2010.10.06

行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{22}$$ ⟶ "解析的定義"

$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{pmatrix}$　符号のついた平行四辺形の面積

$\overset{\shortparallel}{a_1}$ $\overset{\shortparallel}{a_2}$

$S(a_1, a_2)$

反対称性
二重線型性 } ⟶ "幾何学的定義"

$S(e_1, e_2) = 1$

$V(a_1, a_2, a_3)$

a_1, a_2, a_3 の張る平行六面体の符号のついた体積

反対称性

三重線型性

$V(e_1, e_2, e_3) = 1$

(行列式の項の数)

$2 \times 2 \rightarrow 2$

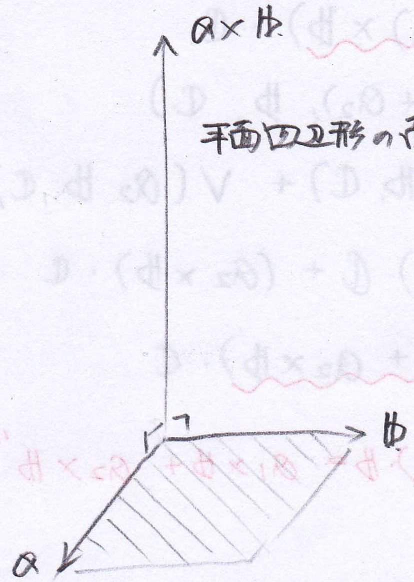
$3 \times 3 \rightarrow 6$

$4 \times 4 \rightarrow 24$

⋮

$n \times n \rightarrow n!$

$$\begin{cases} \text{ベクトル積（外積）} & \underline{\mathbb{a}\times\mathbb{b}} \\ \text{スカラー積（内積）} & \mathbb{a}\cdot\mathbb{b} \end{cases}$$



空間のベクトル

$\mathbb{a}\times\mathbb{b}$

$$\begin{cases} \mathbb{a}\times\mathbb{b},\ \mathbb{a},\ \mathbb{b}\ \text{が右手系} \\ \mathbb{a}\perp(\mathbb{a}\times\mathbb{b}) \\ \mathbb{b}\perp(\mathbb{a}\times\mathbb{b}) \end{cases}$$

→ 幾何学的定義

$\mathbb{a}\times\mathbb{b} = -\mathbb{b}\times\mathbb{a}$（反対称性）

$(\alpha\mathbb{a})\times\mathbb{b} = \alpha(\mathbb{a}\times\mathbb{b})$

$\mathbb{a}\times(\beta\mathbb{b}) = \beta(\mathbb{a}\times\mathbb{b})$ $\qquad (\mathbb{a}\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c} = V(\mathbb{a},\mathbb{b},\mathbb{c})$

$(\mathbb{a}_1+\mathbb{a}_2)\times\mathbb{b} = \mathbb{a}_1\times\mathbb{b} + \mathbb{a}_2\times\mathbb{b}$（これが成り立つか？）

命題 I（レポート）

x

任意のベクトル $\mathbb{c}$ について

$x\cdot\mathbb{c} = 0 \Rightarrow x = 0$

$\Downarrow$

$x\cdot\mathbb{c} = y\cdot\mathbb{c}$ が任意のベクトル $\mathbb{c}$ について成り立つ $\Rightarrow x = y$

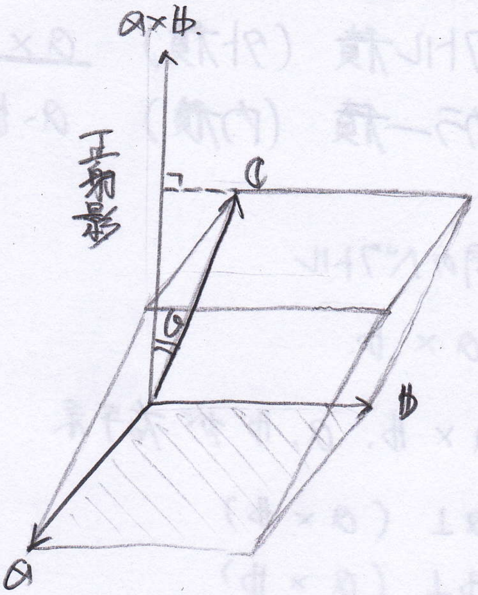
$(x-y)\cdot\mathbb{c} = 0$

$x = y$

（任意のベクトル $\mathbb{c}$ に直交するベクトルは 0 しかないことを示す）

$$((\mathbb{a}_1+\mathbb{a}_2)\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c}$$
$$= V((\mathbb{a}_1+\mathbb{a}_2),\ \mathbb{b},\ \mathbb{c})$$
$$= V(\mathbb{a}_1,\mathbb{b},\mathbb{c}) + V(\mathbb{a}_2,\mathbb{b},\mathbb{c})$$
$$= (\mathbb{a}_1\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c} + (\mathbb{a}_2\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c}$$
$$= (\mathbb{a}_1\times\mathbb{b}+\mathbb{a}_2\times\mathbb{b})\cdot\mathbb{c}$$

