$$\begin{array}{ccccc} \text{ベクトル解析} & \text{スカラー場} \xrightarrow[\text{grad}]{\varphi} & \text{ベクトル場} \xrightarrow{\text{rot}} & \text{ベクトル場} \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ \text{微分形式} & \text{0次の微分形式} \xrightarrow{d} & \text{1次の微分形式} \xrightarrow{d} & \text{2次の微分形式} \end{array}$$

$\mathrm{rot} \circ \mathrm{grad} = 0$

$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\,\varphi) = 0$

$d(d\varphi) = 0$

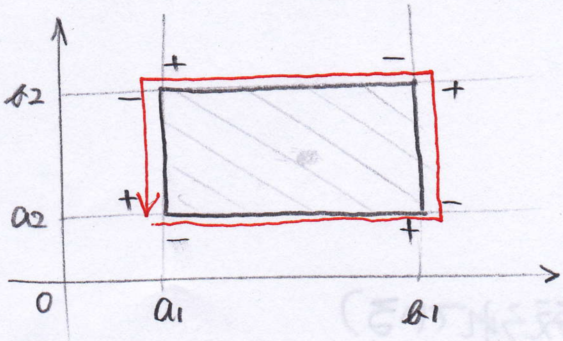
Stokesの定理

・曲面Σ

0次の微分形式（スカラー場）φ

$$\int_\Sigma d(d\varphi) = \int_{\partial\Sigma} d\varphi = \int_{\partial(\partial\Sigma)} \varphi$$

$$\Sigma \quad [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \longrightarrow R^3$$



$$\int_{\partial(\partial\Sigma)} \varphi = 0$$

・∇ナブラ（nabla）　$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$　作用素のベクトル、擬似ベクトル

$$\mathrm{grad}\,\varphi = \nabla\varphi$$

$$\mathrm{rot}\,\mathbb{f} = \nabla \times \mathbb{f}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}(\mathrm{grad}) &= \nabla \times (\nabla\varphi) \\ &= (\nabla \times \nabla)\varphi \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\because$ ベクトル積の性質　$a \times a = 0$

向きづけ

曲線

曲面

ふろしき ⇒ どちらを表とするか？

閉曲面

囲の外側を表にとる

空間

右手系
左手系

div.

閉曲面に囲まれた領域Ω

2次の微分形式

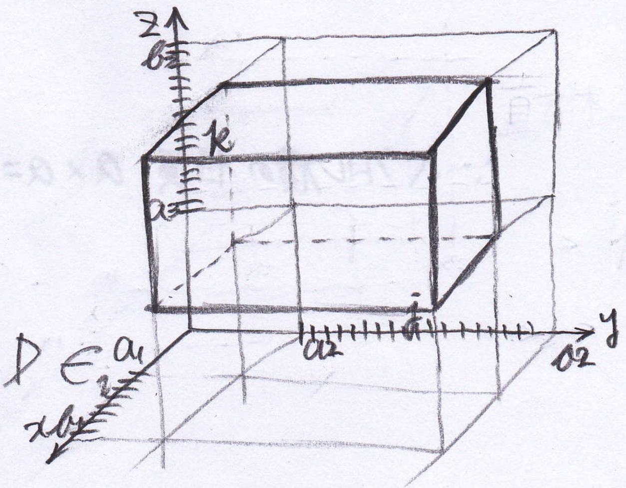
$$\int_{\Omega} d\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$$ （ωが与えられている）

$\partial\Omega$ → 閉曲面

こういう3次の微分形式があったらいいな!!（願望）

無限小のlevelで成り立てば一般に成り立つ

$$\Omega : [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

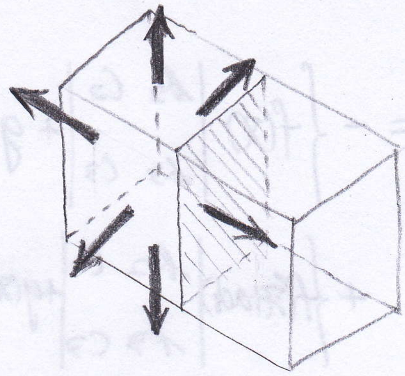


直方体

ΩはΩijkに分割される。

$$\int_{\Omega} d\omega = \sum_{ijk} \int_{\Omega ijk} d\omega$$

$$= \sum_{ijk} \int_{\partial\Omega ijk} \omega$$



divergence（発散）

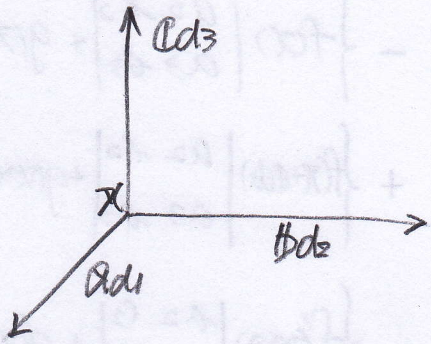
Gaussの発散定理、

Lagrange

平行六面体Ω

$x, \mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c} \in \mathbb{R}^3$

$d_1, d_2, d_3 \in D$



$\omega = f\,dy \wedge dz + g\,dz \wedge dx + h\,dx \wedge dy$

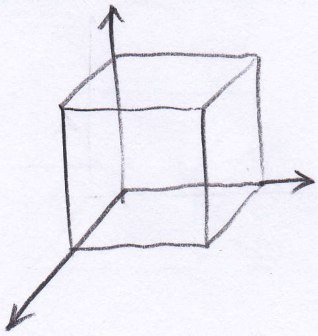
$$\int_{\Sigma} \omega = \int_{\partial\Sigma} \omega$$ これを計算　面積分を体積分に変換する。

が成立するように $d\omega$ を決める ＜Report＞

（計算結果を示しておくと....）

$$d\omega = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}\right) dx \wedge dy \wedge dz$$

面積分の計算（以前のreport）



立方体

$$\int_{\partial\Omega} \mathbb{r}\, dS = \int_{\Omega} \overset{3}{\operatorname{div} \mathbb{r}}\, dV$$

$\therefore 3\int_{\Omega} dV$

↓

立方体の体積

$\mathbb{r} = (x, y, z)$　$f = x$　$g = y$　$h = z$　$1+1+1=3$
（定数）

$$\int_{\partial\Omega} w = -\left\{ f(x)\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f(x+ad_1)\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+ad_1)\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+ad_1)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f(x)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_3$$

$$- \left\{ f(x+bd_2)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x+bd_2)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x+bd_2)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_3$$

$$- \left\{ f(x)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$+ \left\{ f(x+cd_3)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x+cd_3)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x+cd_3)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$= \left\{ f'(x)(a)\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(x)(a)\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(x)(a)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f'(x)(b)\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(x)(b)\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(x)(b)\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f'(x)(c)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g'(x)(c)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h'(x)(c)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$f'(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)\,dx + \frac{\partial g}{\partial y}(x)\,dy + \frac{\partial h}{\partial z}(x)\,dz$$ (人足計算)

