

非均質大自由度系における非線形確率過程の
特徴抽出法と応用

鈴木 章夫

システム情報工学研究科

筑波大学

2011年7月

概要

本論文は多様な非均質大自由度系における複雑な定常・非定常現象の本質に関する的確な非線形特徴量を抽出し、非線形確率過程によりモデル構築を行う枠組みを提案し、実世界の現象による有効性の検証および応用を行うものである。

第1章において背景の説明と目的の提示を行う。

気象、生命、経済、工学システムなど実世界における大自由度系では、多数の構成要素とそれらの相互作用の持つ強い非線形性および環境や系に内在する揺らぎがダイナミックかつ非均質な秩序を生み出している。例えば気液二相流では気相が合体・分裂を繰り返し、液相の流れに影響を与え、複雑な時空間構造を形成する。生体では多数の器官と神経系が相互作用により恒常性を動的に維持する。致命的な心疾患である心室細動では多数の断片的な興奮の波が分裂・消滅を繰り返しながら伝播して、心臓を不規則に部分的に収縮させ、血液を全身に送り出すことを妨げる。これら複雑な現象の性質を的確に定量評価することにより社会の安全・安心に大きく貢献することができる。二相流ならばその非均質性・間欠性を的確にとらえた流れの状態評価により、効率の向上や異常の早期検知が可能になる。心電図や脈波等の心臓に関わる生体信号から自律神経系の活動状況、さらには疲労やストレス等の人間状態をも評価できる。心室細動については、発症リスクや抗不整脈薬投与による副作用等を予測することが可能となる。他にも脳、為替や株価の変動、気象、電力・情報ネットワークなど、多様な物理的実体を持つ非均質大自由度系から多様な複雑な現象が生み出される。たとえ全状態量が計測できたとしても、膨大な生の情報を得ただけでは現象を理解したことにはならない。現象の本質に関わる有益な特徴量を抽出し、その統計的およびダイナミックな特性を評価して対象の本質に対する理解を深め、予測やリスク評価に役立てる事が必要である。個々の現象の物理的性質や経験的・臨床的な知見を生かすことは当然だが、一般的、汎用的な特徴量とその推定手法を確立し、現象の深い理解のための統一的な枠組みを提供することは重要であり、大きな課題となっている。

また、大自由度系における複雑な現象の理解を深めるためには、非線形特徴量による性質の評価に加えて、その時間発展をモデル化して評価する事が必要である。実世界においては

環境や系に内在する揺らぎがないことは考えられず、現象の振る舞いに大きな影響を与えるためダイナミカルノイズとしてモデルに取り入れるべきであろう。また、現象の自由度が大きいため、限られた情報からモデルを構築することを考えると、全てを決定論的に記述しようとするよりも確率項を用いて低次のモデルを構築する方が適切と考えられる。

本研究の目的は、1) 低次元カオス力学系の特徴量である相関次元を様々な非均質大自由度系に生じる定常、非定常現象の特徴量とすることの妥当性の検証と信頼性の高い推定手法を提案すること、2) 現象の特性の時間発展を記述する確率微分方程式としての非線形ランジュバン方程式の妥当性と特徴量の統計的性質から方程式を同定する手法の検証を行うことである。

第2章では本論文において現象の主たる非線形特徴量として用いた相関次元について、その推定手順を紹介する。非線形時系列解析の基本的な概念は、時系列そのものを解析するのではなく、位相空間における軌道の非線形的特徴を統計的に評価するという事である。運動が一見不規則に見え複雑であっても決定論的なダイナミクスにより生成されているかぎり、位相空間においてその運動はある一定の軌道構造（アトラクタと呼ばれる）上を運動する。相関次元はフラクタル次元により定量化されたアトラクタの幾何学的な複雑さの指標であり、代表的な特徴量として広く用いられている。一般に現象の全ての状態量を計測できるわけではないので、相関次元の推定は観測時系列からのアトラクタの再構成とフラクタル次元の評価という二つのステップにより行われる。各ステップの詳細を述べた後、得られた推定値の統計的有意性を統計的に検定するサロゲートデータ法について簡単に紹介する。次いで、実世界の非均質大自由度系の特徴量を推定することを考慮し、大自由度系の高次元の軌道、ノイズレベルが大きく定常性が弱いという実世界の現象の特性に対応するために提案された最適な軌道再構成パラメータの決定法および局所的な次元推定を行うポイント相関次元法について紹介する。また、非線形確率過程によるモデリングの基礎知識として、ガンマ分布および超ガンマ分布とそれらに対応するランジュバン方程式およびランジュバン方程式のパラメータ同定法についても紹介する。最後に、検証と応用の例として本研究の解析対象とした、二相流の非線形時系列解析、心電図時系列からの人間状態推定、数値シミュレーションによる心室細動の特性評価について研究の現状を示す。

第3章では、実世界の定常大自由度現象において相関次元を推定する手法として、これまで独立に適用され同時に用いられたことがなかった最適な軌道再構成パラメータの決定法とポイント相関次元法の同時適用の有効性について検討した。ノイズがなく完全に定常な準周期時系列を用いた相関次元の解析過程の検討により、最適な軌道再構成パラメータの決定とポイント相関次元による局所的な次元推定は、それぞれ異なるメカニズムで次元推定に必要なスケーリング領域の判定を容易にすることを明らかにした。次元が4以上の準周期時系列に対しては、同時適用による手法は少ないデータ点数で誤差の小さな推定を行いうることを示した。実世界の低次元カオス現象である気泡生成系ノズル圧変動時系列の解析では、次元が2から3程度の低次元の軌道であっても同時適用による手法が有効であることを明らかにした。これはノズル圧変動時系列の軌道は、準周期時系列の軌道よりも複雑な構造を持ち、データ点の分布も均質性が高いとはいえないため、同時適用による手法がより低い次元で効果を発揮したと考えられる。最後に実世界の大自由度現象である二相流時系列の解析に適用し、流れの局所状態の観測量である断面平均ボイド率を同時適用による手法で解析してポイント相関次元を推定した。大気泡が形成されるスラグ流においては、気相と液相の流量を変えた多様な流動条件における流動状態、垂直管位置および管径による流れの発達状態の違いをポイント相関次元により定量的に評価することができた。さらにサロゲートデータ法による検定により、従来の解析手法では有意な結果が得られない流動条件に対しても同時適用の手法により有意な解析結果が得られる場合があることを示し、その優位性を明らかにした。また、気泡流に対しては有意な結果が得られなかった。これは、今回の実験の流動条件では流れの自由度が相関次元解析で推定可能なほど低下していないことを示唆する。

第4章では、非均質大自由度系における状態遷移をポイント相関次元を用いて時間分解能高く定量化する手法を提案し、次元が周期的に変動する準周期軌道と心電図時系列の解析により有効性を示した。第3章において有効性を確認した最適な軌道再構成パラメータの決定法による軌道再構成とポイント相関次元による手法に加え、複数の短時間区画の断片的軌道からアンサンブルにより全体軌道を構成する手法を同時適用する解析手法を提案した。次元が変動する準周期時系列を用いた数値実験により検証を行い、局所的な次元の推定値を小さな誤差かつ狭い分布幅で得ることに成功し、解析精度の向上を確認した。起立時心電図の過

渡的解析を行い、通常時においてはポイント相関次元の値は起立直後に仰臥位定常値から増大した後、いったん急速に大きく低下して緩やかに起立時定常値へと上昇していくという特性を見いだした。一方、起床直後、深夜、重度の疲労時においては、通常時とは異なる変動パターンが出現することを示した。

第5章では非均質大自由度現象より得られた非線形特徴量から現象の非線形確率過程モデルとしてランジュバン方程式を構築する手法の開発を目的として、心室細動と呼ばれる心臓の異常興奮現象を対象に研究を行った。従来の研究は心室細動の発生メカニズムの解明を目的とするものであったが、本研究ではその定常的性質の解明およびモデル化を目的とした。心筋細胞の電気生理学モデルである Beeler-Reuter Drouhard- Roberge モデルを用いた2次元心筋組織モデルにおいて、病的状態を模擬するためパラメータの一つ（遅い内向き電流コンダクタンス）および心筋組織サイズを変化させて心室細動の30秒間にわたる長時間数値シミュレーションを実施した。特徴量として相互作用する興奮波断片の端点を意味する位相特異点を判定し、統計的解析を行った。位相特異点の寿命分布、平均移動速度、平均生成・死滅率は、心室細動の定常的性質の変化を的確に記述でき、心筋組織サイズに依存しない指標である事を明らかにした。次に定常心室細動時における位相特異点変動の確率密度関数の評価を行い、遅い内向き電流コンダクタンスおよび心筋組織サイズによる変化を調べた。サイズが非常に大きいときは確率密度関数はガンマ分布でよく記述できるが、現実の心臓のサイズに近づけた状況での確率密度関数を記述するには一般化された超ガンマ分布が必要であることを明らかにした。この結果より、心室細動の定常的性質の最初のモデルとして、超ガンマ分布と対応する第II種非線形ランジュバン方程式を提案し、そのパラメータ同定を行った。

第6章では成果のまとめを行った。また、今後の展望、課題を以下に述べる。

本論文でその有効性を確認した解析手法を非均質大自由度系に対して用いる際の注意点としては、ポイント相関次元の推定値が次元の判定条件に大きく影響される場合がある事があげられる。現象の詳しい観察や他の統計量による評価、数理モデルの構築とそれによる評価などにより解析結果を検証し、適切な解析条件を設定することが必要である。

有意な結果が得られなかった気泡流に対しては、断面平均ボイド率を用いるのではなく、

気泡群として管断面内の位置や群の大きさなどの特徴量を解析することにより有意な結果が得られるようになる可能性があり、今後の検討が必要である。

起立時心電図の解析による人間状態評価は、生体の適応過程における過渡的な軌道構造の複雑さという新たな観点からの指標の可能性を示すものであり、非侵襲的な生体情報から生体状態を評価するための有用な指標となり得ると考えている。今後、多様な年齢構成からなる多くの被験者による統計的な有意性の検証や、従来の心拍間隔による指標との比較、および自律神経系活動との関わりなど生理学的意味の検討が必要である。加速度センサ等による人間の行動判定技術と組み合わせることにより、日常生活における様々な状況の下で連続計測された時系列をタイプ別に切り出し、アンサンブルにより非線形特徴量を推定することにより行動に制限を加えずに人間状態を評価可能なシステムの実現に利用可能な有用性のある手法と考えている。

心室細動における特徴量の確率密度関数から非線形確率過程モデルを構築する手法は、心室細動の性質や維持メカニズムについての理解を深めると共に、数値シミュレーションと生理学実験との比較・検証、心筋細胞モデルの評価・検証にも有用であると考えられる。さらなるモデルの評価・改良とともに、心筋細胞のシンプルな現象論的モデルと詳細な電気生理学モデルの比較、他のパラメータを変更した場合の特性、心筋組織の非均質性や異方性の影響など興味深い研究課題が存在している。

本研究は以上のように非均質大自由度系における定常、非定常な現象に対して特徴量として相関次元の有用性を明らかにした。信頼性の高い相関次元推定手法を提案し、既知の特性を持つ数値的に作成された時系列を用いて検証を行い、提案手法の応用として実世界の現象である垂直管を上昇する二相流、起立時における生体の過渡的適応過程の評価に成功した。また、心室細動においては、新たに位相特異点を特徴量として導入し、その統計的解析結果より心室細動の定常的性質を明らかにするとともに非線形確率過程によるモデル化に成功した。本研究で対象とした現象は非均質大自由度系に現れる重要で多様な現象のごく一部であり、現象の本質への洞察を得るための特徴量抽出とモデル化の枠組みのさらなる研究、発展が望まれる。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究の背景と目的	1
1.2	論文の構成	4
第 2 章	非線形特徴量の推定と非線形確率モデルの同定	5
2.1	非線形時系列解析による相関次元推定	5
2.1.1	非線形時系列解析	5
2.1.2	軌道再構成	6
2.1.3	相関次元	7
2.1.4	スケーリング領域の判定と相関次元の推定	10
2.1.5	非線形統計量推定結果の検定	11
2.1.6	現実の大自由度系への対応	13
2.1.6.1	遅れ時間の決定基準	13
2.1.6.2	局所的な次元推定	14
2.2	非線形確率過程モデル	15
2.2.1	確率密度関数と非線形ランジュバン方程式	15
2.2.2	時系列からのランジュバン方程式の直接同定	16
2.3	関連研究	17
2.3.1	二相流の非線形特徴量	17
2.3.2	生体時系列の非線形特徴量	19
2.3.3	心室細動の発生メカニズムと特性	21

第 3 章	定常大自由度現象の非線形特徴量推定	23
3.1	大自由度現象における非線形特徴量推定の問題点とその解決法	23
3.1.1	準周期時系列による相関次元推定手法の検討	23
3.1.2	最適な遅れ時間と局所的な次元推定の有効性の考察	27
3.1.2.1	軌道再構成に用いる遅れ時間 τ の影響	27
3.1.2.2	局所的な次元推定の効果	28
3.1.3	ノズル圧変動時系列の解析結果と考察	28
3.1.3.1	実験装置と生成気泡列の様相	31
3.1.3.2	相関次元解析結果と考察	31
3.1.4	最適な遅れ時間と局所的な次元推定の同時適用	34
3.2	垂直管気液二相流時系列の解析	35
3.2.1	垂直管気液二相流実験装置と計測・解析条件	35
3.2.2	断面ポイド率および圧力変動時系列の解析結果と考察	39
3.2.3	流れの発達によるポイント相関次元の変化	40
3.2.4	気泡流の相関次元	41
3.2.5	大口径管スラグ流の相関次元	45
3.3	まとめ	46
第 4 章	非定常大自由度現象の非線形特徴量推定	49
4.1	アンサンブルによる過渡的遷移過程の評価	49
4.2	次元が変動する準周期時系列による検証	51
4.3	起立時心電図時系列による人間状態の評価	52
4.3.1	実験条件	55
4.3.2	日内変動	55
4.3.3	疲労による影響	57
4.4	考察	57
4.5	まとめ	61

	III
第 5 章 非均質大自由度現象の非線形確率過程モデル	63
5.1 心筋細胞モデルによる心室細動の数値シミュレーション	63
5.1.1 心筋細胞モデル	63
5.1.2 心室細動の数値シミュレーション	65
5.2 心室細動時の位相特異点の統計的性質	70
5.2.1 位相特異点の判定と追跡	70
5.2.2 位相特異点の統計的性質	71
5.3 位相特異点数の非線形確率過程モデル	76
5.3.1 位相特異点数の確率分布	76
5.3.2 位相特異点数変動の確率過程モデル	77
5.4 考察	79
5.5 まとめ	83
第 6 章 結論	85
謝辞	91
参考文献	93
論文リスト	103
付 録 A 回転らせん波の分裂メカニズム	105
A.1 APD restitution	105
A.2 二次元回転らせん波の分裂メカニズム	106
A.2.1 急な APD restituion 特性の傾きによりコア領域近傍で生じる分裂	106
A.2.2 ドップラー効果により生じる分裂	108

目 次

2.1	Mackey-Glass 方程式による時系列とその再構成軌道の例	8
2.2	遅れ時間が再構成軌道に与える影響	9
2.3	スケーリング領域の判定	12
3.1	データ点数による準周期時系列の相関次元推定値の変化	26
3.2	5次元準周期時系列の相関積分の局所傾き	29
3.3	5次元準周期時系列のポイント相関次元法による局所的な次元	30
3.4	ノズル圧力変動の分岐図と時系列および再構成軌道	32
3.5	ノズル圧力変動時系列の解析結果	33
3.6	ノズル圧変動時系列におけるスケーリング領域位置の例	34
3.7	垂直管二相流実験装置	36
3.8	ワイヤメッシュセンサの構成と外観	36
3.9	スラグ流の断面ボイド率計測例	37
3.10	スラグ流の軸方向ボイド率計測例	37
3.11	スラグ流断面平均ボイド率および管壁圧力変動時系列とその再構成軌道の例	38
3.12	気液混合部からの距離による断面平均ボイド率時系列と再構成軌道の変化	42
3.13	管中心断面におけるスラグ流軸方向ボイド率の分布	43
3.14	スラグ流と気泡流の断面平均ボイド率および再構成軌道の例	44
3.15	大口径管スラグ流の断面平均ボイド率および再構成軌道の例	45
4.1	次元が変動する準周期軌道とアンサンブルによる軌道の復元	53
4.2	次元が変動する準周期軌道の移動窓を用いたポイント相関次元解析結果	54

4.3	体幹三軸加速度と心電図時系列	56
4.4	立位開始後心電図時系列のポイント相関次元の時間帯による変化	58
4.5	仰臥位開始後心電図時系列のポイント相関次元の時間帯による変化	59
4.6	通常時と疲労時の立位開始後心電図時系列のポイント相関次元	60
5.1	遅い内向き電流コンダクタンス g_s の影響	67
5.2	遅い内向き電流コンダクタンス g_s による心室細動の発達過程の変化	69
5.3	心室細動シミュレーション結果の位相計算	72
5.4	位相特異点数の時間変化および時空間軌道の一例	74
5.5	位相特異点寿命の確率密度関数	75
5.6	位相特異点数の確率密度関数	78
5.7	時系列からのランジュバン方程式の直接推定 ($L = 25$ cm)	80
5.8	時系列からのランジュバン方程式の直接推定 (小領域)	81
5.9	第 II 種非線形ランジュバン方程式のシミュレーション結果	82
A.1	APD restitution (拡張期時間 DI と活動電位持続時間 APD の関係)	107
A.2	APD restitution 特性の傾きの影響	108

表 目 次

3.1	スラグ流における断面平均ボイド率と管壁差圧変動時系列の解析結果	40
3.2	断面平均ボイド率の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果と測定位置の関係	41
3.3	スラグ流と気泡流の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果	44
3.4	大口径管スラグ流の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果	46
5.1	位相特異点の統計的性質	76
5.2	ガンマ分布と超ガンマ分布のパラメータ推定結果	77
5.3	第 II 種非線形ランジュバン方程式パラメータ推定結果	79
5.4	推定パラメータを持つランジュバン方程式時系列の統計値	79

第1章 序論

1.1 研究の背景と目的

気象，生命，経済，工学システムなど実世界における大自由度系では，多数の構成要素とそれらの相互作用の持つ強い非線形性および環境や系に内在する揺らぎがダイナミックかつ非均質な秩序を生み出している．例えば気液二相流では気相が合体・分裂を繰り返し，液相の流れに影響を与え，複雑な時空間構造を形成する．生体では多数の器官と神経系が相互作用により恒常性を動的に維持する．致命的な心疾患である心室細動では多数の断片的な興奮の波が分裂・消滅を繰り返しながら伝播して，心臓を不規則に部分的に収縮させ，血液を全身に送り出すことを妨げる．これら複雑な現象の性質を的確に定量評価することにより，社会の安全・安心に大きく貢献することができる．二相流ならばその非均質性・間欠性を的確にとらえた流れの状態評価により，熱流体プラント，化学反応プラントにおける効率の向上や異常の早期検知が可能になる．心電図や脈波等の心臓に関わる生体信号から自律神経系の活動状況，さらには疲労やストレス等の人間状態をも評価できる．心室細動については，発症リスクや抗不整脈薬投与による副作用等を予測することが可能となる．他にも脳，為替や株価の変動，気象，電力・情報ネットワークなど，多様な物理的実体を持つ非均質大自由度系から多様な複雑な現象が生み出される．たとえ全状態量が計測できたとしても，膨大な生の情報を得ただけでは現象を理解したことにはならない．現象の本質に関わる有益な特徴量を抽出し，その統計的およびダイナミックな特性を評価して対象の本質に対する理解を深め，予測やリスク評価に役立てる事が必要である．個々の現象の物理的性質や経験的・臨床的な知見を生かすことは当然だが，一般的，汎用的な特徴量とその推定手法を確立し，現象の深い理解のための統一的な枠組みを提供することは重要であり，大きな課題となっている．

一見不規則であり純粹確率過程から生成されたかのように見える複雑な現象を解析する手

法として、非線形時系列解析がある。1970年から1990年にかけてカオスと名付けられた定常的な少数自由度の決定論的ダイナミクスから生み出された不規則に変動する複雑な現象が注目を集めた。カオスは平均、分散、パワースペクトルといった従来の時系列解析手法ではその特徴を評価することはできず、純粋な確率過程から生み出される不規則な現象と区別することもできなかった。そこで、新たな特徴量とその推定手法が提案され、非線形時系列解析手法と呼ばれるようになった。これはカオス力学系の決定論的性質に着目し、位相空間における軌道のフラクタル次元や近傍点の距離拡大率などの非線形特徴量を新たに定義し、それらを統計的に推定する手法である。カオス力学系においては、これらの量はそれぞれ系の自由度の下限、不安定性や予測可能性を意味しており、カオス現象の理解に貢献した。

その後、混相流や脳波など実世界の複雑現象から得られたデータに対して非線形時系列解析手法が適用され、低次元のカオス現象であるとの主張や得られた非線形特徴量を用いての比較が行われた。特に相関次元に関しては計算アルゴリズム自体は単純であるため、現在の知識から見ると安易な適用が数多くなされた。その結果、不自然に大きい/小さい値の報告、研究者により解析に成功したり失敗したりと再現性に欠ける点、解析には成功したが統計的な検定に通らないという多数の報告があり、信頼性に欠ける手法と言われるようになった。このような結果となったのは、以下の理由が考えられる。

一つは、用いた手法自体の問題である。本来低次元カオス力学系を対象として開発されたものであるため、初期に提案された手法では、大自由度系の高次元の軌道、ノイズレベルが大きかったり時系列の長さが短いなどの悪条件下において正しい解析が非常に困難となる。信頼性の高い解析を行うために、解析の各段階で様々な改良がなされた。しかし、これらの成果は非線形時系列解析そのものを研究する人々の中にとどまり、実世界の複雑現象を解析しようとする人々の間では適用されないことが多く、適用された場合も一部のみにとどまり十分な解析の信頼性回復がなされていない。もう一つは状態遷移の影響が考えられる。非均質大自由度系においては、その自由度の一部が縮退して一時的に準安定状態となり低自由度の決定論的システムと同様の振る舞いを示す場合がある。また準安定状態は一つではなく、環境の揺らぎや系に内在する揺らぎにより状態間を遷移していく。このような場合、時系列全体では解析に失敗するが適切な区間のみを用いると解析に成功することもあり、区間に

よっては特徴量の値が著しく異なることも起こりうる。

また、実世界の非均質大自由度系に対して得られた非線形特徴量の解釈についても考える必要がある。例えば相関次元は定常な現象に対して適用され自由度の下限を与えるものとされるが、単に位相空間における軌道構造の複雑さの定量化ととらえれば、注意深い検証が必要とされるが過渡的な遷移過程や環境や系に内在する揺らぎの指標とできるであろう。

大自由度系における複雑な現象の理解を深めるためには、非線形特徴量による性質の定量的評価に加えて、その時間発展の特性をモデル化して評価する必要がある。実世界においては環境や系に内在する揺らぎがないことは考えられず、現象の発展に大きな影響を与えるためダイナミカルノイズとしてモデルに取り入れるべきである。また、現象の自由度が大きいため、限られた情報からモデルを構築することを考えると、全てを決定論的に記述しようとするよりも確率項を用いて低次のモデルを構築する方が適切と考えられる。

以上を踏まえ、本研究の目的を下記のように設定する。

1. 低次元カオス力学系の特徴量である相関次元を様々な非均質大自由度系に生じる定常現象の特徴量とすることの妥当性の検証と信頼性の高い推定手法を提案する。
2. 非均質大自由度系に生じる非定常現象についても相関次元の妥当性と信頼性高い推定手法の提案を行う。
3. 現象の特性の時間発展を記述する確率微分方程式としての非線形ランジュバン方程式の妥当性と特徴量の統計的性質から方程式を同定する手法の検証を行う。

研究を進めるにあたり、1. については二相流の流動様式の評価、2. については心電図時系列の解析による生体状態の評価、3. については心臓の異常興奮現象である心室細動の数値シミュレーション結果からの確率過程モデルの構築を行った。

1.2 論文の構成

第 1 章 序論 研究の背景および目的について述べる .

第 2 章 非線形特徴量の推定と非線形確率モデルの同定 相関次元推定手順を詳細に述べ , 非線形確率過程によるモデル化手順を簡潔に紹介し , 関連研究について述べる .

第 3 章 定常大自由度現象の非線形特徴量推定 定常大自由度現象を対象とした非線形特徴量推定における問題点とその解決法を示し , 準周期時系列および低次元カオス現象であるノズル圧変動時系列による検証を行った後 , 実世界の大自由度現象である二相流に適用した結果を示す .

第 4 章 非定常大自由度現象の非線形特徴量推定 非定常大自由度現象を対象とした非線形特徴量を時間分解能高く定量化する手法を提案し , 次元が変動する準周期軌道を用いて検証を行った後 , 起立時心電図時系列の解析により人間状態の定量的評価を行った結果を示す .

第 5 章 大自由度現象の非線形確率過程モデル 非均質大自由度現象に対して得られた非線形特徴量から現象の非線形確率過程モデルを構築する手法について述べる . 心室細動と呼ばれる心臓の異常興奮現象を対象に研究を行い , 定常的性質の解明およびモデル化を目的として位相特異点の統計的解析を行い , 非線型確率過程モデル構築の手法および結果について述べる .

第 6 章 結論 本論文の成果および今後の課題と展望について述べる .

第2章 非線形特徴量の推定と非線形確率モデルの同定

2.1 非線形時系列解析による相関次元推定

非線形時系列解析は、観測時系列から位相空間における軌道を再構成し、相関次元やリアプノフ指数などの非線形特徴量で軌道を定量的に評価する手法である。この手法は低次元のカオス力学系における運動の複雑さや予測不可能性などの特性を定量化でき、カオス現象の理解が大きく前進した。本節では、観測時系列からそれを生み出した力学系の軌道を再構成する手法、代表的な非線形特徴量の一つである相関次元の推定法、非線形特徴量の有意性を検定する手法について概要を述べる。さらに、高次元の力学系や現実の大自由度現象を解析するため提案された改良手法についても紹介する。

2.1.1 非線形時系列解析

カオスと名付けられた少自由度の決定論的ダイナミクスから生み出された不規則に変動する複雑な現象が注目を集めて以来、その特性を評価するための様々な試みがなされた。平均、分散、パワースペクトルといった従来の時系列解析による指標では、カオスの背後にあるダイナミクスの特徴を十分評価できず、純粋な確率過程から生み出される不規則な現象と区別することもできない。運動が非常に不規則に見え複雑であっても決定論的なダイナミクスにより生成されているかぎり、位相空間においてその運動はある一定の軌道構造（アトラクタと呼ばれる）上を運動するようになる。アトラクタはその幾何学的特徴により4つの型に分類される。0次元の点は静止状態、1次元の閉曲線は周期運動、整数次元 d のトーラスは準周期運動、そして非整数次元の複雑なフラクタル構造を持つストレンジアトラクタは非

周期的なカオス運動に対応する．時系列そのものを解析するのではなく，アトラクタの幾何学的特徴やアトラクタ上での運動の様相を定量的に評価する手法が非線形時系列解析である [2, 25, 35]．代表的な指標としては相関次元 [26] とリアプノフ指数 [17] がある．相関次元は Grassberger と Procaccia により提案されたフラクタル次元の一種で，比較的少ない計算量で推定できるという特徴があり広く用いられている．この値の大きさは運動の自由度と軌道のフラクタル構造の複雑さ（つまり運動の複雑さ）を表していると考えられる．リアプノフ指数 λ は，アトラクタ上の近傍軌道の距離 r の指数関数的拡大率 ($r \propto \exp(\lambda t)$) から求められる．カオスにおいてリアプノフ指数は正であり，初期値の誤差は指数関数的に拡大するため，一定時間経過後にはアトラクタ上には存在するのだがその正確な位置を予測することは不可能となる．このように，リアプノフ指数の大きさは，現象の不安定性，予測不可能性の指標となる．以降に本研究で非線形特徴量として用いた相関次元の推定手法について述べる．

2.1.2 軌道再構成

非線形時系列解析は状態空間における軌道が形成するアトラクタの特徴を求めるものであるが，一般に系の全状態変数を観測することはできず，観測時系列から軌道を再構成してアトラクタを推定する必要がある．軌道再構成には時間遅れ座標系を用いる手法が広く用いられている [2, 25, 35]．一変数の時系列 $y(k)$ が与えられた場合，再構成軌道ベクトル $\mathbf{z}(k)$ は遅れ時間 τ を用いて m 次元時間遅れ座標系において次式のように与えられる．

$$\mathbf{z}(k) = [y(k), y(k - \tau), \dots, y(k - (m - 1)\tau)]^T \quad (2.1)$$

再構成次元 m が十分大きければ ($m > 2d$ が十分条件である．ここで d は軌道の次元)，時系列を生み出した力学系の全状態量による軌道と一変数観測量から再構成軌道は微分同相となり相関次元やリアプノフ指数等が一致する埋め込みとなることが Takens の埋め込み定理により保証されている．時系列と再構成された軌道の例を図 2.1 に示す．時系列は次式に示す白血球生成のモデルとして作られた Mackey-Glass 方程式 [42] により作成した．

$$\frac{dx(t)}{dt} = b \frac{x(t-\theta)}{1+x(t-\theta)^n} - ax(t) \quad (2.2)$$

ここで、 θ は遅れ時間をあらわし、Mackey-Glass 方程式の性質と深く関係しており極めて重要である。すなわち、この存在のために無限次元の非線形力学系となっており、 θ の変化により周期解からカオスまで様々な現象が発生する。図 2.1(a) では再構成された軌道は 1 本の閉曲線を形成し、周期運動をしていることがわかる。図 2.1(b) においては、再構成された軌道により形成されたアトラクタは 3 次元空間において帯状構造をなし、準周期またはカオスであると思われる。図 2.1(c) はカオスと思われるが、図 2.1(b) のように明確な構造はこの図からは見て取れない。これは 3 以上の次元を持つアトラクタを 3 次元空間に再構成してしまったためオリジナルの力学系の軌道が正しく再構成されなかったためであり、正しい解析を行うためにはより高次元の空間に再構成する必要がある。

遅れ時間 τ は、小さすぎると再構成軌道ベクトル $\mathbf{z}(k)$ の要素間の相関が極端に高くなり図 2.2(a) のように再構成されたアトラクタが細い線状の形状となる。逆に大きすぎると $\mathbf{z}(k)$ の要素が無相関に近づき、図 4(b) のように軌道が折りたたまれ歪みの大きな形状となる。両者ともにアトラクタの構造を分かりにくくし、その後の解析に悪影響を与えてしまう。 τ の決定法として様々な基準が提案されている [2, 第 2 章およびその参考文献]。これらは特定の時系列を用いてチューニング、検証されたものであり、全ての場合に適用可能な最適な τ を与える理論は存在していないことに注意する必要がある。多く用いられている手法は、自己相関関数が 0 となる時間、 $1/e$ 以下となる時間、 $y(k)$ と $y(k-\tau)$ の相互情報量が最初の極小値をとる時間 [22] などである。

2.1.3 相関次元

Grassberger と Procaccia により提案された GP 法 [26] ではまず次式で表される相関積分 $C(r)$ を計算する。

$$C(r) = \frac{2}{(N - n_w)(N - n_w - 1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1+n_w}^N \Theta(r - \|\mathbf{z}(i) - \mathbf{z}(j)\|) \quad (2.3)$$

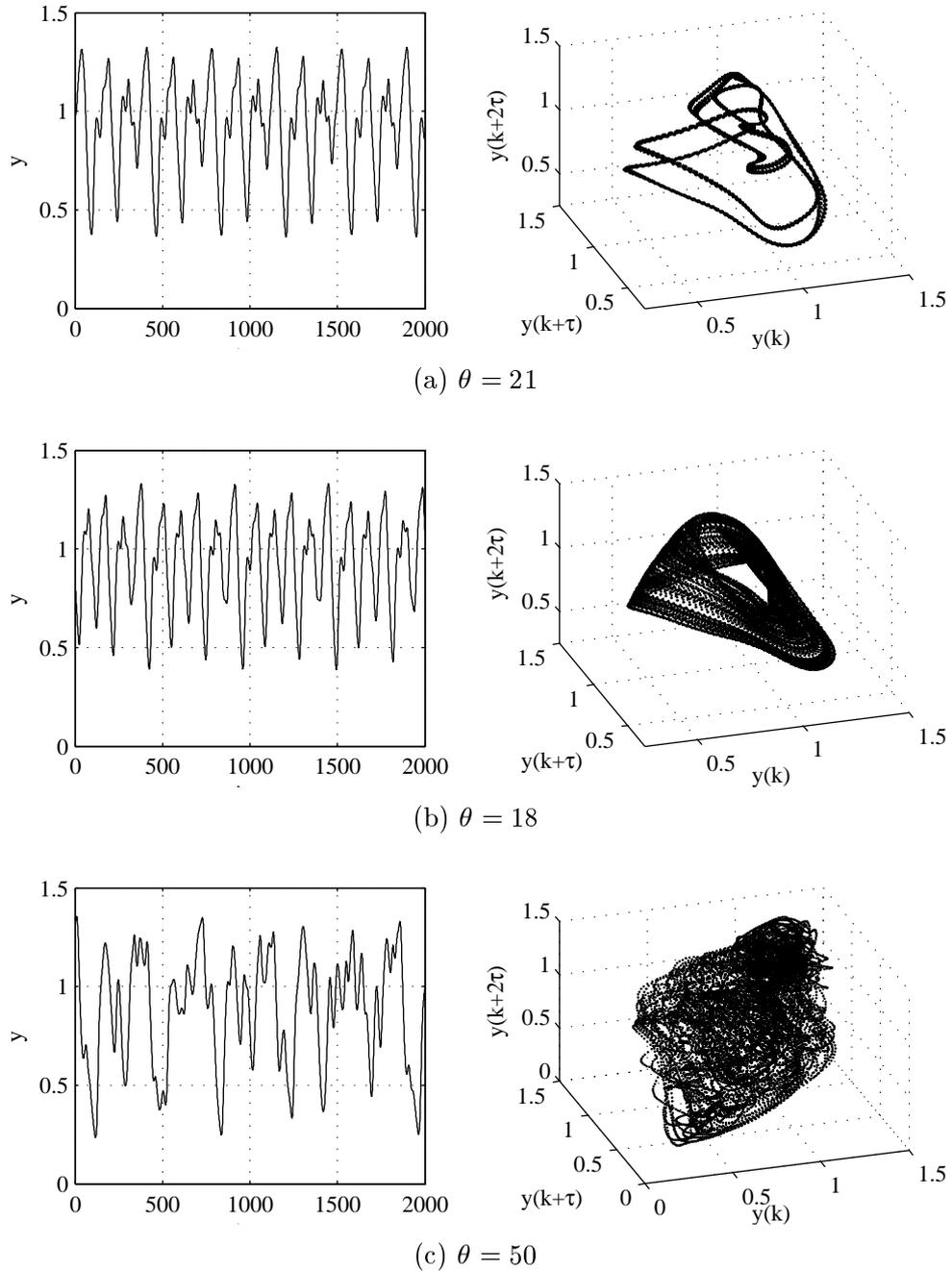


図 2.1: Mackey-Glass 方程式による時系列とその再構成軌道の例

再構成次元 $m = 3$ ，遅れ時間 $\tau = 20$ の場合．運動が不規則に見える場合も決定論的なダイナミクスにより生成されているかぎり，位相空間においてその運動はある一定の軌道構造（アトラクタ）上を運動する．

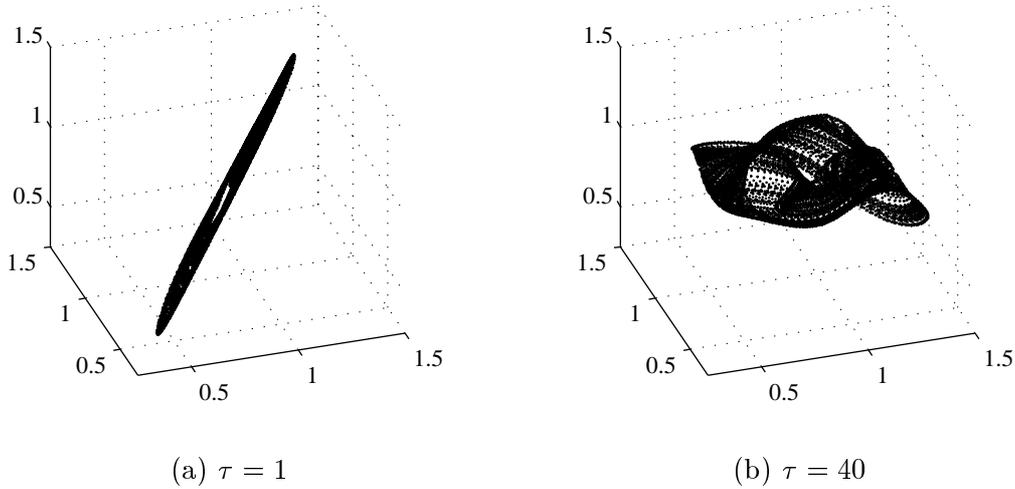


図 2.2: 遅れ時間が再構成軌道に与える影響

Mackey-Glass 方程式 ($\theta = 18$) により生成された時系列を用い, 3次元時間遅れ座標系にアトラクタを再構成した. 不適切な遅れ時間 τ の選択はアトラクタの構造を不明確にする.