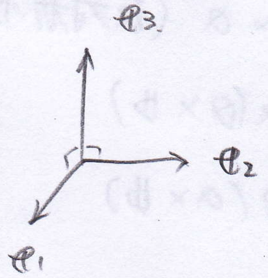
"$(\mathbb{a}_1+\mathbb{a}_2)\times\mathbb{b} = \mathbb{a}_1\times\mathbb{b}+\mathbb{a}_2\times\mathbb{b}$"



$$\mathbb{a}\times(\mathbb{b}_1+\mathbb{b}_2) = \mathbb{a}\times\mathbb{b}_1 + \mathbb{a}\times\mathbb{b}_2$$

反対称性
二重線型性

$$\mathbb{e}_1\times\mathbb{e}_2 = \mathbb{e}_3$$
$$\mathbb{e}_2\times\mathbb{e}_1 = -\mathbb{e}_3$$
$$\mathbb{e}_2\times\mathbb{e}_3 = \mathbb{e}_1$$
$$\mathbb{e}_3\times\mathbb{e}_2 = -\mathbb{e}_1$$
$$\mathbb{e}_3\times\mathbb{e}_1 = \mathbb{e}_2$$
$$\mathbb{e}_1\times\mathbb{e}_3 = -\mathbb{e}_2$$



~解析的定義~

$$\mathbb{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = a_1\mathbb{e}_1 + a_2\mathbb{e}_2 + a_3\mathbb{e}_3$$

$$\mathbb{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = b_1\mathbb{e}_1 + b_2\mathbb{e}_2 + b_3\mathbb{e}_3$$

$$\mathbb{a}\times\mathbb{b} = (a_1\mathbb{e}_1+a_2\mathbb{e}_2+a_3\mathbb{e}_3)\times(b_1\mathbb{e}_1+b_2\mathbb{e}_2+b_3\mathbb{e}_3)$$
$$= a_1b_1\,\mathbb{e}_1\times\mathbb{e}_1 + \cdots\cdots$$
$$+ a_1b_1\,\underbrace{\mathbb{e}_1\times\mathbb{e}_2}_{=\mathbb{e}_3} + \cdots\cdots$$

レポートⅡ

(⇓を示す)

$$
= \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ b_1 & b_1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}
$$

x成分 $\begin{pmatrix} \cancel{a_1 \quad b_1} \\ \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

y成分 $\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \end{vmatrix} \\ \cancel{a_2 \quad b_2} \\ \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$

z成分 $\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ \cancel{a_3 \quad b_3} \end{pmatrix}$

$$
V(\mathbb{a}, \mathbb{b}, \mathbb{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}
$$

$$
(左辺) = \begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ a_1 & b_2 \end{vmatrix} c_1 + \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} c_2 + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} c_3
$$

(2×2におとして考える)

ベクトル解析 (vector calculus)

calculus → 微積分

17C 重力

19C 電磁気学 （電場が磁場をつくり 磁場が電場をつくる）

ファラデー、マクスウェル

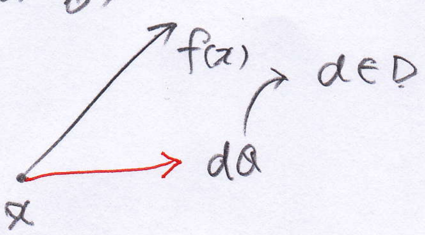
- ベクトル場 → (空間の各点にベクトルで対応)　流れの場、力の場
- スカラー場 → (空間の各点にスカラーで対応)

(platonic な立場
  idealistic な立場) → 力の場も流れの場もベクトル場

美は永遠である
↓
idea

(operational な立場
  pragmatic な立場)

<力の場>



(点xにf(x)の力がかかる)

