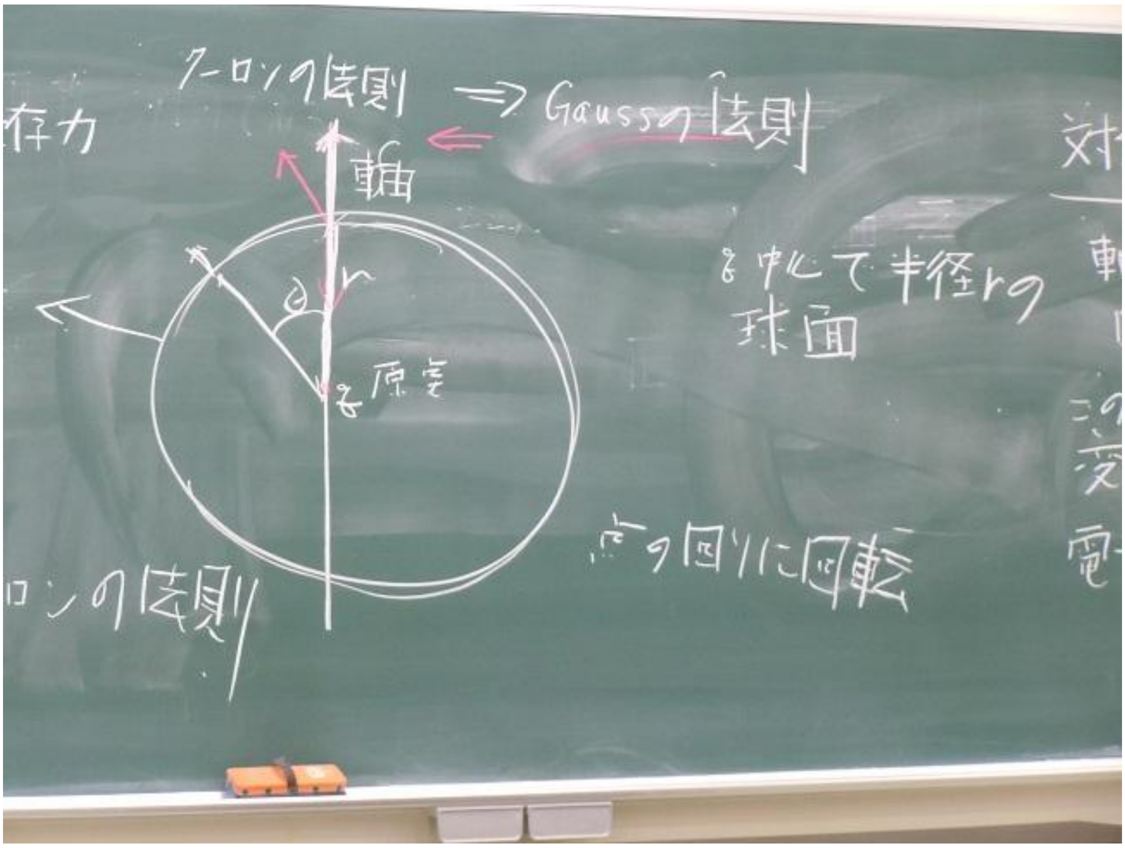


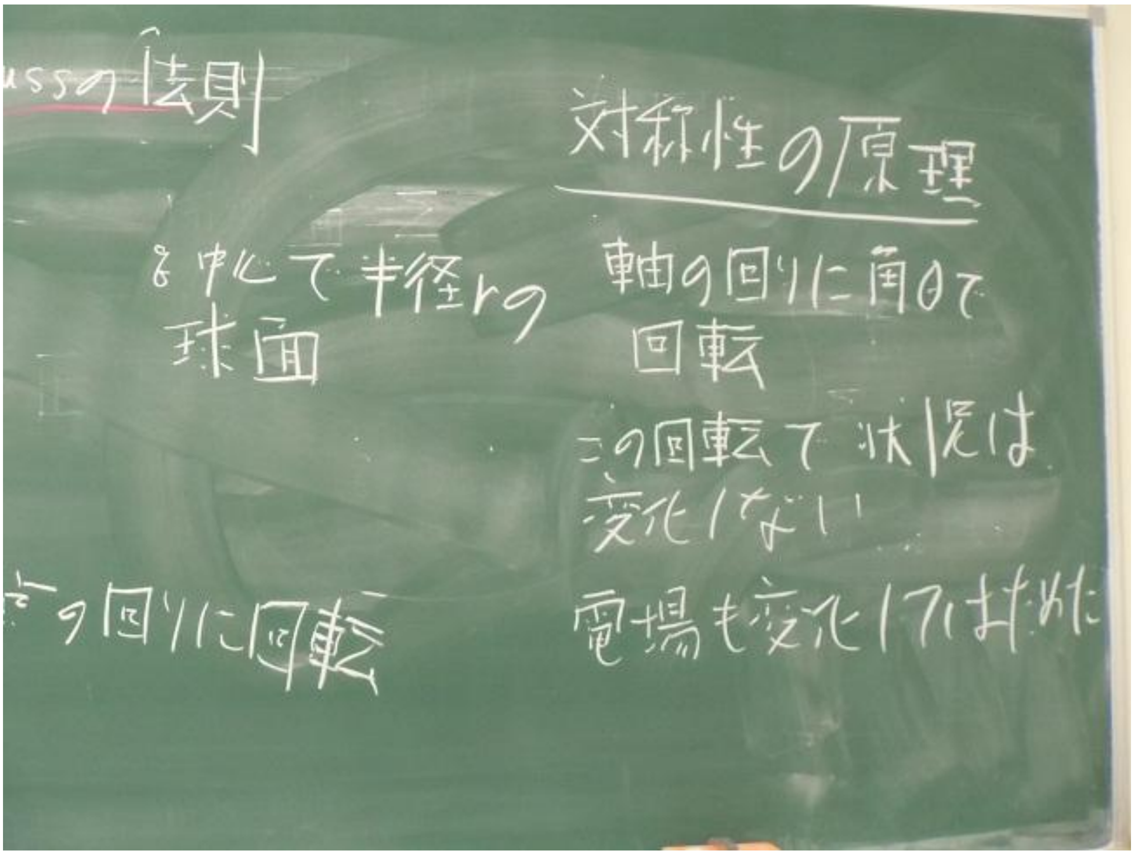
点電荷…位置はあるが
大きさのない電荷
質点
電荷の連続的分布 ← 有限個の点電荷の分布で近似
点での電荷密度 ρ
10^{23}
div
Σで囲まれる領域をΩ
意味をつかむには
積分形が便利
実際に計算するには
微分形が便利