ここで, \mathbf{z} はアトラクタを構成する m 次元軌道ベクトル, n_w は時間相関の大きい点を除く Theiler 窓幅 [64], Θ はヘビサイドのステップ関数であり, $x \leq 0$ の時 $\Theta(x) = 0$, $x > 0$ の時 $\Theta(x) = 1$ である. 本研究においては n_w は時系列 y の自己相関が $1/e$ となる時刻とした. 相関積分はアトラクタを構成する N 個の点の中から, 二点間距離が r よりも小さな点のペア $(z(i), z(j))$ の個数 (あるいは $\mathbf{z}(i)$ を中心とした m 次元超球内の点の個数といったもよい) を数えている. $N \rightarrow \infty$ かつ $r \rightarrow 0$ の極限で相関積分はべき乗則 $C(r) \propto r^{D_2}$ に従うものと期待できる. そこで相関次元 D_2 は次式により求められる.

$$d(r, N) = \frac{\partial \log C(r, N)}{\partial \log r} \quad (2.4)$$

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} d(r, N) \quad (2.5)$$

例えばアトラクタが閉曲線であるとする. この場合, 点 \mathbf{z} は 1 次元の曲線上に存在するので $C(r)$ は r に比例して増大し $D_2 = 1$ となる. また, アトラクタが 2 次元トーラスの場合, \mathbf{z} は 2 次元曲面上に存在するので $C(r)$ は r^2 に比例して増大し $D_2 = 2$ となる. アトラクタ

がフラクタル構造を持つ場合は D_2 は非整数となる。

2.1.4 スケーリング領域の判定と相関次元の推定

実際の解析においてはデータ点数は有限であるため式 (2.5) の極限を取ることはできず、相関次元は式 (2.4) の相関積分の局所傾きをプロットし、その平坦部 (スケーリング領域と呼ぶ) の値を D_2 とする。このスケーリング領域が現れるのは、距離 r の限られた範囲である。例えば r の極小さな領域ではノイズや近傍点数が十分存在しないことによりべき乗のスケール則が乱されてしまう。逆に r が大きくなりすぎると、点をカウントすべき m 次元超球がアトラクタ内に収まらず (次元推定のスケール則は点の分布が等方的とみなせるとの前提がある)、正しいスケール依存性が現れなくなる。スケーリング領域の幅は、ノイズの大きさ、アトラクタを構成する点の密度により変動する。従って数値シミュレーションデータよりも現実に観測された時系列の方が、同じデータ点数であってもアトラクタの次元が高い方が、スケーリング領域は狭く判別しにくくなる。

スケーリング領域の判定は主観的になりがちな上に、その判定基準により相関次元の推定値に大きな差が出る場合がある。例えば図 2.3(a) のような場合ならばほぼ全員が等しい相関次元の値を推定するだろうが、図 2.3(b) の $m = 15$ のような場合は、平坦部は様々な判定がなされるだろう (平坦部なしと判定する者もいるかもしれない)。判定法には数値微分で相関積分の局所傾き式 (2.4) を求めて指定したマージンに収まる最大の領域を平坦部とする簡易な手法、傾きを移動平均や最小二乗法で平滑化してから判定する手法、あるいは最尤推定を用いる手法 [34, 56, 65] まで様々な手法が用いられているが [25, 第8章を参照]、決定的な手法は存在しない。判定手法と基準を明確に記述し、再現性を確保することが最低限必要である。

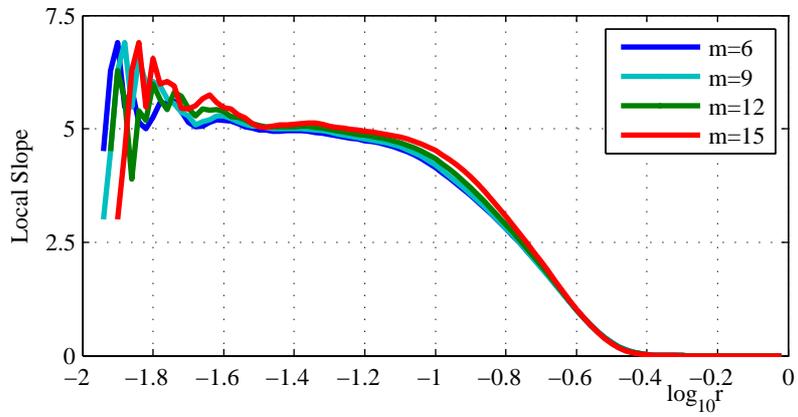
図 2.3(c) に本研究において用いた判定法を示す。式 (2.3) の計算において、正規化距離 $r = \|\mathbf{z}(i) - \mathbf{z}(j)\| / (\sqrt{m} |\max(y) - \min(y)|)$ を用い、対数座標系において区間 $[r_{min}, 1]$ を N_d ケに等分割して (bin 幅 $(\log_{10} r_{min})/N_d$) 離散化し、 n_0 点を用いた最小自乗法により平滑化された局所傾きを求める。スケーリング領域は Skinner ら [61] および Veronig ら [69] の

アルゴリズムに絶対許容値を導入したものをを用いた．点 r_A における局所傾き $d(r_A)$ の上下に $\pm h$ (h は絶対許容値 S_a と相対許容値 $S_r \times d(r_A)$ の小さい方) のマージンを取り，この領域にすべて収まる幅を点 r_A のスケーリング領域長さ $L(r_A)$ とする．なお相関次元は本来 $r \rightarrow \infty$ 極限で定義される量であり誤判定を避けるため，判定の上限 r_{max} を設定し，ここで判定を打ち切っている． r_A を小さい方から動かしていき最大のスケーリング領域長さ L_{max} を求め， L_{max} が閾値 L_{th} 以下ならば推定失敗， L_{th} 以上ならばその区間の局所傾きの平均を相関次元 D_2 の推定値とする．

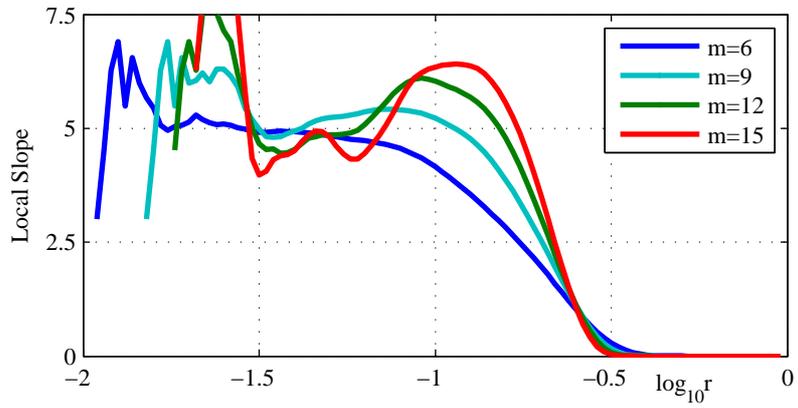
実際に相関次元を推定する場合，再構成次元 m が十分大きい事を確認する必要がある． m が大きくなるほど再構成軌道を構成するデータ点の密度が小さくなり推定に悪影響を与えることが予想されるため，必要以上に大きな m を設定することは好ましくない． $m > 2D_2$ ならば再構成軌道は埋め込みとなり正しい相関次元が得られることが理論上は保証されているが，これはノイズのない無限長の時系列に対してのことである．また，理論による保証はないが $m \leq 2D_2$ であっても再構成軌道が埋め込みとなっている可能性もある．そこで，実際には以下の手法が取られる．まず m を大きくしながら相関次元の候補 $D_2(m)$ を推定していく．アトラクタの次元よりも m が小さければ再構成された軌道は m 次元再構成空間をほぼ埋め尽くすと考えてよいから $D_2(m) \simeq m$ となる． m の増加に伴い $D_2(m)$ は飽和していき，漸近していく値が相関次元 D_2 となる [54]．本論文では連続した N_c 個の m において $D_2(m)$ のばらつきが許容値 C_r 以内であれば飽和しているものとみなし，その平均を相関次元の推定値 D_2 としている．

2.1.5 非線形統計量推定結果の検定

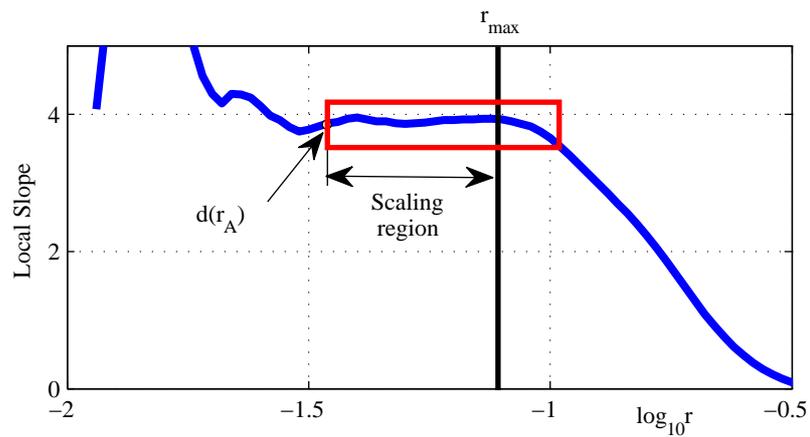
ノイズを含む有限の長さの観測データを扱う限り，得られた結果がどの程度信頼できるかを示すことは重要である．実際に，純粋な確率的過程から生み出された時系列が，何らかのアーチファクトやフィルタリング等により再構成空間において構造を持つように見え，非線形時系列解析により決定論的な特徴量を持つと推定される場合がある．そのため，サロゲートデータ法とよばれる統計的仮説検定法が提案されている [35, 58, 66]．サロゲート



(a) 明瞭なスケーリング領域の例



(b) 不明瞭なスケーリング領域の例



(c) スケーリング領域判定基準

図 2.3: スケーリング領域の判定

データ法においては、観測時系列がある種の確率過程から生み出されたとの帰無仮説を立て、この帰無仮説を満たすように拘束条件をつけて観測時系列をシャッフルした新しい時系列（サロゲートデータと呼ぶ）を作る。ついで、多数のサロゲートデータに対して非線形特徴量を推定し、その分布により帰無仮説を検定し、棄却することにより信頼性を示す。

本研究では帰無仮説として「観測された時系列は線形確率過程から作り出されたが、静的な単調非線形変換が施されている」を選択し、サロゲートデータとして「対象時系列と同じパワースペクトルと同じ平均、分散、度数分布をもつランダムデータ」を非線形時系列パッケージ TISEAN[29] を用いて作成した。次の手順でモンテカルロ有意性検定を行う。有意水準を α 、対象時系列の非線形特徴量を Q_0 、サロゲートデータの非線形特徴量を $Q_i^S, i = 1, \dots, N_S$ 、 N_S はサロゲートデータの数とする。次いで、 Q_i^S を降順に並び替え、 Q_0 が並び替えられた Q_i^S の最も小さい方および最も大きいほうから $(N_S + 1)\alpha/2$ 番目の間に挟まれていなければ帰無仮説を棄却できる。本研究の検定は全て $\alpha = 0.05, N_S = 39$ で行った。これは $Q_0 < \min(Q_i^S)$ または $Q_0 > \max(Q_i^S)$ ならば帰無仮説を棄却できるということである。

2.1.6 現実の大自由度系への対応

2.1.6.1 遅れ時間の決定基準

式(2.1)により時系列 $y(k)$ から軌道ベクトル $\mathbf{z}(k) = [y(k), y(k - \tau), \dots, y(k - (m - 1)\tau)]^T$ を再構成する際に、特定の成分のみを用いて時間遅れ τ の値を決定すべきではないとの意見がある。例えば、広く用いられている $y(k)$ と $y(k - \tau)$ の関係より τ を決定した場合は、 m が大きくなると最適性を考慮していない座標軸 $y(k - 2\tau), \dots, y(k - (m - 1)\tau)$ においてアトラクタの歪みや折りたたみが大きくなる。軌道ベクトルの時間幅 $T = [0, (m - 1)\tau]$ を何らかの基準で一定に定めるという提案もあるが [40]、その場合は注意しないと今度は $y(k)$ と $y(k - \tau)$ 等において相関が極端に高くなりアトラクタ成分が線状となる座標軸が出てしまう。 $\mathbf{z}(k)$ の全成分の関係性より最適な τ を決める基準としては、高次の自己相関関数を用いる手法 [3]、 m 次元空間に再構成されたアトラクタの空間分布を考慮する手法 [8, 9, 53] 等がある。本研究で用いた Rosensteine らの方法 [53] の概要を述べる。 $\tau = 0$ の時、再構成軌

道は m 次元空間の対角線上に存在する． τ の増大により再構成軌道は対角線から離れていき軌道構造が明らかになってくるが， τ が大きくなりすぎると対角線に近づく部分と遠ざかる部分が現れて軌道構造の歪みや折りたたみが生じる．この特性を次式の平均変位 $S(m, \tau)$ により評価する．

$$S(m, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\sum_{j=1}^{m-1} (y(i+j \cdot \tau) - y(i))^2} \quad (2.6)$$

平均変位 $S(m, \tau)$ を τ に関してプロットすると最初に急速に立ち上がった後，振動しながら一定値へと漸近していく．最適な τ についての理論的な根拠はないものの，Rosensteine らはアトラクタの次元が 2 ～ 3 程度の時系列の相関次元推定結果より， $S(m, \tau)$ の局所傾きが $\tau = 0$ における値の 40% となる τ を最適とする基準を提案した．

2.1.6.2 局所的な次元推定

アトラクタのフラクタル次元を求める際，式 (2.3) のように軌道全体の平均的な点の分布から次元を求めるのではなく，ある参照点の近傍における局所的な点の分布から局所的な次元を求め，多数の局所次元の平均をアトラクタのフラクタル次元とすることも可能である．Skinner らはこの局所次元の手法に第 2.1.4 節に述べたスケーリング領域の上限 r_{max} を導入してポイント相関次元と呼び，心拍変動時系列の解析による心臓病の診断に用い，現実のノイズを含み定常性の弱い時系列の解析における優位性を主張している [60, 61]．ポイント相関次元の推定手順は，まず次式の局所相関積分 $C_i(r)$ を計算する．

$$C_i(r) = \frac{1}{N - 2n_w} \sum_{j=i, |i-j| > n_w}^N \Theta(r - \|\mathbf{z}(i) - \mathbf{z}(j)\|) \quad (2.7)$$

ここで， $\mathbf{z}(i)$ は再構成軌道上に選ばれた参照点である．そして，相関次元の場合と同様にスケーリング領域を判定して参照点 $\mathbf{z}(i)$ における局所相関次元 $PD_{2i}(i)$ を推定する．参照点を再構成軌道上で移動していき，次元の推定に成功した $PD_{2i}(i)$ の平均がポイント相関次元 PD_2 となる．

2.2 非線形確率過程モデル

大自由度系における複雑な現象の理解を深めるためには、その統計的な性質の定量的評価に加えて、その時間発展の様相を明らかにする必要がある。たとえ全状態量の時間発展が計測できたとしても、膨大な情報から特徴を抽出して理解できる形にモデル化しなければならない。また、現実の大自由度系では一部の状態量しか計測できないことが多く、得られた情報から現象のモデルを構築する必要がある。本研究ではモデルとして確率項を持つ非線形ランジュバン方程式を用いた。実世界においては系や環境に確率的な揺らぎがないことは考えられず、現象の発展に大きな影響を与えるためダイナミカルノイズとしてモデルに取り入れる必要がある。また、現象の決定論的自由度が非常に大きい場合は、限られた情報からモデルを構築することを考えると、全てを決定論的に記述しようとするよりも、確率項を用いて低次のモデルを構築する方が適切であろう。本節では時系列の確率密度関数から非線形ランジュバン方程式を同定する方法、時系列から直接、非線形ランジュバン方程式を同定する方法について紹介する。

2.2.1 確率密度関数と非線形ランジュバン方程式

ランジュバン方程式またはそれと等価な対応するフォッカー・プランク方程式が与えられると、その定常解としての確率密度関数が導かれる。時系列の標本度数分布から確率密度関数を推定し、その確率密度関数を持つランジュバン方程式を選定しパラメータを同定することによりモデル化がなされる。ある確率密度関数を持つランジュバン方程式は無数にあるため、現象に対する知見を元に選定を行って同定されたモデルの検証により妥当性を判断する必要がある。本研究で用いた確率密度関数であるガンマ分布、超ガンマ分布と対応するランジュバン方程式について紹介する。

ガンマ分布は次式で与えられる連続確率分布の一種であり、その性質は形状パラメータ a とスケールパラメータ b で記述され、主に信頼性工学における電子部品の寿命分布や通信工学におけるトラフィックの待ち時間分布等に利用される。

$$f_G(x; a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} \exp(-bx) \quad (2.8)$$

超ガンマ分布は次式で与えられる。

$$f_{HG}(x; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\beta^{\frac{\gamma}{\alpha}} \alpha}{\Gamma(\frac{\gamma}{\alpha})} x^{\gamma-1} \exp(-\beta x^\alpha) \quad (2.9)$$

この分布は鈴木 [63] によって提案され、降雨の持続時間や強度分布を良く記述できることが検証されている。超ガンマ分布は $\alpha = 1$ の場合はガンマ分布、 $\alpha = \gamma$ の場合はワイブル分布等、他にも様々な分布形状を記述可能な一般性の高い分布である [38, 39]。金野と Lomdahl は、この分布を与える 1, 2, 3 次の非線形ランジュバン方程式を提案するとともにパラメータの最尤推定法を示した [38]。その中から本研究において使用した 1 次の第 II 種非線形ランジュバン方程式を次式に示す。

$$\dot{x} = (a + D)x - bx^m + x\eta(t) \quad (2.10)$$

ここで、雑音源 $\eta(t)$ は $\langle \eta(t) \rangle = 0$, $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$ なる白色ガウスノイズである。線形項に D が追加されている理由は、この確率微分方程式をストラトノビッチ解釈したことに伴う雑音補正項が Dx となるためである。この方程式の定常解における確率密度関数と式 (2.9) より、次式の関係が得られ、時間相関などの情報をあわせて用いることで時系列の確率密度関数からのパラメータ同定が可能となる [38]。

$$\alpha = m - 1, \beta = \frac{b}{D(m-1)}, \gamma = \frac{a}{D} \quad (2.11)$$

2.2.2 時系列からのランジュバン方程式の直接同定

ランジュバン方程式を次式のように記述する。

$$\dot{x} = g(x) + h(x)\Gamma(t) \quad (2.12)$$

ただし，雑音源 $\Gamma(t)$ は， $\langle \Gamma(t) \rangle = 0$ ， $\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = \delta(t - t')$ なる白色ガウスノイズである．時系列 $x(t)$ よりランジュバン方程式の決定論項，確率項は次式のように求められる [23] (確率積分は伊藤の解釈を用いている)．

$$g(x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} (x(t + \tau) - x) |_{x(t)=x} \quad (2.13)$$

$$h(x) \cdot h^T(x) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \langle (x(t + \tau) - x)(x(t + \tau) - x)^T \rangle |_{x(t)=x} \quad (2.14)$$

この手法を用いる際に注意すべき点は， $\tau \rightarrow 0$ の極限で定義されているため時系列のサンプリング時間が大きい場合に誤差が大きくなること，全ての状態変数 x の観測が必要であることの二つである．

式 (2.10) の 1 次の第 II 種非線形ランジュバン方程式に対して用いた場合，雑音源の強度 D は次式から求められる．

$$h(x) = \sqrt{2D}x \quad (2.15)$$

2.3 関連研究

非均質大自由度系の特徴抽出とモデル構築法の研究を進めるにあたり，応用の対象として，二相流の流動様式の評価，心電図時系列の解析による生体状態の評価，そして心臓の異常興奮現象である心室細動の特性評価とモデル構築を選定した．それぞれの研究の現状について簡潔に述べる．

2.3.1 二相流の非線形特徴量

物質の複数の相が混合して流れる現象は混相流と呼ばれ．物質の状態に応じて例えば二相ならば気液二相流，固液二相流，固気二相流など様々に分類される．気液二相流はボイラ，原子炉，冷凍機などの熱流体系や気泡塔などの化学プラントにおいて，固気二相流は化学反応や燃焼等を行う工学プラントにおいて見られ，重要な役割を果たす．二相流では二つの相

が時間的、空間的に非均質に分散し、界面を変動させながら流動するが、流路形状や流量等に応じて特徴的な様々な時空間パターン（流動様式）を形成し、異なる流動様式を遷移していく。流動様式の違いは流動特性、伝熱特性、圧力損失に大きな影響を与える。プラントや機器において効率性や安全性を向上するためには、複雑な構造物内、複雑に分岐する配管群内での様々な運転状況における二相流の挙動を正確に把握する必要がある。また、二相流においては相似則が厳密には成立しないため、新たな機器を設計する場合は、実機に近い大きさのモデルによる実験が欠かせない。大規模数値解析によるシミュレーションで置き換えようという動きもあるが、数値解析結果の信頼性をどのように評価するかという問題が残る。ダイナミクスの特徴を定量化する様々な非線形統計量は、装置のスケールアップ、数値シミュレーションにおける結果の検証、パラメータ調整による精度向上の良い指標となり、新機器の設計において予算的・時間的に大きなコスト削減が期待できる。このような目的のため、目視による主観的な分類ではなく客観的、定量的な指標が要望されている。

二相流の非均質かつ間欠的な特性の本質を捉えるため、低次元カオス現象の評価のために提案された非線形時系列解析手法の適用が試みられた。Schouten らのグループは、流動層における非線形時系列解析について研究を行い、多くの成果を報告をしている。流動層とは工学プラントで見られる固気二相流の一種であり、粉体を充填した容器の下部から気体を吹き込みことにより形成される流動化状態である。流動様式の特徴評価の研究 [33, 68] では、循環流動層実験装置から得た圧力変動時系列から相関次元と軌道不安定性の指標の一つである Kolmogorov-Sinai エントロピーの推定を行った。軌道再構成においては時系列の "平均" 周期 [56] より求めた一定の軌道ベクトルの時間幅 $T = [0, (m - 1)\tau]$ を使用し、スケールリング領域の推定には最尤推定法 [56, 65] を用いている。流動層の代表的な流動様式における圧力変動を解析した結果、2.5 ~ 7.0 程度の相関次元の推定値を得ているが、統計的検定の結果は次元が 5.5 以上では決定論的な非線形性を主張できない（確率的な現象と区別できない）というものであった [33]。さらに Kolmogorov-Sinai エントロピーを指標として流動様式の遷移、ある流動様式内での流動状態の評価、無次元化エントロピーを指標とした装置のスケールアップ、スケールアップ設計の指針の提案なども行われている [57, 67]。

また、流動層における局所的な流れの特性を評価した研究もある [32]。管状の実験装置の

軸方向，半径方向位置を変え局所的な圧力，伝熱特性，ボイド率（空間における気相の割合）を測定し，相関次元と Kolmogorov-Sinai エントロピーを推定した．軌道再構成の遅れ時間の決定法，スケーリング領域評価の詳細は記載されていないが，相関次元として 2 ～ 9 程度の値が推定されている．その他，配管で生ずる不均等流れの解析を目的とした T 分岐管における二相流流動様式の評価 [70]，マイクロ流路における沸騰時圧力振動の解析 [45] に相関次元やリアプノフ指数などが使われた例がある．

限られたデータ点数から得られた 6 ～ 10 という大きな相関次元の推定値は有意なものであるのか，解析の信頼性を向上するためには観測量や解析手法をどのように選択するかが研究課題の一つである．

2.3.2 生体時系列の非線形特徴量

心機能は交感神経系，副交感神経系という二つの自律神経系の競合した相補的動作により制御されている．そのため，正常時の定常的な状態でもあっても，心臓活動には揺らぎが現れる．心筋梗塞などの心疾患などにより心臓組織がダメージを受けた場合，それを補償するため自律神経系の活動パターンが変化することが考えられる．心臓活動の揺らぎの特徴量を求めることにより，自律神経系の活動状況を評価し，ダメージを推定し予後のリスク評価を行うという研究が行われている．

心臓活動の揺らぎの特徴量を求める方法として，心臓の拍動間隔を連続的に求めた心拍変動時系列による方法がある．ヨーロッパ心臓学会および北米脈拍電気生理学会は，時間領域の指標として SDNN（標準偏差）や RMSSD（隣接心拍間隔の差を二乗した値の平均の平方根），周波数領域の指標として帯域別パワー HF（0.15–0.4 Hz），LF（0.04–0.15Hz），LF/HF を提案しており，5 分以上の安静定常状態での心拍変動時系列の解析を推奨している [47]．ここで，HF は副交感神経系の活動状況，LF は交感神経系 + 副交感神経系の活動状況，LF/HF は交感神経系の活動状況もしくは交感神経系と副交感神経系のバランスを意味しているといわれている．特に心拍変動時系列の周波数パワーは，交感神経系と副交感神経系による心機能制御の周波数帯域が異なることを利用しており，自律神経遮断薬を用いた生

理学実験によりその意味が検証されていることもあり、標準的な手法として一般的に広く用いられており膨大な研究の蓄積がある。

心臓活動の揺らぎの非線形特徴量としては、心拍変動時系列に対して相関次元、リアプノフ指数、アプロキシメイトエントロピー (approximate entropy) およびサンプルエントロピー [51] などが用いられている [50]。Skinner らは生体信号の特性である非定常性に感度の低い解析方法としてポイント相関次元法を提案し、心臓突然死のリスク評価を行って有意な結果を得ている [60, 61]。ここで軌道再構成のための遅れ時間は $\tau = 1$ であり (補間されない心拍変動時系列は離散系のため、通常遅れ時間は 1 とする)、サロゲートデータ法による検定を行っている。ただし、相関次元を推定するためには軌道構造を評価できるだけのデータ点数が必要なため、15 ~ 30 分程度の連続測定された心拍変動時系列が必要となる。時間領域、周波数領域での解析と比較して長時間の計測データを必要とするという欠点に対して、心拍間隔ではなく心電図波形そのものを対象として非線形特徴量を求めようという提案がある。従来考慮されていなかった波形情報を解析対象とすることにより、短い計測データの解析が可能となり、新たな情報も得られるためである。健康および心疾患をもつ被験者を対象とした解析では、2 分間のデータを用いて 2 ~ 6 程度の相関次元の値が推定されている [10]。

生体の恒常性は神経系、内分泌系、免疫系といった機能、時定数が異なるシステムの密接な相互作用により維持されている。このように、自律神経系の活動状況は疲労、ストレス、高次の脳活動等の影響を受けて変調されるため、心臓活動の揺らぎの適切な評価により人間状態を評価することも可能であると考えられており、活発に研究がなされている。評価の指標や計測の条件は心疾患のリスク評価の場合と同じであるが、疾病による生体の永続的で大きな変化ではなく、日常の一時的な小さな変化を検出し評価することが目的のため、ダイナミクスの微小な変化を定量評価可能とされる非線形時系列解析手法に期待がかかる。ここで問題となるのは、心拍変動に対する指標の推定には数分以上 (非線形時系列解析の場合はさらに長く数十分以上) の連続的に継続した安静定常における計測が必要な事である。日常生活での人間状態を評価しようとする場合は、この条件を満たすために変動の小さな環境下におけるデスクワークや運転など被験者が準安静定常状態にあると見なせる場合を対象とするか、そうでない場合は作業を一時中断し安静状態で被験者が定常状態に落ち着くのを待つ

生体データを計測する事が必要とされる．心電図時系列そのものに非線形時系列解析手法を適用することにより計測時間を短縮できると思われるが，現在のところ研究は少なく，得られた指標の生理学的意味もよくわかっていない．この方向の研究としては，指尖脈波と呼ばれる指先の末梢血管の血流量を光学的に計測した時系列に対して最大リアプノフ指数を推定して入眠予兆を検知しようとするものがある [24]．時間幅 30 秒の移動窓を用いた解析により最大リアプノフ指数の時間変動を求めているが，データ点の少なさのためか推定値がばらつき平滑化を行って予兆を検知している．より短いデータから安定した非線形時系列解析を行う手法の開発が望まれる．

2.3.3 心室細動の発生メカニズムと特性

心臓は洞結節において生成された活動電位に基づく興奮が心筋を伝播することにより収縮と拡張を繰り返す．心筋梗塞等による心筋細胞の病的異常，遺伝子異常や薬物による細胞イオンチャネルの異常，急激な運動や過度なストレスの蓄積は，興奮の正常伝播を乱し，心筋が非協調的に小刻みに振動する心室細動による突然死をもたらすことがある．心室細動による突然死のリスク評価や治療法の開発には興奮の異常伝播の発生機序と継続の特性をよく知ることが必要である．そのため光学的な膜電位マッピング技術が開発され心筋表面の膜電位の観察が可能となったが，心臓内部の現象を観察し 3 次元的に細動現象をとらえることはできていない．そのため，心筋細胞の数学的モデルを用いた数値シミュレーションによる研究が活発に進められている．

心筋細胞のモデルとしては，興奮伝播の定性的な特性に着目した現象論的モデルと細胞のイオンチャネルを考慮しモデル化した詳細な電気生理学的モデルがある．現象論的モデルとしては 2 変数の FitzHugh-Nagumo モデル，Barkley モデル [5]，Aliev-Panfilov モデル [4] がある．また，近年，詳細な電気生理学モデルの応答波形等の特性を再現可能な低次元の簡略化モデルとして，3 変数の Fenton-Karma モデル [20]，2 変数の二電流モデル [44] 等も提案されている．電気生理学モデルとしては，最初に 8 変数の Beeler-Reuter モデル [7] が提案された後，実験技術の進歩や新たなイオンチャネルの発見により新たなモデルが現在も提案さ

れ続けている．例えば8変数の Luo-Rudy 1 モデル [41] , 15 変数の Luo-Rudy dynamic モデル [19] 等がよく用いられているが , より詳細な数十の状態変数を持つモデルも存在する .