どれだけ仕事をされるか？ $f(x)\cdot da = (f(x)\, a)\, d$

$a \in \mathbb{R}^3 \longmapsto \underbrace{f(x)}_{3次元}\, a \in \mathbb{R}$　線型関数

力の場：各点xに $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ への線型関数を対応させたもの

$L(\mathbb{R}^3 ; \mathbb{R})$　$\mathbb{R}^3$ から $\mathbb{R}$ への線型写像の全体

$L(\mathbb{R}^3 ; \mathbb{R})$

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = (a_1, a_2, a_3)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

1×3の行列で表すことができる

$\left(d \in D \text{でなく} \ \frac{dx}{dy} \text{の} d \right)$

標準基底 $(1, 0, 0)$ $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \mapsto x$ dx

$(0, 1, 0)$ $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \mapsto y$ dy

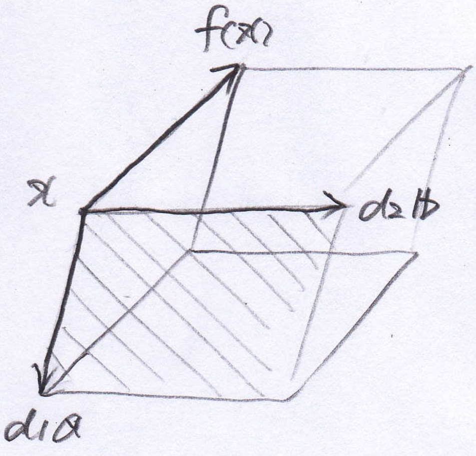
$(0, 0, 1)$ $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \mapsto z$ dz

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & & a_1 \mathbb{e}_1 + a_2 \mathbb{e}_3 + a_3 \mathbb{e}_3 \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ L(\mathbb{R}^3 ; \mathbb{R}) & & a_1 dx + a_2 dy + a_3 dz \end{array}$$

〈流れの場〉

単位時間あたりどれだけ

横切るか?



10/6(水) 3限　微積分(生物学類)

行列式

$$\left|\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{pmatrix}\right| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$ ← 解析的定義

$\mathbf{a}_1$　$\mathbf{a}_2$

$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$で張る平行四辺形の符号付きの面積 ← 幾何学的定義

$S(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$　反対称性
2重線型性
$S(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = 1$

$V(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$
$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$が張る平行六面体の符号付きの体積

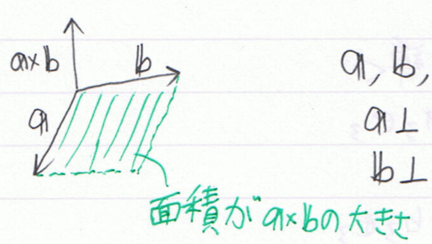
反対称性
3重線型性
$V(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) = 1$

行列式
4×4行列
計算では 4×4×4×4項出てくるが 0にならなくて残るのは 4×3×2=24項

n×n行列の場合は n!項

ベクトル積(外積)
スカラー積(内積)

空間のベクトル
$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$



$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$が右手系
$\mathbf{a} \perp \mathbf{a} \times \mathbf{b}$
$\mathbf{b} \perp \mathbf{a} \times \mathbf{b}$
幾何学的定義

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$　反対称性
$(\alpha \mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \alpha(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$
$\mathbf{a} \times (\beta \mathbf{b}) = \beta(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$

NO.

DATE

$(a_1+a_2)\times b = a_1\times b + a_2\times b$ は成り立つ?

命題

任意のベクトル c について

$x\cdot c = 0 \Rightarrow x = 0$ ←ゼロベクトル

$\Downarrow$

$x\cdot c = y\cdot c$ が任意の c について成立 $\Rightarrow x = y$

レポートI

$(x-y)\cdot c = 0 \Rightarrow x = y$

任意のベクトル c

$$((a_1+a_2)\times b)\cdot c = V(a_1+a_2, b, c)$$

3重線型性 → $= V(a_1, b, c) + V(a_2, b, c)$

$$= (a_1\times b)\cdot c + (a_2\times b)\cdot c$$

$$= \{a_1\times b + a_2\times b\}\cdot c$$

命題により2つは等しい

$$a\times(b_1+b_2) = a\times b_1 + a\times b_2$$

$e_1\times e_2 = e_3$	$e_1\times e_1 = 0$ ←ゼロベクトル
$e_2\times e_1 = -e_3$	$e_2\times e_2 = 0$
$e_2\times e_3 = e_1$	$e_3\times e_3 = 0$
$e_3\times e_2 = -e_1$	
$e_3\times e_1 = e_2$	
$e_1\times e_3 = -e_2$	

