

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月4日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21330087

研究課題名（和文） 非対称分布による倒産モデル構築と潜在変量の構造分析

研究課題名（英文） Default Prediction Model using Asymmetric Distribution and the Default Structure Analysis

## 研究代表者

大野 忠士 (ONO TADASHI)

筑波大学・ビジネスサイエンス系・教授

研究者番号：10527930

## 研究成果の概要（和文）：

企業は信用リスク値がある一定の閾値（信用判断基準）を超えた時に倒産すると考える問題設定が一般的である。しかしながら、本研究では非対称正規分布の考え方にに基づき、信用リスク値と閾値が共に確率変動するものと考え、信用リスク値分布が確率変動する閾値によって切断されることで倒産企業の信用リスク値分布が形成されると考えた。最終的に非対称正規分布が倒産企業分布の歪みを上手く説明するとの結論を得た。

## 研究成果の概要（英文）：

This research would like to show that default companies credit risk follows asymmetric distribution and the reason why. In the finance context, a company will be generally deemed to go bankrupt when its credit score exceeds a critical threshold. This research applies the skew-normal distribution to default company distribution. It assumes that credit decision and corporate credit score are both normally distributed and vary stochastically.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2010年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2011年度	1,800,000	540,000	2,340,000
年度			
年度			
総計	5,500,000	1,650,000	7,150,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経営学，経営財務

キーワード：非対称正規分布，信用リスク，Skew normal distribution, Hidden truncation

## 1. 研究開始当初の背景

## (1) 信用リスクモデルの先行研究

倒産予測モデル・信用リスクモデルに関するアプローチには統計モデル、確率モデル（構造モデル、誘導型モデル）、アルゴリズム（ニューラルネットワーク、決定木等）の3つのアプローチがある。

統計モデルアプローチによる先行研究としては財務指標の多変量回帰により倒産・非倒産を判別する Altman(1967)のモデルが有

名. Ohlson(1980)は一般化線形モデルの1つであるロジットモデルを提案し、Lennox(1989)はロジットモデル、プロビットモデルによる非線形モデルの予測力が線形モデルを上回りかつ頑健であることを確認している。日本企業を対象とした研究としては Altman 流の判別モデルを徹底進化させた白田(2003)のモデル SAF2002 がある。

## (2) 非対称分布を用いたモデル化

Ono(2006)は米国上場会社（正常先 S&P100 より 85 社、2002 年倒産先 33 社）をサンプルとして非対称の対数補対数関数（二重指数分布の逆関数）をリンク関数とした一般化線形モデルを構築し、クロスセクションデータにおけるモデルの倒産予測精度が線形回帰モデル、ロジットモデル、プロビットモデルより優位にあることを示した。

社会科学の中のマーケティング分野ではブランド力を表現する潜在因子が二重指数分布に従うという MacFadden の確率選択モデルがある。また金融においては倒産事象の分布は正規分布が想定するよりも裾野が厚いことが指摘されており、倒産の業種別同時確率分布を考える場合に極値分布を便宜的に用いる方法が試行されている。

### (3) 研究当初の仮説

研究当初想定していたのは、企業の信用リスク値が「倒産しやすさ」という確率変動する潜在変量に従い順序づけられており、その潜在変量は非対称分布（二重指数分布、極値分布）に従っているとするものであった。企業分布の背後に非対称分布を想定していたため倒産企業も非対称分布すると考えたのである。

## 2. 研究の目的

本研究は、倒産企業の財務指標からなる信用リスク値が非対称な分布に従うことを示し、時系列を加味したパネルデータを用いて精緻な倒産予測モデルを構築した上で、倒産事象の背後にある構造を実証しようとするものである。

## 3. 研究の方法

研究は、①データ収集・加工、②信用リスク値モデル構築・検証、③倒産構造に関する理論構築という段階に分けて行った。

### (1) データ・収集

S&P 社 Compustat 保有の北米上場企業過去 20 年分データから継続企業として S&P500 を構成する企業を抽出、他方、倒産企業は一定規模以上の上場全倒産企業を対象としデータ収集を行った。

### (2) 信用リスク値モデル構築・検証

当初はプロビット、ロジット、二重指数という 3 種類の分布を用いて倒産予測モデル（統計モデル）を構築しモデル比較を行った。最終的には信用リスク値計測のためのモデルとして二項ロジットモデルを用いた。同モデル構築には 2001 年データを用い、2002 年以降のデータで検証を行った。