〈以降 問題Ⅰ〉

$$= \underbrace{\left\{ \begin{vmatrix} f'(x)(\mathbf{a}) & & \\ g'(x)(\mathbf{a}) & \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ h'(x)(\mathbf{a}) & & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} & f'(x)(\mathbf{b}) & \\ \mathbf{a} & g'(x)(\mathbf{b}) & \mathbf{c} \\ & h'(x)(\mathbf{b}) & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} & & f'(x)(\mathbf{c}) \\ \mathbf{a} & \mathbf{b} & g'(x)(\mathbf{c}) \\ & & h'(x)(\mathbf{c}) \end{vmatrix} \right\}} du_1 du_2 du_3$$

$\varphi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

$\varphi = \underline{\alpha}\, dx \wedge dy \wedge dz$

$\mathbf{a} = \mathbf{e}_1,\ \mathbf{b} = \mathbf{e}_2,\ \mathbf{c} = \mathbf{e}_3$ 〈以降 問題II〉

$\varphi(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ <u>三重線型</u>、交代

12/8 (水) 3限　微積分 (生物学類)

ベクトル解析　スカラー場 $\xrightarrow{grad}$ ベクトル場 $\xrightarrow{rot}$ ベクトル場　$rot \circ grad = 0$　$rot(grad\,\varphi) = 0$

微分形式　0次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 1次の微分形式 $\xrightarrow{d}$ 2次の微分形式　$d(d\varphi) = 0$

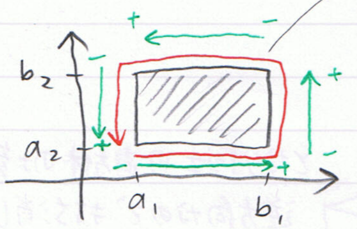
Stokesの定理

曲面Σ

0次の微分形式　φ
(スカラー場)

$$\int_{\Sigma} d(d\varphi) = \int_{\partial\Sigma} d\varphi = \int_{\partial(\partial\Sigma)} \varphi = 0$$

$\Sigma : [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \to \mathbb{R}^3$



それぞれの点が2回＋と－で出てくるので
全部足し合わせると0

∇ ナブラ
nabla

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

作用素のベクトル
擬似ベクトル

$grad\,\varphi = \nabla\varphi$

$rot\,\mathbb{f} = \nabla \times \mathbb{f}$

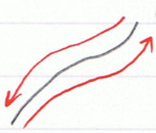
$rot(grad\,\varphi) = \nabla \times (\nabla\varphi)$

$= (\nabla \times \nabla)\varphi$

$= 0$

ベクトル積の性質
$a \times a = 0$

向きづけ



曲線　曲面　空間

ふろしき　右手系

どちらを表にしますか？　左手系

閉曲線

閉曲面　囲われている領域
(外側を表とする)

閉曲面に囲まれた領域 Ω

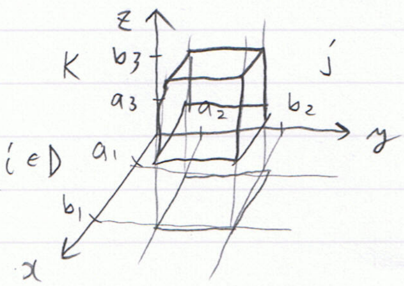
2次の微分形式 ω

$$\int_\Omega d\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$$ 閉曲面

こういう3次の微分形式を定めたい

無限小のlevelで成り立てば一般に成り立つ

$\Omega : [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \to \mathbb{R}^3$

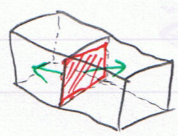


直方体

Ω は Ω_{ijk} に分割される

$$\int_\Omega d\omega = \sum_{ijk} \int_{\Omega_{ijk}} d\omega$$

$$= \sum_{i,j,k} \int_{\partial\Omega_{ijk}} \omega$$



となり同士の直方体の境界面は逆方向なので打ち消し合う

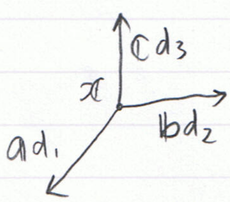
打ち消し合わないのは一番外側の大きな直方体の境界面

div(ergence) 発散

Gaussの発散定理

$d_1, d_2, d_3 \in D \quad x, a, b, c \in \mathbb{R}^3$

平行六面体 Ω



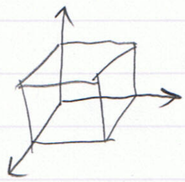
$$\omega = f\, dy \wedge dz + g\, dz \wedge dx + h\, dx \wedge dy$$

$\int_\Sigma d\omega = \int_{\partial\Sigma} \omega$ が成り立つように $d\omega$ を決める

これを計算

$$d\omega = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}\right) dx \wedge dy \wedge dz$$

面積分の計算 (以前のreport)



立方体

$\int \mathbb{v} \cdot dS$

$\mathbb{v} = (x, y, z)$

$f = x \quad g = y \quad h = z$

$1+1+1 = 3$ (定数関数)

$$\underset{\text{面積分}}{\int_{\partial\Omega} \mathbb{v} \cdot dS} = \underset{\text{体積分}}{\int_{\Omega} \overset{=3}{\operatorname{div} \mathbb{v}} \cdot dV}$$

$$\mathbb{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \mathbb{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

$$\int_{\partial\Omega} \omega = -\left\{ f(x) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f(x + \mathbb{a} d_1) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x + \mathbb{a} d_1) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + \mathbb{a} d_1) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_2 d_3$$

$$+ \left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_3$$

$$- \left\{ f(x + \mathbb{b} d_2) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x + \mathbb{b} d_2) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + \mathbb{b} d_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_3$$