心室細動の発生機序については , 何らかの原因で心室を伝播する興奮波が断片化し , 断片化した興奮波がらせん状に渦を巻き回転しながら伝播する回転らせん波へと発展し , 回転らせん波の自発的分裂によって興奮波断片が生まれ出され , 多数の興奮波断片の相互作用により複雑な時空カオス現象である心室細動が発生するというシナリオが数値シミュレーションにより提案されており , 実験的観察からも裏付けられている . 神経細胞モデルやパラメータの値の変更により , 様々な回転らせん波の自発的分裂のメカニズムが発見され , その解析がなされている [21, および参考文献を参照] . 現在は , 心臓の解剖学的構造をモデルに組み込み異方性や非均質性の影響評価を行ったり , 心臓そのものを三次元モデルで再現するなど , より現実に近づけたモデルにより研究が行われている .

心室細動の発生のメカニズムについては理解が深まったものの , 発生後の性質についてはいまだ十分な理解がなされていない . 心室細動の維持のメカニズムや自発的または強制的な消滅の起こりやすさなどについての理解は , 心室細動のリスクの評価や除細動などの治療の際にも有用である . 発生後の性質に関する研究としては , 心室細動時における位相特異点を現象論的モデルを用い三次元領域で評価した研究 [11] があるが発生後 2 秒間の特性評価にとどまり , 定常的な性質の評価とはいえない . Aliev-Panfilov モデルを用いた 2 次元領域における研究 [28] は , 回転らせん波端点 (位相特異点と対応する) 数の変動の確率密度関数がガンマ分布で記述できることを見いだした . 電気生理学モデルでも同様の結果が観測されるか , 定常状態の統計的性質はどのようなものであるか等 , 興味深い研究課題が残っている .

第3章 定常大自由度現象の非線形特徴量推定

低次元カオス力学系のために非線形特徴量の推定手法が提案されて以来，前章で述べたように実世界の大自由度現象への適用を目的に手法の改良が提案されてきた．相関次元推定において観測時系列からの軌道再構成と軌道の相関次元推定の二つの段階において提案が独立になされており，数値シミュレーションや生体時系列の解析に適用されその有効性が報告されている．しかし，両者が同時に適用された事例は現時点で報告されておらず，相関次元推定の信頼性がさらに向上するかは明らかになっていない．そこで，最初に整数次元を持つ準周期時系列を用い，ノイズのない大自由度の高次元軌道に対する推定の容易さ，誤差，必要データ点数等に関して同時適用の有効性を検討する．次いで，実世界の低次元現象である気泡生成系におけるノズル圧変動時系列を用いた検証を行う．そして，大自由度現象である垂直管を上昇する気液二相流実験データを解析し，統計的検定の結果とともに流動条件や流れの発達と相関次元の値の関係について考察した結果を示す．

3.1 大自由度現象における非線形特徴量推定の問題点とその解決法

3.1.1 準周期時系列による相関次元推定手法の検討

相関次元の推定は，観測時系列からの軌道再構成，軌道のフラクタル次元の推定の二つのステップで行われる．比較・検討する推定手法は以下の二つである．

手法 1： 再構成軌道の次元 m によらず固定の遅れ時間 τ と大域的な次元推定 低次元カオス力学系の解析に対して提案された手法である．観測時系列 $y(t)$ からの軌道再構成は最も一般的な $y(t)$ と $y(t + \tau)$ の相互情報量が最初の極小をとる時刻 [22] を τ とする手法を採用し，GP 法 [26] により再構成軌道の相関次元を推定する．

手法2: 再構成軌道の次元 m に応じた最適な遅れ時間 τ と局所的な次元推定の同時適用 τ は Rosenstein らの平均変位法 [53] により m 次元再構成軌道の全要素 $y(t), y(t - \tau), \dots, y(t - (m - 1)\tau)$ の関係より決定する. ポイント相関次元法 [61] により軌道上の各点で局所的なフラクタル次元を推定した後, その平均値を軌道の非線形特徴量 (ポイント相関次元) とする.

数値的に作成されたノイズのない準周期時系列を解析し, 軌道の次元の大きさとスケーリング領域判定の容易さ, 推定誤差, 必要データ点数の関係について, 二つの推定手法による結果を比較・検討する. 準周期運動の軌道は位相空間においてトーラスを形成し, その相関次元は整数となるため, 相関次元推定アルゴリズムの検証や校正にしばしば用いられている [25, 9.7.5 節およびその参考文献]. ここでは無理数比の周期を持つ d 本の周期関数 (正弦波) を合成した時系列を用い, 次元 $d = 1 \sim 5$ の準周期関数を以下のように定義する.

$$y_d = \sum_{i=1}^d \sin(\omega_i t) \quad (3.1)$$

$$\omega_1 = \sqrt{2}, \omega_2 = \sqrt{3}, \omega_3 = \sqrt{5}, \omega_4 = \sqrt{7}, \omega_5 = \sqrt{11}$$

サンプリング時間を 0.05 としてデータ点数 2×10^6 の時系列を作成した後, 五つに分割して d 次元準周期時系列の五つのサンプル y_d^k ($k = 1 \sim 5$) を作成した. 各サンプル y_d^k の先頭から N 点を取って解析を行った. 参照点数 $N_{ref} = 1000$, Theiler 窓幅は自己相関が $1/e$ となる時間, ポイント相関次元判定パラメータは,

$$(N_d, r_{min}, r_{max}, n_0, S_r, S_a L_{th}, N_c, C_r) = (100, 0.01, 0.1, 8, 0.1, 0.5, 10, 4, 0.2) \quad (3.2)$$

と設定した (第 2.1.4 節参照).

また, Rosenstein らの τ の基準 [53] は, 軌道の次元が高い場合, 実際よりも小さな相関次元が推定される傾向があった. 準周期軌道を用いていくつかの基準を試した結果, 最もよい推定結果を与えたのは式 (2.6) の平均変位 $S(m, \tau)$ の τ に関する二階差分 $d^2 S = 0$ となる τ であった. 以下の解析は全てこの基準により実行した.

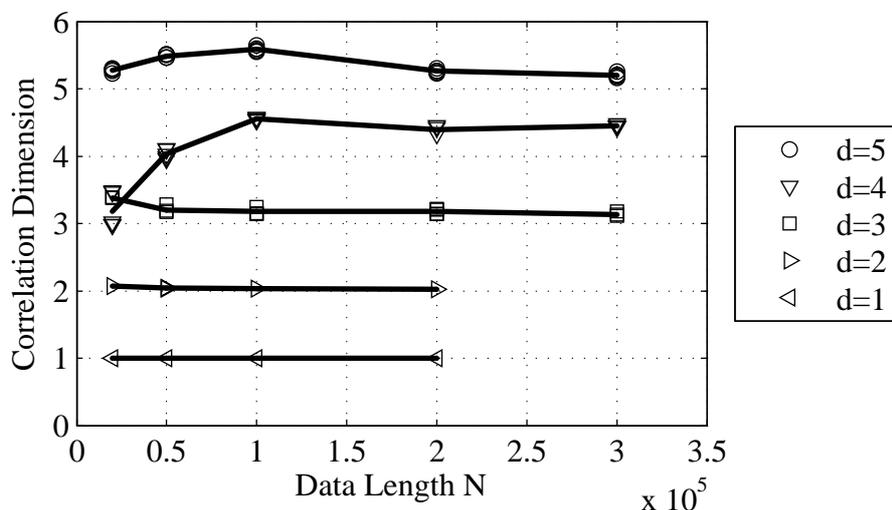
解析に使用する点数 N を 20000, 50000, 100000, 200000, 300000 ($d \geq 3$) としたときの推定結果を図 3.1 に示す。図 3.1(a) は手法 1 の低次元カオス力学系に対する標準的な手法である固定時間遅れ τ による相関次元 D_{2f} の推定結果, 図 3.1(b) は手法 2 の再構成軌道の次元 m に応じた最適遅れ時間 τ によるポイント相関次元 PD_{2o} の推定結果である。 $k = 1 \sim 5$ の五つのサンプルに対する推定結果がそれぞれマーカーで示され, 五つの推定値の平均を線で結んで表示している。

参照点数の影響：軌道上の全点をフラクタル次元推定の参照点として用いることが理想であるが, 計算に要する時間の問題より小数のサンプル (1000 点) から D_{2f} と PD_{2o} を推定した。 PD_{2o} に関しては, 有限母集団からの標本平均についての信頼区間推定により, 参照点サンプル数の多寡の影響を評価できる。図 3.1(b) に示す解析について調べたところ, その 95% 信頼区間はすべて得られた PD_{2o} の $\pm 1\%$ 以下であり, 少ないサンプル数でも信頼性の高い推定が行われている。

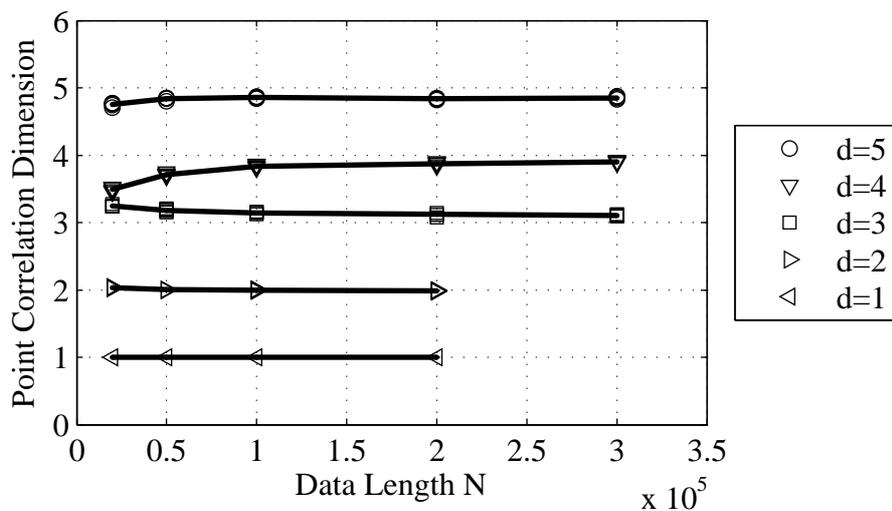
時系列サンプル間のばらつき：準周期時系列の 5 つのサンプルの次元推定値は, D_{2f} と PD_{2o} ともにばらつきの小さい一定の値が得られている。中でも PD_{2o} は, データ点数の多少に関わらず, 分散の非常に小さな安定した推定がなされている。

使用データ点数と推定精度：データ点数 N の増大により, D_{2f} と PD_{2o} はともにほぼ一定値に収束していくが, 次元 d が大きくなるにつれ収束に必要なデータ点数は増大している。また, D_{2f} と PD_{2o} ともに推定値が収束しても準周期軌道の次元とは正確に一致せず, 定常的な誤差が生じている。この誤差は D_{2f} では最大で 10% 程度にも達するのに対し, PD_{2o} では最大 3% 程度と小さい。

軌道の次元の影響：解析の対象とする軌道の次元が 3 までは, 推定結果に差は生じていない。しかし, 次元が 4 以上では PD_{2o} と比べて D_{2f} は収束が非常に遅くなり, データ点数が少ないときに非常に大きな誤差が生じている。 PD_{2o} はデータ点数が少なくとも良好な推定がなされている。



(a) 再構成軌道の次元によらず一定の遅れ時間と大域的な次元推定



(b) 再構成軌道の次元に応じた最適な遅れ時間と局所的な次元推定の同時適用

図 3.1: データ点数による準周期時系列の相関次元推定値の変化

各データ点数において5つのサンプルに対する推定値を重ね書きし、その平均値を線で結んでいる。軌道の次元が3までは二つの手法による解析結果に大きな差はない。次元が4以上では、最適遅れ時間と局所次元推定の同時適用による推定結果 (b) はデータ点数が少ない場合でも良好な推定結果を示し、最終的な誤差も小さい。

3.1.2 最適な遅れ時間と局所的な次元推定の有効性の考察

軌道再構成空間の次元 m に応じた最適な遅れ時間 τ と局所的な次元推定の同時適用により、高次元の軌道かつデータ点数が少ないという悪条件の下でも良好な推定結果が得られた。その理由を考察する。

3.1.2.1 軌道再構成に用いる遅れ時間 τ の影響

図 3.2 に次元 5 の準周期時系列 ($N = 50000, 200000$) に対して軌道再構成を行い、式 (2.3) の相関積分の局所傾きを比較した結果を示す。図 3.2(a) の固定時間遅れ τ の場合は、平坦部 (スケーリング領域) が狭く振動的で不明瞭である。データ点数を増大するとスケーリング領域は拡大するが、振動的な性質は変わらず、スケーリング領域の判定基準の設定に敏感となり、相関次元の推定値が大きく変化してしまう可能性がある。また m を増大させていても傾きの特性は収束していかず、相関次元の推定において m の選択が大きな影響を与えてしまう。一方、図 3.2(b) の最適な τ の場合は、局所傾きは振動的な性質を持たず、データ点数が十分大きな $N = 200000$ の場合は明瞭なスケーリング領域が現れている。データ点数が小さな $N = 50000$ の場合にもスケーリング領域は現れているが、緩やかに下降しており $N = 200000$ の場合ほど明瞭ではない。また、5 次元のトーラス状の軌道が正しく再構成され始める $m \geq 6$ において、ほぼ一本の線と見なせるほど局所傾きの特性が収束しており、 m の選択に影響されずに一定の相関次元の推定値を得ることができる。

このようなスケーリング領域の現れ方の違いは、再構成された軌道の品質を反映したものと考えられる。遅れ時間座標系における軌道再構成は一種の非線形変換であり、オリジナルの平坦なトーラス軌道が歪曲され折りたたまれて再構成される。再構成軌道 $z(t) = [y(t), y(t - \tau), \dots, y(t - (m - 1)\tau)]^T$ の 2 要素 $y(t), y(t + \tau)$ を評価して τ を決める手法では、評価していない他の $m - 2$ 要素の影響で再構成軌道の歪曲・折りたたみが大きくなり、軌道を構成する点の分布のスケール依存性を評価する式 (2.3) に軌道の歪曲・折りたたみの構造のスケール依存性が重畳され、相関積分の局所傾きに振動的な性質が出現してスケーリング領域が不明瞭となり、再構成次元 m についての依存性が出現している。一方、再構成

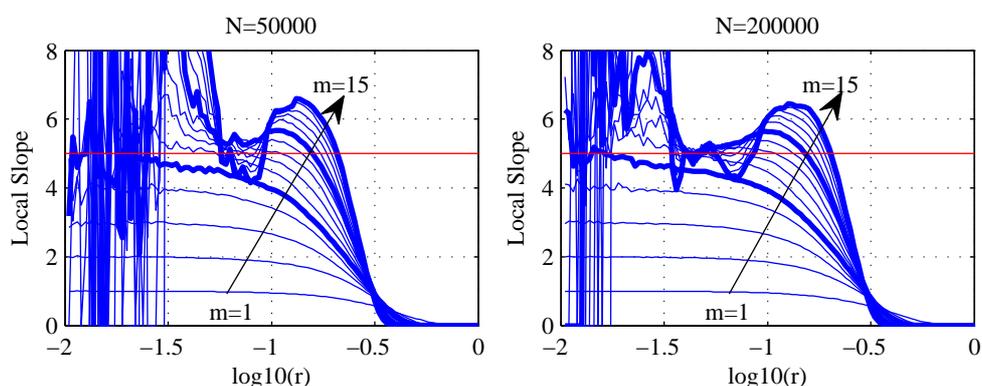
軌道 $z(t)$ の全要素を評価する手法では、軌道の歪曲・折りたたみの影響が小さく、再構成次元 m の大きさによらず一定の品質の軌道が再構成されている。

3.1.2.2 局所的な次元推定の効果

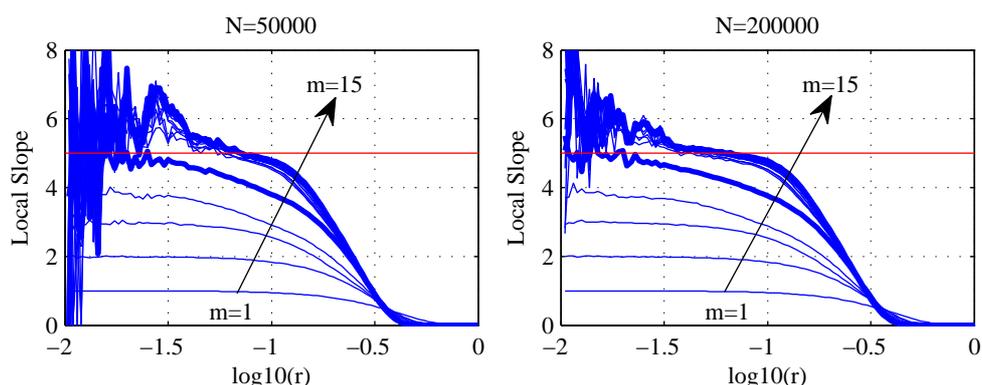
図 3.3 に次元 5 の準周期時系列 ($N = 50000$) に対して軌道上の参照点近傍の局所的な次元を推定した結果を示す。軌道再構成は再構成次元 m に応じて最適時間遅れ τ を決定する手法により行った。図 3.3(a) に式 (2.7) の局所相関次元 $C_i(r)$ の局所傾きの例を示す。参照点によっては明瞭な平坦部が現れない場合もあるが、多くの参照点では同数の N を用いた図 3.2(b) 左と比較してより平坦な領域が現れている。軌道の局所構造を反映して局所相関次元 $PD2_i$ の値は軌道上の参照点位置により変動する。図 3.3(b) に $PD2_i$ の分布を示す。スケーリング領域の判定に成功した参照点の $PD2_i$ の平均値が軌道全体の非線形特徴量であるポイント相関次元となる。図 3.3(c) は各参照点のスケーリング領域が現れる位置をプロットしたものである。軌道を構成する点の密度や軌道形状は一様ではないため、参照点によってスケーリング領域が現れる r の位置や幅は異なる。式 (2.3) の相関積分 $C(r)$ は局所相関積分 $C_i(r)$ の平均であり、 $C_i(r)$ のスケーリング領域が重複する区間以外ではスケーリング特性が乱されてしまい、局所傾きのプロットにおいて完全に平坦な領域の代わりに緩やかに変化する領域が出現する。その結果、スケーリング領域の判定が困難となり、相関次元の推定誤差やばらつきが大きくなる。ポイント相関次元は各参照点において局所次元を推定した後に平均するため、スケーリング特性が乱されることはない。また、スケーリング領域が判定できない参照点が排除されるため、再構成軌道の特徴量推定において歪曲・折りたたみが大きい点や観測ノイズの影響の大きい点の影響を除去する一種のフィルタリングの効果もある。

3.1.3 ノズル圧変動時系列の解析結果と考察

準周期時系列は単一スペクトルの正弦波の和であり、現実の現象とは性質が異なる特殊な時系列である。そこで、液体中に沈めたノズルから気泡列を生成したときのノズル圧力変動時系列に対して同様の解析を行った。



(a) 再構成次元 m によらない固定時間遅れ τ ($\tau = 14$)

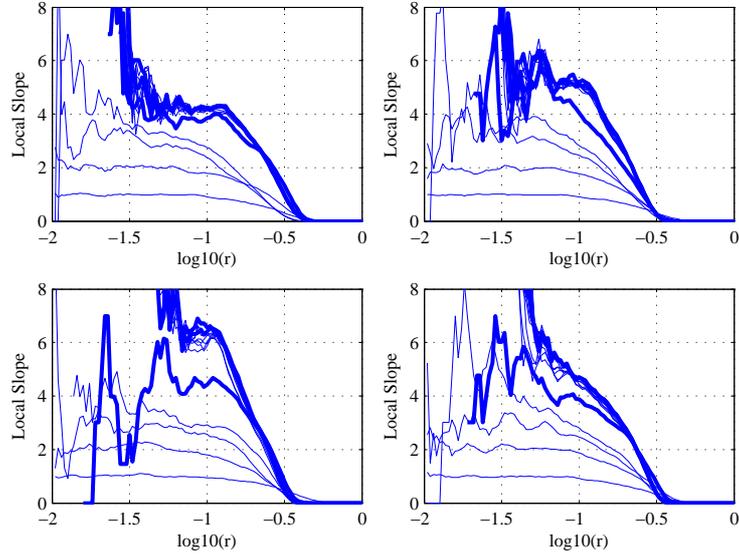


m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
τ	36	20	22	18	14	12	11	9	9	8	7	7	6	6

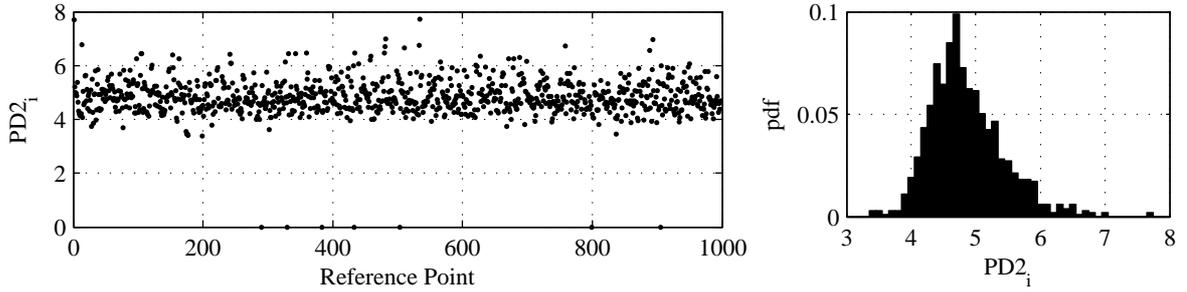
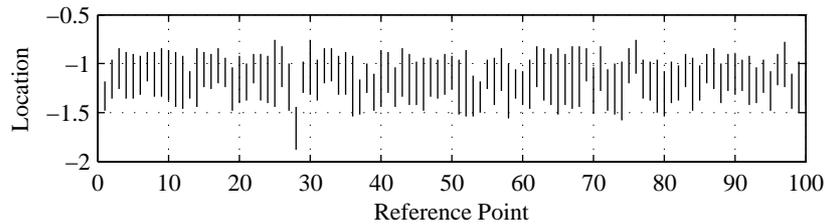
(b) 再構成次元 m に応じた最適時間遅れ τ

図 3.2: 5次元準周期時系列の相関積分の局所傾き

データ点数 $N = 50000, 200000$ とした。データ点数の増大により相関和の局所傾きの平坦部 (スケーリング領域) が拡大し明瞭となる。しかし、固定時間遅れ (a) の場合は振動的となり平坦部の判定は困難である。最適な時間遅れ (b) の場合は、 $m \geq 6$ で局所傾きの特性はほぼ一致し明瞭で幅の広い平坦部が出現している。



(a) 軌道上の参照点における局所相関積分の局所傾きの例（5点移動平均により平滑化）

(b) 局所相関次元 $PD2_i$ の分布（次元0はスケーリング領域の判定に失敗したもの）

(c) スケーリング領域の位置（最初の100ヶの参照点）

図 3.3: 5次元準周期時系列のポイント相関次元法による局所的な次元

データ点数 $N = 50000$ の場合の例．参照点近傍の軌道の局所構造を反映して局所相関積分の局所傾きのプロットには距離 r の異なる位置に様々なスケール依存性が現れる．スケーリング領域の判定に成功した参照点の局所次元の平均をとり，軌道全体の特徴量としてのポイント相関次元が定義される．

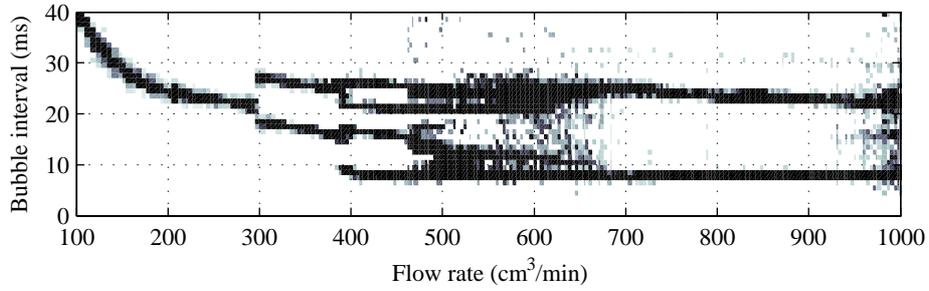
3.1.3.1 実験装置と生成気泡列の様相

内径 50 mm のアクリル管に 150 cm^3 の 80%グリセリン水溶液を入れ（深さ約 76 mm），マスフローコントローラ（山武 CMQ002，フルスケール $2000\text{ cm}^3/\text{min}$ ，精度 $\pm 1\%$ FS，応答時間 0.5 s）を用い，エアタンク（ 300 cm^3 ）を介して管底の内径約 1 mm のノズル（水中部長さ 20 mm）に一定流量の空気を供給した．ノズル圧力変動は差圧センサ（Setra239，フルスケール $\pm 623\text{ Pa}$ ，精度 $\pm 0.14\%$ FS）と外部基準圧を用いてサンプリング周波数 5000 Hz で計測した．ノズル直上を通過させたレーザ光強度がある閾値以上となる時点を気泡離脱の時刻とみなし，気泡の間隔も同時に測定した．空気流量の増大にともない気泡の形状・間隔が分岐を起こしながらカオス状態へと至る [46, 71] ことが知られている．本装置による空気流量 Q と気泡間隔の関係および時系列と再構成軌道の例をを図 3.4 に示す． Q の増大により単一周期，二周期，四周期，カオス的な不規則な区間が次々に現れる分岐構造が出現している．

3.1.3.2 相関次元解析結果と考察

空気流量 Q 設定の 30 秒後より，圧力変動を 120 秒間計測した．30 秒間 150000 点に分割して四つのサンプル時系列 y_Q^k , ($k = 1 \sim 4$) を構成し，前節までと同様に手法 1 および手法 2 により相関次元を推定した．スケーリング領域の判定パラメータは準周期時系列の場合と同様とし，参照点数も同じく 1000 点とした．先頭から $N = 5000, 25000, 50000, 100000, 150000$ 点のデータを用いた場合の， N による D_{2f} および PD_{2o} の収束状況を図 3.5 に示す． D_{2f} は，周期軌道である $Q = 200\text{ cm}^3/\text{min}$ の場合を除いて，2 ～ 3 程度の低次元であるにも関わらず推定値の分布が大きくばらつき， N が増大しても小さくならず，一定の値への収束も遅い．一方， PD_{2o} は分布のばらつきの小さな安定した推定がなされており， N の増大による収束も早い．また， PD_{2o} の参照点数に関する 95%信頼区間は，準周期数値計算時系列よりも大きい最大でも $\pm 4\%$ 程度であった．

現実の低次元カオス現象の解析では，準周期軌道とは異なり次元が 2 程度の低い場合であっても手法 2 の優位性が示された．これは準周期時系列から再構成されたアトラクタは歪



(a) 空気流量による気泡間隔の分岐図

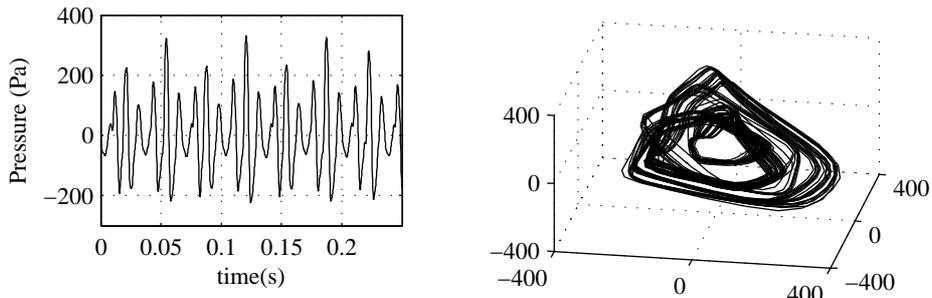
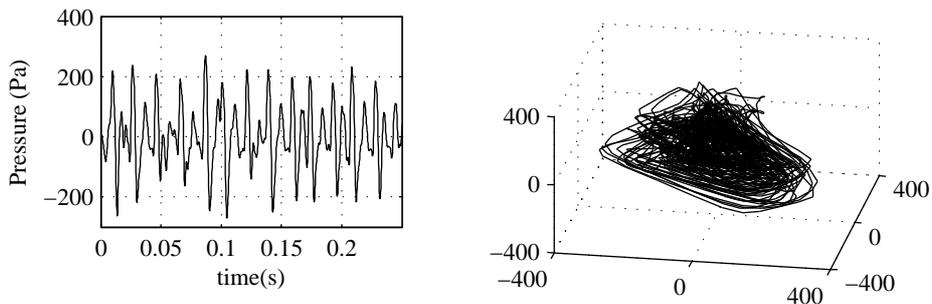
(b) $Q = 600 \text{ cm}^3/\text{min}$ (c) $Q = 1000 \text{ cm}^3/\text{min}$

図 3.4: ノズル圧力変動の分岐図と時系列および再構成軌道

空気流量の増大にともない気泡の形状・間隔が分岐を起こしながらカオス状態へと至る。単一周期，二周期，四周期，カオス的な不規則な区間が次々に現れる分岐図およびノズル圧時系列および再構成されたアトラクタを示す。

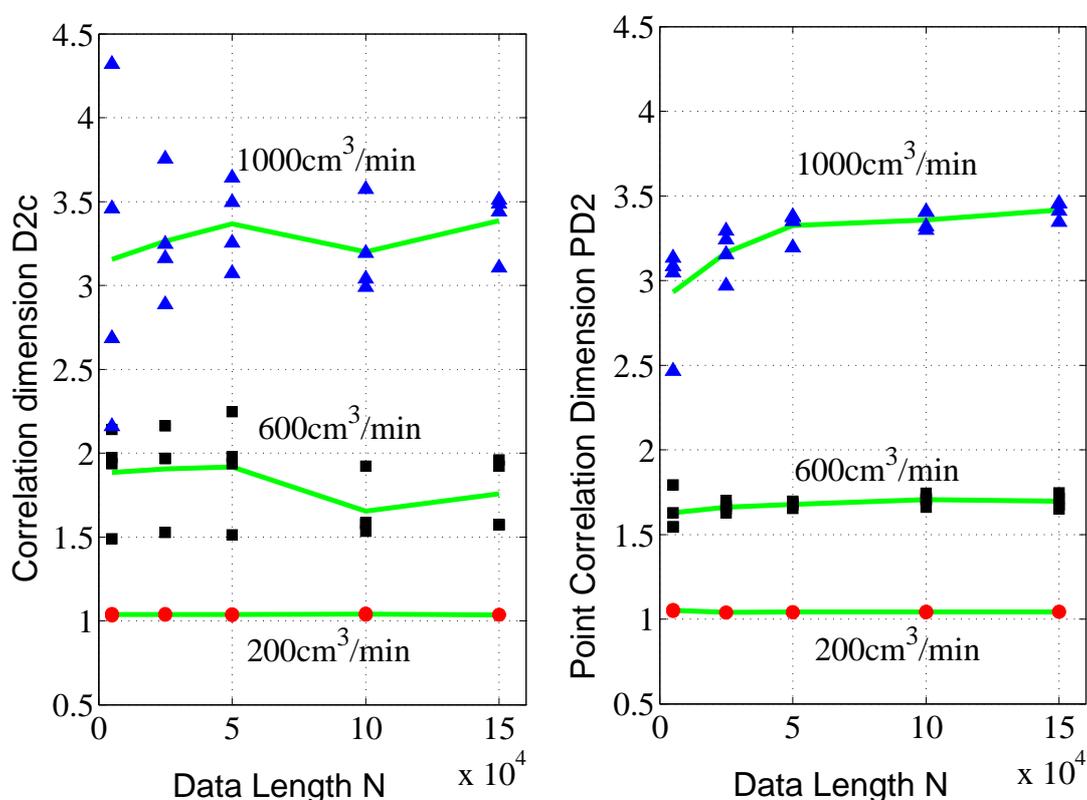


図 3.5: ノズル圧力変動時系列の解析結果

左は再構成軌道の次元によらず一定の遅れ時間と大域的な次元推定による推定結果．右は再構成軌道の次元に応じた最適な遅れ時間と局所的な次元推定の同時適用による推定結果．各流量において 30 秒間 150000 点の 4 つのノズル圧力変動時系列に対して解析を行った．