ベクトル積の解析的な定義を導く

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3$$

$$a\times b = (a_1e_1+a_2e_2+a_3e_3)\times(b_1e_1+b_2e_2+b_3e_3)$$

レポートII

$$= a_1b_1 \underbrace{e_1\times e_1}_{= 0\ \text{ゼロベクトル}} + a_1b_2 \underbrace{e_1\times e_2}_{= e_3} + a_1b_3 \underbrace{e_1\times e_3}_{= -e_2} + a_2b_1 \underbrace{e_2\times e_1}_{= -e_3} + a_2b_2 \underbrace{e_2\times e_2}_{= 0}$$

$$+ a_2b_3 \underbrace{e_2\times e_3}_{= e_1} + a_3b_1 \underbrace{e_3\times e_1}_{= e_2} + a_3b_2 \underbrace{e_3\times e_2}_{= -e_1} + a_3b_3 \underbrace{e_3\times e_3}_{= 0}$$

整理すると

$$\mathbb{a}\times\mathbb{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbb{e}_1 + (a_3b_1 - a_1b_3)\mathbb{e}_2 + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbb{e}_3$$

$$= \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$V(\mathbb{a},\mathbb{b},\mathbb{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{左辺} = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} c_1 + \begin{vmatrix} a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} c_2 + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} c_3$$

ベクトル解析 (vector $\underbrace{\text{calculus}}_{\text{微積分}}$)

17C 重力 ニュートン

19C 電磁気学 ファラデー、マクスウェル

電磁波の速度は光の速度に等しい ⇒ 電磁波＝光

ベクトル場 空間の各点にベクトルを対応 例) 力の場、流れの場

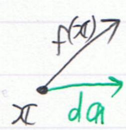
スカラー場 空間の各点にスカラーを対応 例) 温度、気圧

platonic, idealistic な立場

力の場

operational, pragmatic な立場

$d\in D$



仕事量を計る

$$f(x)\cdot d\mathbb{a} = (f(x)\cdot\mathbb{a})d$$

$$\mathbb{a}\in\mathbb{R}^3 \longmapsto f(x)\cdot\mathbb{a}\in\mathbb{R}$$

線型関数

$\mathbb{R}^3$ ベクトル

$L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$ $\mathbb{R}^3$から$\mathbb{R}$への線型関数の全体

$L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longmapsto \underbrace{(a_1, a_2, a_3)}_{1\times 3\text{の行列}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$\frac{dy}{dx}$のような意味でのd

$(1,0,0) \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to x$ $\quad dx$

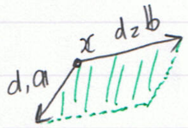
$(0,1,0) \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to y$ $\quad dy$

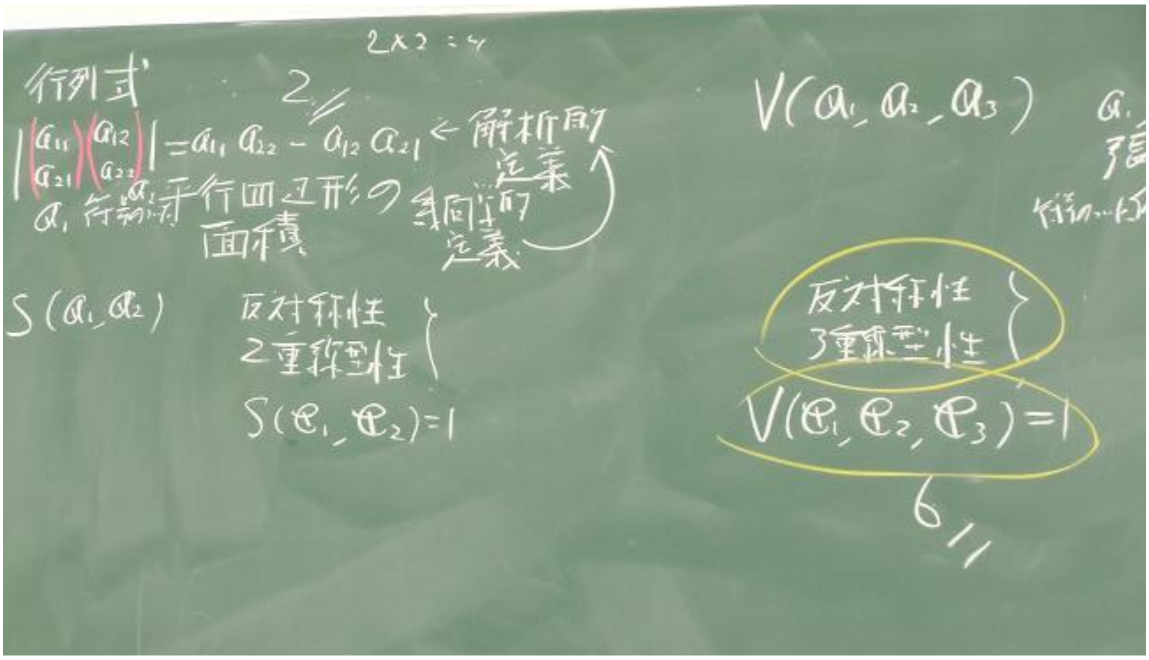
$(0,0,1) \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to z$ $\quad dz$

