筑波大学生物資源学類「基礎数学」第4回 担当:西村泰一 ノート:TA 高橋史帆　　2007年5月11日
受講者 46名

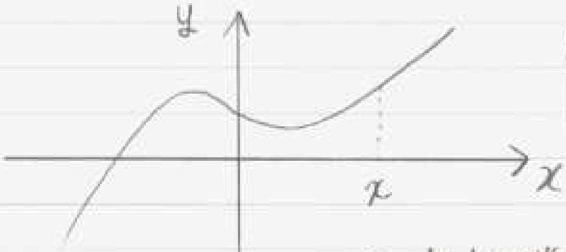
微積分

◎微分学 $f: \mathbb{R} \xrightarrow{} \mathbb{R}$（時刻 → 位置）

$y=f(x)$

時刻xのとき$f(x)$の位置にある

中世…静学
↓
17C…動学 ライプニッツ・ニュートン
↓
18C 産業革命
↓
19C 数学大衆化（技術者になるには数学必要）



1次の無限小の全体
$D=\{d\in\mathbb{R} \mid d^2=0\}$
Dは実数の中でdを2乗すると0になるものである

$x=d$（dは非常に小さい数 $d^2=0$）

公理

$$\boxed{(\exists!\, a\in\mathbb{R})(\forall d\in D)\quad f(x+d)=f(x)+ad}$$

← 任意の…for all → A ⇒ $\forall$
ある…existence → E ⇒ $\exists$

※非常に小さいので曲がることができない
↓
直線

微分係数: $f'(x)$

無限小…実体はない ← Berkeley（イギリス経験論）
↓ あるのは過程である
極限（高校での微分の考え方）

極限・過程

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$$

- 大学の数学科では…
  連続しているが微分できないもの
  1回微分はできるが2回はできないもの
  を扱う。
- 生物資源では…
  物理数学なので数学科で扱うような微分はない。

$f': x\in\mathbb{R} \mapsto f'(x)$

$$\boxed{\bullet\ (f+g)'=f'+g'}$$

★ Newtonの立場から　　$(\forall d\in D)$ 任意のdをとってくる

$$\begin{aligned}(f+g)(x+d)&=f(x+d)+g(x+d) &&\text{公理より}\\ &=f(x)+f'(x)d+g(x)+g'(x)d &&\text{整理}\\ &=\{f(x)+g(x)\}+\{f'(x)+g'(x)\}d\end{aligned}$$

★ 極限の立場（高校数学）

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)+g(x+h)-f(x)-g(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

$$=f'(x)+g'(x)$$

評価がいらない
↓
代数学

$\boxed{\bullet\ (fg)'=f'g+fg'\ \text{（Leibnzの公式）}}$

$(\forall d\in D)$

★ $(fg)(x+d)=f(x+d)\,g(x+d)$ 　公理より

$=\{f(x)+f'(x)d\}\{g(x)+g'(x)d\}$ 　展開

$=f(x)g(x)+f(x)g'(x)d+f'(x)g(x)d+f'(x)g'(x)d^2$ 　d^2 ← 0 　整理

$=f(x)g(x)+\{f'(x)g(x)+f(x)g'(x)\}d$

★ $$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)}{h}$$

たして0

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)+f(x+h)g(x)-f(x+h)g(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)\{g(x+h)-g(x)\}+g(x)\{f(x+h)-f(x)\}}{h}$$

$$=f(x)g'(x)+f'(x)g(x)$$

No. 3

Date

合成関数

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ g \circ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \end{cases}$$

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

dのスカラー倍

スカラー倍に関してはとじている

$d \in D = \{ d \in \mathbb{R} \mid d^2 = 0 \}$

$(\alpha d)^2 = \alpha^2 d^2 = 0$

★ $(g \circ f)(x+d) = g\, f(x+d)$

$= g(f(x) + f'(x)d)$ 公理より

$f'(x)d \in D$

$= g(f(x)) + g'(f(x)) f'(x) d$ 公理より

$(d_1 + d_2)^2 = d_1^2 + 2d_1 d_2 + d_2^2$

$d_1^2 = 0$, $d_2^2 = 0$

0ではない

線形交換できない

★ $G(x) = g(f(x))$ とおくと

$$G'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(f(x+\Delta x)) - g(f(x))}{\Delta x}$$

← $\dfrac{1}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{1}$ をかける

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\{f(x+\Delta x)\} - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$f(x+\Delta x) - f(x) = \Delta f$ とおく $\to f(x+\Delta x) = \Delta f + f(x)$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(f(x)+\Delta f) - g(f(x))}{\Delta f} \cdot \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$\Delta f \to 0$ のとき

$= g'(f(x)) f'(x)$

数の概念の拡大 ← 古い歴史がある

古代ギリシャ　　$\mathbb{Q}$（有理数）

$\{a_n\}$ 有理数列

Cauchy 列

$\lim_{n,m \to \infty} |a_n - a_m| \to 0$

数学の世界
集合論
この世

20c半ば → 拡張

あの世

無限小はこの世ではみれない