みや折りたたみはあるもののトーラス状の単純な構造上に均質性高くデータ点が分布しているため、スケーリング領域が現れる位置が比較的そろっている（図 3.3(c)）．本実験の場合は、観測ノイズに加えて液面の揺動や気泡の破裂の影響もノズル圧計測値にノイズとして加わっており、軌道構造もより複雑でデータ点の分布も均質性が高いとはいえない．そのため、図 3.6 に例を示すようにスケーリング領域が現れる位置が分散しており、局所的な次元推定を行うポイント相関次元法が効果を発揮した．

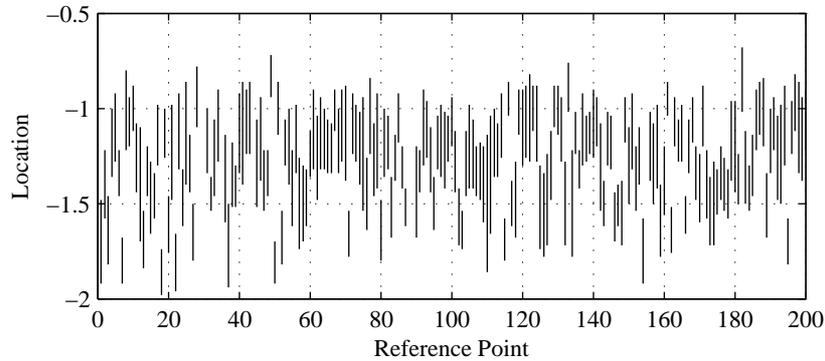


図 3.6: ノズル圧変動時系列におけるスケーリング領域位置の例

空気流量 $Q = 600 \text{ cm}^3/\text{min}$ ，データ点数 $N = 150000$ 点における例．準周期軌道の場合とは異なり，スケーリング領域が現れる位置が広い範囲に分布している．

3.1.4 最適な遅れ時間と局所的な次元推定の同時適用

準周期時系列の解析過程を調べることにより，軌道再構成次元 m に応じた最適な遅れ時間 τ の決定と軌道上の参照点における局所的な次元推定は，それぞれ異なるメカニズムでスケーリング領域の判定を容易にする効果があることがわかった．準周期時系列においては次元が 3 以下かつ解析に用いるデータ点数 N が十分大きければ，手法 1 のような低次元カオス力学系のために開発された手法でも精度の高い解析が可能である．しかし，軌道の次元がさらに大きい場合やデータ点数 N が小さい場合などの悪条件においては，手法 2 のような最適な遅れ時間と局所的な次元推定の同時適用が解析精度の向上に大きな効果をあげる．準周期時系列は単一スペクトルの正弦波の和による生成された現実の現象とは性質が異なる特殊な時系列であり，また，観測ノイズやダイナミカルノイズ，非定常性も考慮されていない理想化された時系列でもある．実世界における比較的低次元なカオス現象である気泡生成系のノズル圧力変動時系列を用いた解析結果の比較では，軌道のフラクタル次元が 2 程度であっても手法 2 の優位性が示された．実世界の大自由度現象への適用と検証の結果を次節に述べる．

3.2 垂直管気液二相流時系列の解析

3.2.1 垂直管気液二相流実験装置と計測・解析条件

図 3.7 に実験装置の構成を示す．空気はコンプレッサから気液混合チャンバに下から供給される．気泡流とスラグ流の実験を行うため，二種類の空気注入部（スラグ流：直径 20 cm の金属ディスクに 1.5 cm ピッチで均等配置された直径 5 mm の円筒ノズル 181 個，気泡流：メッシュサイズ 0.1 mm の焼結金属）を準備した．水は側面の対向する 2 つのポートから水平に供給される．大気圧常温下で混合された水と空気は，垂直管を上昇後，貯水タンク内で気液分離される．空気は大気に解放され，水はポンプで循環される．空気は絞り弁とレギュレータ，水はインバータ制御のポンプにより流量を制御している．垂直管は，内径 $D = 42, 100, 200$ mm，長さ 210 cm のアクリル管を用いた．センサは，ワイヤメッシュセンサ [48]（Teletronic 社，SGITT-100），その上流側に差圧計（Validyne 社，DP-15，フルスケール 1.4 kPa，精度 0.25%，管壁に 2 cm 間隔の圧力ポートを設け，内径 2mm、長さ 1 cm のテフロンゴムチューブで接続）を取り付け，断面ボイド率分布と軸方向差圧を同時に計測した．計測位置は垂直管中央部（42 mm 管の場合 $L/D = 26$ ， L は垂直管入り口からの距離， D は管径）で通常行ったが，流れの発達を評価する際には，上流側（ $L/D = 0$ ），下流側（ $L/D = 50$ ）に移設して計測を行った．

ワイヤメッシュセンサは，送信側のワイヤと，受信側のワイヤが直交するように流路断面に張り，交叉するワイヤ間の電気伝導度の変化を用いてボイド率を測定する計測システムである（図 3.8）．送信側のワイヤ面と，受信側のワイヤ面の距離は約 1.6 mm で，交差するワイヤとワイヤの間に気泡が侵入すると，気泡の体積に応じて電場が歪められる．その歪みを電気伝導度の変化として計測し，有感領域内に存在する気体と液体の体積比率が求められる．今回の実験では，太さ 0.125 mm のワイヤを約 3 mm 間隔に張り，16x16 の計測ポイント（有効測定点数 208）を構成した．図 3.9 および図 3.10 にワイヤメッシュセンサによる測定データの例を示す．図 3.9 はスラグ流の瞬時断面ボイド率分布を時間の経過とともにプロットしたものであり，大気泡が通過していく様子が捉えられている．また，図 3.10 は管中心部を通る 1 本の受信ワイヤの測定データを 0.5 秒間にわたってプロットしたもので，管中

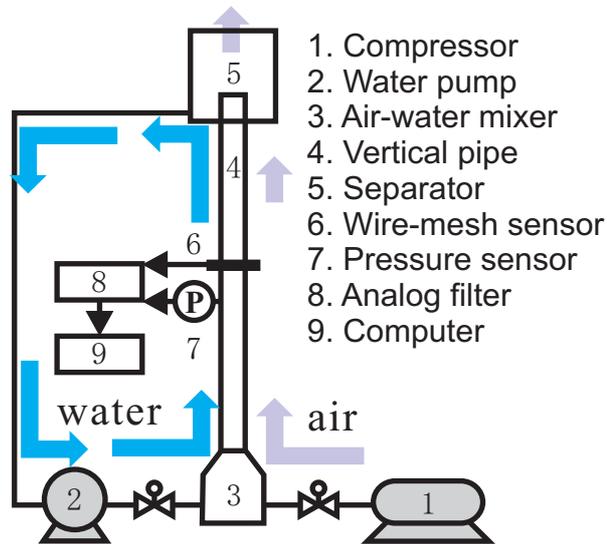


図 3.7: 垂直管二相流実験装置

心を通る断面の流れ方向の気相分布が再構成されている．この図から分かるように，今回の実験における流動条件の範囲内では，自然循環の場合は，砲弾型の大気泡が観察され，スラッグ流が形成されている．また，水の強制循環の流動条件では，大気泡の界面に乱れが生じはじめており，チャーン流への移行が始まりつつある [43]．

断面ボイド率分布と管壁圧力変動は水，空気流量を設定した後定常状態に落ち着くまで数分間待機し，サンプリング周波数 1000 Hz で 30 秒間計測した．ボイド率についてはワイヤ

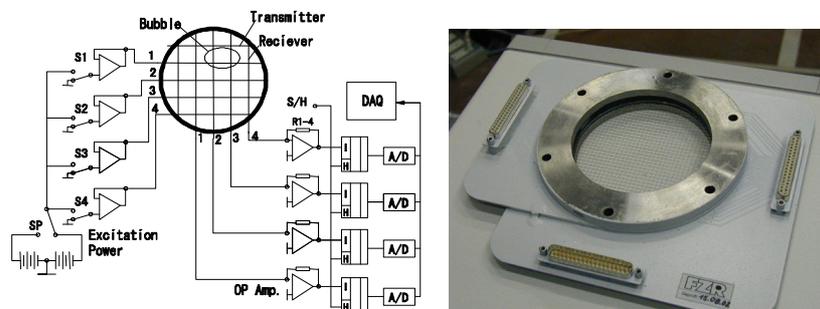


図 3.8: ワイヤメッシュセンサの構成と外観

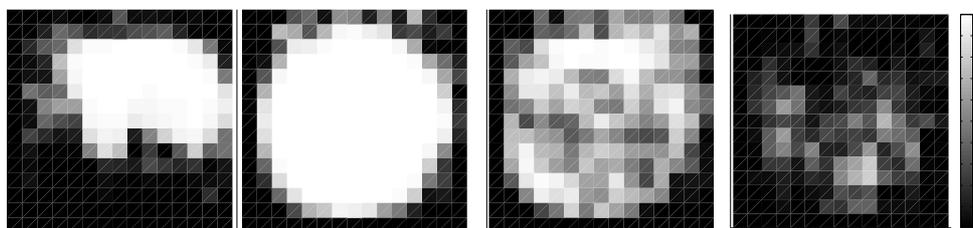


図 3.9: スラグ流の断面ボイド率計測例

砲弾状の大気泡通過時のワイヤメッシュセンサ出力．左より，時刻 $t = 0, 0.05, 0.12, 0.17$ 秒．

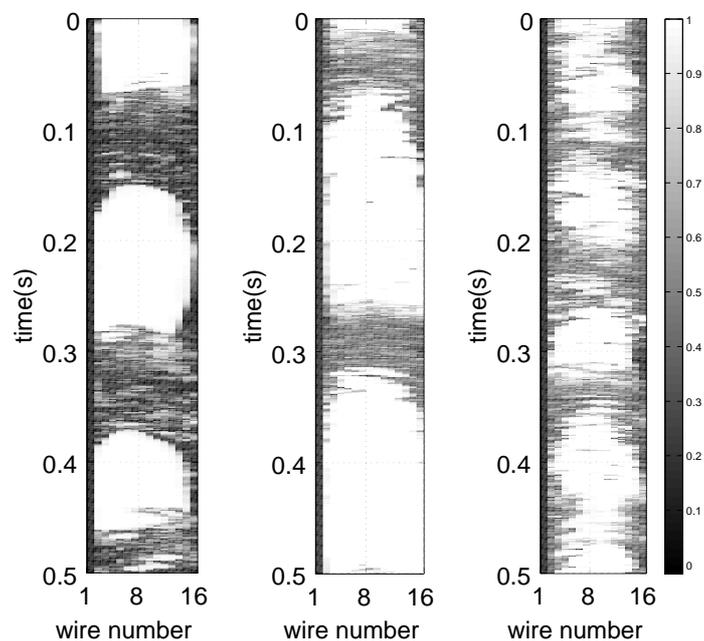


図 3.10: スラグ流の軸方向ボイド率計測例

左より水，空気見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 1.2) \text{ m/s}$, $(0.0, 2.4) \text{ m/s}$, $(2.4, 4.8) \text{ m/s}$

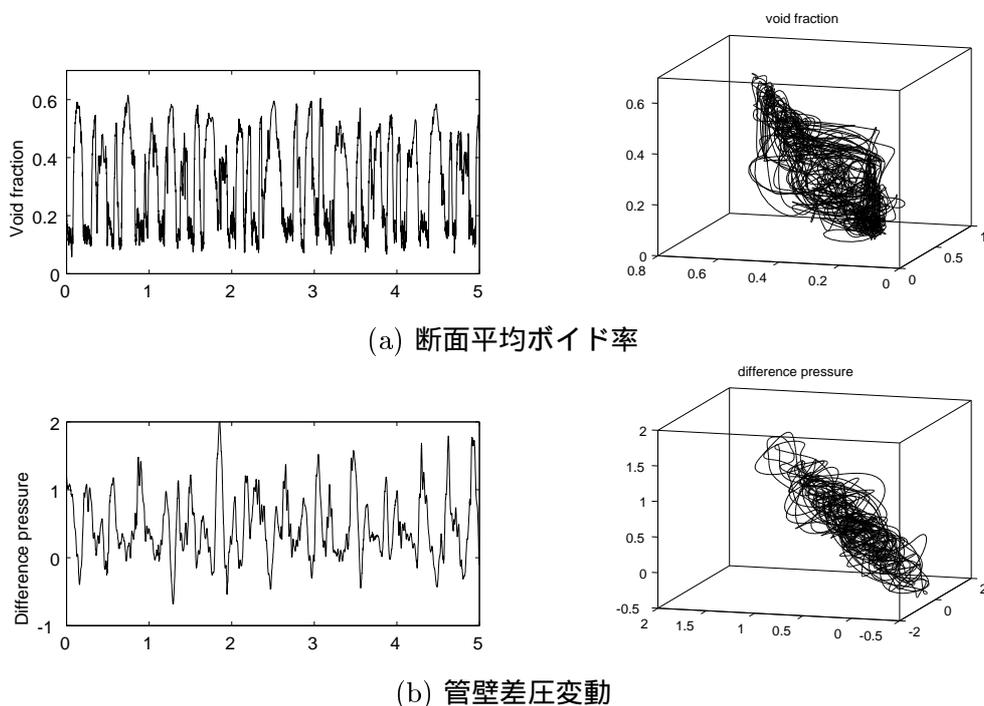


図 3.11: スラグ流断面平均ボイド率および管壁圧力変動時系列とその再構成軌道の例
水，空気見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 1.2) \text{ m/s}$ ，再構成次元 $m = 3$ 。

メッシュセンサにより得られた管断面のボイド率分布の空間平均をとった断面平均ボイド率を解析に用いた。また，計測系に起因する高域のノイズ（水・空気を流していない状態での測定信号より推定）を除去するために FIR デジタルローパスフィルタ（カットオフ周波数は断面ボイド率時系列では 90 Hz，差圧時系列では 70 Hz と設定）を適用した後，解析を行った。解析時系列および再構成軌道の例を図 3.11 に示す。

前節の手法 1 および手法 2 を用いて，断面平均ボイド率および管壁差圧変動時系列を解析した。参照点数 N は 30000 点の中からランダムに選んだ 1500 点（全体の 5%）と設定した。少数のサンプルによる解析の不確かさは母平均の 95% 信頼区間 $\pm\sigma/\sqrt{N}$ （ σ は局所相関次元 $PD2_i$ の標準偏差）で見積もることができ，今回の解析では ± 0.05 程度で収まり，妥当な参照点数であると考えられる。また，スケーリング領域の自動判定パラメータは，全ての解析において共通の $(N_d, r_{min}, r_{max}, n_0, S_r, S_a, L_{th}, N_c, C_r) = (100, 0.01, 0.5, 5, 0.1, 0.5, 8, 4, 0.2)$ と設定した。

3.2.2 断面ボイド率および圧力変動時系列の解析結果と考察

自然対流および強制対流の条件における空気流量の変化による定常二相流現象の解析結果を表 3.1 に示す．ここで， J_l と J_g はそれぞれ水と空気の見かけ速度であり， $J = Q/A$ ， Q は体積流量 (m^3/s)， A は管断面積 (m^2) と定義される．また， PD_{2o} と D_{2f} はそれぞれ前節の手法 2，手法 1 による推定値である．サロゲートデータ法による推定値の統計的有意性の検定は，非線形時系列解析ソフト TISEAN[29] により平均，分散，頻度分布，パワースペクトル密度が元の時系列と等しい 39 のサロゲートデータをつくり，有意水準 5 % でモンテカルロ有意性検定を行った．低次元カオス力学系のために開発された手法 1 による推定値 D_{2f} は，断面ボイド率において半数以上が，圧力変動において全てが，サロゲートデータ法による検定に失敗しており，得られた解析結果の有意性に問題がある．それに対して，最適な遅れ時間 τ と局所的な次元推定を同時適用する手法 2 による推定値 PD_{2o} は D_{2f} が失敗した時系列に対しても検定に成功する場合が数多くあり，同時適用の優位性は明らかである．

同時に測定した二種の時系列に対する PD_{2o} の解析結果を比較すると，断面ボイド率に対してはすべて検定に成功しているのに対し，圧力変動時系列に対しては半分以下しか検定に成功しておらず信頼性に欠ける．また，同じ現象を同時に計測しているのだから同じ値が得られるはずだが，両者とも検定に成功した場合で比較すると圧力変動時系列のほうが大きな次元が推定される傾向がある．これは，管壁における圧力変動の方が断面平均ボイド率よりも雑音成分を多く含んで計測してしまい，それが時系列の見かけの乱雑さを大きくし決定論的な解析の信頼性を低下させていると考えられる．圧力変動計測系は十分な周波数特性を持ち，測定信号の SN 比も 20dB 程度を確保しており，測定系の性能不足が解析の信頼性に大きく影響しているとは考えにくい．それ以外の原因としては，断面内で平均を取るボイド率と比べ，管壁の一点で計測する圧力変動は径方向の気泡の変形や運動の影響を受けやすいこと，気液混合部や分離部などでの乱雑さの度合いが大きい場所での圧力変動が背景ノイズ的に加わってくることなどが考えられる．流路内にワイヤを挿入する断面ボイド率計測と比べ，圧力変動計測は設置やメンテナンスの容易さやコスト面で利点がある．管壁で多点平均化計測を行う，流れの中央部で圧力計測を行うなどの方法で気泡の変形や運動の影響は低減

表 3.1: スラグ流における断面平均ボイド率と管壁差圧変動時系列の解析結果

J_l (m/s)	J_g (m/s)	Void Fraction				Differential Pressure			
		PD_{2o}	test	D_{2f}	test	PD_{2o}	test	D_{2f}	test
0.0	1.2	4.2		4.0	×	4.7	×	8.5	×
0.0	2.4	4.6		5.5		5.3		7.7	×
0.0	3.6	4.6		a	-	5.1		8.6	×
0.0	4.8	4.7		6.5		5.3	×	7.0	×
2.4	1.2	4.9		8.8	×	6.5		10.0	×
2.4	2.4	5.4		7.5	×	6.4	×	10.3	×
2.4	3.6	5.5		6.5	×	6.2	×	9.1	×
2.4	4.8	5.3		7.1		5.9	×	9.2	×

検定結果 : pass, × : fail, a : スケーリング領域判定失敗

化できると考えられる。また、断面ボイド率計測については、現在の 16×16 のワイヤ数を大きく減少した場合についても検討を行っており、解析の信頼性が大きく低下することがない事が明らかとなっている [62]。

流動条件による PD_{2o} の変化は、自然対流および強制対流ともに J_g を増大していくと PD_{2o} は共に増大した後、ほぼ一定値に収束している。また、自然対流条件と比較すると強制対流条件では PD_{2o} の値は大きくなっている。相関次元は現象の自由度（運動の複雑さ）を意味する特徴量であるので、この観点から見ると、空気流量の増大により非均質的な二相流の状態は複雑化するがしだいに複雑さは飽和していく、強制対流下では二相流の状態は複雑化する（液相流量の増大によりスラグ流の砲弾型の大気泡の形状が乱れるという観察結果とも一致する）と評価される。

3.2.3 流れの発達によるポイント相関次元の変化

気液混合部からの距離により相関次元がどのように変化するかを調べるため、 $L/D = 0, 26, 50$ (L は垂直管入り口からの距離、 D は管径) の三ヶ所で断面ボイド率を計測した。時系列および再構成軌道、管中心を通るワイヤが測定した中心断面の流れ方向の気相分布の例を図 3.12、図 3.13 に示す。また、自然対流 ($J_l = 0.0$ m/s) 条件において、空気流量を変化させていったときの相関次元の推定結果を表 3.2 に示す。図 3.13 からは L が増大して二相

表 3.2: 断面平均ボイド率の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果と測定位置の関係

J_g (m/s)	$L/D = 0$				$L/D = 26$				$L/D = 50$			
	PD_{20}	test	D_{2f}	test	PD_{20}	test	D_{2f}	test	PD_{20}	test	D_{2f}	test
0.1	5.8	×	9.0	×	3.0		3.1	×	3.1		3.3	×
0.4	6.2	×	8.1	×	3.4		3.4	×	3.3		3.4	×
0.6	6.2		10.6	×	3.7		3.6	×	3.7		3.8	×
1.2	6.5	×	9.4	×	4.2		4.0	×	3.7		3.8	×
2.4	6.8	×	6.9		4.6		5.5		4.4		5.4	×
3.6	6.6	×	11.4	×	4.6		a	-	4.4		7.9	×
4.8	6.4	×	a	-	4.7		6.5		4.3		a	-
6.0	6.3	×	9.4	×	4.8		9.5	×	4.4		5.7	

水見かけ速度 $J_l = 0.0$ m/s , 検定結果 : pass , × : fail , a : スケーリング領域判定失敗

流が発達していくにつれ小気泡が合体して大気泡が形成されていく様子が見て取れる。 D_{2f} はサロゲートデータ法による検定にパスするものは少なく、スケーリング領域が見つからず解析自体に失敗することもあった。 PD_{20} は混合部直上の $L/D = 0$ では検定に失敗しているが、管中央部以降の下流域では全て検定にパスしている。

同じ流動条件の下で比較すると、上流から下流で PD_{20} が低下していく傾向が見て取れる。 J_g が小さい場合は $L/D = 26$ と 50 での値がほぼ一致しているが、 J_g が大きい場合には $L/D = 26$ から 50 で PD_{20} がさらに低下している。相関次元の意味からすれば、二相流の発達につれ小気泡の合体によって大気泡が形成されて運動の自由度が低下し一定となっていく様子、つまり一見不規則に見える流れに秩序が形成されていく様子が定量化され、空気流量が大きくなると一定の秩序が形成されるまでより長い助走区間が必要となると考えることができる。

3.2.4 気泡流の相関次元

スラグ流と気泡流の断面平均ボイド率時系列および再構成軌道の例を図 3.14 に、相関次元解析結果とそのサロゲートデータ法による検定結果を表 3.3 に示す。 D_{2f} は 1 データを除いて検定に成功していない。 PD_{20} は 1 データを除いてスラグ流では検定にパスしているが、

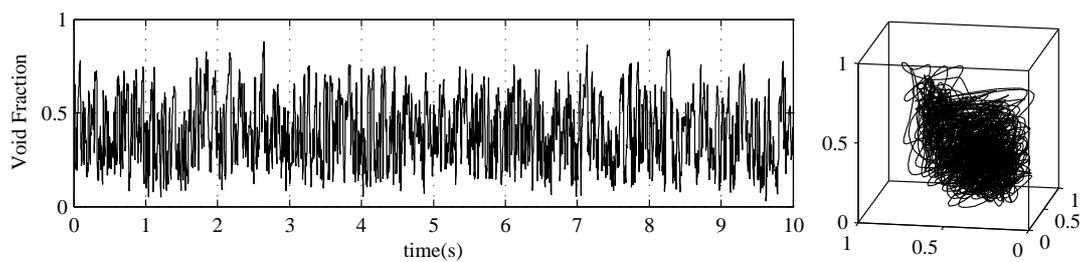
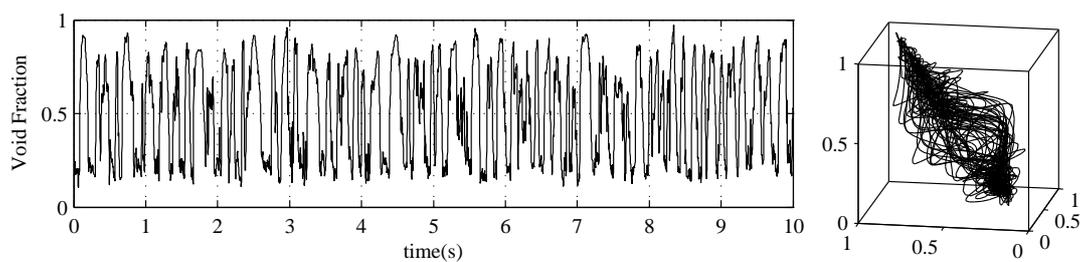
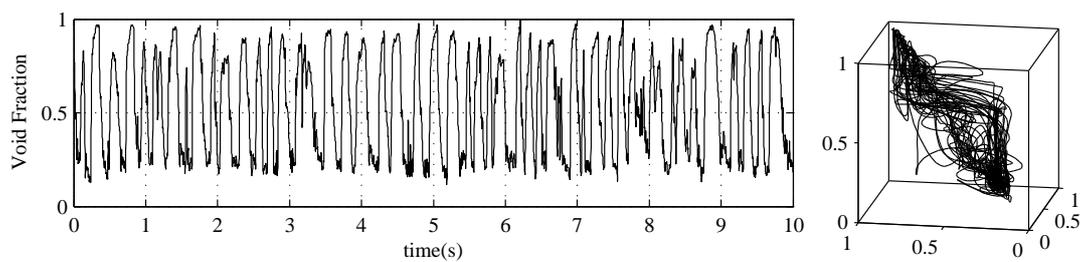
(a) $L/D = 0$ (b) $L/D = 26$ (c) $L/D = 50$

図 3.12: 気液混合部からの距離による断面平均ボイド率時系列と再構成軌道の変化.

水および空気の見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 1.2) \text{ m/s}$.

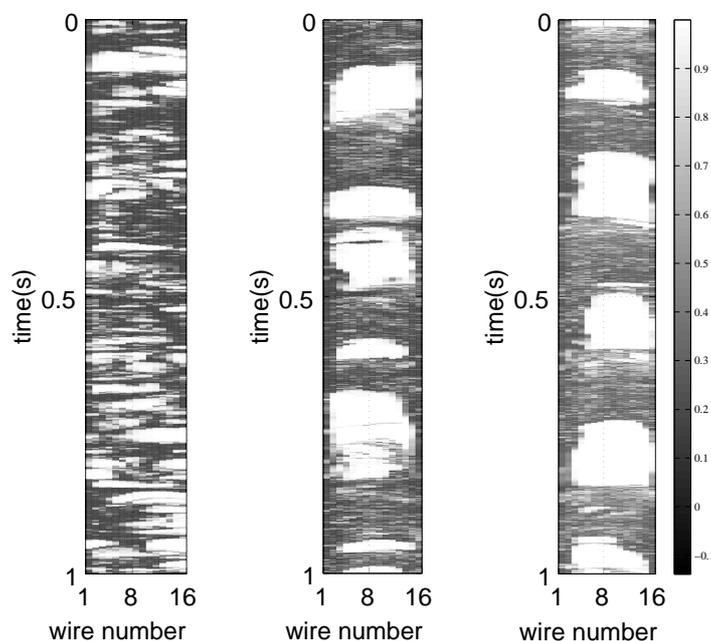


図 3.13: 管中心断面におけるスラグ流軸方向ボイド率の分布

水および空気の見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 1.2) \text{ m/s}$. 左より $L/D = 0, 26, 50$.

気泡流では全ての流動条件で検定に失敗している．気相，液相の見かけ速度が同じスラグ流と気泡流を比較すると，気泡流の推定結果はスラグ流の 2 ～ 3 倍の大きな値が得られている．これは，気泡流では多数の小気泡が運動しているため，流れの自由度が十分低下せずアトラクタが非常に高次元となり，その幾何学的形状を正しく定量化できなかったためと考えられる．より長時間の観測を行い解析に用いるデータ点数を増やすことで，検定にパスする範囲を広げられる可能性もある．また，解析に用いた流動条件において目視による観測では気泡が固まって群を形成して蛇行しながら上昇していく現象が観察されており，断面平均ボイド率ではなく断面内の気泡分布の情報を利用して “気泡群” の運動として捉えることにより，低次元の決定論的ダイナミクスを発見できる可能性も存在する．

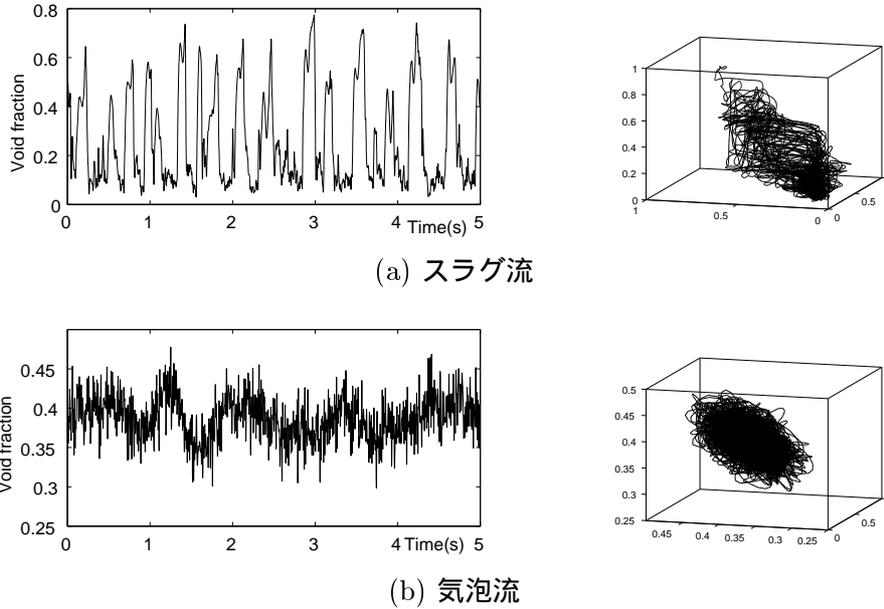


図 3.14: スラグ流と気泡流の断面平均ボイド率および再構成軌道の例
 水, 空気見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 0.3) \text{ m/s}$, 再構成次元 $m = 3$.