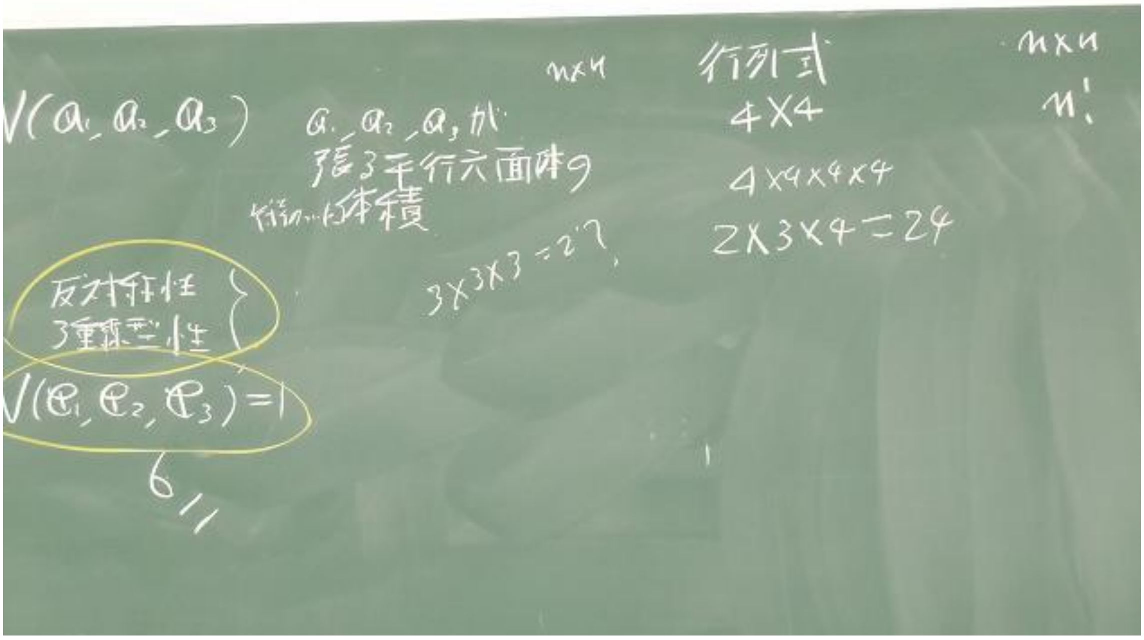
$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & & a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3 \\ \Updownarrow & & \Updownarrow \\ L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R}) & & a_1 dx + a_2 dy + a_3 dz \end{array}$$

流れの場

$d_1 a$と$d_2 b$が張るマスを作る




2×2=4
行列式
2
$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ← 解析的定義
a_1, a_2 が張る平行四辺形の符号付き面積
幾何学的定義
$S(a_1, a_2)$
反対称性
2重線型性
$S(e_1, e_2)=1$
$V(a_1, a_2, a_3)$
反対称性
3重線型性
$V(e_1, e_2, e_3)=1$
6


$V(a_1, a_2, a_3)$
a_1, a_2, a_3 が張る平行六面体の符号付き体積
$3\times3\times3=27$
反対称性
3重線型性
$V(e_1, e_2, e_3)=1$
6
行列式
4×4
$4\times4\times4\times4$
$2\times3\times4=24$
$n\times n$
$n!$

ベクトル積（外積）

スカラー積（内積）　$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ スカラー

空間のベクトル

$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$

底面積

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}\times\mathbf{b}$ 右手系

$\mathbf{a}\perp(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$

$\mathbf{b}\perp(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$

幾何的定義

$\mathbf{a}\times\mathbf{b} = -\mathbf{b}\times\mathbf{a}$　反対称性

$(\alpha\mathbf{a})\times\mathbf{b} = \alpha(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$

$\mathbf{a}\times(\beta\mathbf{b}) = \beta(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$