$$- \left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$+ \left\{ f(x + \mathbb{c} d_3) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x + \mathbb{c} d_3) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x + \mathbb{c} d_3) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$= \left\{ f'(x)(\mathbb{a}) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(x)(\mathbb{a}) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(x)(\mathbb{a}) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$- \left\{ f'(x)(\mathbb{b}) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(x)(\mathbb{b}) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(x)(\mathbb{b}) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$+\left\{ f'(x)(\mathbb{c}) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g'(x)(\mathbb{c}) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h'(x)(\mathbb{c}) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$\left.\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\partial f}{\partial x}(x)\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}(x)\,dy + \frac{\partial f}{\partial z}(x)\,dz \\ g'(x) &= \frac{\partial g}{\partial x}(x)\,dx + \frac{\partial g}{\partial y}(x)\,dy + \frac{\partial g}{\partial z}(x)\,dz \\ h'(x) &= \frac{\partial h}{\partial x}(x)\,dx + \frac{\partial h}{\partial y}(x)\,dy + \frac{\partial h}{\partial z}(x)\,dz \end{aligned}\right) \uparrow \text{代入}$$

$$= \left\{ \begin{vmatrix} f'(x)(\mathbb{a}) & \mathbb{b} & \mathbb{c} \\ g'(x)(\mathbb{a}) & & \\ h'(x)(\mathbb{a}) & & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbb{a} & f'(x)(\mathbb{b}) & \mathbb{c} \\ & g'(x)(\mathbb{b}) & \\ & h'(x)(\mathbb{b}) & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbb{a} & \mathbb{b} & f'(x)(\mathbb{c}) \\ & & g'(x)(\mathbb{c}) \\ & & h'(x)(\mathbb{c}) \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$\varphi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

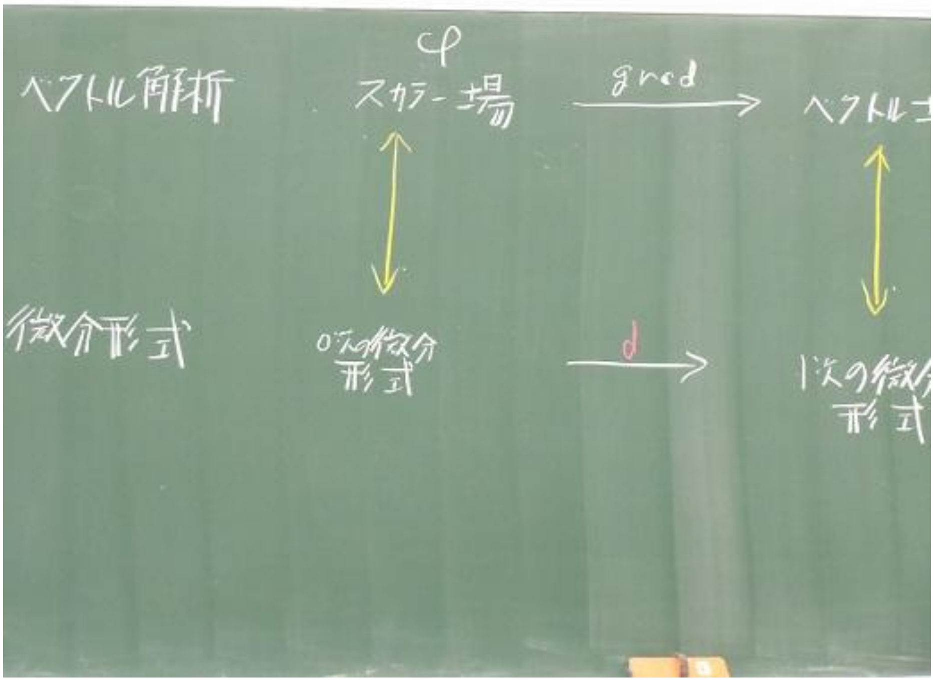
$\varphi(\mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c})$ 3重線形 交代

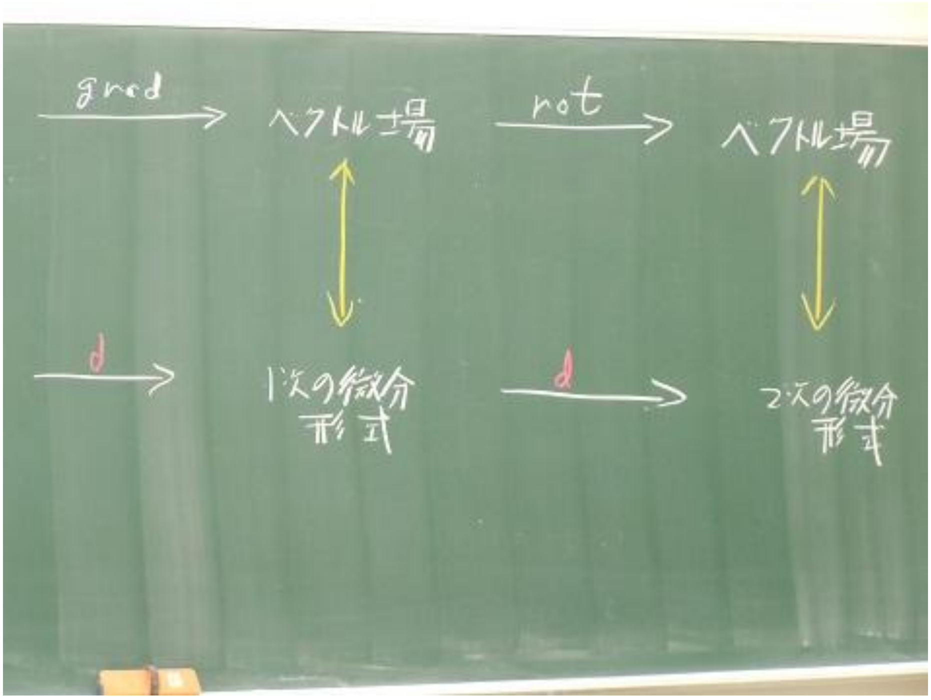
$\varphi = \alpha\ dx \wedge dy \wedge dz$