表 3.3: スラグ流と気泡流の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果

流動様式	$J_l(\text{m/s})$	$J_g(\text{m/s})$	PD_{20}	test	D_{2f}	test
スラグ流	0.00	0.05	2.59		2.06	×
スラグ流	0.00	0.30	3.61		3.64	×
スラグ流	0.60	0.05	2.22		1.55	×
スラグ流	0.60	0.30	3.85	×	4.07	×
気泡流	0.00	0.05	7.12	×	11.36	×
気泡流	0.00	0.30	6.34	×	7.77	×
気泡流	0.60	0.05	7.58	×	10.60	×
気泡流	0.60	0.30	7.03	×	7.61	

検定結果 : pass, × : fail

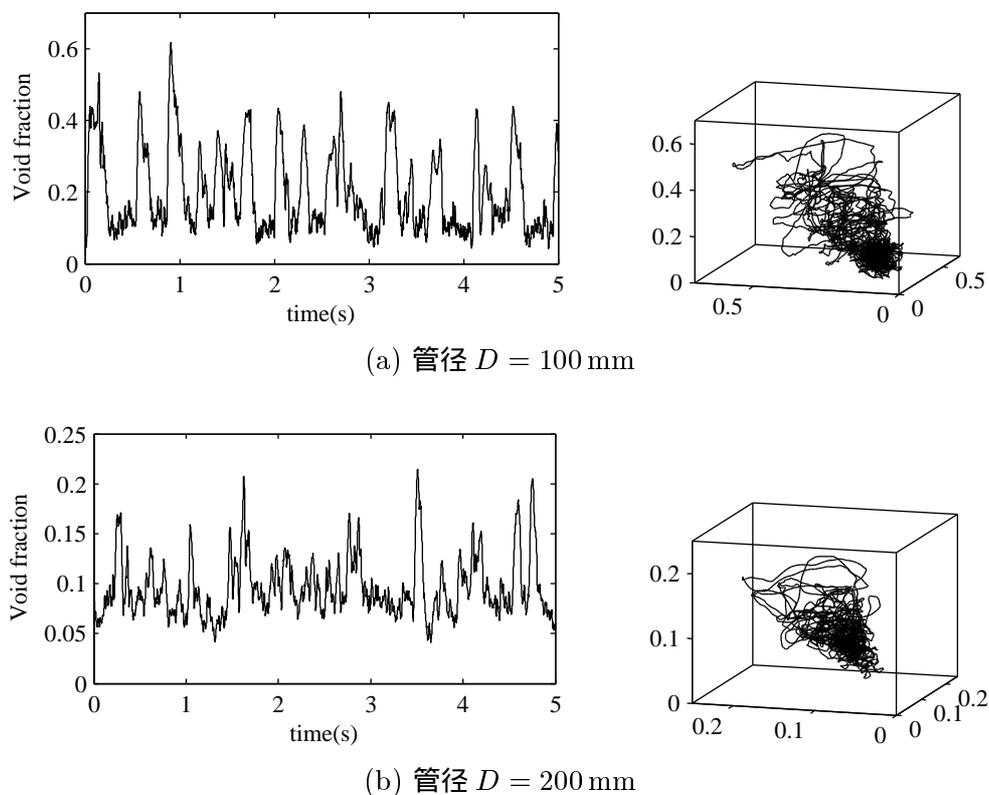


図 3.15: 大口径管スラグ流の断面平均ボイド率および再構成軌道の例
 水および空気見かけ速度 $(J_l, J_g) = (0.0, 1.2)$ m/s , 再構成次元 $m = 3$

3.2.5 大口径管スラグ流の相関次元

大口径管 (管径 $D = 100, 200$ mm) におけるスラグ流の断面平均ボイド率時系列および再構成軌道の例を図 3.15 に、相関次元解析結果とそのサロゲートデータ法による検定結果を表 3.4 に示す。 D_{2f} は全ての流動条件において検定に失敗しており、その値は信頼できない。 PD_{2o} は気相流量が小さい領域では検定に成功しているが、流量が大きい領域では検定に失敗している。これは、気液混合部から断面平均ボイド率測定位置までの距離は $L/D = 11$ と 5.5 であり、助走区間が短いため気相流量が大きい場合においてスラグ流を特徴付ける砲弾型の大気泡の形成が十分進まず、流れの自由度が低下していないためと考えられる。

表 3.4: 大口径管スラグ流の相関次元およびサロゲートデータ法による検定結果

管径 (mm)	J_g (m/s)	PD_{2o}	test	D_{2f}	test
100	1.2	4.29		5.65	×
100	2.4	4.41		a	-
100	3.6	4.79		7.19	×
100	4.8	5.15	×	8.63	×
100	6.0	5.27	×	9.86	×
200	1.2	5.07		a	-
200	2.4	4.76		6.81	×
200	3.6	4.90		7.31	×
200	4.8	4.73	×	9.38	×
200	6.0	4.77	×	7.07	×

水見かけ速度 $J_l = 0.0$ m/s, 検定結果 : pass, × : fail, a : スケーリング領域判定失敗

3.3 まとめ

実世界の自由度現象への適用を目的として、それぞれ独立に用いられてきた軌道再構成次元に応じた最適な遅れ時間の決定と軌道上の参照点における局所的な次元推定の同時適用の有効性について研究した。得られた成果を以下に示す。

- ノイズがなく完全に定常な準周期運動時系列に対する解析過程を調べることにより、再構成次元に応じた最適な遅れ時間の決定とポイント相関次元による局所的な次元推定は、それぞれ異なるメカニズムで相関次元の推定に必要なスケーリング領域の判定を容易にする効果があることを明らかにした。準周期時系列の解析結果は、次元が4以上の場合において、同時適用による手法は、現在一般的に用いられている低次元カオス力学系のために提案された手法と比べ、少ないデータ点数で誤差の小さな推定を行いうることを示している。
- 実世界の低次元カオス現象である気泡生成系ノズル圧変動時系列の解析を行い、次元が2から3程度の低次元の軌道であっても同時適用による手法が有効であることを明らかにした。これはノズル圧変動時系列の軌道は、準周期時系列の軌道よりも複雑な構造を持ち、軌道を構成する点の分布も均質性が高いとはいえないため、同時適用に

よる手法がより低い次元で効果を発揮したと考えられる。

- 実世界の自由度現象である二相流時系列の解析に適用し、流れの局所状態の観測量である断面平均ボイド率を同時適用による手法で解析してポイント相関次元を推定した。大気泡が形成されるスラグ流においては、気相と液相の流量を変えた多様な流動条件における流動状態、垂直管位置および管径による流れの発達状態の違いをポイント相関次元により定量的に評価することができた。さらにサロゲートデータ法による検定により、従来解析手法では有意な結果が得られない流動条件に対しても同時適用の手法により有意な解析結果が得られる場合があることを示し、その優位性を明らかにした。また、気泡流に対しては有意な結果が得られなかった。これは、今回の実験の流動条件では流れの自由度が相関次元解析で推定可能なほど低下していないことを示唆する。ただし、断面平均ボイド率を用いるのではなく、気泡群として管断面内の位置や群の大きさなどの特徴量を解析することにより有意な結果を得る可能性は残り、検討が必要である。

本章でその有効性を確認した解析手法の注意点としては、スケーリング領域判定パラメータの設定に相関次元の推定値が大きく影響される場合がある事があげられる。スケーリング領域判定条件を緩和した解析では、一部の流動条件において相関次元の推定値が大きく増大する。これは局所相関次元の傾きに平坦部が複数現れており、判定条件により相関次元を与えるスケーリング領域の選択が変わることに起因すると考えられる。スケーリング領域の判定において出現位置に制限を加えることによりこの問題は回避可能であるが、出現位置の制限をどのように定めるかについて課題が残る。現象の詳しい観察や他の統計量による評価、数理モデルの構築とそれによる評価などにより適切な解析条件を設定することが必要である。

第4章 非定常大自由度現象の非線形特徴量 推定

非線形大自由度系における状態遷移を対象とした非線形特徴量による定量化について述べる。過渡的な遷移過程を軌道の相関次元により評価するため、前章において有効性を確認した最適な遅れ時間による軌道再構成と局所的な次元推定による手法に加え、アンサンブルによる軌道評価を適用する。最初に次元が変動する準周期時系列を用いた数値的検証結果を示し、次いで姿勢変更時の心電図時系列の解析により生体状態の評価を試みた結果を示す。

4.1 アンサンブルによる過渡的遷移過程の評価

前章で述べた非線形特徴量評価の前提は、現象は位相空間において定常な幾何学構造をもつ軌道群から形成されるアトラクタ上を運動するというものであった。大自由度系を構成する要素や非線形相互作用のパラメータが時間とともに変動していくとアトラクタの形状や構造が変化し、時には分岐による新たなアトラクタの形成やカオス的遍歴によるアトラクタ間の遷移など全く新たな構造や次元（自由度）の増大・減少も生ずる。一般に非定常な時系列を解析する際、時系列が準定常と見なせるほど短い区間に分割して（あるいは短時間幅の移動窓を用いて）解析する手法が用いられる。同様に時系列の短い時間区間から軌道を再構成することにより準定常と見なせるアトラクタを再構成し、その非線形特徴量により過渡的な遷移過程を評価することが考えられる。その際問題となるのは、ある特定の初期値から出発した短時間の軌道しか再構成されないためアトラクタ全体ではなく断片的な再構成となり、非線形特徴量の推定が誤差やばらつきの大いものになってしまうこと、あるいは推定そのものが不可能となることである。

過渡的な遷移過程が繰り返し観測でき、さらに遷移の開始時刻が特定できるならば、断片的な軌道からアンサンブルにより軌道全体を復元 [14, 15, 55] することによりこの問題を緩和できる。ポイント相関次元を用いた解析手順は以下の通りである。

1. 観測時系列 $y(k)$ より長さ N の L 々の m 次元軌道断片を再構成する。

$$\mathbf{z}^l(k) = [y(N_E(l) + k), y(N_E(l) + k + \tau), \dots, y(N_E(l) + k + (m-1)\tau)]^T \quad (4.1)$$

ここで、 $\mathbf{z}^l(k)$, $k = 1, \dots, N$, $l = 1, \dots, L$ は第 l 番目の断片再構成軌道ベクトル、 $N_E(l)$ は第 l 番目の遷移の開始時刻、 τ は遅れ時間である。

2. 軌道断片のアンサンブルよりポイント相関次元を推定する。

a) 区間分割による方法： L 々の軌道断片をそれぞれ長さ N_d の区間に分割する。第 d 区間のポイント相関次元 $PD_2(d)$ は、次式の局所相関積分 $C_i(r)$ より推定した局所相関次元の平均値である。

$$\mathbf{z}_d^l(k) = \mathbf{z}^l((d-1)N_d + k) \quad (4.2)$$

$$C_i(r) = \frac{1}{LN_d - 1 - 2n_w} \sum_{l=1}^L \sum_{j=1, |i-j| > n_w}^{N_d} \Theta(r - |\mathbf{z}_r(i) - \mathbf{z}_d^l(j)|) \quad (4.3)$$

ここで、 Θ はヘビサイド関数、 $\mathbf{z}_r(i)$ は長さ N_d の L 々の軌道断片のアンサンブルにより構成された軌道上にとられた参照点である。

b) 移動窓を用いた方法： 幅 N_a の移動窓を用いる。時刻 i の局所相関次元 $PD_{2i}(i)$ を、次式の局所相関積分 $C_i^l(r)$ より推定された第 l 局所相関次元 $PD_{2i}^l(i)$ の平均とする。 $PD_{2i}(i)$ の移動平均をとり、ポイント相関次元 $PD_2(i)$ とする。

$$C_i^l(r) = \frac{1}{LN_w - 1 - 2n_w} \sum_{l_0=1}^L \sum_{j=1, |i-j| > n_w}^{N_d} \Theta(r - |\mathbf{z}_l(i) - \mathbf{z}^{l_0}(j)|) \quad (4.4)$$

$$PD_{2i}(i) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L PD_{2i}^l(i) \quad (4.5)$$

4.2 次元が変動する準周期時系列による検証

整数次元 3 を持つ準周期軌道の構成において，第三の周波数成分のゲインを周期的に 0 から 1 に変動させることにより次元が周期的に変動する時系列を作成し，アンサンブル軌道によるポイント相関次元推定手法を検証する．

$$y_d = \sin \sqrt{2}t + \sin \sqrt{3}t + a_3(t) \sin \sqrt{5}t \quad (4.6)$$

$$a_3(t) = \begin{cases} 0 & t_0 < 300 \\ 0.01t_0 - 3 & 300 \leq t_0 < 400 \\ 1 & 400 \leq t_0 < 600 \\ -0.005t_0 + 4 & 600 \leq t_0 < 800 \\ 0 & 800 \leq t_0 < 1000 \end{cases} \quad (4.7)$$

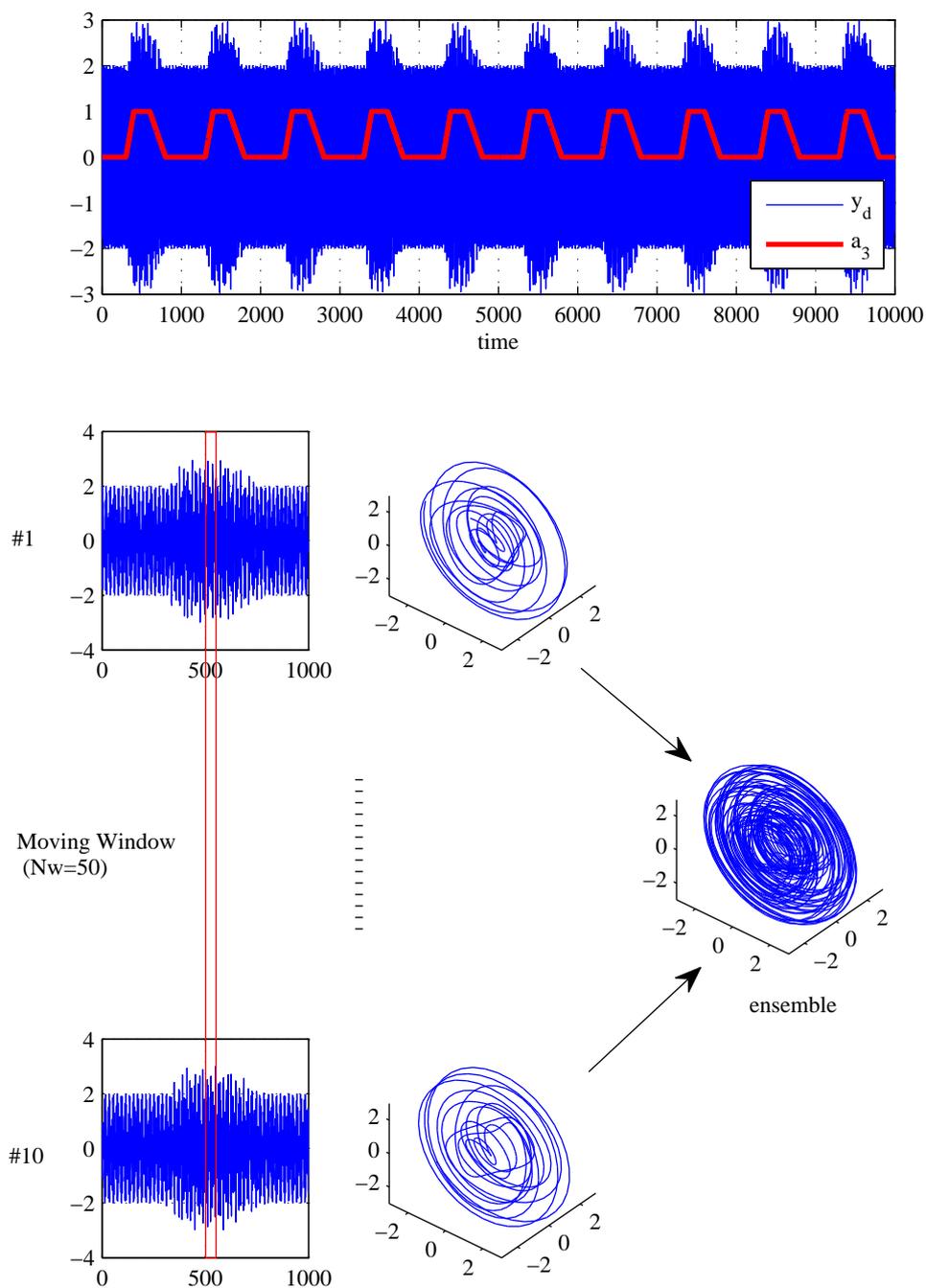
ここで t_0 は t を 1000 で割った剰余である．

サンプリング間隔 0.1 とし，繰り返し回数 $L = 10$ により作成したデータ点数 100000 点の時系列および区間幅 $N_a = 50$ (区間データ点数 500) による断片再構成軌道とそれらのアンサンブルにより復元された軌道の例を図 4.1 に示す．区間幅 $N_a = 50$ の移動窓を使いポイント相関次元を求めた結果を図 4.2 に示す．アンサンブルにより再構成された軌道に対する結果は， $L = 10$ ，参照点は $t = 100 \sim 1000$ の範囲で等間隔に 10 点毎，判定パラメータは $(N_d, r_{min}, r_{max}, n_0, S_r, S_a, L_{th}, N_c, C_r) = (100, 0.01, 0.5, 5, 0.1, 0.5, 10, 3, 0.1)$ ，局所相関次元 $PD_{2i}(t)$ からポイント相関次元局所相関次元 $PD_2(t)$ を求める際の移動平均窓幅 $T_a = 10$ より推定した．断片軌道に対する結果は，全参照点の 60% で局所相関次元の推定が成功するまで判定条件を緩和し ($S_r = 0.2$)，移動平均窓幅も $T_a = 20$ と大きく設定したものである．

図 4.2(a) に示す断片軌道に対する推定結果は、局所次元の推定値が広い範囲に分布しており、移動平均をとった場合の誤差も大きい。これは短いデータ区間のため本来の準周期軌道の軌道の一部のみが再構成されており、局所次元の推定において軌道構造の複雑さを過小評価している場合があること、再構成軌道を構成する点の密度が小さいためスケーリング領域の判定アルゴリズムがうまく働かず次元を過大評価をしてしまっているためである。それに対して図 4.2(b) に示すアンサンブルにより復元された軌道に対する解析結果は、局所推定値の分布幅も狭く誤差も小さく、時系列の過渡的な遷移過程を良好に評価できている。この結果はアンサンブルにより本来の準周期軌道が十分な点の密度を持って復元されていることを示している。

4.3 起立時心電図時系列による人間状態の評価

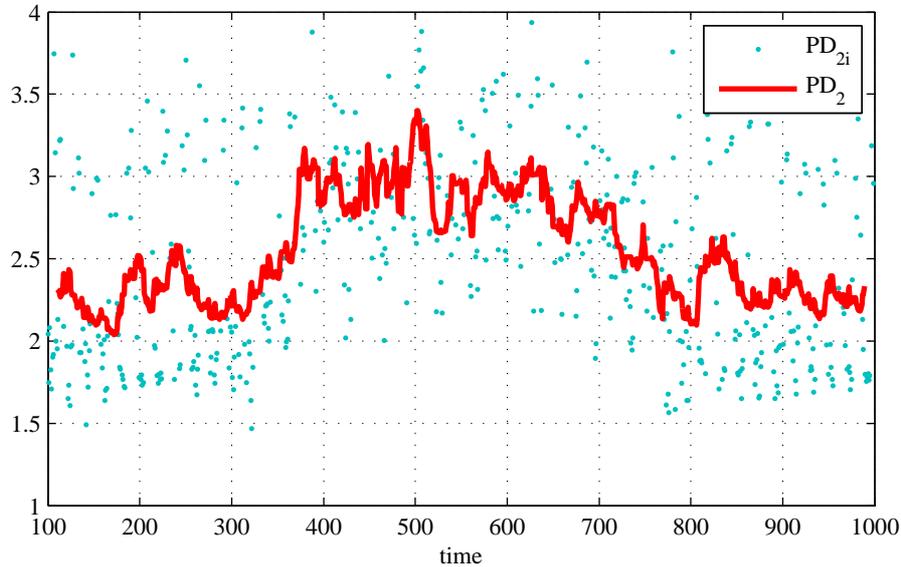
生体の恒常性は自律神経系による制御により保たれ、姿勢、肉体的・精神的負荷、外部環境等の変動が生じた際にダイナミックに適応を行い、過渡的状态を経て新たな定常状態へと移行する。心電図や脈波といった心臓活動に関する生体データのゆらぎから自律神経系の活動状況を調べ、生体の病的な異常、あるいは疲労やストレスの度合いを評価しようという研究が盛んに行われているが、定常状態において計測された生体データを対象とするものがほとんどである。過渡的な適応過程を評価できれば、被験者を安静にさせ定常性を継続させる必要がなくなり、応用先が大きく拡大する。また、定常状態では有意な差は得られないが、過渡的状态には大きな変化が現れるといった可能性も考えられる。過渡的な変化の追跡を試みた研究も少数報告されているが、短い解析区間に起因したデータ点数不足による解析の困難さが指摘されている。本節では同じ適応過程が繰り返し発生する場合を対象とし、起立時心電図波形のアンサンブル法によるポイント相関次元解析を行った結果を示し、疲労等の影響による適応過程の変化について考察する。



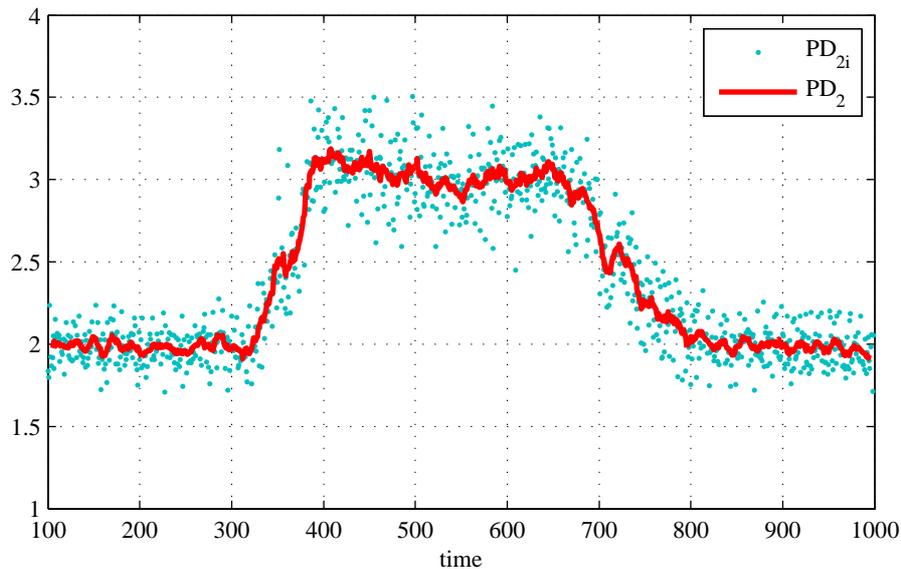
(b) 区間幅 50 (データ数 500 点) による断片再構成軌道とそのアンサンブル

図 4.1: 次元が変動する準周期軌道とアンサンブルによる軌道の復元

3次元準周期時系列において第三の周波数成分のゲインを周期的に0から1まで変化させ、次元を周期的に変動させた。移動窓により切り出した時系列と再構成された軌道の例を示す。短い時間区間のため本来の軌道の一部のみしか再構成されないが、多くの部分的軌道のアンサンブルにより本来の軌道が復元される。



(a) 断片再構成軌道



(b) アンサンブルによる再構成軌道

図 4.2: 次元が変動する準周期軌道の移動窓を用いたポイント相関次元解析結果

次元が2から3へ変動する準周期軌道のポイント相関次元解析結果。(a)の断片再構成軌道による推定値は、軌道の一部のみしか再構成されていないこと、軌道を構成する点の密度が小さいことにより局所推定値が広い範囲に分布しており、移動平均をとっても誤差が大きい。一方、(b)のアンサンブルによる推定値は、軌道全体が再構成されて点の密度も十分なため、局所推定値が狭い範囲に分布し誤差の小さな推定が実現されている。

4.3.1 実験条件

心電図の計測は超小型ワイヤレス心電計（分解能 16bit，512 Hz サンプリング，53 × 36 × 11 mm，三軸加速度センサ内蔵，24 時間連続動作，（株）医療電子科学研究所）を用いて行った．被験者は 46 歳男性である．仰臥位または座位と立位を 180 秒間隔交互に行うことを 5 セット行い，閉眼で心電図を連続計測した．心電図時系列はカットオフ周波数 $f_c=0.5$ Hz のハイパスフィルタ， $f_c=40$ Hz のローパスフィルタによる前処理を行った後，胸部三軸加速度センサの情報より姿勢変更の開始時刻を決定して計 5 つの 170 秒間の立位開始後心電図時系列，計 4 つの 170 秒間の仰臥位開始後心電図時系列を切り出した．一例を図 4.3 に示す．大きな姿勢変更が起こると血圧の制御のため自律神経系による心拍数および血管抵抗の調節が行われ，生体の恒常性が保たれる．新たな状態への適応過程を心電図相関次元という非線形特徴量の変動パターンの変化という視点から評価することが本実験の目的である．なお，実験はヘルシンキ宣言に則り，被験者のインフォームド・コンセントおよび産業技術総合研究所医工学応用実験倫理委員会の承認を得て行った．

4.3.2 日内変動

起床直後の午前 9 時から深夜 0 時まで 3 時間毎に前節の実験条件で心電図計測を開始した．なお実験は被験者の自宅において実験時以外に行動の制約を設けない日常生活環境下で行われた．立位開始後心電図時系列に対するアンサンブルによるポイント相関次元 $PD_2(t)$ の推定結果 ($L = 5$) を図 4.4 に，仰臥位開始後心電図に対する推定結果 ($L = 4$) を図 4.5 に示す．解析条件は，参照点間隔 $10/512$ s (約 19.5 ms)，移動窓幅 $T_w=2$ s，移動平均区間幅 $T_a = \pm 1000/512$ s (約 1.95 s)，相関次元判定パラメータ判定パラメータ $(N_d, r_{min}, r_{max}, n_0, S_r, S_a, L_{th}, N_c, C_r) = (200, 0.001, 0.5, 5, 0.1, 0.2, 5, 3, 0.1)$ と設定した．

立位開始直後の心電図ポイント相関次元 PD_2 の値は，時間帯を問わず 1.6 ~ 1.8 の値を取り仰臥位の定常状態の値から増大している．その後の変動は，起床直後の午前 9 時には急速に 2.0 程度に上昇した後ほぼフラットなパターンを示す．12 時から 21 時の解析結果は，急速に低下し続け 20 ~ 30 秒に最小となった後，緩やかに上昇して 100 秒を経過した

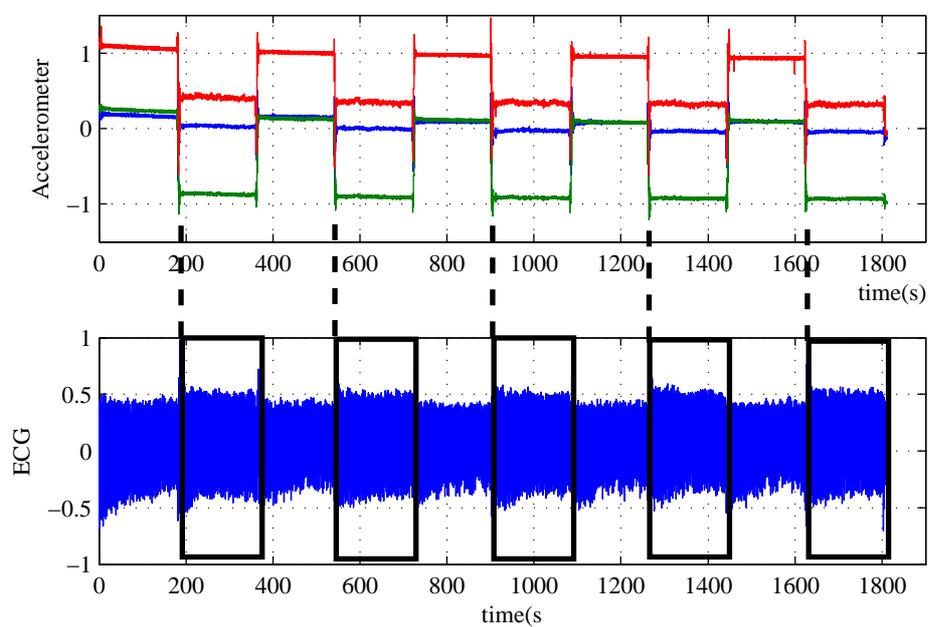


図 4.3: 体幹三軸加速度と心電図時系列

仰臥位と立位を 180 秒間隔で交互に繰り返したときの体幹三軸加速度と心電図時系列の例である．加速度信号より姿勢変更の開始時刻を決定し，立位開始後（黒枠で囲まれた部分），仰臥位開始後心電図時系列を切り出して解析に使用した．

あたりで 1.4 ~ 1.7 程度の定常値に至るといった共通のパターンが見られる。一方、深夜 0 時においては緩やかに上昇を続け 2.0 程度の値で一定となっている。このように起床直後および深夜の場合と日中から夜間にかけての通常時間帯の場合には、起立後心電図ポイント相関次元 PD_2 の変化のパターンに明白な違いが現れている。

一方、仰臥位開始後心電図ポイント相関次元 PD_2 は起立時と比較して変化は小さくなく、起床直後および深夜とそれ以外の場合という分け方では、明白な変動パターンの変化を捉えることはできない。

4.3.3 疲労による影響

図 4.6 に通常時（前節の 12 時および 18 時の心電図時系列）と主観評価で強い疲労を感じた状況（異なる日の 18 時）における起立後相関次元を推定し、その変化を比較した結果を示す。解析条件は前節と等しい。疲労時においては、相関次元の過渡的な変化のパターンが通常時とは異なり、起立直後の小さな値から増大していき 50 秒程度の時刻で最大となった後、緩やかに減少して定常値に至っており、前節の解析結果では起床直後または深夜の変化のパターンと類似している。同時間帯の通常時と比較すると、疲労時では立位開始直後の値は小さく、140 秒以降の定常状態と見なせる区間の値は大きい。

4.4 考察

準周期時系列による検証において、第 3 周波数成分のゲインに比例したポイント相関次元の値が得られたが、厳密にはゲインが 0 でない限りどれだけ小さくとも時系列の次元は 3 である。精度無限大、データ点数 $N \rightarrow \infty$ 、二点間距離 $r \rightarrow 0$ の極限で行えば、ポイント相関次元の値は 3 と推定される。短時間区間のアンサンブルによる今回の手法でも、断片時系列数 $L \rightarrow \infty$ の極限では、ステップ状に 2 と 3 に変化する推定結果が得られるはずである。従って過渡的な時系列に対して得られたポイント相関次元の値は、理論が意味するアトラクタのフラクタル次元とすることは不適切であり、何らかの統計的な揺らぎの指標と捉えるべきで、その値そのものはサンプル数や解析区間幅により変動してしまうことに注意すべきで