$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} = V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$

任意のベクトル $\mathbf{c}$

$(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)\times\mathbf{b} \overset{?}{=} \mathbf{a}_1\times\mathbf{b}+\mathbf{a}_2\times\mathbf{b}$

命題 x I

任意のベクトル $\mathbf{c}$ について

$\mathbf{x}\cdot\mathbf{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0}$

$\Downarrow$

$\mathbf{x}\cdot\mathbf{c} = \mathbf{y}\cdot\mathbf{c}$ が任意のベクトル $\mathbf{c}$ について成立つ $\Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y}$

$(\mathbf{x}-\mathbf{y})\cdot\mathbf{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y}$

$$
\begin{aligned}
&((\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2)\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} \\
&= V(\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \\
&= V(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}, \mathbf{c}) + V(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \\
&= (\mathbf{a}_1\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} + (\mathbf{a}_2\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c} \\
&= \{\mathbf{a}_1\times\mathbf{b} + \mathbf{a}_2\times\mathbf{b}\}\cdot\mathbf{c}
\end{aligned}
$$

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}_1+\mathbf{b}_2)=\mathbf{a}\times\mathbf{b}_1+\mathbf{a}\times\mathbf{b}_2$$

解析的定義

(X)

II

$$\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_2=\mathbf{e}_3$$
$$\mathbf{e}_2\times\mathbf{e}_1=-\mathbf{e}_3$$
$$\mathbf{e}_2\times\mathbf{e}_3=\mathbf{e}_1$$
$$\mathbf{e}_3\times\mathbf{e}_2=-\mathbf{e}_1$$
$$\mathbf{e}_3\times\mathbf{e}_1=\mathbf{e}_2$$
$$\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_3=-\mathbf{e}_2$$
$$\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_1=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}=a_1\mathbf{e}_1+a_2\mathbf{e}_2+a_3\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=b_1\mathbf{e}_1+b_2\mathbf{e}_2+b_3\mathbf{e}_3$$

$3\times3=9$

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b}=(a_1\mathbf{e}_1+a_2\mathbf{e}_2+a_3\mathbf{e}_3)\times(b_1\mathbf{e}_1+b_2\mathbf{e}_2+b_3\mathbf{e}_3)$$

$$=a_1b_1\underbrace{\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_1}_{\mathbf{0}}\qquad a_1b_2\underbrace{\mathbf{e}_1\times\mathbf{e}_2}_{\mathbf{e}_3}\qquad a_2b_1\underbrace{\mathbf{e}_2\times\mathbf{e}_1}_{-\mathbf{e}_3}$$

(X)

II

$b_1\mathbf{e}_1+b_2\mathbf{e}_2+b_3\mathbf{e}_3$)

$$a_2b_1\underbrace{\mathbf{e}_2\times\mathbf{e}_1}_{-\mathbf{e}_3}$$

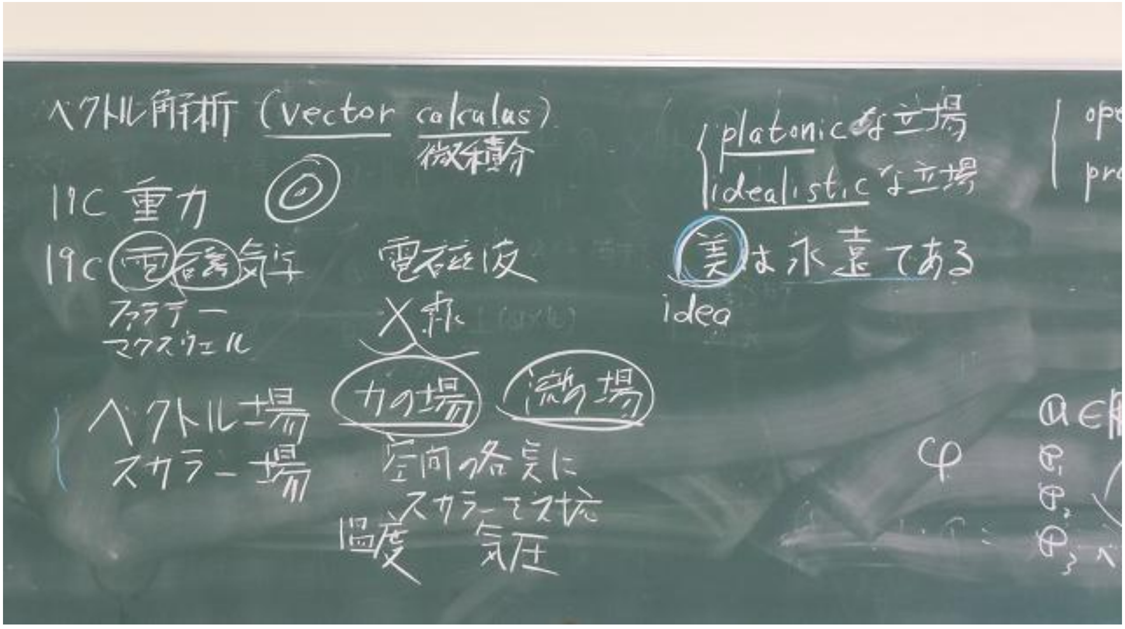
$$=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}a_2&b_2\\a_3&b_3\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}a_3&b_3\\a_1&b_1\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