### (3) 倒産構造に関する理論構築

倒産企業分布の非対称性を説明するモデル候補としては当初極値分布を考えた。最終的には企業分布が閾値分布（与信判断基準）による切断によって形成されると考え非対称正規分布の枠組みを用いて理論構築を行った。

## 4. 研究成果

当初、倒産企業分布の非対称性の背景には分布そのものが非対称な極値分布に従うとの仮説に立っていたため二重指数分布を用いた倒産予測モデル構築に重点を置いた。しかしながら、非対称正規分布の考え方が倒産事象をより上手く説明できることが判明したため信用リスク値測定のためのモデル自体は二項ロジットモデルを用いた上で倒産企業信用リスク値分布の非対称性は非対称正規分布の考え方で説明できることを示した。

### 【最終的な研究成果概要】

最終的な研究成果をまとめれば以下の通り。

#### (1) はじめに

Azzalini(1985)によれば共に正規分布に従う 2 つの確率変数の一方が他方を切断することで歪んだ分布が形成されるとしこれを非対称正規分布(Skew-normal distribution)と呼んだ。本研究ではこの非対称正規分布の考え方が倒産企業分布に適用できることを示した。

#### (2) 非対称正規分布の適用と倒産分布の密度関数

$Y$  を各企業の信用状態たる確率変数とし（位置、尺度パラメータは  $\mu_1, \sigma_1$ ）、 $W$  を与信判断基準たる閾値とする（位置、尺度パラメータは  $\mu_2, \sigma_2$ ）。 $Y > W$  というイベント（倒産）が起こったときの  $Y$  を  $Z$ （倒産企業の信用リスク値）と定義すると、 $Z$  の密度関数は次式の通りとなる。

$$f(z; \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2) = \frac{\phi\left(\frac{z-\mu_1}{\sigma_1}\right)\phi\left(\frac{z-\mu_2}{\sigma_2}\right)}{\sigma_1\phi\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{\sqrt{\sigma_2^2+\sigma_1^2}}\right)}$$

#### (3) 実証データによる閾値パラメータの推定

実証データ（米国企業データ）を用いて閾値パラメータ（2002 年から 2007 年までの与信判断パラメータ）を推定したところ米国経済・金融環境の変化と一致した結果となった。即ち、Enron, WorldCom 等の大型倒産が相次いだあとの 2003 年には与信判断が厳しくなり、その後 GDP の拡大と共に与信判断基準も緩和、しかしながら、GM, Ford の経営不振が表面化し住宅価格下落が始まった 2006 年、サブプライムが表面化した 2007 年には再び与信判断基準は厳格化したことを示すものとなった。

#### (4) 倒産企業の分布形状（歪度）と閾値パラ

#### メータの関係

実証データを用いて倒産企業の歪度と閾値パラメータの関係を検証したところ、歪度が小さい中小企業を含めた倒産先の場合、閾値の尺度が大きいと推定され、歪度が大きい大型倒産先の場合、閾値の尺度が小さいと推定された。

#### (5) まとめ

非対称正規分布モデルでは閾値が確率変動すると考えるため財務内容が然程悪くなくとも倒産する場合や財務内容が悪くても倒産しない場合を説明することができる。

また実証データにより閾値パラメータを推定したところ金融環境の変化に合わせて閾値の位置パラメータが変動していく様子を示すことができた。

更に、このモデルは倒産企業分布の歪度が閾値の尺度パラメータ（与信判断の振れ幅）で説明され得ることを示唆している。与信判断基準の影響を信用リスク値自体から分離して考えることで、判断基準の変化によって倒産確率が高まるというシナリオ設定が可能になり、金融機関のリスク管理の精緻化を図ることが可能になる。

各年度別の成果は以下のとおりである。

#### 【平成 21 年 (2009) 度の研究】

非対称な分布を用いた倒産予測モデルの適合度が高いことを指摘した。この段階では、McFadden (1974) の質的選択モデル（ランクロジットモデル）が想定する仮定（二重指数分布、グンベル分布）が信用リスク値の背後に存在するのではないかと考えた。更に McFadden のランクロジットモデルは計量生物学分野で良く用いられる Cox (1972) の比例ハザードモデルと数理的に等価なモデルと考えることができる為、倒産データの生存時間分析（比例ハザードモデルの当てはめ）といったアプローチを試みた。