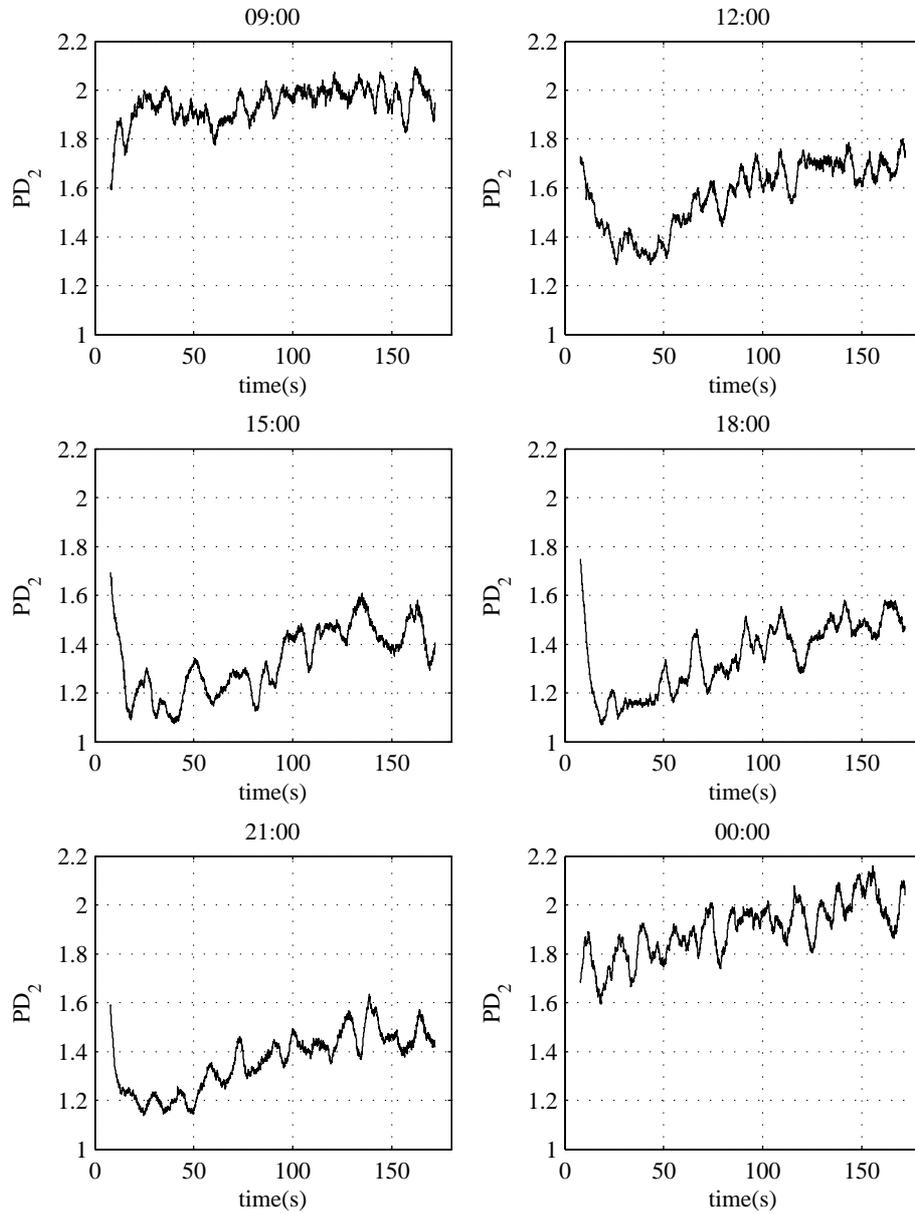


図 4.4: 立位開始後心電図時系列のポイント相関次元の時間帯による変化

起床直後（9 時），通常時間帯（12 時～21 時），深夜（0 時）ではポイント相関次元の過渡的な変化パターンに明瞭な差が生じている。

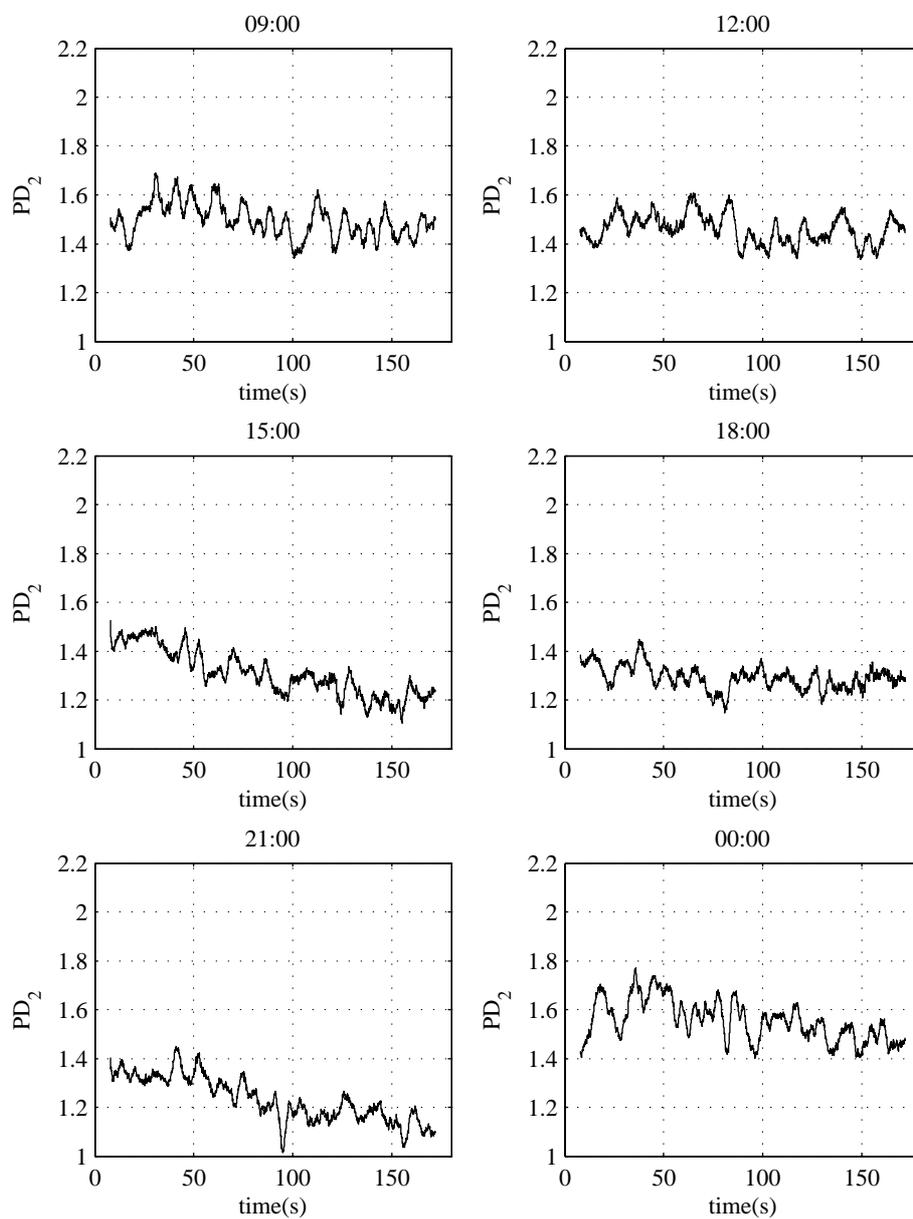


図 4.5: 仰臥位開始後心電図時系列のポイント相関次元の時間帯による変化

立位開始後ポイント相関次元と比較して変化が小さく、起床直後（9時）、通常時間帯（12時～21時）、深夜（0時）で変動パターンの明確な差は見いだせない。

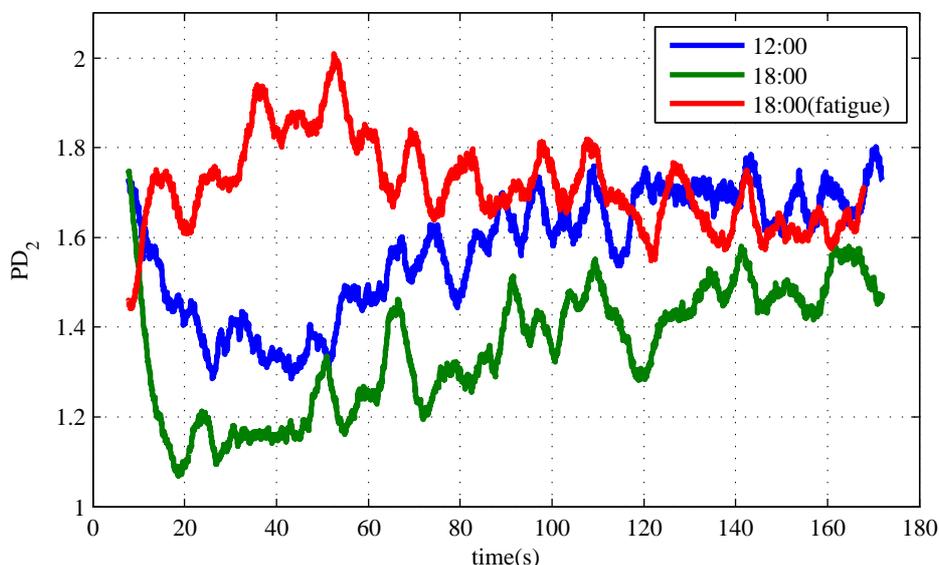


図 4.6: 通常時と疲労時の立位開始後心電図時系列のポイント相関次元

ある．このように理論的には不明確で不確実性のある特徴量ではあるが，心電図時系列の解析結果が示すように対象の特性の変動を捉えるという意味で実験的，経験的には有効な特徴量であると考えている．

この解析手法は，大自由度系において環境の揺らぎや系に内在する揺らぎにより，準安定状態間をカオス的に遷移している場合にも有効であると考えられる．従来の非線形時系列解析では準安定状態が継続する時間が短すぎて解析できなかった場合でも，他の指標（例えば平均や分散）などに有意な差があれば，時系列から特定の準安定状態における区間を切り出すことができ，アンサンブルによる軌道の復元により非線形特徴量の推定が可能となる．また，時系列に突発的に何らかのアーティファクトが加わった場合でも（心電図の場合ならば，筋肉の活動電位が混入したり，電極の接触不良が起きてしまったなど），データを補外することなく加わった区間のみを削除した断片的な時系列をアンサンブルにより復元することで精度を落とさずに解析を続けることが可能である．

次に起立時の心電図時系列のポイント相関次元の変動パターンについて考察する．起立時においては心交感・副交感神経系，血管交感神経系が複合的に働き血圧を維持しており，自律神経系機能評価を目的に心拍数や血圧の過渡的変動と各神経系の活動状況の関係が調べら

れている [30] . このような知見と照合し , 変動パターンの生理学的意味を検討する事は変動パターンの解釈と状態を的確に示す指標の選択 (変動パターンの傾き , ピーク位置など) に重要である . また , アンサンブルによる再構成軌道構成は他の非線形特徴量 (リアプノフ指数や各種エントロピー) の推定にもポイント相関次元の場合と同様な効果を発揮することが期待され , 検討と比較を行っていきたい .

4.5 まとめ

非線形大自由度系における状態遷移を対象とした非線形特徴量の過渡的变化を時間分解能高く定量化する手法について研究を行い , 以下の成果を得た .

- 前章において有効性を確認した最適な遅れ時間による軌道再構成と局所的な次元推定による手法に加え , 複数の短時間区画の断片的軌道からアンサンブルにより全体軌道を構成する手法を同時適用する解析手法を提案した .
- 次元が変動する準周期時系列を用いた数値実験により検証を行い , 局所的な次元の推定値を小さな誤差かつ狭い分布幅で得ることに成功し , 解析精度の向上を確認した .
- 起立時心電図の過渡的解析を行い , 被験者は 1 名のみだが , 通常時においてはポイント相関次元の値は起立直後に仰臥位定常値から増大した後 , いったん急速に大きく低下して緩やかに起立時定常値へと上昇していくという共通の特性を見いだした . 一方 , 起床直後 , 深夜 , 重度の疲労時においては , 通常時とは全く異なるポイント相関次元の変動パターンが出現することを示した .

起立時心電図の解析による人間状態評価は , 生体の適応過程における過渡的な軌道構造の複雑さという新たな観点からの指標の可能性を示すものである . アトラクタではない過渡的な心電図時系列に対するポイント相関次元の推定は , 理論的な厳密さにはかけるものの , 非侵襲的な生体情報から生体状態を評価するための有用な指標となり得ると考えている . 今後 , 多様な年齢構成からなる多くの被験者による統計的な有意性の検証や , 従来の心拍間隔による指標との比較 , および自律神経系活動との関わりなど生理学的意味の検討が必要であ

る．加速度センサ等による人間の行動判定技術と組み合わせることにより，日常生活における様々な状況の下で連続計測された時系列をタイプ別に切り出し，アーティファクトにより正しい信号が計測されなかった部分を補外することなく除去し，アンサンブルにより非線形特徴量を推定することにより行動に制限を加えずに人間状態を評価可能なシステムの実現に利用可能な有用性のある手法と考えている．

第5章 非均質大自由度現象の非線形確率過程 モデル

非均質大自由度現象に対して得られた非線形特徴量から現象の非線形確率過程モデルを構築する手法について述べる。モデルの構築は、現象の理解を深め普遍的なメカニズムを明らかにする事にとどまらず、非線形特徴量推定条件の妥当性の検証や得られた非線形特徴量の意味の理解にも有用である。研究は複雑な時空間カオス現象の一つである心室細動と呼ばれる心臓の異常興奮現象を対象として行った。従来の心室細動に関する研究は、様々な状態にある心室における回転らせん波の生成とその自発的分裂による細動状態への移行のメカニズムを明らかにする事を目的とするものが大多数であった。このような過渡的な性質の理解のみならず、心室細動の維持メカニズムや定常的な性質を明らかにすることも、心室細動による突然死のリスク評価や抗不整脈薬の評価、状態に応じた適切な除細動の方法の開発等に重要であると考えられる。そこで、詳細な心筋細胞モデルのパラメータを変化させ正常および病的異常状態を模擬した心室細動現象の長時間数値シミュレーションを行い、その特徴量として位相特異点の統計的性質を調べた。次いで、パラメータの大きな変化がある場合においても統一的に心室細動現象を表現可能なモデルとして位相特異点数の非線形確率過程モデルの構築とパラメータ同定を行った結果を示す。

5.1 心筋細胞モデルによる心室細動の数値シミュレーション

5.1.1 心筋細胞モデル

心筋組織の電氣的活動は次式の反応拡散方程式により記述できる。

$$\frac{\partial V_m}{\partial t} = -\frac{1}{C_m}(I_{ion} + I_{st}) + D\nabla^2 V_m \quad (5.1)$$

ここで, V_m (mV) は心筋細胞の膜電位, C_m ($\mu\text{F}/\text{cm}^2$) は膜容量, D (cm^2/ms) は拡散係数, I_{ion} ($\mu\text{A}/\text{cm}^2$) は各種イオン電流の和, I_{st} ($\mu\text{A}/\text{cm}^2$) は外部刺激電流である.

心筋細胞のイオン電流を記述するモデルとして, 心筋組織の病的異常を評価できるよう電気生理学的モデルの一つである Beeler-Reuter Drouhard- Roberge (BRDR) モデル [7, 16] を用いた. より多くのイオンチャネルを考慮した Luo-Rudy モデル等も提案されているが, 心室細動の定常特性を評価するためには長時間かつ大面積領域における数値シミュレーションを実行しなければならず, 計算機能力を考慮し, 電気生理学モデルのうち最もシンプルで状態変数の数が少ない BRDR モデルを選択した.

$$I_{ion} = I_{Na} + I_{x1} + I_s + I_{k1} \quad (5.2)$$

$$I_{Na} = g_{Na} m^3 h (V_m - 50) \quad (5.3)$$

$$I_{x1} = \frac{0.8(\exp(0.04(V_m + 77)) - 1)}{\exp(0.04(V_m + 35))} x_1 \quad (5.4)$$

$$I_s = g_s df(V_m - E_s), E_s = -82.3 - 13.0287 \ln [C_a]_i \quad (5.5)$$

$$I_{k1} = 0.35 \left(\frac{4(\exp(0.04(V_m + 85)) - 1)}{\exp(0.08(V_m + 53)) + \exp(0.04(V_m + 53))} + \frac{0.2(V_m + 23)}{1 - \exp(-0.04(V_m + 23))} \right) \quad (5.6)$$

$$\frac{dC_a}{dt} = -10^{-7} I_s + 0.07(10^{-7} - [C_a]_i) \quad (5.7)$$

BRDR モデルは，速い内向き Na 電流 I_{Na} ，時間依存外向き電流 I_{x1} ，遅い内向き電流 I_s ，非時間依存外向き電流 I_{k1} の 4 つのイオン電流を考えている．また， g_{Na} と g_s は各イオン電流のコンダクタンス (mS/cm^2) であり， $[C_a]_i$ は細胞内 C_a イオン濃度 (mol/l) である． m, h, d, f, x_1 はゲート変数と呼ばれ，イオンチャネルの活性化，不活性化の状態を表し，以下の微分方程式でそのダイナミクスが記述される．

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y_\infty - y}{\tau_y}, \tau_y = \frac{1}{\alpha_y + \beta_y}, y_\infty = \frac{\alpha_y}{\alpha_y + \beta_y} \quad (5.8)$$

$$\alpha, \beta = \frac{C_1 \exp(C_2(V_m + C_3)) + C_4(V_m + C_5)}{\exp(C_6(V_m + C_3)) + C_7} \quad (5.9)$$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
α_{x1}	0.0005	0.083	50	0	0	0.057	1
β_{x1}	0.0013	-0.06	20	0	0	-0.04	1
α_m	-0.9	1	42.65	0	0	-0.22	-1
β_m	1.437	-0.085	39.75	0	0	0	0
α_h	0.1	-0.193	79.65	0	0	0	0
β_h	1.7	0	20.5	0	0	-0.095	1
α_d	0.095	-0.01	-5	0	0	-0.072	1
β_d	0.07	-0.017	44	0	0	0.05	1
α_f	0.012	-0.008	28	0	0	0.15	1
β_f	0.0065	-0.02	30	0	0	-0.2	1

5.1.2 心室細動の数値シミュレーション

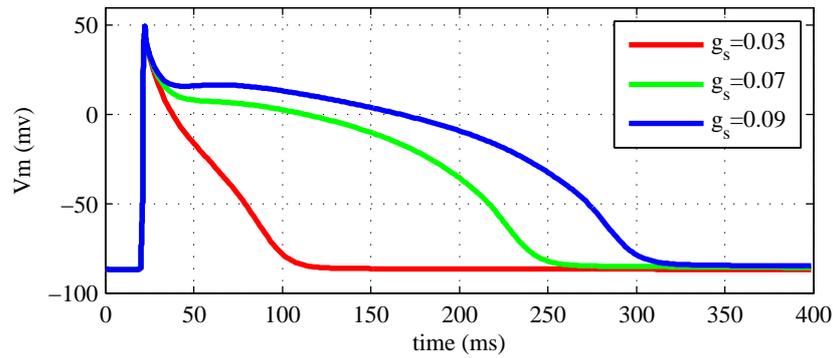
心室細動の数値シミュレーションは，2次元正方領域 $\Omega = [0, L] \times [0, L]$ なる心筋組織を考え，時間刻み 0.025 ms と設定し前進オイラー法を用いて Neumann(zero flux) 境界条件により実行した．ラプラシアン ∇^2 は次式の 9 点空間差分法 [13] により空間刻み幅 $\Delta x = 0.025 \text{ cm}$ で離散化した．

$$\frac{2}{3} \frac{V_{i,j+1} + V_{i,j-1} + V_{i+1,j} + V_{i-1,j} - 4V_{i,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{3} \frac{V_{i+1,j+1} + V_{i+1,j-1} + V_{i-1,j+1} + V_{i-1,j-1} - 4V_{i,j}}{(\sqrt{2}\Delta x)^2} \quad (5.10)$$

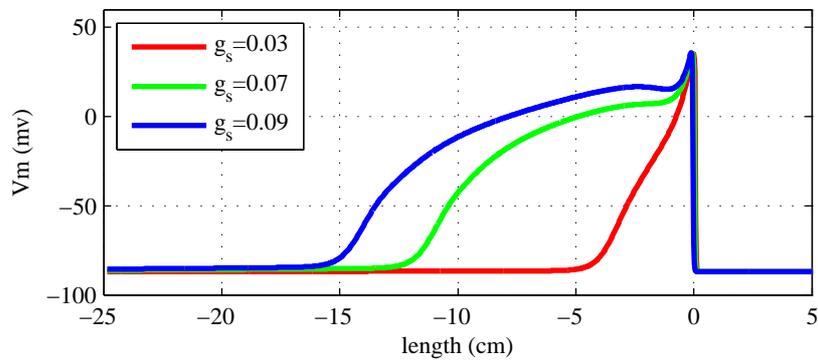
正常な心筋組織に対するパラメータとして $D = 9.72 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{ms}$, $C_m = 1.0 \mu\text{F}/\text{cm}^2$, $g_{Na} = 15.0 \text{ mS}/\text{cm}^2$, $g_s = 0.09 \text{ mS}/\text{cm}^2$ と設定した [7, 16]. 病的な異常を模擬するため, $g_s = 0.07, 0.03 \text{ mS}/\text{cm}^2$ と変更した場合についてもシミュレーションを実行した. データの保存は空間刻み 0.05 cm , 時間刻み 1 ms で行った.

本研究で用いた三つの g_s の値に対するモデルの時間応答および一次元ケーブル上を伝播する興奮波の空間波形の変化の様相を図 5.1 に示す. 正常時の $g_s = 0.09 \text{ mS}/\text{cm}^2$ では, V_m が静止電位 (約 -80 mV) から上昇していくと Na イオンチャネルが短時間開いて大きな I_{Na} が流れ込んで V_m が急速に立ち上がり (脱分極), 内向き, 外向き電流がバランスした緩やかな再分極 (プラトー相) が現れ, 外向き電流が優勢となっていく再分極が進行し, 静止電位へと復帰する. g_s が減少していくにつれ活動電位持続時間は短縮していき, 重度な異常である $g_s = 0.03 \text{ mS}/\text{cm}^2$ では, プラトー相が見て取れないほど大幅に短縮している. 興奮波の空間波長も同様の变化をしており, 順に $15.0, 11.9, 4.1 \text{ cm}$ となっている. 一方, 興奮波の伝播速度特性はほとんど変化しない [6].

心室細動は回転らせん波 (spiral wave) の形成とその自発的分裂により発生させた. 最初に正方領域の下部境界に $40 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ の刺激を 2 ms 間与え, 上部へ進行する平面興奮波を形成する. 興奮波において興奮前面と呼ばれる興奮伝播による脱分極開始領域と興奮後面と呼ばれる再分極完了領域を適当な閾値 (本研究では -60 mV を使用) により定義する. 興奮前面と興奮後面からなる興奮波が二次元正方心筋組織 Ω のほぼ中央に至った時, 領域 Ω の右半分の状態量を初期状態にリセットする. 強制的に作られた興奮波の断片は方向を曲げながら伝播していき, 興奮波の端点を中心に回転しながら外側に伝播していくらせん状の興奮波を形成する. 回転らせん波の不安定化については, 様々な心筋細胞モデルを用いた様々な不安定化のメカニズムが報告されている [1, 12, 18, 21]. 特に Fenton らはパラメータ設定によ



(a) 筋細胞モデルの時間応答



(b) 1D ケーブルを伝播する興奮波の空間波形

図 5.1: 遅い内向き電流コンダクタンス g_s の影響

正常値である 0.09 mS/cm^2 から減少していくと活動電位持続時間および興奮波の波長が短縮していき, 0.03 mS/cm^2 ではプラトー相が消滅している.

り様々な心筋細胞電気生理学モデルにおける活動電位の波形や持続特性を模擬することが可能な3変数のFenton-Karmaモデル[20]を用いて、その当時数値シミュレーションや実験により発見されていた不安定化メカニズムを再現・検討し、二次元および三次元の心筋組織に起こりうる不安定化メカニズムを10種類程度に分類している[21]。

BRDRモデルを用い g_s のみを変化させた今回の数値シミュレーションにおいては、Fentonらの分類にあてはまる二つの不安定化メカニズム(付録を参照)が観察された。回転らせん波コア(回転中心の端点が存在する領域)近傍での自発的分裂とコア外部での自発的分裂である。図5.2に回転らせん波の形成と分裂および心室細動の発達過程を示す。図5.2(a),(b)に示す $g_s = 0.09, 0.07 \text{ mS/cm}^2$ の場合は、コア近傍での自発的分裂が観察された。断片化された興奮波は回転を始め、回転らせん波を形成する。しかし、この g_s のパラメータ領域では、コア自体も静止せず複雑なパターンで運動する(meandering現象)。この運動の影響等によりコア近傍で興奮後面の伝播が遅延してscallopと呼ばれる尖った興奮不能域が形成され、ここに興奮前面が衝突することにより興奮波が分裂する。断片化した興奮波の端点からSWが発生し、それらが再び自発的に分裂し、繰り返される興奮波断片の生成、消滅、およびそれらの相互作用により複雑な時空間カオス現象である心室細動が発達する。遅い内向き電流のコンダクタンス g_s を減少させていくとコアの運動が小さくなり、安定した回転らせん波が存在できるようになるが、さらに減少させていくと異なるメカニズムによる回転らせん波の不安定化が起こる。図5.2(c)に $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ の場合におけるコア外部での自発的分裂の例を示す。この g_s のパラメータ領域では、コアは直線状の往復運動に近い運動パターンを示すようになる。そうするとコアの進行方向では興奮周期が短縮してらせん状の興奮波の間隔が狭まり、逆方向では興奮周期が延長され興奮波の間隔が広がる。このコアの運動によるドップラー効果により興奮波のらせん状の構造が歪み、その歪みが拡大してついにはコア領域の外部で興奮前面と後面が衝突して興奮波が断片化し、心室細動が発達していく。本論文のBRDRモデルを用いた数値シミュレーションでは、Fentonらの結果とは異なり興奮波の自発的分裂はコアのすぐ外側で生じているが、分裂のメカニズムは同じと考えられる。

心室細動状態が維持されるか否かは、興奮波の空間波長と比した心筋組織の領域サイズ L

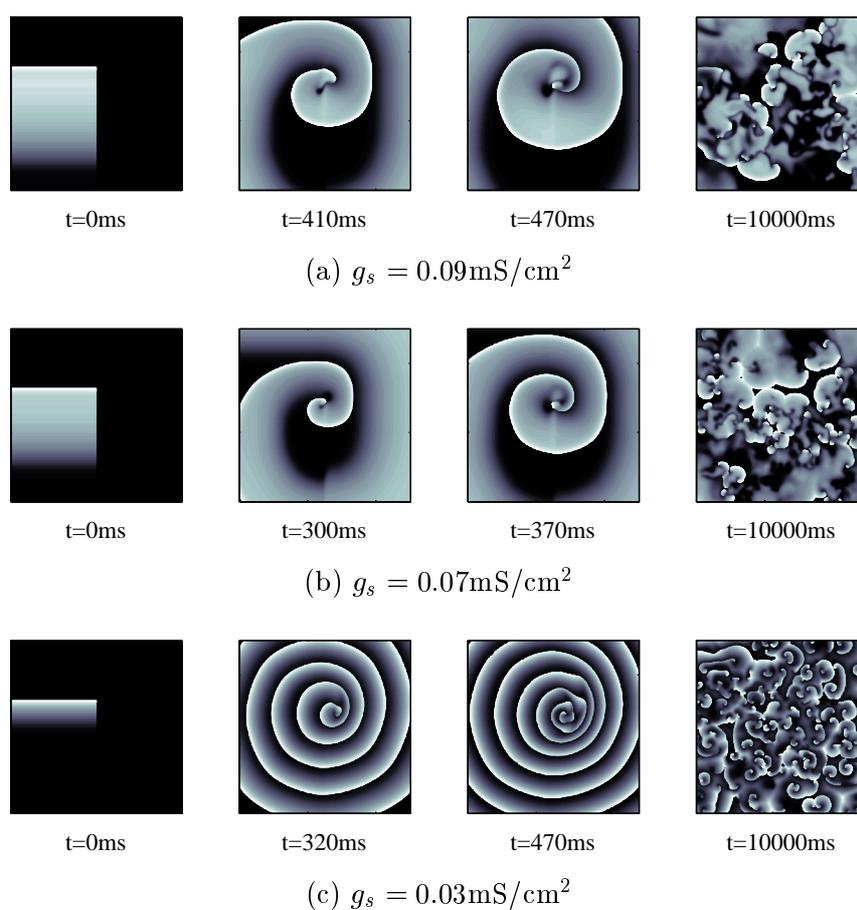


図 5.2: 遅い内向き電流コンダクタンス g_s による心室細動の発達過程の変化

回転らせん波 (spiral wave) の不安定化は, $g_s = 0.09, 0.07 \text{ mS/cm}^2$ では回転らせん波の回転中心であるコア領域内部, $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ ではコア領域外部で発生している.

の大きさに依存して決まる [49]。サイズが十分大きくない場合は、心室細動状態は短時間で自発的に停止し、全領域が静止電位となる。本研究は心室細動の定常的な性質を研究するものであるから、長時間の心室細動状態を観測するため非常に大きな領域 ($L = 25 \text{ cm}$) でシミュレーションを実行した。また、サイズの影響を評価するため、より小さな領域 ($g_s = 0.09, 0.07, 0.03 \text{ mS/cm}^2$ に対してそれぞれ $L = 20, 17.5, 12.5 \text{ cm}$) を用いた数値シミュレーションも実行した。全シミュレーションは平面興奮波形成から 30 秒間実施し、定常とみなせる 10 ~ 30 秒区間の 20 秒間のデータを解析に用いた。

5.2 心室細動時の位相特異点の統計的性質

位相特異点は、回転らせん波の回転中心、興奮波の断片化、消滅、相互作用など興奮前面と興奮後面の相互作用を記述する重要な特徴量である。心室細動を位相特異点の生成・死滅過程として捉え、その統計的な性質を調べた結果を示す。

5.2.1 位相特異点の判定と追跡

2次元領域における時空間データから各時点における位相特異点を推定する手法としては、局所有限時間リアプノフ指数を用いる方法 [28, 59]、Poincare-Hopf インデックスを用いる手法、二つの状態変数により構成された二次元位相空間における軌道から計算する簡便な手法 [27, 31] がある。本研究では二次元位相空間における簡便な手法を採用した。心筋組織における回転らせん波の研究においては、膜電位 $V_m(t)$ と $V_m(t + \tau)$ による時間遅れ座標系による再構成軌道が用いられることが多い。これは V_m 以外の情報は実験的に容易に観測できないためであり、数値シミュレーション結果の解析においても実験データとの対応をとるために選択されることが多い。しかし、不完全な興奮が頻繁に発生し位相特異点の生成・死滅が頻繁な心室細動時の位相計算に用いるには、時間遅れ τ の選択の影響など不明瞭な点があるため、本研究では膜電位 $V_m(t)$ と速い内向き Na 電流の不活性化ゲート変数 $h(t)$ より位相特異点の位置を推定した。まず、次式により時刻 t 、空間座標 (x, y) における位相を計算する。

$$\theta(x, y, t) = \arctan(V_m(x, y, t) - V_m^*, h(x, y, t) - h^*) \quad (5.11)$$

ここで, \arctan は $-\pi$ から $+\pi$ の範囲の値を返し, (V_m^*, h^*) は位相計算の原点である. 位相を正しく計算するには, 原点は二次元位相空間における軌道に囲まれた内部に位置する必要がある. 本研究において, 位相計算の原点は $(V_m^*, h^*) = (-50.0, 0.01)$ と設定した. この値は心室細動状態における $V_m - h$ 位相空間軌道の観察より選択された. 図 5.3 に軌道の例および位相を示す.

位相特異点は二次元領域の全地点で位相を計算した位相図において, 位相が計算できない地点として定義される. その位置は次式により判定される.

$$\oint_C \nabla \theta \cdot dr = \pm 2\pi \quad (5.12)$$

ここで θ は式 (5.11) により求められた位相である. 閉曲線 C に沿って計算された線積分の値が $\pm 2\pi$ であるならば, C に囲まれた内部に位相特異点が存在する. 符号は極性を意味し, 正は時計回りの回転, 負は反時計回りの回転を意味する. 本研究では Iyer らの手法 [31] により $dx = 0.05$ cm で離散化された正方格子点において点 (x_i, y_i) を囲む 8 点の格子点を結んだものを閉曲線 C として判定し, 各時刻において位相特異点の数と座標を保存した.

位相特異点の生成および死滅は Clayton の手法 [11] を参考に追跡した. 時刻 t と時刻 $t+1$ の位相特異点の位置を比較し, 探索半径 0.15 cm 内に存在する極性が同じ最も近い位相特異点をリンクしていく. リンクされなかった位相特異点は生成または死滅したものとする. 位相特異点の寿命は生成および死滅時刻より推定される.