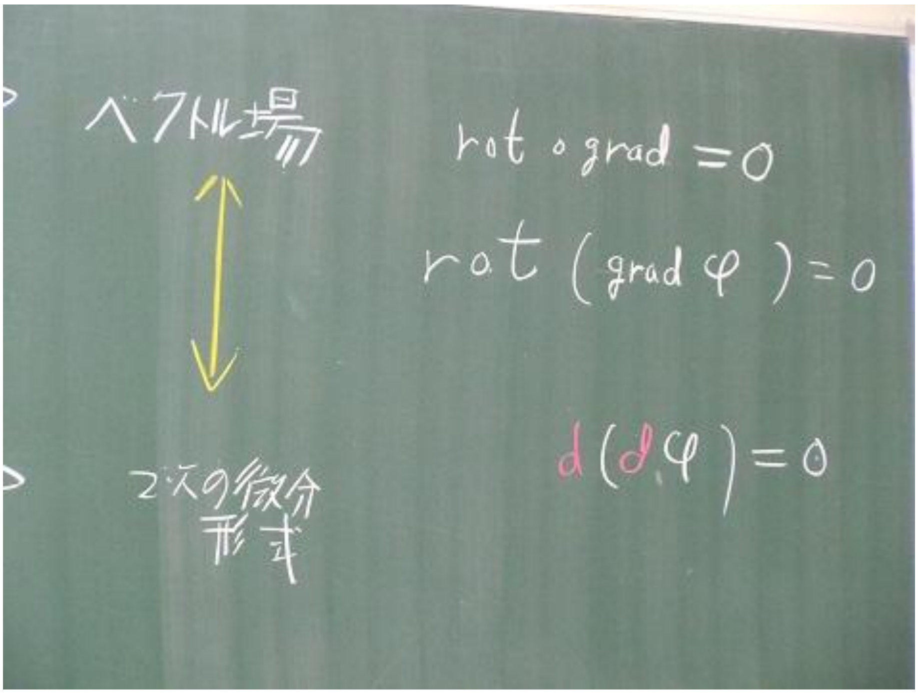
$\uparrow$

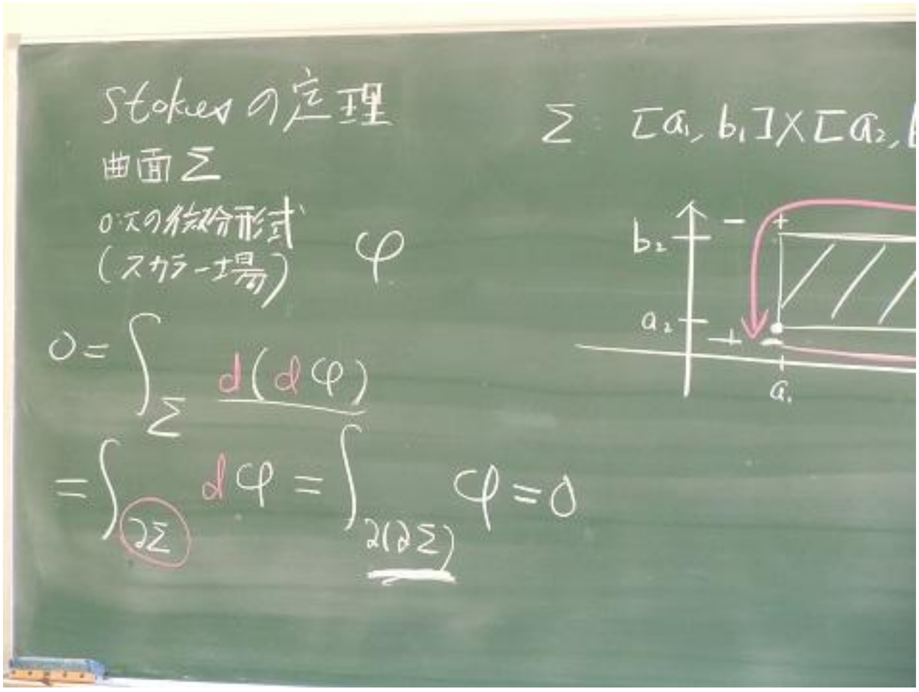
αを決めるために

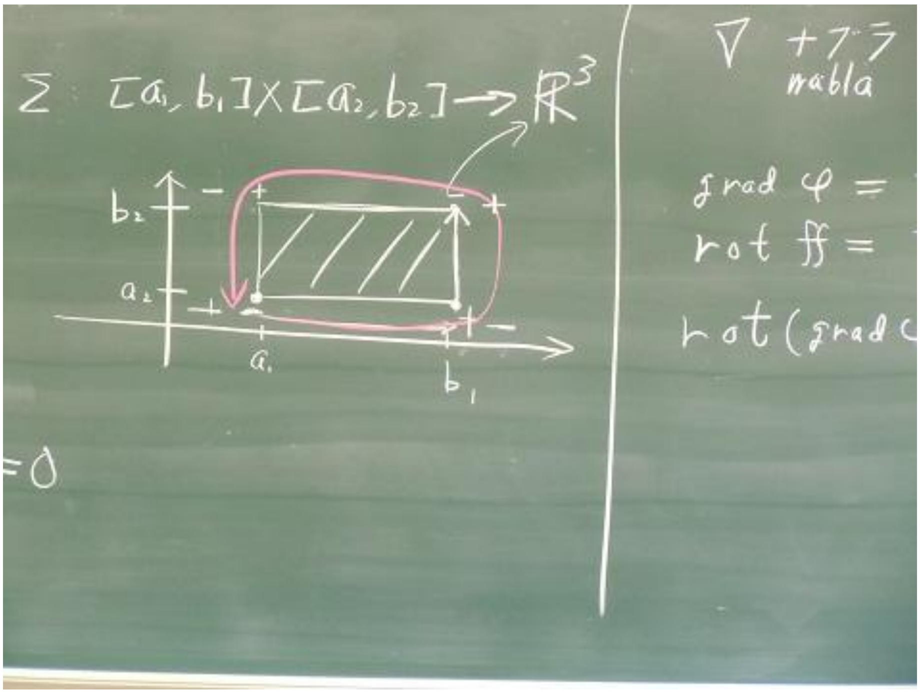
$\mathbb{a} = \mathbb{e}_1,\ \mathbb{b} = \mathbb{e}_2,\ \mathbb{c} = \mathbb{e}_3$ を代入する