#### 【平成 22 年 (2010) 度の研究】

倒産企業の発生には閾値による切断というメカニズムが働いているとの仮説を提示し、シミュレーションを用いて倒産企業分布の非対称性（歪度）を説明した。

#### 【平成 23 年 (2011) 度の研究】

倒産企業分布が Azzalini (1985) の非対称正規分布という考え方で説明できることを数理的に説明し、実証データでそのことを検証した。

#### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 2 件）

#### 2011 年

- ①大野忠土, 山下智志, 樫広計, 与信判断が確率変動する時の倒産企業の信用リスク値分布のモデル化—Skew Normal 分布の応用—, 統計数理, 第 59 巻 1 号, 3-23, 統計数理研究所, 2011 年（査読有）

#### 2009 年

- ②大野忠土, 樫広計, 第 13 章 定量的リスク評価と定性的リスク評価との架橋, 公的統計の利用と統計的手法, 265-276, 財団法人 統計情報研究開発センター, 2009 年（査読有）

〔学会発表〕（計 8 件）

#### 2011 年

- ①Ono, T., Yamashita, S., and Tsubaki, H., Default distribution model truncated by stochastic credit standard: Application of skew-normal distribution, Proceedings of 23<sup>rd</sup> Asian-Pacific Accounting Issues, 電子媒体, 2011 年 11 月 19 日, 北京 (中国). (査読有)
- ②大野忠土, 山下智志, 樫広計, 与信判断が確率変動する時の倒産企業の信用リスク値分布-Skew-normal 分布の応用-, 2011 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 8, 2011 年 9 月 5 日, 九州大学伊都キャンパス. (査読なし)
- ③大野忠土, 山下智志, 樫広計, 与信判断が確率変動する時の倒産企業の信用リスク値分布-Skew-normal 分布の応用-, 2011 年度日本ファイナンス学会第 19 回大会予稿集, (電子媒体), 2011 年 5 月 15 日, 早稲田大学早稲田キャンパス. (査読なし)

#### 2010 年

- ④Ono, T., Tsubaki, H. and Yamashita, S., Stochastic truncation model of default distribution, Proceedings of 22<sup>nd</sup> Asian-Pacific Conference on International Accounting Issues, 電子媒体, 2010 年 11 月 9 日, ゴールドコースト (オーストラリア). (査読有)
- ⑤大野忠土, 樫広計, 山下智志, 確率変動する閾値による倒産分布のモデル化-Hidden Truncation の応用-, 2010 年度統計学会連合大会講演報告集, 283, 2010 年 9 月 8 日, 早稲田大学早稲田キャンパス. (査読なし)
- ⑥大野忠土, 樫広計, 山下智志, 確率変動する閾値による倒産分布のモデル化, 2010 年度日本ファイナンス学会第 18 回大会予稿集, 548-561, 2010 年 5 月 23 日, 上智

大学四谷キャンパス。(査読なし)

## 2009年

- ⑦ Ono, T. and Tsubaki, H., The bridge between default prediction model and survival analysis model, Proceedings of 21<sup>st</sup> Asian-Pacific Conference on International Accounting Issues, 電子媒体, 2009年11月24日, ラスベガス(アメリカ合衆国). (査読有)
- ⑧ 大野忠士, 一般化線形モデルによる倒産判別分析と生存時間分析をつなぐもの, 2009年度日本ファイナンス学会予稿集, 234-243, 2009年5月9日, 青山学院大学青山キャンパス。(査読なし)

[その他] (計1件)

### 科研費研究会

2012年3月15日 科研費研究会を統計数理研究所共同研究「信用リスクに関する統計的アプローチ」(研究代表者 統計数理研究所山下智志教授)との共催にて実施(於 筑波大学東京キャンパス)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大野 忠士 (ONO TADASHI)  
筑波大学・ビジネスサイエンス系・教授  
研究者番号: 10527930

### (2) 研究分担者

椿 広計 (TSUBAKI HIROE)  
筑波大学・ビジネスサイエンス系・教授  
研究者番号: 30155436