5.2.2 位相特異点の統計的性質

図 5.4 に心筋組織サイズ $L = 25$ cm における位相特異点数の時間変化および位相特異点の時空間軌道の例を示す. 興奮波の空間波長とは逆に, 遅い内向き電流コンダクタンス g_s の減少により位相特異点数は増大している. 位相特異点の時空間軌道には明白な違いが現れている. 正常および軽度の異常の場合 ($g_s = 0.09, 0.07$ mS/cm²) は, 各位相特異点の時空間

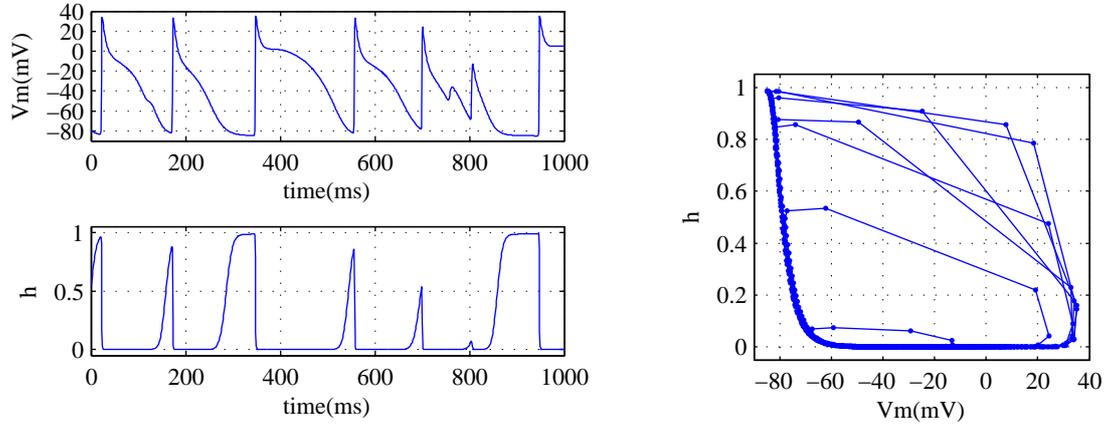
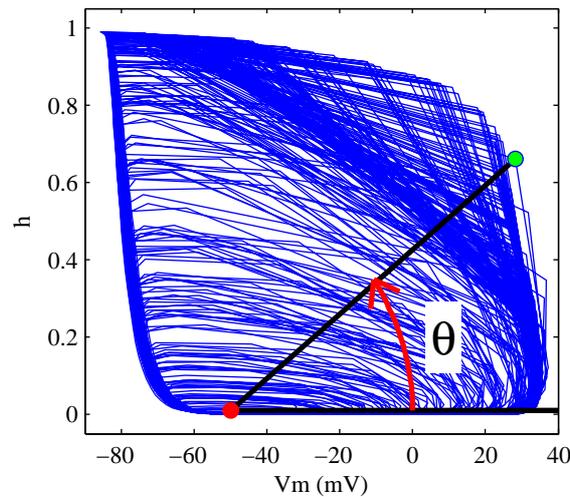
(a) 膜電位 V_m とゲート変数 h の時系列の例(b) $V_m - h$ 位相図の例(c) 50ヶ所の $V_m - h$ 位相図の重ね書き

図 5.3: 心室細動シミュレーション結果の位相計算

(a) 心室細動時のある 1 点の膜電位 V_m とゲート変数 h の時系列の例．800 ms 前後で不完全な興奮が起きている．(b) (a) に示した時系列から構成された $V_m - h$ 位相図．不完全な興奮をしている部分は左下部の小さく囲まれている部分となり現れている．(c) 50ヶ所の $V_m - h$ 位相図を重ね書きした図．赤い点を位相計算の原点とすると，緑の点の位相は図の角度 θ と定義される．位相を正しく計算するために，できるだけ多くの軌道に囲まれた内部を位相計算の原点とする必要がある．

軌道は大きく移動して絡まり合っており相互作用が強いように見える．それとは対照的に，重度の異常の場合 ($g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$) は，ごく短時間に消滅する位相特異点以外はその時空間軌道は垂直に直線的に伸びており絡まり合いも小さく，相互作用が弱いように見える．位相特異点の統計的解析を行い性質の比較，検討を行った．解析結果を表 5.1 に示す．

最初に $L = 25 \text{ cm}$ における g_s の影響について述べる． g_s の減少により，平均位相特異点数は大きく増大しており，位相特異点の平均移動速度は減少している．ここで位相特異点の移動速度は総移動距離を寿命で割ったもので定義した．平均寿命および平均生成率，平均死滅率（位相特異点の生成数，死滅数をその時刻の位相特異点数で割った値）には，着目すべき違いが見られる． $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ の場合は他の場合と比べて平均寿命は約 5 倍長く，平均生成率，死滅率は $1/5$ となっている．位相特異点の寿命の特性を詳しく検討するため，各場合について確率密度関数を求めた（図 5.5）．この図よりも，寿命の確率密度関数はサイズ L により影響を受けない量であることがわかる．比較的長い寿命領域には指数則 $P(t) \propto e^{-at}$ が出現しており，その値は $g_s = 0.09, 0.07, 0.03 \text{ mS/cm}^2$ に対してそれぞれ $a = 0.015, 0.018, 0.002$ である．また，短い寿命領域において， $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ の場合はいくつかのピークが現れている．このように，位相特異点の統計的性質を調べることにより，定常状態における心室細動の性質は正常および軽度の異常の場合 ($g_s = 0.09, 0.07 \text{ mS/cm}^2$) と重度の異常の場合 ($g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$) において大きく異なることが確認された．正常と軽度の異常の統計値を比較すると， g_s の減少により，平均寿命，位相特異点密度の標準偏差，境界における消滅数は増大し，生成率と死滅率は減少している．

次に心筋組織サイズ L による心室細動の性質の変化について述べる．位相特異点の平均速度，平均寿命，平均生成率，平均死滅率，および寿命の確率密度関数は L に依存しない特徴量である．一方， L の減少により，位相特異点の平均密度は減少し標準偏差は増大している．

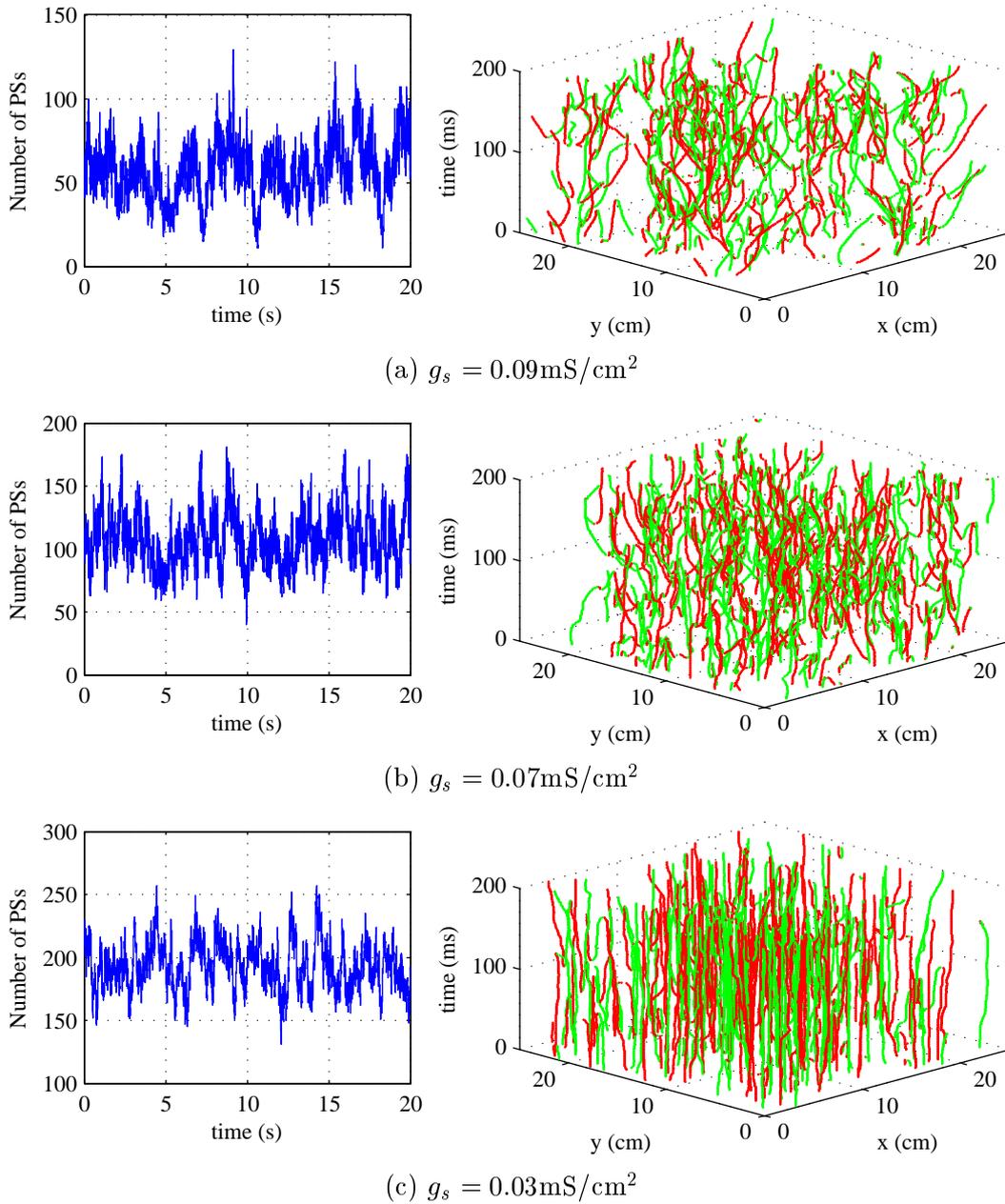


図 5.4: 位相特異点数の時間変化および時空間軌道の一例

心筋組織サイズ $L = 25 \text{cm}$ の場合であり，時空間軌道の図において位相特異点の極性を赤 (+)，緑 (-) により示す．

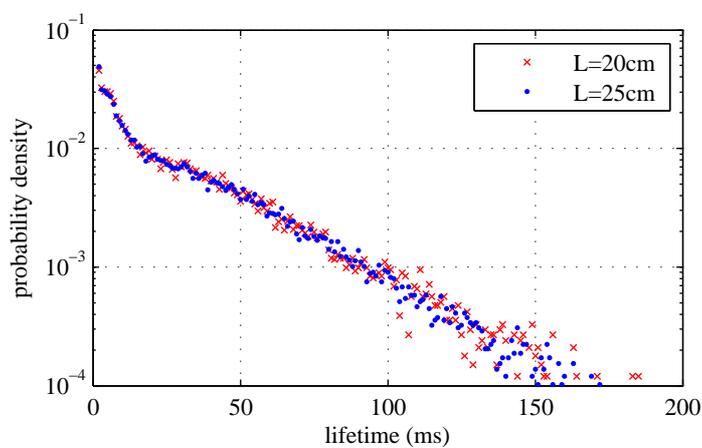
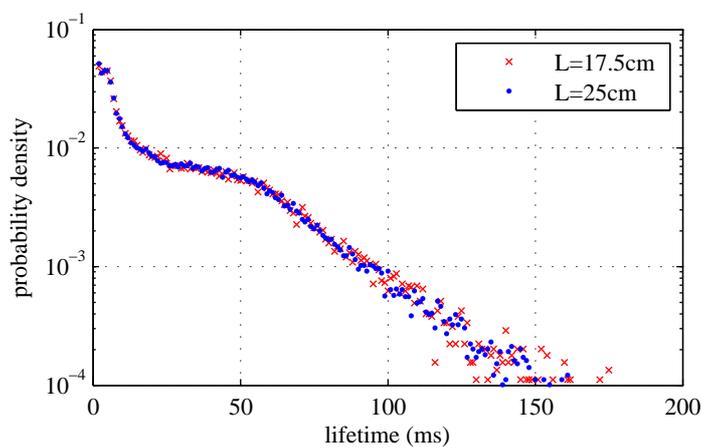
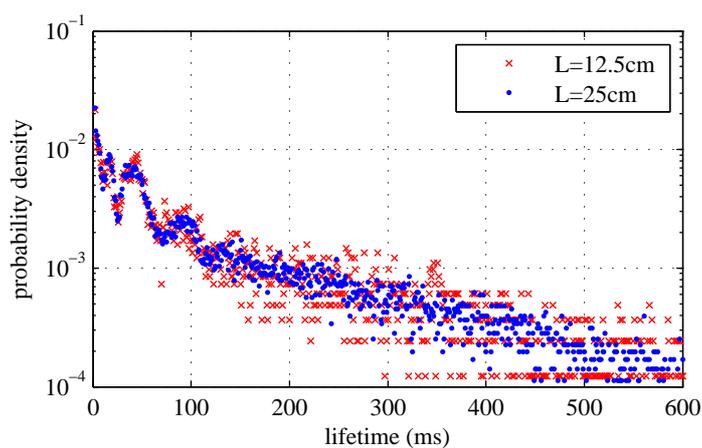
(a) $g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2$ (b) $g_s = 0.07 \text{ mS/cm}^2$ (c) $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$

図 5.5: 位相特異点寿命の確率密度関数

心筋組織サイズ L による寿命分布の差は認められない。また、比較的長い寿命領域に指数則 $P(t) \propto e^{-at}$ が出現している。

表 5.1: 位相特異点の統計的性質

g_s (mS/cm ²)	0.09	0.07	0.03	0.09	0.07	0.03
L (cm)	25.0	25.0	25.0	20.0	17.5	12.5
Number mean	56.5	106.7	192.8	32.8	48.6	43.1
SD	17.1	20.6	18.5	13.9	13.2	9.3
Birth (ms ⁻¹)	2.95	5.00	1.86	1.68	2.26	0.42
Death (inner) (ms ⁻¹)	2.90	4.94	1.82	1.66	2.23	0.41
Death (edge) (ms ⁻¹)	0.044	0.053	0.039	0.027	0.035	0.015
Lifetime (ms)	19.1	21.3	103.7	19.4	21.5	101.5
Velocity (cm/ms)	0.025	0.020	0.012	0.024	0.020	0.012
Density mean (cm ⁻²)	0.090	0.17	0.31	0.082	0.16	0.28
SD (cm ⁻²)	0.027	0.033	0.030	0.035	0.043	0.059
Birth ratio ^a	0.052	0.047	0.010	0.051	0.047	0.010
Death ratio ^a (inner)	0.051	0.046	0.009	0.051	0.046	0.009

^a number of birth or death per number of phase singularities

5.3 位相特異点数の非線形確率過程モデル

5.3.1 位相特異点数の確率分布

定常心室細動状態における位相特異点数の変動の非線形確率過程モデルについて検討する。20秒間の数値シミュレーションデータから得られた位相特異点数時系列の標本度数分布を求め、確率密度関数を推定した。2変数の現象論的心筋細胞モデルである Aliev-Panfilov モデルを用いた回転らせん波端点の確率密度関数がガンマ分布をなすという報告がある [28]。そこで、候補としてガンマ分布およびその一般化された分布である超ガンマ分布を用いた。最尤推定により求めた両分布のパラメータ推定値を表 5.2 に示す。また、推定パラメータによるガンマ分布および超ガンマ分布の確率密度関数と実際の位相特異点数時系列の確率密度関数の比較を図 5.6 に示す。ガンマ分布による記述は図 5.6(c), (e) の $g_s = 0.07, 0.03$ mS/cm², $L = 25$ cm の場合はよく一致しているが、その他の場合は分布の裾において大きな違いが生じてしまっている。ガンマ分布の確率密度関数は分布の右裾（特異点数の大きい領域）で実際の分布より確率が大きくなってしまっている。それに対して、超ガンマ分布による記述は g_s, L の全ての組み合わせに対して対応可能である。推定パラメータによる超ガンマ分布の

表 5.2: ガンマ分布と超ガンマ分布のパラメータ推定結果

g_s (mS/cm ²)	0.09	0.07	0.03	0.09	0.07	0.03
L (cm)	25.0	25.0	25.0	20.0	17.5	12.5
a	9.84	26.9	109	4.90	12.4	20.9
b	5.74	3.97	1.77	6.69	3.92	2.06
α	2.71	0.854	0.878	2.21	2.89	2.16
β	2.46×10^{-5}	0.681	1.39	4.47×10^{-4}	2.04×10^{-5}	0.00131
γ	4.47	31.4	124	2.77	5.22	10.3

確率密度関数は，図 5.6(c)，(e) の $g_s = 0.07, 0.03$ mS/cm²， $L = 25$ cm の場合はガンマ分布とほぼ等しい形状の確率密度関数となり，その他の場合ではガンマ分布では不可能であった分布の裾における記述もよく一致している．

5.3.2 位相特異点数変動の確率過程モデル

定常心室細動状態における位相特異点数変動の確率過程モデルを考えるにあたり，無数にある超ガンマ分布を与える確率過程の中から第 2 章に示した式 (2.10) の第 II 種非線形ランジュバン方程式 $\dot{x} = (a + D)x - bx^m + x\eta(t)$ を選択した．

この選択の妥当性を検証し，さらにパラメータを推定するため，時系列から直接モデルを同定する手法 [23] を適用した．結果を図 5.7 および図 5.8 に示す．両図の左側のプロットはランジュバン方程式の決定論的項 $h(x)$ を表すものであるが，データ点が狭い領域に集中する場合があります，また，分布の両裾のデータ点のばらつきが大きいことより確度の高い非線形関数形の決定とそのパラメータ推定は困難と思われる．一方，両図の右側のプロットに示される確率項については，全ての場合において $h(x) = a_h x + b_h$ なる明確な線形関係が見取れ，定数項 b_h が現れるものの確率項が線形である第 II 種ランジュバン方程式の選択は妥当なものであると考えられる．式 (2.15) より，第 II 種非線形ランジュバン方程式のパラメータ D は，両図の右側のプロットに示すデータ点を用いた最小自乗法による傾きの推定値 \hat{a}_h より， $\hat{D} = \hat{a}_h^2 / 2$ と推定される．残りのパラメータは超ガンマ分布のパラメータ α, β, γ を用い，式 (2.11) の関係より決定される．パラメータ推定の結果を表 5.3 に示す．

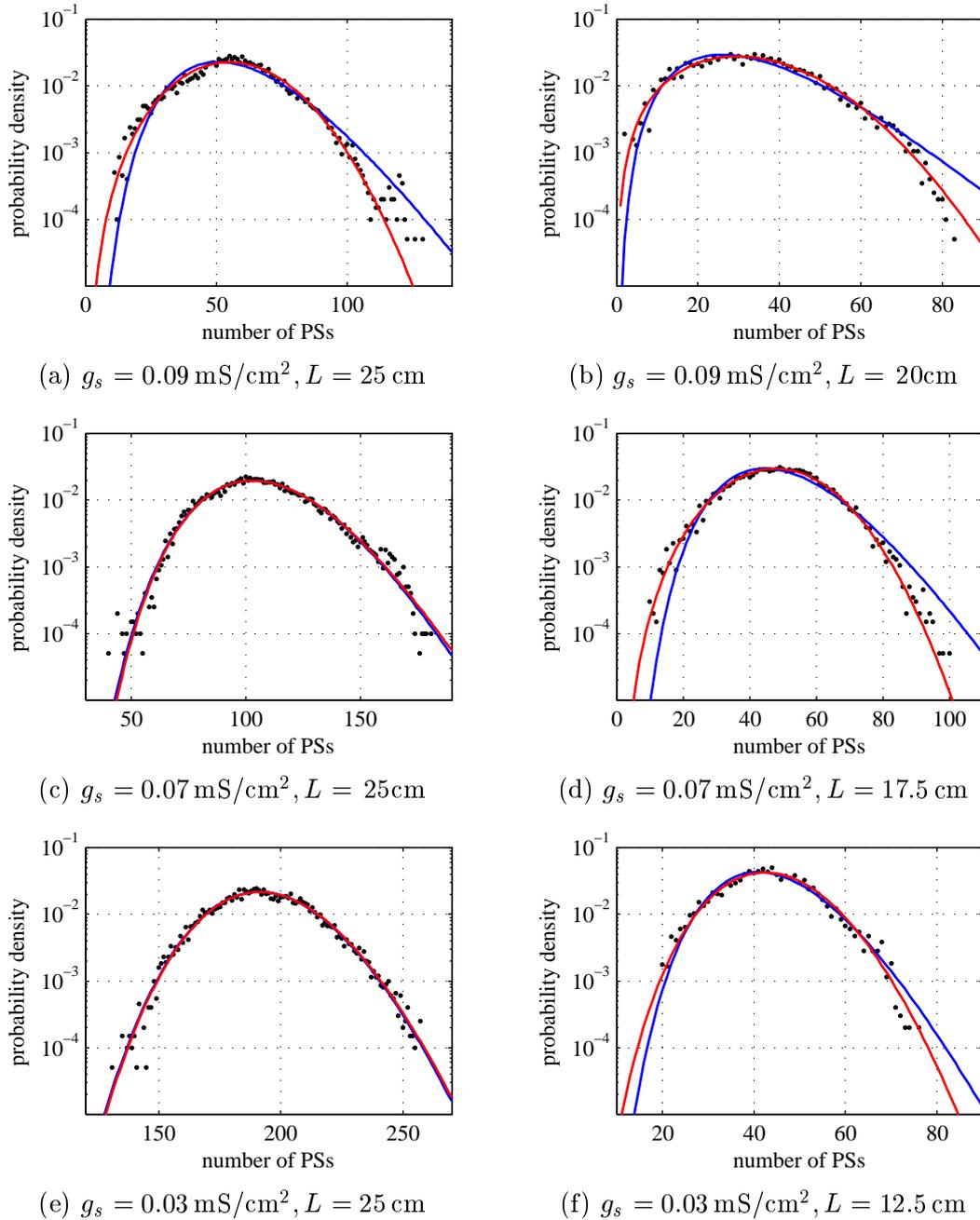


図 5.6: 位相特異点数の確率密度関数

数値シミュレーション結果の標本度数分布と最尤推定によって得られたガンマ分布および超ガンマ分布の確率密度関数の比較．超ガンマ分布は全ての場合を記述可能である．

表 5.3: 第 II 種非線形ランジュバン方程式パラメータ推定結果

g_s (mS/cm ²)	0.09	0.07	0.03	0.09	0.07	0.03
L (cm)	25.0	25.0	25.0	20.0	17.5	12.5
\hat{a}_h	3.30×10^{-2}	0.023	7.46×10^{-3}	3.71×10^{-2}	3.08×10^{-2}	1.42×10^{-2}
\hat{b}_h	0.978	1.65	0.870	0.894	1.20	0.461
\hat{D}	5.44×10^{-4}	0.000265	2.78×10^{-5}	6.89×10^{-4}	4.73×10^{-4}	1.01×10^{-4}
\hat{m}	3.71	1.85	1.88	3.21	3.89	3.16
\hat{b}	3.62×10^{-8}	0.000154	3.40×10^{-5}	6.82×10^{-7}	2.79×10^{-8}	2.87×10^{-7}
\hat{a}	2.43×10^{-3}	0.00832	3.45×10^{-3}	1.91×10^{-3}	2.47×10^{-3}	1.04×10^{-3}

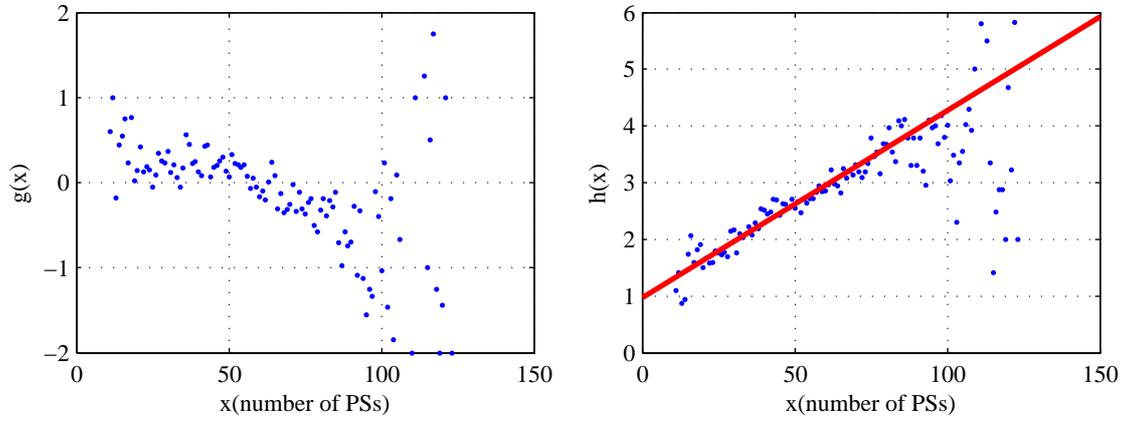
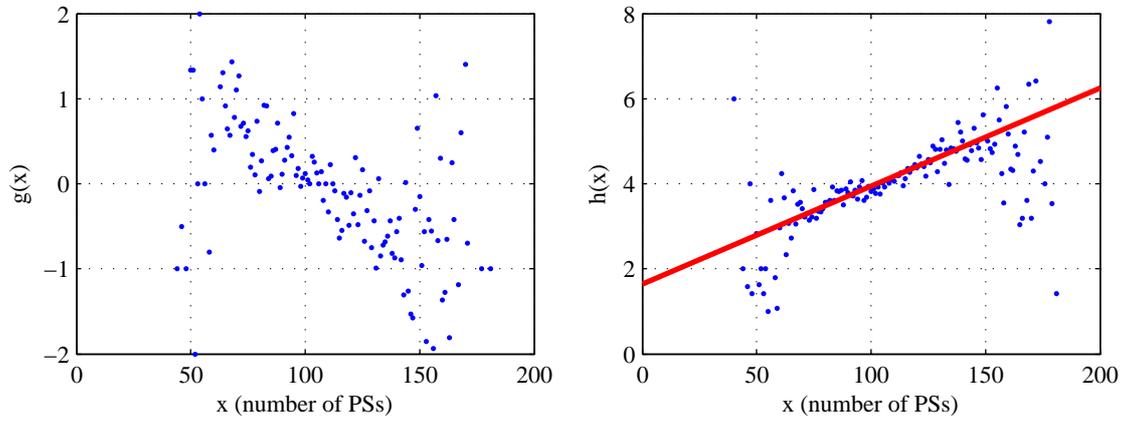
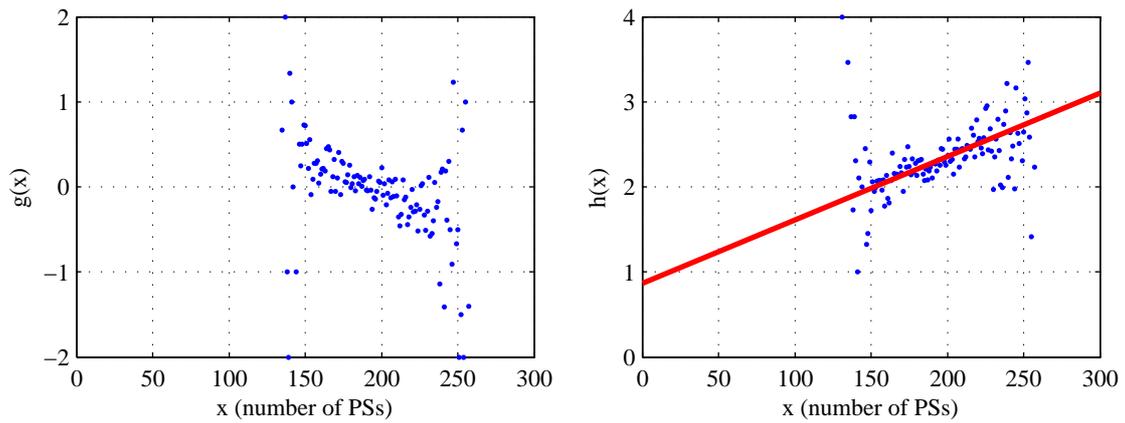
表 5.4: 推定パラメータを持つランジュバン方程式時系列の統計値

g_s (mS/cm ²)	0.09	0.07	0.03	0.09	0.07	0.03
L (cm)	25.0	25.0	25.0	20.0	17.5	12.5
Number mean	59.4	105	200	35.8	50.8	46.3
SD	18.2	19.8	17.5	15.3	14.0	9.5

推定パラメータを用いた第 II 種非線形ランジュバン方程式のシミュレーション結果を図 5.9 に示す。シミュレーションは確率ルンゲクッタ法 [52] を用い、時間刻み 0.01ms、初期値 $x(0) = 1.0$ で行った。心筋組織サイズ $L = 25$ cm の場合の結果を図 5.9、表 5.4 に示す。図 5.4 に示す心室細動シミュレーション結果と平均、分散がほぼ等しい時系列が得られた。

5.4 考察

心室細動は移動し成長する多数の興奮波断片と回転らせん波が相互作用を行い分裂と死滅を繰り返すことにより維持される。興奮波断片の端点に現れる位相特異点は生成直後はいわばむき出しの状態で他の位相特異点と強く相互作用するため、分裂、死滅の可能性が大きい。生き残った興奮波断片は回転らせん波へと発達していくが、回転中心に位置する位相特異点はらせん状の興奮波に囲まれるため、他の位相特異点との相互作用は弱くなり分裂、死滅の可能性は小さい。 $g_s = 0.09, 0.07$ mS/cm² の場合における位相特異点の短い寿命、大きな移動速度、高い平均生成・死滅率は、主として移動する多数の興奮波断片の相互作用が心室細動を維持していることを示唆する。これは、このパラメータ領域では回転らせん波は

(a) $g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2$ (b) $g_s = 0.07 \text{ mS/cm}^2$ (c) $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ 図 5.7: 時系列からのランジュバン方程式の直接推定 ($L = 25 \text{ cm}$)

左はランジュバン方程式の決定論的項，右は確率項を示す．確率項には，明確な線形関係が見取れる．

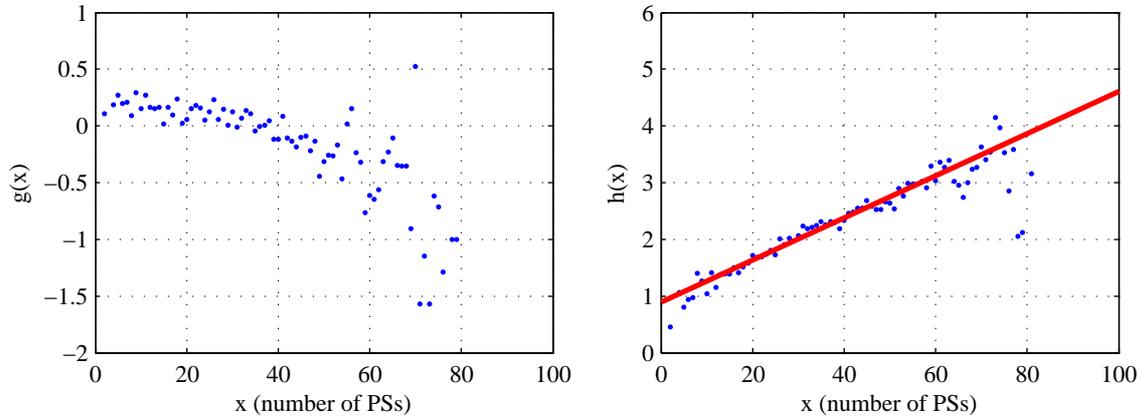
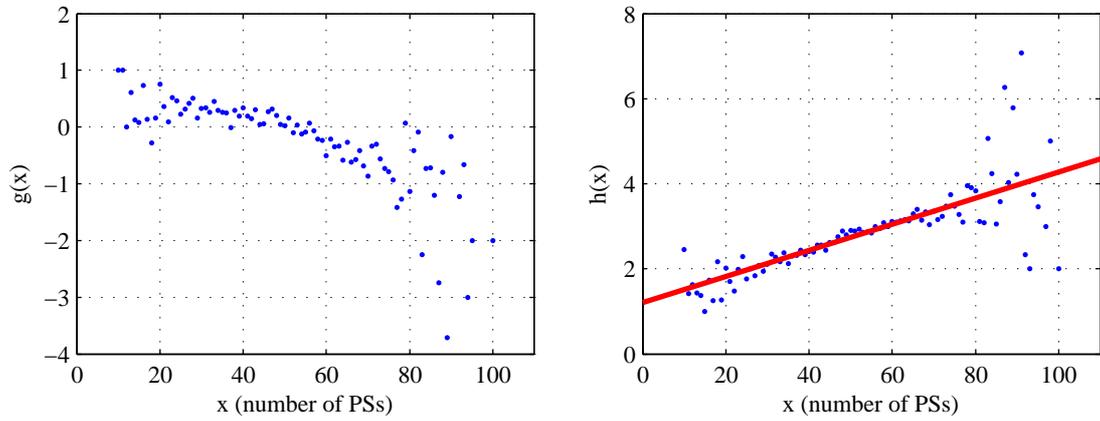
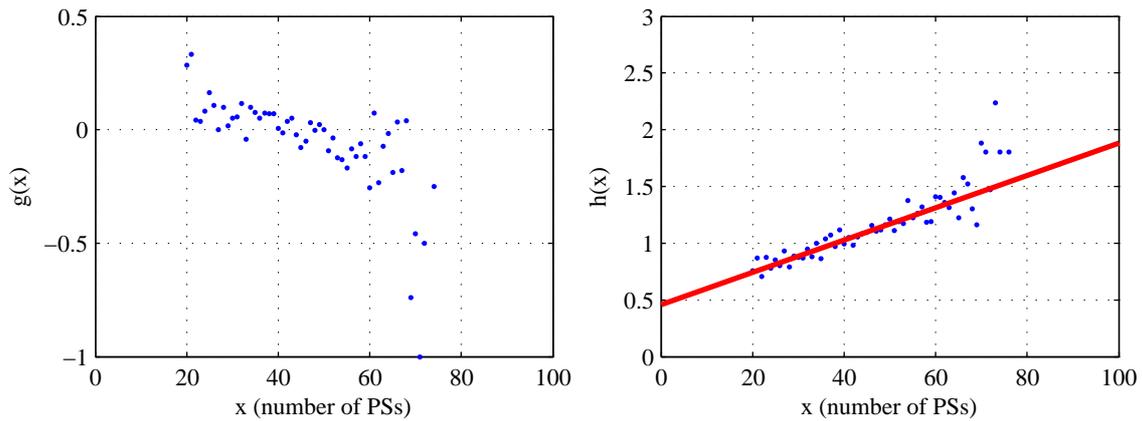
(a) $g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2, L = 20 \text{ cm}$ (b) $g_s = 0.07 \text{ mS/cm}^2, L = 17.5 \text{ cm}$ (c) $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2, L = 12.5 \text{ cm}$

図 5.8: 時系列からのランジュバン方程式の直接推定 (小領域)

左はランジュバン方程式の決定論的項，右は確率項を示す．大領域 ($L = 25 \text{ cm}$) の場合と同様に，確率項には，明確な線形関係が見て取れる．