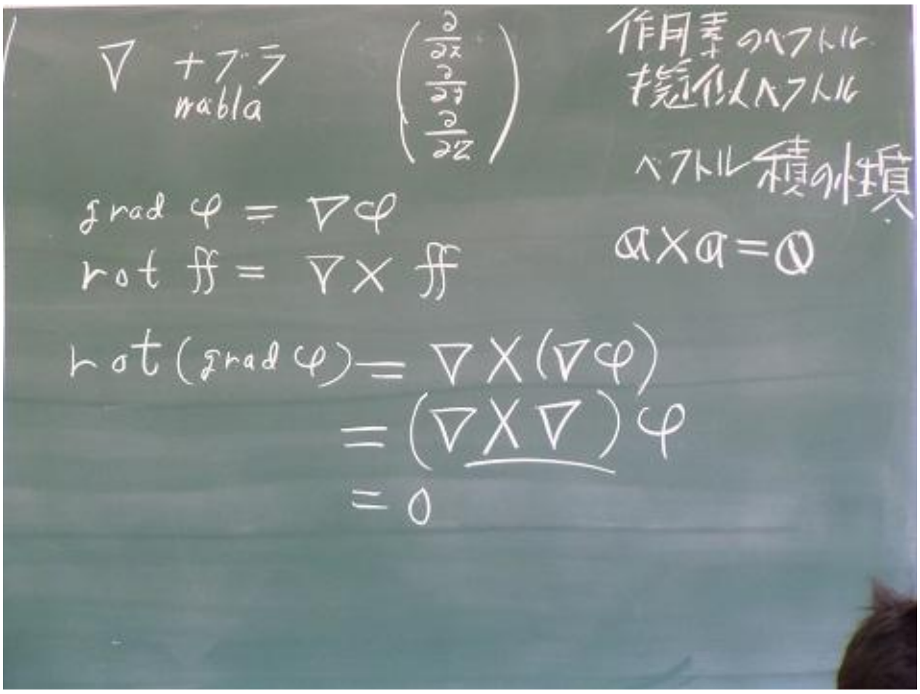

ベクトル解析
φ
スカラー場
grad
ベクトル
微分形式
0次の微分形式
d
1次の微
形式

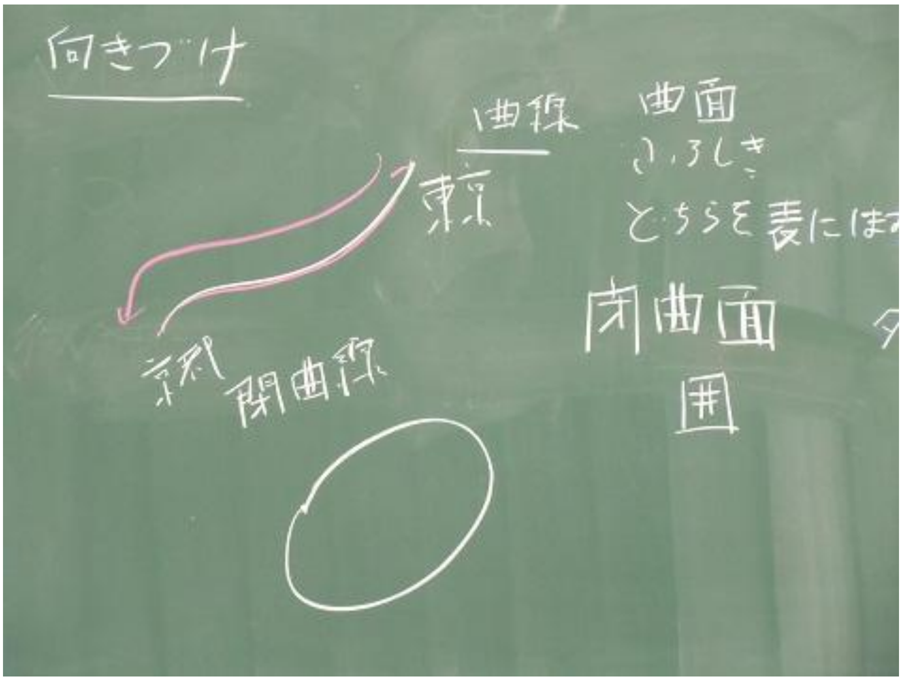

grad
ベクトル場
rot
ベクトル場
d
1次の微分形式
d
2次の微分形式

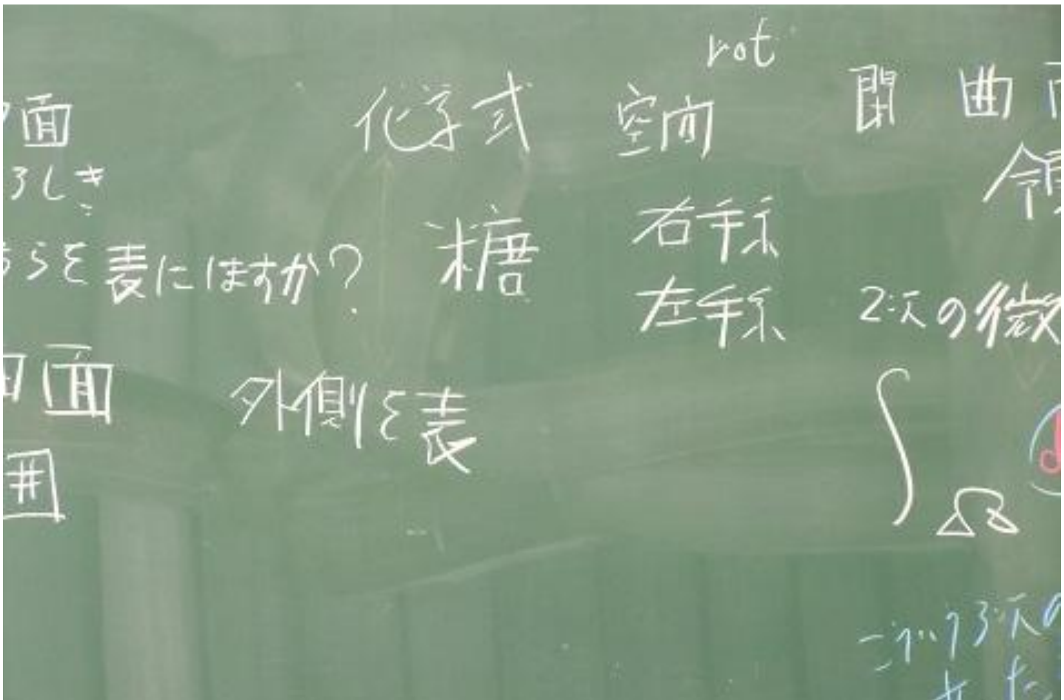

ベクトル場
2次の微分形式
rot ∘ grad = 0
rot (grad φ) = 0
d(dφ) = 0


Stokesの定理
曲面Σ
0次の微分形式
(スカラー場) φ
0 = ∫_Σ d(dφ)
= ∫_∂Σ dφ = ∫_∂(∂Σ) φ = 0
Σ [a₁, b₁]×[a₂,
b₂
a₂
a₁
+
−


$\Sigma \quad [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \to \mathbb{R}^3$
b_2
a_2
a_1
b_1
$= 0$
∇ ナブラ
nabla
grad φ =
rot $\mathbf{f}$ =
rot(grad


∇ ナブラ
nabla
$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$
作用素のベクトル
擬似ベクトル
ベクトル積の性質
$\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$
grad $\varphi = \nabla \varphi$
rot $\mathbf{f} = \nabla \times \mathbf{f}$
rot(grad φ) $= \nabla \times (\nabla \varphi)$
$= (\nabla \times \nabla) \varphi$
$= 0$