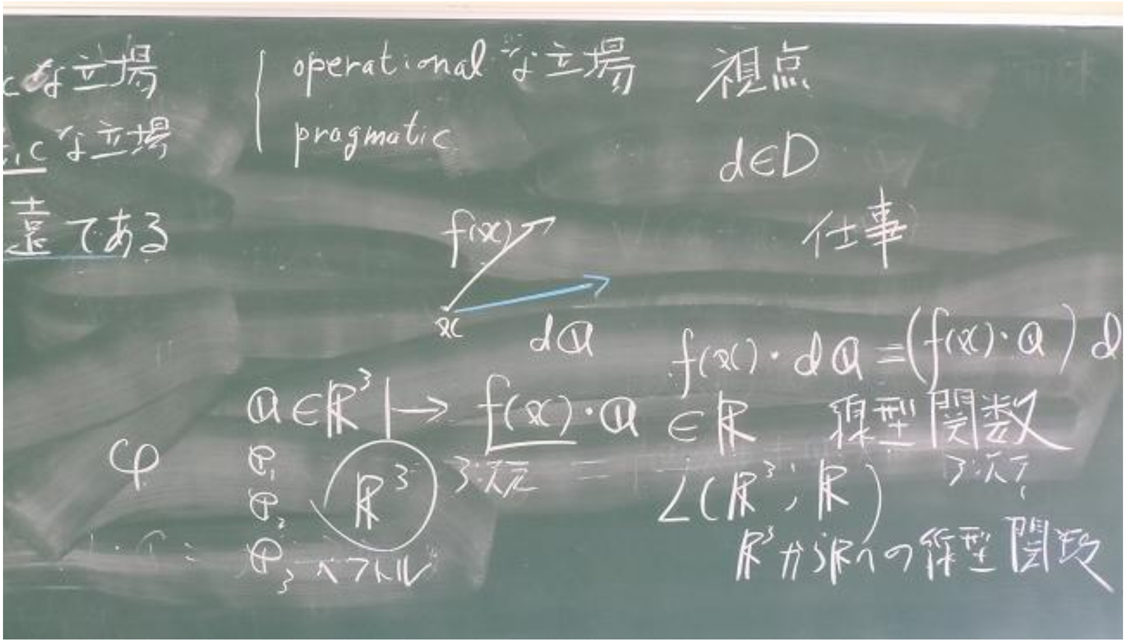
$$\begin{pmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\\a_3&b_3\end{pmatrix}$$

