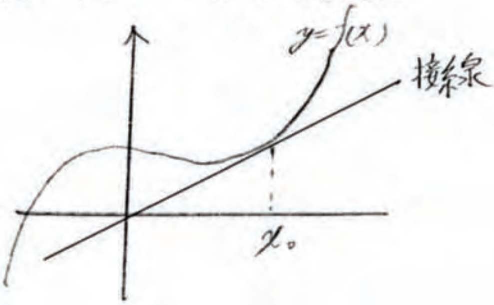
No.

Date

No. 2

② 微分 → 2通りある



曲がっているのは嫌!

高校 1) x_0に近づくと どんどん接線に近づくが 接線にはならない

Newton
eibniz 2) x_0に 十分に近い所では接線に一致する

$$\{0\} \neq D = \{ d \in \mathbb{R} \mid d^2 = 0 \}$$

$$f(x_0 + d) - f(x_0) = \underset{\text{ただ1つに決まる}}{?} \times d \quad (\forall d \in D)$$

$$= f'(x) d$$

Kock − Lawvere の公理

コック　ラヴィアー

Denmark　U.S.A

任意の $f: D \to \mathbb{R}$ 関数で ただ1個の $a \in \mathbb{R}$ で決まって.

$$f(d) = f(d) + ad \quad (\forall d \in D)$$

No.

Date

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x_0 \in \mathbb{R}$

$d \in D \mapsto f(x_0 + d) \in \mathbb{R}$

$f(x_0 + d) = f(x_0) + \underbrace{a}_{\text{微分係数}} d$

◎ 初等関数

・定値関数 $\quad f(x) = c$ (定数)

$f(x+d) - f(x) = c - c = 0 = \underbrace{0}_{f'(x)=0} \times d$

・$f(x) = x$

$f(x+d) - f(x) = x + d - x = d = \underbrace{1}_{f'(x)=1} \times d$

・$f(x) = x^2$

$f(x+d) = (x+d)^2 = x^2 + 2dx + d^2 = x^2 + 2dx$

$f(x) = x^2$

$f(x+d) - f(x) = 2dx = 2x \cdot d$

$f'(x) = 2x$

No.

Date

$f(x) = x^3$

$$f(x+d) = (x+d)^3 = x^3 + 3x^2 d + 3x d^2 + d^3 = x^3 + 3x^2 d$$
$$f(x) = x^3$$

$d^2 = 0$

$$f(x+d) - f(x) = 3x^2 d$$

$f'(x) = 3x^2$

$\boxed{\text{report}}$

I
$$\left\{\begin{array}{l} (f+g)' = f' + g' \\ (\alpha f)' = \alpha f' \quad (\alpha \text{はスカラー}) \\ \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad (g \neq 0) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

ベキ零無限小を用いて証明せよ

II $f(x) = x^n$ (n：自然数)

これを微分せよ.

ヒント 2項展開

III もしも角度を度でとると

$(\sin x)' = ?$

$(\cos x)' = ?$

ヒント 1ラジアン $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$

三角関数

準備

Newton の慣性の法則 (17C)

等速度運動をしている物体は外力が加わらない限り等速度運動を続ける.

Nishimura の慣性の法則 (21C)

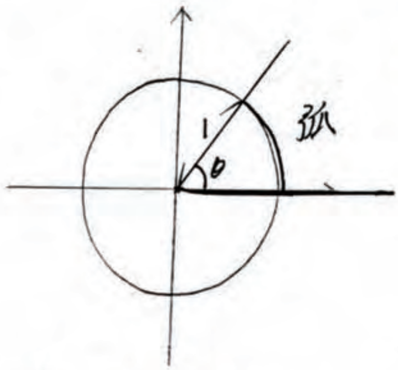
外力が加わっても経過時間が D の範囲内の間は等速度運動をする

No.

Date

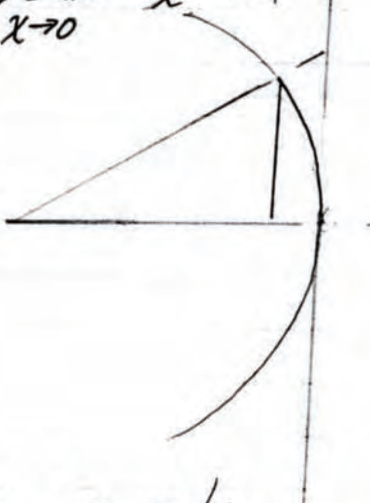
radian

角度： 度　360度



角度を角が見込む円弧で評価(表現)する.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$



$d \in D$

$\sin d = d$

$\cos d = 1$

$$\left(\begin{array}{l} \cos^2 d + \sin^2 d \\ = 1^2 + d^2 = 1 \end{array} \right)$$

$f(x) = \sin(x+d)$

$$\sin(x+d) = \sin x \underbrace{\cos d}_{\substack{\parallel \\ 1}} + \cos x \underbrace{\sin d}_{\substack{\parallel \\ d}}$$

$$= \sin x + (\cos x) d$$

$$f(x) = \cos x$$

No.

Date

$f(x) = \cos(x+d)$

$\cos(x+d) = \cos x \cos d - \sin x \sin d$

$= \cos x + (-\sin x) d$

$f'(x) = -\sin x$

指数関数

$$\boxed{e = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}$$

No. 3

指数関数.

$f(x) = 10^x$

$f(d) = f(0) + f(0) d$ ⇐ これが存在する：Kock-Lawvere の公理

e：任意の正の実数とする.

$g(x) = e^x$

ここで

$e = 10^{\log_{10} e}$ より

$g(x) = \left(10^{\log_{10} e}\right)^x$ ↓ 指数法則 $(10^a)^b = 10^{ab}$

$= 10^{x \log_{10} e}$

$= f(x \log_{10} e)$