No. 1

微積分の祖

Newton (17C.)

力学 (dynamics)

↓ 動学

記述

古代ギリシア

Euclid 幾何学 …… 静学 ⇒ つまり「動学的記述法としての微積分」の必要性

◎ 瞬間の速さ

平均としたらカンタン

(t:時刻)

$x = f(t)$

$t=1$ $f(t)=5$

$t=3$ $f(t)=11$

平均の速さは

$$\frac{11-5}{3-1}=3$$

一般には曲線であろう.

⇓

特定の時刻 (t_0) における速さはどのようになるのか.

No.

Date

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(t_0+h) - f(t_0)}{h}$$ ⇒ $h \to 0$ は接線の傾きを表すのではないのか.

(集束すれば) $= f'(t_0)$ (微分係数)

高校数学

極限 ⇒ 微分 ------ 19C. に確立

彼らはどうしたのだろうか ⇐ { Newton 17C. / Leibniz ↓ 18C. / Euler } 19C.

$$f(t_0+h) - f(t_0) \neq h f'(t_0)$$ 一般に不等

「ただし h が十分に小さければ上式は等号」と主張 (Newton's)

(どのくらいか) h が2回かけると0になるくらい小さければよい

$$D = \{ d \in \underbrace{\mathbb{R}}_{\text{実数}} \mid d^2 = 0 \} \neq \{0\}$$ 一般には0のみだが…

冪零無限小

ベキレイ (冪, 羃も同じ)

すべての: Ⓐll

$(\forall d \in D)$

ある: Ⓔxistance

∃

$(\exists! a \in \mathbb{R})$

ただ1つある

$$f(t_0+d) - f(t_0) = ad$$

a: $f'(t_0)$

ただし $D \neq \{0\}$ とするのは少し問題があった.

19C. 産業革命 : 工場生産の発達

engineers の必要性

⇑

「engineers に数学や物理を誰が教えるのか」

⇑

数学者の大衆化 (Leibniz らは貴族の保護を受けていた = 天才のみが数学で食っていける)

manual が必要になった.

↗ 無限小の否定.

20C 半ば

数学の世界

この世 $\mathbb{R}$ $\xrightarrow{\text{Newton's 霊視}}$ あの世 $\mathbb{R}$

数の概念の拡張.

自然数 : 1, 2, 3, ⋯

整数

有理数 : $\frac{n}{m}$ ↑ 古代ギリシア

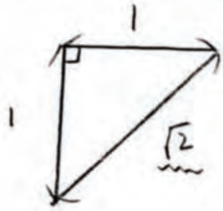
実数

複素数.

No.

Date

◎ 無理数について
ピタゴラス学派(教団)



整数は神聖な数とされていた当時
$\sqrt{2}$ →学派にとっては秘中の秘であった.

Leibniz の公式

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)\,g(x+h) - f(x)\,g(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \left\{ \frac{f(x+h)\,g(x+h) - f(x)\,g(x+h)}{h} \right\} + \left\{ \frac{f(x)\,g(x+h) - f(x)\,g(x)}{h} \right\}$$

$$= \lim_{h \to 0} \left\{ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot g(x+h) + f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right\}$$

$$= f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$$

Leibniz は極限を用いなかった!

Leibnizを認めると

- $f(x+d) = f(x) + f'(x)d \quad (\forall d \in D)$

Original

$$f(x+d)\,g(x+d) = \{f(x)+f'(x)d\}\{g(x)+g'(x)d\}$$

$$= f(x)g(x) + \{f(x)g'(x) + f'(x)g(x)\}\,d$$

$$+ f'(x)\,g'(x)\,\underbrace{d^2}_{べキレイ} = 0$$

◎ 合成関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ のとき

$g\circ f$ が存在

$$\frac{g\circ f(x+h) - g\circ f(x)}{h} = \frac{g(f(x+h)) - g(f(x))}{h}$$

$$= \frac{g(f(x+h)) - g(f(x))}{f(x+h) - f(x)} \times \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \xrightarrow{h\to 0} f'(x)$$

$$g(f(x+h)) = g(f(x) + \{f(x+h) - f(x)\})$$