向きづけ
曲線
曲面
ふろしき
東京
京都
閉曲線
閉曲面


化学式
rot
空間
どちらを表にしますか?
糖
右手系
左手系
外側を表

rot

向

右手系

左手系

閉曲面に囲まれた領域 Ω

div

2次の微分形式 ω が与えられて…

$$\int_{\Omega} d\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$$

閉曲面

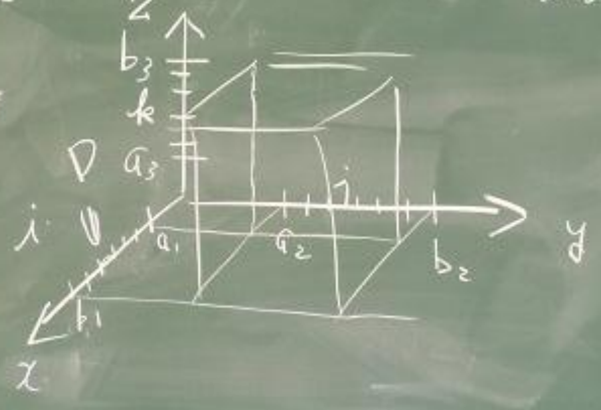
こいつ3次の微分形式があったらいいな!!!

無限小のlevelで成立では

一般に成立つ

Ω

$\Omega : [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \to \mathbb{R}^3$

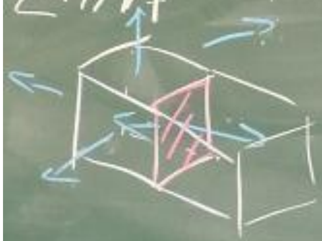


直方体

Ω は Ω_{ijk} に分割さ

$\to \mathbb{R}^3$

直方体



$$\int_{\Omega} d\omega = \sum_{i,j,k} \int_{\Omega}$$

$$= \sum_{i,j,k} \int_{\partial}$$

$_{k}$ に分割される

$$= \sum_{i,j,k} \int_{\Omega_{ijk}} d\omega$$

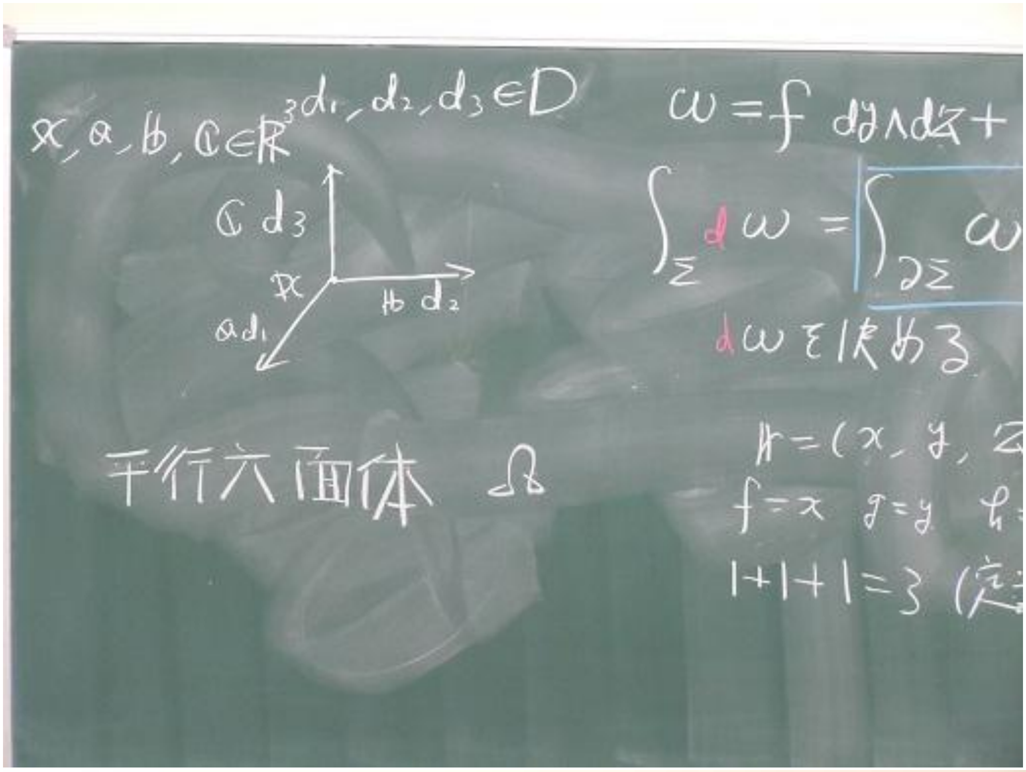
$$= \sum_{i,j,k} \int_{\partial\Omega_{ijk}} \omega$$

div(ergence)