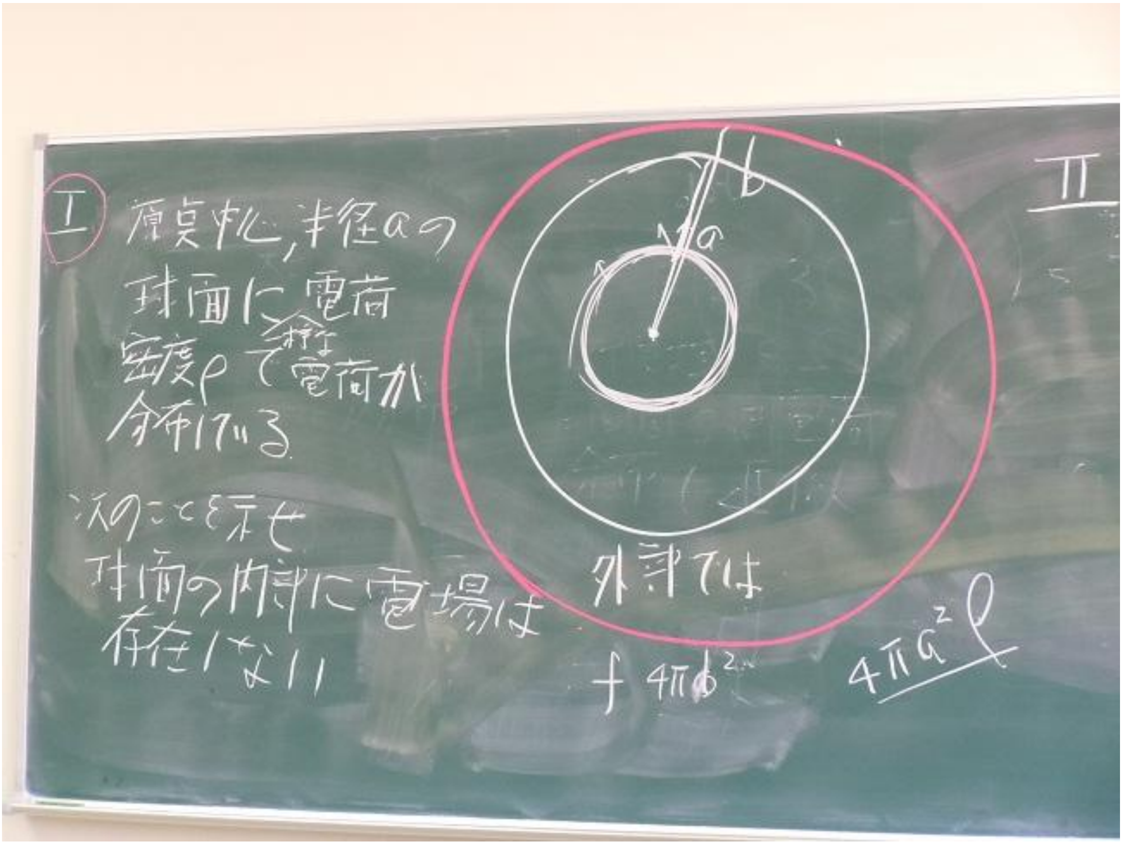


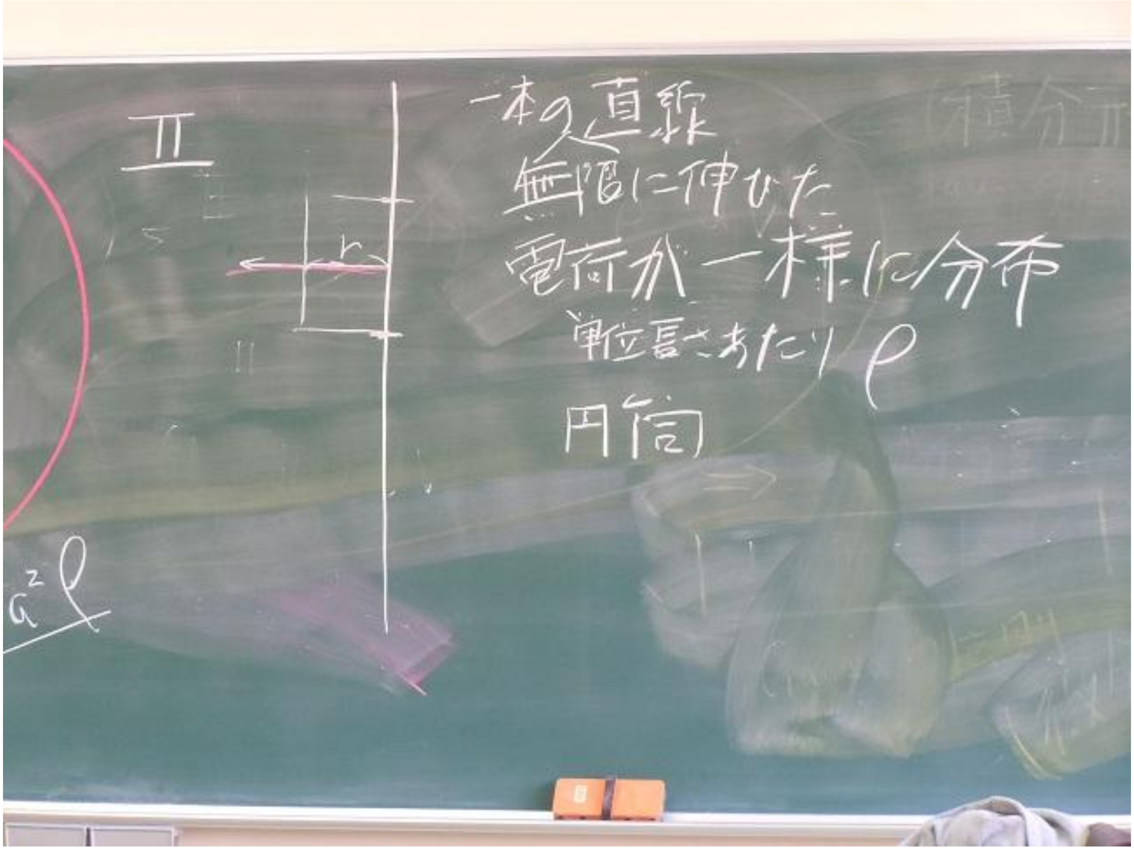
$\int_\Sigma \mathbb{E}\cdot d\mathbb{S} = k\int_\Omega \rho\, dV$
体積分
$= \int_\Omega (\mathrm{div}\,\mathbb{E})\, dV$
Gaussの発散定理
(積分形)
Gaussの法則
$\Rightarrow$ Ωが任意なので
$\boxed{\mathrm{div}\,\mathbb{E} = k\rho}$
Gaussの法則
(微分形)


rot E = 0 ⟺ E は保存力
rot E = rot(E1 + + En)
= rot E1 + + rot En
= 0
f 4πr2 = kq
f = kq / 4πr2 クーロンの法則
クーロンの法則
軸
θ
r
q 原


クーロンの法則 ⟹ Gaussの法則
存力
軸
θ
r
q 原点
q中心で半径rの
球面
点の回りに回転
ロンの法則


ussの法則
対称性の原理
を中心で半径rの
球面
軸の回りに角θで
回転
この回転で状況は
変化しない
の回りに回転
電場も変化しては


I 原点中心、半径aの
球面に電荷
密度ρで一様な電荷が
分布している
次のことを示せ
球面の内部に電場は
存在しない
II
a
b
外部では
4πa²ρ


Ⅱ
一本の直線
無限に伸びた
電荷が一様に分布
単位長さあたり ρ
円筒


Ⅲ 無限に広がった
平面
単位面積あたりρで
一様分布
クーロンの法則
軸