2007年度 1学期 2007年6月15日. 1

筑波大学生物資源学類「基礎数学」9回目 担当 西村泰一 受講者 44名

ノート TA高橋史帆

微分方程式 わからない数があり その間に成り立つ関係がわかっていて、

$\begin{cases} x: 何かわからない数 \\ y: 〃 \end{cases}$

ただし $x^2-3x+2=0$ を満たすなら

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1,2$ となる

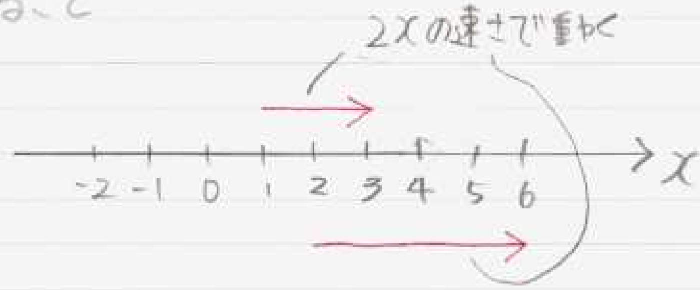
ただし $2x-y=1$ ←… 連立代数方程式

$$\begin{array}{rl} & 2x-y=1 \\ +) & 2x+y=3 \\ \hline & 4x=4 \\ & x=1 \end{array}$$

$y=2x-1=2-1=1$ となる

※ 方程式を解く (代数的方程式)
わからない数があり、その間に成り立つ関係がわかっている
その関係からわからない数を求めること

1次元の運動とは
$t \in R \longmapsto x(t) \in R$
時刻 位置



よくわからない運動があるが
$x'=2x$ となる

例えば
時刻 0のとき 位置 1 とする

$d_1 \in D$
$d_2 \in D$
$d_3 \in D$ のとき

時刻 d_1 位置 $1+2d_1$

〃 d_1+d_2 〃 $(1+2d_1)+2(1+2d_1)d_2$
$=1+2d_1+2d_2+4d_1d_2$

〃 $d_1+d_2+d_3$ 〃 $1+2(d_1+d_2)+2d_1d_2+2\{1+2(d_1+d_2)+2d_1d_2\}d_3$
$=1+2(d_1+d_2+d_3)+2(d_1d_2+d_1d_3+d_2d_3)+4d_1d_2d_3$

◎前回の内容

$x = ke^{2t}$ という一般解をもつ

kを求めるには $t=0$（初期条件）とおく

微分方程式によって ← 前回講義後質問あり
求めるものは関数・運動

決定論的世界
例えば宇宙ができたときに、今日ここに自分がいるということがわかっていたということ。

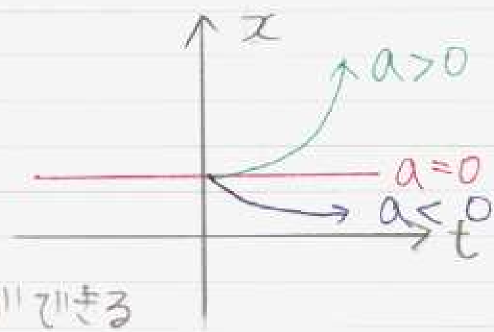
$\boxed{x' = ax}$

$x = ke^{at}$

$t \to +\infty$

$\left.\begin{array}{l} a>0 \\ a=0 \\ a<0 \end{array}\right\}$ 3つのパターン

にわけることができる



← だいたいの振舞みることができる

$e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$（指数法則）

$\begin{cases} z_1 = x_1 + iy_1 \\ z_2 = x_2 + iy_2 \end{cases}$

$z = x + iy$

$e^{z} = e^{x+iy} = e^{x}e^{iy} = e^{x}(\cos y + i\sin y)$

$e^{z_1+z_2} = e^{(x_1+x_2)+i(y_1+y_2)} = e^{x_1+x_2}\{\cos(y_1+y_2) + i\sin(y_1+y_2)\}$

"$e^{x_1}e^{x_2}$"

$e^{z_1} = e^{x_1}(\cos y_1 + i\sin y_1)$

$e^{z_2} = e^{x_2}(\cos y_2 + i\sin y_2)$

$t \in \mathbb{R} \mapsto z(t) \in \mathbb{C}$

$\boxed{z' = (a+ib)z}$

$z = x+iy$ とすると、

$(x+iy)' = (a+ib)(x+iy)$

$x'+iy' = ax - by + i(ay+bx)$

実部、虚部にわけて

$\boxed{\begin{cases} x' = ax \\ y' = ay+bx \end{cases}}$ ←…連立微分方程式

$z = (k_1+k_2)e^{(a+ib)t}$ 一般解

$(k_1+ik_2)e^{at+ibt} = (k_1+ik_2)e^{at}\{\cos bt + i\sin bt\}$

$= e^{at}\{k_1\cos bt - k_2 i\sin bt\} + ie^{at}\{k_1\sin bt + k_2\cos bt\}$

$\begin{cases} x = e^{at}\{k_1\cos bt - k_2 i\sin bt\} \\ y = e^{at}\{k_1\sin bt + k_2\cos bt\} \end{cases}$

一般解

複素数を用いることで
簡単にとくことができる。

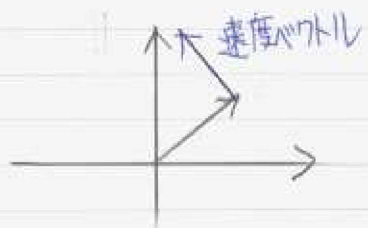
例えば

$\begin{cases} x' = -by \\ y' = bx \end{cases}$ を考える

一般解は　$a=0$のとき

$x = e^{at}\{k_1\cos bt - k_2 i\sin bt\}$

$y = e^{at}\{k_1\sin bt + k_2 i\cos bt\}$　周期解



iをかける = 90°回転する

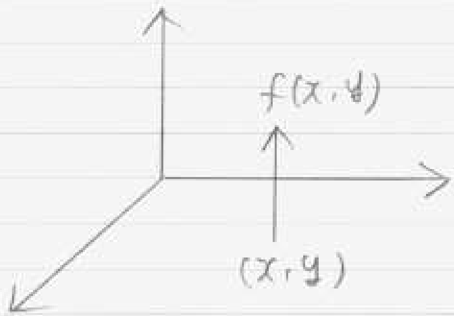
式とイメージ
を一致させる

$a \neq 0$のとき 周期解をとりながら

② 多変数の微積分学

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$f(x, y)$



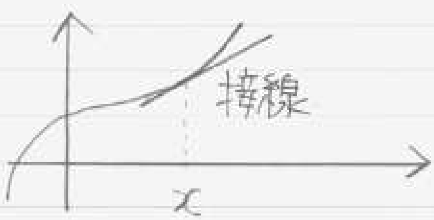
曲面

yを固定すると $f(x, y)$は一変数の関数となる → 偏微分

(x)

$\frac{\partial f}{\partial x}, \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$

接平面を求める



1×1の行列

線形写像

$(g\circ f)'(x) = g'(f(x))\underbrace{f'(x)}_{数}$