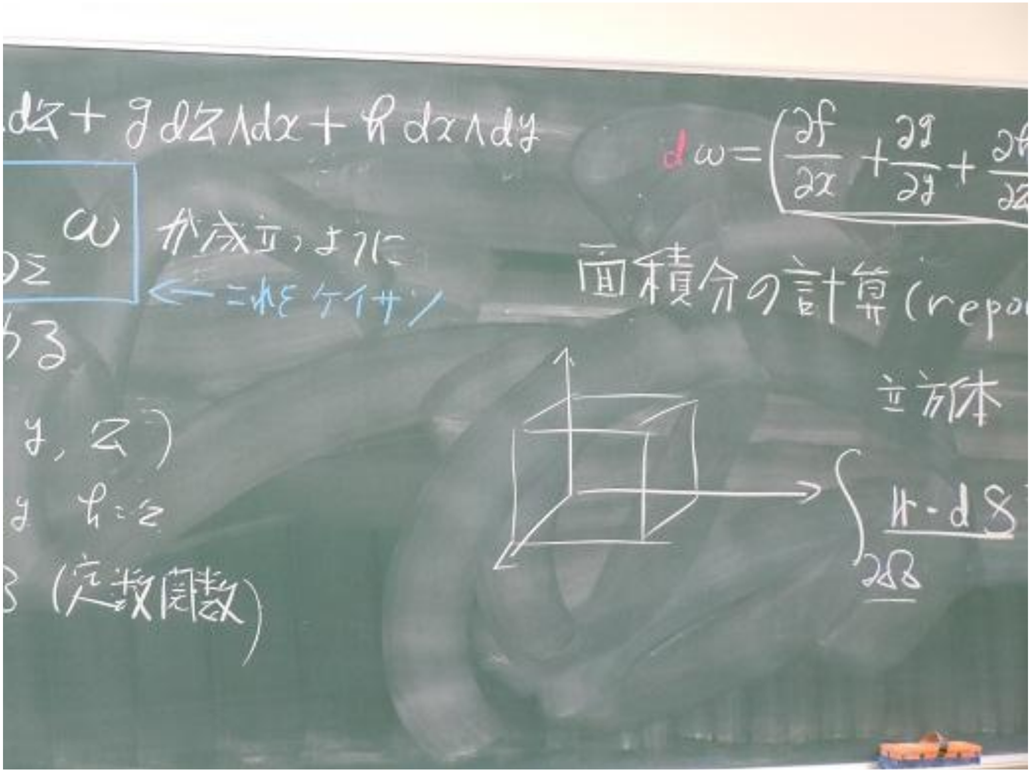
発散

Gaussの発散定理

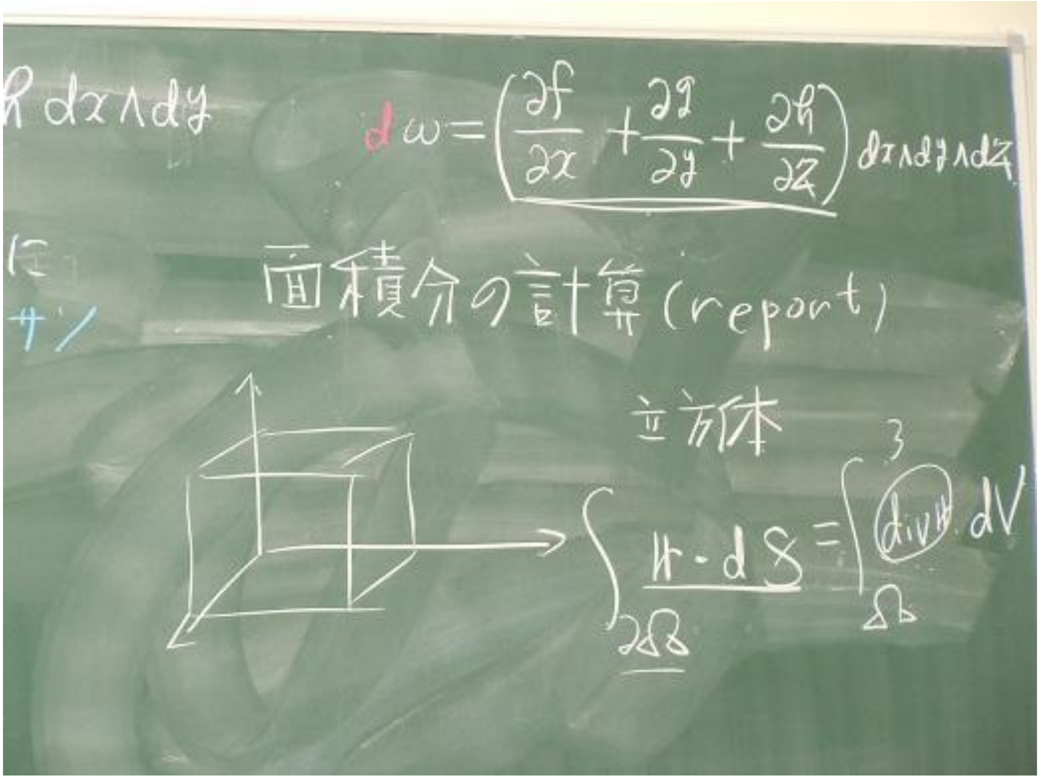
Lagrange

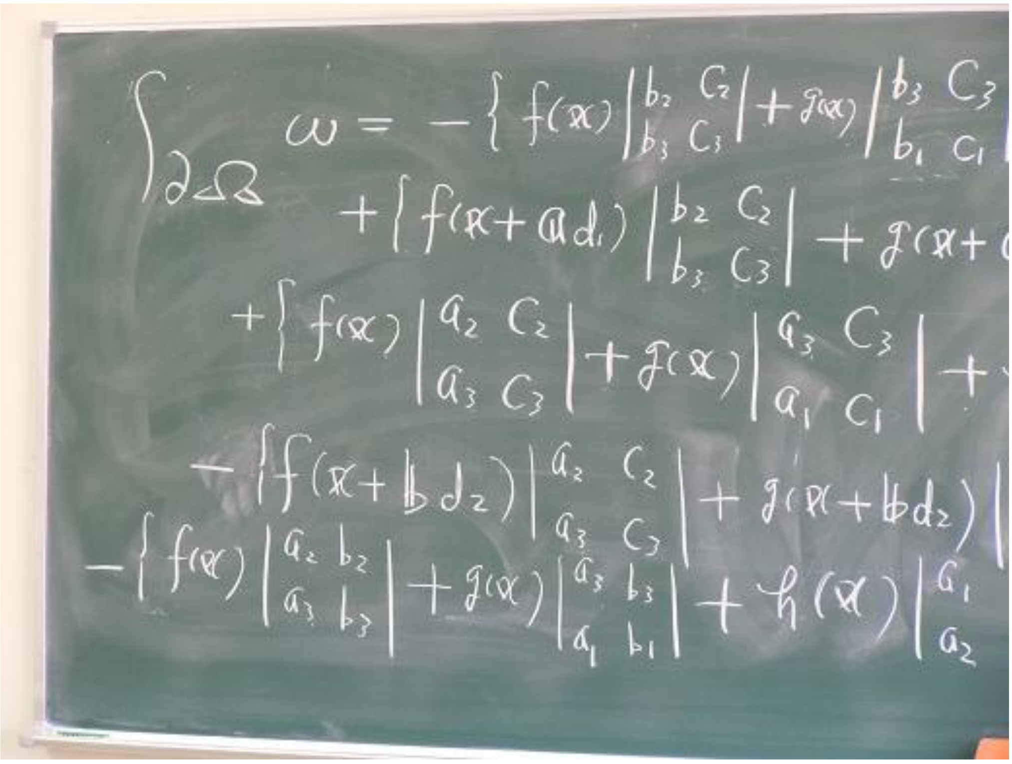


$x, a, b, c \in \mathbb{R}^3$ $d_1, d_2, d_3 \in D$
$\omega = f\, dy \wedge dz +$
$\int_\Sigma d\omega = \int_{\partial\Sigma} \omega$
$d\omega$を決める
$r = (x, y, z$
$f = x$ $g = y$ $h =$
$1+1+1=3$ (定
平行六面体 Ω