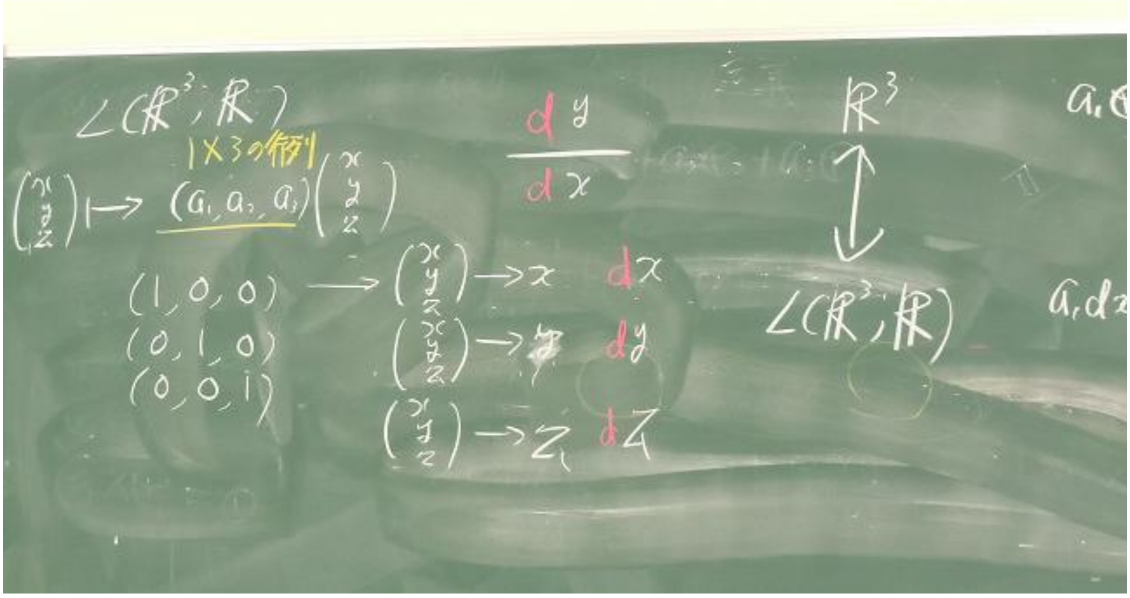
3×3の行列式

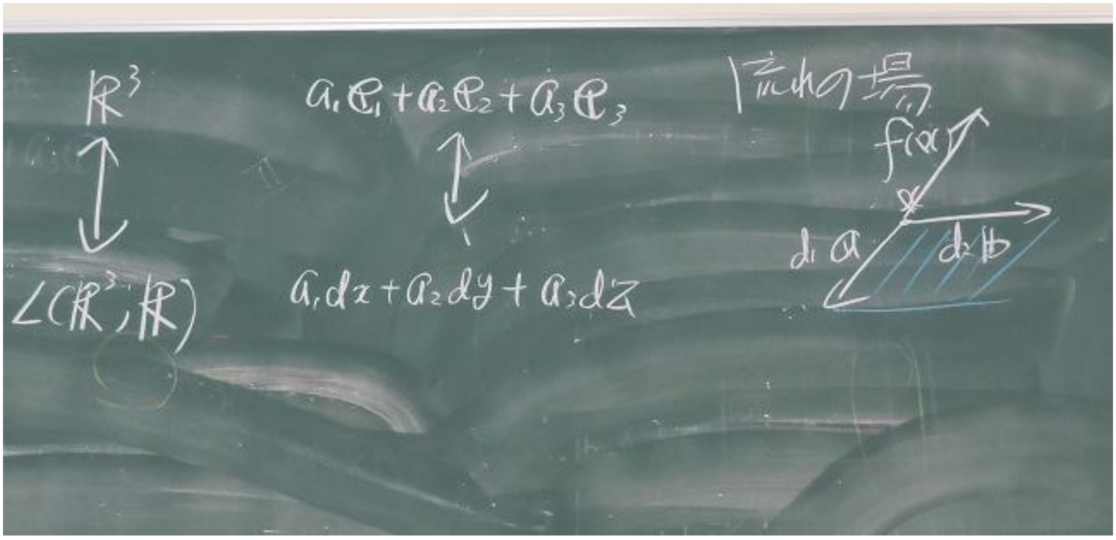
$$V(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})=\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{vmatrix}$$

$$\text{左辺}=\begin{vmatrix}a_2&b_2\\a_3&b_3\end{vmatrix}c_1+\begin{vmatrix}a_3&b_3\\a_1&b_1\end{vmatrix}c_2+\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}c_3$$


ベクトル解析 (vector calculus)
微積分
19C 重力
19c 電磁気学
ファラデー
マクスウェル
電磁波
X線
力の場
流の場
ベクトル場
スカラー場
空間の各点に
スカラーで対応
温度
気圧
platonicな立場
idealisticな立場
美は永遠である
idea
φ


operationalな立場
pragmatic
視点
d∈D
仕事
f(x)
x
da
f(x)·da = (f(x)·a) d
a∈R³ ↦ f(x)·a
∈R 線型関数
3次元
R³
e₁
e₂
e₃ ベクトル
L(R³; R)
R³からRへの線型関数


$L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$
1×3の行列
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto (a_1, a_2, a_3)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
$\frac{dy}{dx}$
$(1, 0, 0)$
$(0, 1, 0)$
$(0, 0, 1)$
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to x$ dx
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to y$ dy
$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to z$ dz
$\mathbb{R}^3$
$L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$


$\mathbb{R}^3$
$L(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$
$a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3$
$a_1 dx + a_2 dy + a_3 dz$
流れの場
$f(x)$
$d_1 a$
$d_2 b$