$dz + g\, dz \wedge dx + h\, dx \wedge dy$
$d\omega = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}\right.$
ω が成立つように
← これをケイサン
面積分の計算(repo
立方体
$\int_{\partial\Omega} r \cdot dS$
$y, z)$
y $h = z$
3 (定数関数)


$R\,dx \wedge dy$
$d\omega = \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z}\right) dx \wedge dy \wedge dz$
に
サン
面積分の計算(report)
立方体
$\int_{\partial\Omega} F \cdot dS = \int_{\Omega} \mathrm{div}\,F\, dV$


$\int_{\partial\Omega} \omega = -\left\{ f(x) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix}\right.$
$+\left\{ f(x + a d_1) \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x +\right.$
$+\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} +\right.$
$-\left\{ f(x + b d_2) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g(x + b d_2)\right.$
$-\left\{ f(x) \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(x) \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix}\right.$

$$+ g(x) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_2 \, d_3$$

$$\Big| + g(x + \mathbf{a} d_1) \begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + \mathbf{a} d_1) \begin{vmatrix} b_1 & c \\ b_2 & c \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_1 \, d_3$$

$$g(x + \mathbf{b} d_2) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + \mathbf{b} d_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_1$$

$$h(x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \Big\} d_1 \, d_2$$

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_2 \, d_3 \qquad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} c_3 \\ c_1 \end{matrix} \Big| + h(x + \mathbf{a} d_1) \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_2 \, d_3$$

$$\begin{matrix} c_1 \\ c_2 \end{matrix} \Big| \Big\} d_1 \, d_3$$

$$h(x + \mathbf{b} d_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \Big\} d_1 \, d_3$$

2

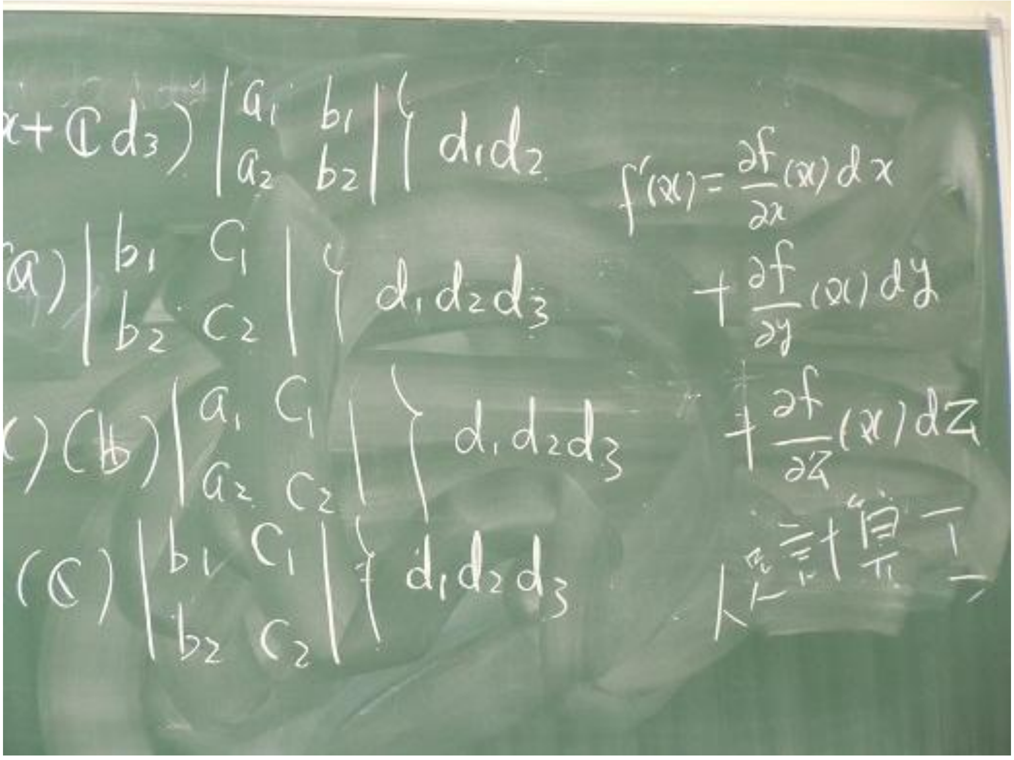
$$+\left\{ f(\mathbf{x}+\mathbf{c}\,d_3)\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + g(\mathbf{x}+\mathbf{c}\,d_3)\begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} + h(\mathbf{x}+\mathbf{c}\,d_3)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$= \left\{ f'(\mathbf{x})(\mathbf{a})\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(\mathbf{x})(\mathbf{a})\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(\mathbf{x})(\mathbf{a})\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$- \left\{ f'(\mathbf{x})(\mathbf{b})\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(\mathbf{x})(\mathbf{b})\begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(\mathbf{x})(\mathbf{b})\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2$$

$$+ \left\{ f'(\mathbf{x})(\mathbf{c})\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + g'(\mathbf{x})(\mathbf{c})\begin{vmatrix} b_3 & c_3 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} + h'(\mathbf{x})(\mathbf{c})\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \right\} d_1 d_2 d_3$$

$$\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$



$d_1 d_2$
$d_1 d_2 d_3$
$d_1 d_2 d_3$
$d_1 d_2 d_3$
$f'(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)\,dx$
$+ \frac{\partial f}{\partial y}(x)\,dy$
$+ \frac{\partial f}{\partial z}(x)\,dz$

$\varphi \quad \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$
$\varphi = \alpha\, dx \wedge dy \wedge dz$
$\varphi(a, b, c)$ 多重線形
交代

$$\begin{vmatrix} f'(x)(b) & & \\ g'(x)(b) & c & \\ h'(x)(b) & & \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} & & f'(x)(c \\ a & b & g'(x)(c \\ & & h'(x)(\end{vmatrix}$$

$\varphi = \alpha\, dx \wedge dy \wedge dz$ $\quad a = e_1 \quad b = e_2 \quad (c$

$c_1 \quad h(x) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \} d_1 d_3$

$x + b d_2) \begin{vmatrix} a_3 & c_3 \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} + h(x + b d_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \} d_1$

$(x) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \} d_1 d_2$

$$\begin{vmatrix} & & f'(x)(c) \\ a & b & g'(x)(c) \\ & & h'(x)(c) \end{vmatrix} \} d_1 d_2 d_3$$

$a = e_1 \quad b = e_2 \quad c = e_3$

$\} d_1 d_3$

プロの計算

$+ b d_2) \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \} d_1 d_3$