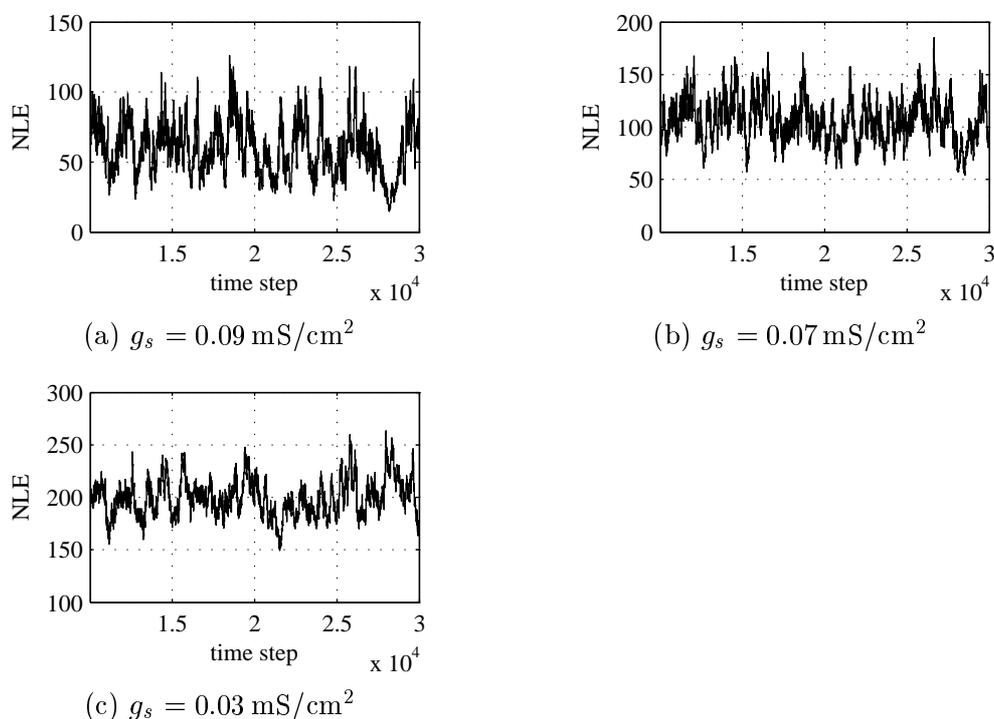


図 5.9: 第 II 種非線形ランジュバン方程式のシミュレーション結果

コア領域で自発的な興奮波の分裂を起こし発達する前に消滅してしまうためである．一方， $g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$ の場合における位相特異点の長い寿命，小さな移動速度，低い平均生成・死滅率は，同時存在する動きの小さな多数の回転らせん波が心室細動の維持に大きな役割を果たしていることを示唆する．これは，このパラメータ領域において回転らせん波はコア領域の外側で興奮波の自発的分裂が起こすため，より多くの回転らせん波が発達を続けるためである． g_s が 0.09 mS/cm^2 と 0.07 mS/cm^2 の場合を比較すると， g_s の減少により平均寿命が長く，平均移動速度，平均生成・死滅率が小さくなっており，これは興奮波断片の相互作用が弱くなっていることを意味していると思われる．寿命分布，平均移動速度，平均生成・死滅率は今回の数値シミュレーション範囲では心筋組織サイズが変わっても一定な特性であり，心室細動の定常的な性質を定量的に表すことが可能な指標である．

本研究の数値シミュレーションは，2次元領域で心室細動状態を長時間維持し統計的性質を調べるため，現実の心臓サイズと比較して非常に大きな領域サイズで行われた．心室細動の特性と領域サイズの関係性を考察する．位相特異点数の確率密度関数は，領域サイズ L が十

分大きい場合はガンマ分布により記述できると考えられる． $g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2$, $L = 25 \text{ cm}$ の場合についてはガンマ分布と一致していない．一次元ケーブルを伝播する興奮波の空間波長 $\lambda = 15.0 \text{ cm}$ と比べて L が十分大きくなかったためと思われる． L を減少し実際の心臓のサイズに近づけていくと，位相特異点数の確率密度関数は分布の右裾部分でガンマ分布から予測されるよりも小さな確率を持つようになる．ガンマ分布を一般化した超ガンマ分布は， g_s , L の全ての組み合わせで数値シミュレーションによる位相特異点数の確率密度関数を良く記述でき，対応する確率過程によりモデルを構築することができる．

本論文では心室細動の一般化モデルとして第 II 種非線形ランジュバン方程式を提案し，パラメータ同定を行った．これ以外にも超ガンマ分布を生成する方程式は無数にあるが，必要以上の複雑化を避けること，既知の現実の物理現象との対応 [36, 37, 38]，時系列データからの直接の方程式の確率的部分の推定結果等より，最初のモデルとしては妥当なものであると考える．しかし，時系列データからの直接推定結果には第 II 種非線形ランジュバン方程式には存在しない定数項が現れることもあり，今後さらに解析を進め，時間相関等の他の指標による検証や心筋細胞モデルパラメータとの関連の考察を進め，モデルの改良，発展を行っていきたい．

5.5 まとめ

本章では非均質大自由度現象に対して得られた非線形特徴量から現象の非線形確率過程モデルを構築する手法の開発を目的として，心室細動と呼ばれる心臓の異常興奮現象を対象に研究を行った．従来の研究は心室細動の発生メカニズムの解明を目的とするものであったが，本研究ではその定常的性質の解明およびモデル化を目的とした．心筋細胞の電気生理学モデルである Beeler-Reuter Drouhard- Roberge モデルを用いた 2 次元心筋組織モデルにおいて，遅い内向き電流コンダクタンスおよび心筋組織サイズを変化させて心室細動の長時間数値シミュレーションを実施し，特徴量として位相特異点を計算し，その統計的解析により以下の成果を得た．

- 位相特異点の寿命分布，平均移動速度，平均生成・死滅率が，心筋細胞モデルのパラ

メータ変更による心室細動の定常的性質の変化を的確に記述できる，数値シミュレーションにおける心筋組織サイズに依存しない指標である事を明らかにした．

- 定常心室細動時における位相特異点変動の確率密度関数の評価を行い，遅い内向き電流コンダクタンスおよび心筋組織サイズによる変化を調べた．サイズが非常に大きいときは確率密度関数はガンマ分布でよく記述できるが，現実の心臓のサイズに近づけた状況での確率密度関数を記述するには一般化された超ガンマ分布が必要であることを明らかにした．
- 心室細動の定常的性質の最初のモデルとして，超ガンマ分布と対応する第 II 種非線形ランジュバン方程式を提案し，そのパラメータ同定を行った．

これらの成果は，心室細動の性質や維持メカニズムについての理解を深めると共に，数値シミュレーションと生理学実験との比較・検証，心筋細胞モデルの評価・検証にも有用であると考えられる．さらなるモデルの評価・改良とともに，心筋細胞のシンプルな現象論的モデルと詳細な電気生理学モデルの比較，他のパラメータを変更した場合の特性，心筋組織の非均質性や異方性の影響などの興味深い研究課題が存在している．

第6章 結論

本論文では実世界の非均質大自由度系における現象の定常的，非定常的な特性を評価する非線形特徴量として観測時系列から再構成された位相空間における軌道の幾何学的構造を局所フラクタル次元により評価するポイント相関次元を選択し，観測された時系列から統計的に有意なポイント相関次元を推定する信頼性の高い解析手法を提案した．提案手法により断面ボイド率時系列からの二相流の流動様式の評価，起立時心電図時系列からの生体適応過程の評価に成功した．また，心室細動の数値シミュレーション結果から，心臓の異常興奮による時空カオス現象の定常的な統計的性質を調べ，非線形確率過程としてランジュバン方程式によるモデル化を提案しパラメータ同定に成功した．

各章の内容と成果を以下に示す．

第2章では，本論文で用いた解析手法の概要を示した．

第3章では，実世界の定常大自由度現象において相関次元を推定する手法として，これまで独立に適用されてきた軌道再構成次元に応じた最適な遅れ時間の決定法と軌道上の参照点における局所的な次元推定法の同時適用の有効性について明らかにした．得られた成果は以下の通りである．

- ノイズがなく完全に定常な準周期時系列を用いて相関次元の解析過程を調べ，再構成次元に応じた最適な時間遅れの決定とポイント相関次元による局所的な次元推定は，それぞれ異なるメカニズムで次元推定に必要なスケーリング領域の判定を容易にすることを明らかにした．準周期時系列の解析結果は，次元が4以上の場合において，同時適用による手法は，現在一般的に用いられている低次元カオス力学系のために提案された手法と比べ，少ないデータ点数で誤差の小さな推定を行いうることを示している．
- 実世界の低次元カオス現象である気泡生成系ノズル圧変動時系列の解析を行い，次元

が2から3程度の低次元の軌道であっても同時適用による手法が有効であることを明らかにした。これはノズル圧変動時系列の軌道は、準周期時系列の軌道よりも複雑な構造を持ち、軌道を構成する点の分布も均質性が高いとはいえないため、同時適用による手法がより低い次元で効果を発揮したと考えられる。

- 実世界の自由度現象である二相流時系列の解析に適用し、流れの局所状態の観測量である断面平均ボイド率を同時適用による手法で解析してポイント相関次元を推定した。大気泡が形成されるスラグ流においては、気相と液相の流量を変えた多様な流動条件における流動状態、垂直管位置および管径による流れの発達状態の違いをポイント相関次元により定量的に評価することができた。さらにサロゲートデータ法による検定により、従来の解析手法では有意な結果が得られない流動条件に対しても同時適用の手法により有意な解析結果が得られる場合があることを示し、その優位性を明らかにした。また、気泡流に対しては有意な結果が得られなかった。これは、今回の実験の流動条件では流れの自由度が相関次元解析で推定可能なほど低下していないことを示唆する。

第4章では、非線形大自由度系における状態遷移を対象とした非線形特徴量の過渡的变化を時間分解能高く定量化する手法を提案し、心電図時系列の解析により有効性を示した。得られた成果は以下の通りである。

- 第3章において有効性を確認した最適な遅れ時間による軌道再構成と局所的な次元推定による手法に加え、複数の短時間区画の断片的軌道からアンサンブルにより全体軌道を構成する手法を同時適用する解析手法を提案した。
- 次元が変動する準周期時系列を用いた数値実験により検証を行い、局所的な次元の推定値を小さな誤差かつ狭い分布幅で得ることに成功し、解析精度の向上を確認した。
- 本手法は、環境の揺らぎや系に内在する揺らぎにより、準安定状態間をカオス的に遷移している場合にも有効であると考えられる。従来の非線形時系列解析では準安定状態が継続する時間が短すぎて解析できなかった場合でも、特定の準安定状態における

区間を切り出すことができれば，アンサンブルによる軌道の復元により非線形特徴量の推定が可能となる．

- 起立時心電図の過渡的解析を行い，通常時においてはポイント相関次元の値は起立直後に仰臥位定常値から増大した後，いったん急速に大きく低下して緩やかに起立時定常値へと上昇していくという特性を見いだした．一方，起床直後，深夜，重度の疲労時においては，通常時とは異なる変動パターンが出現することを示した．

第5章では非均質大自由度現象に対して得られた非線形特徴量から現象の非線形確率過程モデルを構築する手法の開発を目的として，心室細動と呼ばれる心臓の異常興奮現象を対象に研究を行った．従来の研究は心室細動の発生メカニズムの解明を目的とするものであったが，本研究ではその定常的性質の解明およびモデル化を目的とした．心筋細胞の電気生理学モデルである Beeler-Reuter Drouhard- Roberge モデルを用いた2次元心筋組織モデルにおいて，遅い内向き電流コンダクタンスおよび心筋組織サイズを変化させて心室細動の長時間数値シミュレーションを実施し，特徴量として位相特異点を計算し，その統計的解析により以下の成果を得た．

- 位相特異点の寿命分布，平均移動速度，平均生成・死滅率が，心筋細胞モデルのパラメータ変更による心室細動の定常的性質の変化を的確に記述できる，数値シミュレーションにおける心筋組織サイズに依存しない指標である事を明らかにした．
- 定常心室細動時における位相特異点変動の確率密度関数の評価を行い，遅い内向き電流コンダクタンスおよび心筋組織サイズによる変化を調べた．サイズが非常に大きいときは確率密度関数はガンマ分布でよく記述できるが，現実の心臓のサイズに近づけた状況での確率密度関数を記述するには一般化された超ガンマ分布が必要であることを明らかにした．
- 心室細動の定常的性質の最初のモデルとして，超ガンマ分布と対応する第II種非線形ランジュバン方程式を提案し，そのパラメータ同定を行った．

今後の課題と展望を以下に示す．

本論文でその有効性を確認した解析手法を非均質大自由度系に対して用いる際の注意点としては、ポイント相関次元の推定値が次元の判定条件に大きく影響される場合がある事があげられる。現象の詳しい観察や他の統計量による評価、数理モデルの構築とそれによる評価などにより解析結果を検証し、適切な解析条件を設定することが必要である。

有意な結果が得られなかった気泡流に対しては、断面平均ポイド率を用いるのではなく、気泡群として管断面内の位置や群の大きさなどの特徴量を解析することにより有意な結果が得られるようになる可能性があり、今後の検討が必要である。

起立時心電図の解析による人間状態評価は、生体の適応過程における過渡的な軌道構造の複雑さという新たな観点からの指標の可能性を示すものであり、非侵襲的な生体情報から生体状態を評価するための有用な指標となり得ると考えている。今後、多様な年齢構成からなる多くの被験者による統計的な有意性の検証や、従来の心拍間隔による指標との比較、および自律神経系活動との関わりなど生理学的意味の検討が必要である。加速度センサ等による人間の行動判定技術と組み合わせることにより、日常生活における様々な状況の下で連続計測された時系列をタイプ別に切り出し、アンサンブルにより非線形特徴量を推定することにより行動に制限を加えずに人間状態を評価可能なシステムの実現に利用可能な有用性のある手法と考えている。

心室細動における特徴量の確率密度関数から非線形確率過程モデルを構築する手法は、心室細動の性質や維持メカニズムについての理解を深めると共に、数値シミュレーションと生理学実験との比較・検証、心筋細胞モデルの評価・検証にも有用であると考えられる。さらなるモデルの評価・改良とともに、心筋細胞のシンプルな現象論的モデルと詳細な電気生理学モデルの比較、他のパラメータを変更した場合の特性、心筋組織の非均質性や異方性の影響など興味深い研究課題が存在している。

本研究は以上のように非均質大自由度系における定常、非定常な現象に対して特徴量として相関次元の有用性を明らかにした。信頼性の高い相関次元推定手法を提案し、既知の特性を持つ数値的に作成された時系列を用いて検証を行い、提案手法の応用として実世界の現象である垂直管を上昇する二相流、起立時における生体の過渡的適応過程の評価に成功した。また、心室細動においては、新たに位相特異点を特徴量として導入し、その統計的解析結果

より心室細動の定常的性質を明らかにするとともに非線形確率過程によるモデル化に成功した。相関次元以外の非線形特徴量の推定手法と評価，二相流や人間状態などに対する非線形確率過程モデル構築における特徴量の選択と確率密度関数の種類や対応する非線形ランジュバン方程式の導出など興味深い応用先と研究課題が存在している。また，本研究で対象とした現象は非均質大自由度系に現れる重要で多様な現象のごく一部であり，現象の本質への洞察を得るための特徴量抽出とモデル化の枠組みのさらなる研究，発展が望まれる。

謝辞

本研究を進めるにあたり多大なるご指導をいただきました筑波大学大学院システム情報工学研究科リスク工学専攻 金野秀敏教授に心より深く感謝いたします。社会人早期修了プログラムの学生として受け入れていただき、研究指導および適切な助言をいただくことにより本論文をまとめることができました。また、先生の下で研究を進めていくことにより、多くを学ぶことができ研究者としての新たな視点を得ることができました。

筑波大学大学院システム情報工学研究科 リスク工学専攻 専攻長 岡本栄司教授，同 リスク工学専攻 羽田野祐子准教授，同 構造エネルギー工学専攻 京藤敏達教授に感謝いたします。論文審査を担当していただき、先生方のご指摘は、本論文を作成および完成において大変有益なものでありました。

筑波大学大学院システム情報工学研究科 リスク工学専攻 非線形数理工学研究室の皆様へ感謝いたします。特に同じく心室細動現象の解明をテーマに研究を行っておりました原田礼朗氏には研究を進めるにあたり有用な意見をいただきました。

独立行政法人産業技術総合研究所 先進製造プロセス研究部門 部門長 村山宣光氏，同 副研究部門長（現 研究部門付 兼 評価部審議役 兼 評価企画室長）手塚明氏，同 元マイクロ熱流体研究グループ グループ長（現 集積マイクロシステム研究センター ヘテロ融合研究チーム チーム長）松本壮平氏，独立行政法人産業技術総合研究所 集積マイクロシステム研究センター センター長 前田龍太郎氏，同 副研究センター長 高橋正春氏，同 副研究センター長 兼 ネットワーク MEMS 研究チーム チーム長 伊藤寿浩氏に感謝いたします。筑波大学大学院社会人早期修了プログラムへの入学，在学を認めていただき，ご支援，ご協力をいただきました。

独立行政法人産業技術総合研究所 元 先進製造プロセス研究部門マイクロ熱流体グループ

グループ長（現 先進製造プロセス研究部門 副研究部門長）市川直樹氏に感謝いたします。本論文の二相流および人間状態の評価の研究を共に行っただけではなく、博士号取得に向けて後押しをしていただきました。

独立行政法人産業技術総合研究所 元 先進製造プロセス研究部門複雑現象工学研究グループ（現 ヒューマンライフテクノロジー研究部門 医用計測技術グループ）三澤雅樹氏に感謝いたします。本論文の二相流の研究において実験を実施するとともに共に解析を進めました。また二相流の研究の一部は、(財) エネルギー総合工学研究所の革新的実用原子力技術開発提案公募事業によりました。ここに記して感謝の意を表すとともに共にプロジェクトに取り組みました元 株式会社日立製作所（現 アドバンスソフト株式会社 主管研究員）湊明彦氏に感謝いたします。

独立行政法人産業技術総合研究所 先進製造プロセス研究部門 旧 マイクロ熱流体研究グループおよび集積マイクロシステム研究センター ネットワーク MEMS 研究チームの皆様感謝いたします。

最後に研究生生活を精神的に支え、暖かく見守ってくれた家族に心から感謝いたします。

参考文献

- [1] K. Agladze, M.W. Kay, V. Krinsky, and N. Sarvazyan. Interaction between spiral and paced waves in cardiac tissue. *American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology*, Vol. 293, No. 1, pp. H503–H513, 2007.
- [2] 合原一幸, 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 産業図書, 2000.
- [3] A.M. Albano, A. Passamante, and M.E. Farrell. Using higher-order correlations to define an embedding window. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 54, No. 1-2, pp. 85–97, 1991.
- [4] R.R. Aliev and A.V. Panfilov. A simple two-variable model of cardiac excitation. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 7, No. 3, pp. 293–301, 1996.
- [5] D. Barkley. A model for fast computer simulation of waves in excitable media. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 49, No. 1-2, pp. 61–70, 1991.
- [6] S. Bauer, G. Röder, and M. Bär. Alternans and the influence of ionic channel modifications: Cardiac three-dimensional simulations and one-dimensional numerical bifurcation analysis. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 17, p. 015104, 2007.
- [7] G.W. Beeler and H. Reuter. Reconstruction of the action potential of ventricular myocardial fibres. *The Journal of physiology*, Vol. 268, No. 1, pp. 177–210, 1977.

- [8] T. Buzug and G. Pfister. Optimal delay time and embedding dimension for delay-time coordinates by analysis of the global static and local dynamical behavior of strange attractors. *Physical Review A*, Vol. 45, No. 10, pp. 7073–7084, 1992.
- [9] T. Buzug, T. Reimers, and G. Pfister. Optimal reconstruction of strange attractors from purely geometrical arguments. *Europhysics Letters*, Vol. 13, pp. 605–610, 1990.
- [10] A. Casaleggio and G. Bortolan. Automatic estimation of the correlation dimension for the analysis of electrocardiograms. *Biological cybernetics*, Vol. 81, No. 4, pp. 279–290, 1999.
- [11] R.H. Clayton. Influence of cardiac tissue anisotropy on re-entrant activation in computational models of ventricular fibrillation. *Physica D*, Vol. 238, No. 11-12, pp. 951–961, 2009.
- [12] M. Courtemanche. Complex spiral wave dynamics in a spatially distributed ionic model of cardiac electrical activity. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 6, No. 4, pp. 579–600, 1996.
- [13] M. Courtemanche and T.W. Arthur. Re-entrant rotating waves in a Beeler–Reuter based model of two-dimensional cardiac electrical activity. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 1, No. 2, pp. 431–444, 1991.
- [14] M. Dhamala, Y.C. Lai, and E.J. Kostelich. Analyses of transient chaotic time series. *Physical Review E*, Vol. 64, No. 5, p. 056207, 2001.
- [15] M. Dhamala, G. Pagnoni, K. Wiesenfeld, and G.S. Berns. Measurements of brain activity complexity for varying mental loads. *Physical Review E*, Vol. 65, No. 4, p. 041917, 2002.

- [16] J.P. Drouhard and F.A. Roberge. Revised formulation of the Hodgkin-Huxley representation of the sodium current in cardiac cells. *Computers and Biomedical Research*, Vol. 20, No. 4, pp. 333–350, 1987.
- [17] J.P. Eckmann and D. Ruelle. Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Reviews of modern physics*, Vol. 57, No. 3, pp. 617–656, 1985.
- [18] I.R. Efimov, V.I. Krinsky, and J. Jalife. Dynamics of rotating vortices in the Beeler-Reuter model of cardiac tissue. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 5, No. 3-4, pp. 513–526, 1995.
- [19] G.M. Faber and Y. Rudy. Action potential and contractility changes in $[\text{Na}^+]_i$ overloaded cardiac myocytes: a simulation study. *Biophysical Journal*, Vol. 78, No. 5, pp. 2392–2404, 2000.
- [20] F. Fenton and A. Karma. Vortex dynamics in three-dimensional continuous myocardium with fiber rotation: filament instability and fibrillation. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 8, No. 1, pp. 20–47, 1998.
- [21] F.H. Fenton, E.M. Cherry, H.M. Hastings, and S.J. Evans. Multiple mechanisms of spiral wave breakup in a model of cardiac electrical activity. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 12, pp. 852–892, 2002.
- [22] A.M. Fraser and H.L. Swinney. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Review A*, Vol. 33, No. 2, pp. 1134–1140, 1986.
- [23] R. Friedrich, S. Siegert, J. Peinke, S. Lüch, M. Siefert, M. Lindemann, J. Raethjen, G. Deuschl, and G. Pfister. Extracting model equations from experimental data. *Physics Letters A*, Vol. 271, No. 3, pp. 217–222, 2000.

- [24] 藤田悦則, 小倉由美, 落合直輝, 苗鉄軍, 清水俊行, 亀井勉, 村田幸治, 上野義雪, 金子成彦. 指尖容積脈波情報を用いた入眠予兆現象計測法の開発. *人間工学*, Vol. 41, No. 4, pp. 203–212, 2005.
- [25] A. Galka. *Topics in nonlinear time series analysis: with implications for eeg analysis*. World Scientific Pub. Co. Inc., 2000.
- [26] P. Grassberger and I. Procaccia. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 9, No. 1-2, pp. 189–208, 1983.
- [27] R.A. Gray, A.M. Pertsov, and J. Jalife. Spatial and temporal organization during cardiac fibrillation. *Nature*, Vol. 392, No. 6671, pp. 75–78, 1998.
- [28] R. Harada and H. Konno. Numerical Analysis of Aliev-panfilov Model. *Pacific Science Review*, Vol. 12, No. 1, pp. 74–76, 2010.
- [29] R. Hegger, H. Kantz, and T. Schreiber. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 9, pp. 413–435, 1999.
- [30] 本間甲一. 体位変換試験：起立試験. 自律神経系機能検査 第4版, pp. 124–128. 文光堂, 2007.
- [31] A.N. Iyer and R.A. Gray. An experimentalist’s approach to accurate localization of phase singularities during reentry. *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–59, 2001.
- [32] H. Ji, H. Ohara, K. Kuramoto, A. Tsutsumi, K. Yoshida, and T. Hirama. Nonlinear dynamics of gas-solid circulating fluidized-bed system. *Chemical engineering science*, Vol. 55, No. 2, pp. 403–410, 2000.

- [33] F. Johnsson, RC Zijerveld, JC Schouten, CM Van den Bleek, and B. Leckner. Characterization of fluidization regimes by time-series analysis of pressure fluctuations. *International journal of multiphase flow*, Vol. 26, No. 4, pp. 663–715, 2000.
- [34] K. Judd. Estimating dimension from small samples. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 71, No. 4, pp. 421–429, 1994.
- [35] H. Kantz and T. Schreiber. *Nonlinear time series analysis*. Cambridge Univ. Pr., 2004.
- [36] H. Konno. Nonlinear Stochastic Dynamics and Instability Theory. *Advances in Nuclear Science and Technology*, Vol. 26, pp. 21–58, 1999.
- [37] H. Konno and P.S. Lomdahl. Generalized Birth-Death Stochastic Process in Nonequilibrium Open System. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 64, No. 6, pp. 1936–1944, 1995.
- [38] H. Konno and P.S. Lomdahl. Stochastic Processes Having Fractional Order Nonlinearity Associated with Hyper Gamma Distribution. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 73, No. 3, pp. 573–579, 2004.
- [39] 金野秀敏. 確率論的リスク解析の数理と方法. コロナ社, 2010.
- [40] D. Kugiumtzis. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series—the role of the time window length. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 95, No. 1, pp. 13–28, 1996.
- [41] C. Luo and Y. Rudy. A model of the ventricular cardiac action potential. Depolarization, repolarization, and their interaction. *Circulation Research*, Vol. 68, No. 6, pp. 1501–1526, 1991.
- [42] M.C. Mackey and L. Glass. Oscillation and chaos in physiological control systems. *Science*, Vol. 197, No. 4300, pp. 287–289, 1977.

- [43] 湊明彦, 大塚雅哉, 石田直行, 二ノ方壽, 越塚誠一, 三澤雅樹, 鈴木章夫, 黒田雅治, 市川直樹. 革新的実用原子力技術開発提案公募事業 原子炉における気液二相流複雑流動評価に関する技術評価 H15 年度成果報告書. Technical report, エネルギー総合工学研究所, 2004.
- [44] C.C. Mitchell and D.G. Schaeffer. A two-current model for the dynamics of cardiac membrane. *Bulletin of mathematical biology*, Vol. 65, No. 5, pp. 767–793, 2003.
- [45] R. Mosdorf, P. Cheng, HY Wu, and M. Shoji. Non-linear analyses of flow boiling in microchannels. *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 48, No. 21-22, pp. 4667–4683, 2005.
- [46] K. Nguyen, C.S. Daw, P. Chakka, M. Cheng, D.D. Bruns, C.E.A. Finney, and M.B. Kennell. Spatio-temporal dynamics in a train of rising bubbles. *The Chemical Engineering Journal and The Biochemical Engineering Journal*, Vol. 64, No. 1, pp. 191–197, 1996.
- [47] Task Force of the European Society of Cardiology the North American Society of Pacing Electrophysiology. Heart Rate Variability: Standards of Measurement, Physiological Interpretation, and Clinical Use. *Circulation*, Vol. 93, No. 5, pp. 1043–1065, 1996.
- [48] H.M. Prasser, A. Böttger, and J. Zschau. A new electrode-mesh tomograph for gas-liquid flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 9, No. 2, pp. 111–119, 1998.
- [49] Zhilin Qu. Critical mass hypothesis revisited: role of dynamical wave stability in spontaneous termination of cardiac fibrillation. *American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology*, Vol. 290, No. 1, pp. H255–H263, 2006.

- [50] A. U. Rajendra, J.K. Paul, N. Kannathal, C.M. Lim, and J.S. Suri. Heart rate variability: a review. *Medical and Biological Engineering and Computing*, Vol. 44, No. 12, pp. 1031–1051, 2006.
- [51] J.S. Richman and J.R. Moorman. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, Vol. 278, No. 6, pp. H2039–H2049, 2000.
- [52] A. Röbler. Explicit Order 1.5 Schemes for the Strong Approximation of Itô Stochastic Differential Equations. *PAMM*, Vol. 5, No. 1, pp. 817–818, 2005.
- [53] M.T. Rosenstein, J.J. Collins, and C.J. De Luca. Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 73, No. 1-2, pp. 82–98, 1994.
- [54] D.A. Russell, J.D. Hanson, and E. Ott. Dimension of strange attractors. *Physical Review Letters*, Vol. 45, No. 14, pp. 1175–1178, 1980.
- [55] K. Sakai, Y. Noguchi, and S. Asada. Detecting chaos in a citrus orchard: Reconstruction of nonlinear dynamics from very short ecological time series. *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 38, No. 5, pp. 1274–1282, 2008.
- [56] J.C. Schouten, F. Takens, and C.M. van den Bleek. Estimation of the dimension of a noisy attractor. *Physical Review E*, Vol. 50, No. 3, pp. 1851–1861, 1994.
- [57] J.C. Schouten, M.L.M. Vander Stappen, and C.M. van den Bleek. Scale-up of chaotic fluidized bed hydrodynamics. *Chemical engineering science*, Vol. 51, No. 10, pp. 1991–2000, 1996.
- [58] T. Schreiber and A. Schmitz. Surrogate time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 142, No. 3-4, pp. 346–382, 2000.

- [59] S.C. Shadden, F. Lekien, and J.E. Marsden. Definition and properties of Lagrangian coherent structures from finite-time Lyapunov exponents in two-dimensional aperiodic flows. *Physica D*, Vol. 212, No. 3-4, pp. 271–304, 2005.
- [60] J.E. Skinner, J.M. Anchin, and D.N. Weiss. Nonlinear analysis of the heartbeats in public patient ECGs using an automated PD2i algorithm for risk stratification of arrhythmic death. *Therapeutics and clinical risk management*, Vol. 4, No. 2, pp. 549–557, 2008.
- [61] J.E. Skinner and M. Molnár. Event-related dimensional reductions in the primary auditory cortex of the conscious cat are revealed by new techniques for enhancing the non-linear dimensional algorithms. *International Journal of Psychophysiology*, Vol. 34, No. 1, pp. 21–35, 1999.
- [62] A. Suzuki and M. Misawa. On the cross-sectional measurement points necessary for point correlation dimension analysis of two-phase flow. In *Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications 2005*, pp. 397–400, 2005.
- [63] E. Suzuki. Hyper gamma distribution and its fitting to rainfall data. *Papers in Meteorology and Geophysics*, Vol. 15, pp. 31–51, 1964.
- [64] J. Theiler. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data. *Physical Review A*, Vol. 34, No. 3, pp. 2427–2432, 1986.
- [65] J. Theiler. Lacunarity in a best estimator of fractal dimension. *Physics Letters A*, Vol. 133, No. 4-5, pp. 195–200, 1988.
- [66] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, and J. Doyne Farmer. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 58, No. 1-4, pp. 77–94, 1992.

- [67] C.M. Van den Bleek, M.O. Coppens, and J.C. Schouten. Application of chaos analysis to multiphase reactors. *Chemical engineering science*, Vol. 57, No. 22-23, pp. 4763–4778, 2002.
- [68] C.M. Van den Bleek and J.C. Schouten. Deterministic chaos: a new tool in fluidized bed design and operation. *The Chemical Engineering Journal and the Biochemical Engineering Journal*, Vol. 53, No. 1, pp. 75–87, 1993.
- [69] A. Veronig, M. Messerotti, and A. Hanslmeier. Determination of fractal dimensions of solar radio bursts. *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 357, No. 1, pp. 337–350, 2000.
- [70] S.F. Wang, R. Mosdorf, and M. Shoji. Nonlinear analysis on fluctuation feature of two-phase flow through a T-junction. *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 46, No. 9, pp. 1519–1528, 2003.
- [71] L. Zhang and M. Shoji. Aperiodic bubble formation from a submerged orifice. *Chemical engineering science*, Vol. 56, No. 18, pp. 5371–5381, 2001.

論文リスト

査読付き学術雑誌論文

1. 鈴木章夫. ポイント相関次元による二相流定量化の信頼性向上とノズル圧力変動時系列を用いた検証. 日本機械学会論文集 B 編, Vol.70, No.692, pp.896-903, 2004.
2. 鈴木章夫, 三澤雅樹, 湊明彦. 最適軌道再構成とポイント相関次元法による二相流時系列の定量化. 日本機械学会論文集 B 編, Vol.72, No.715, pp.590-597, 2006.

査読付き国際会議論文

1. A. Suzuki, M. Misawa, N. Ichikawa, M. Kuroda and A Minato. Reliable estimation of dynamical invariant of two-phase flow: Point correlation dimension analysis of void fraction time series. Proceedings of International Conference on Multiphase Flow 2004, Paper No. 574, pp.1-11, 2004.
2. A. Suzuki, M. Misawa. On the cross-sectional measurement points necessary for point correlation dimension analysis of two-phase flow. Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications 2005, pp.397-400, 2005.

査読なし紀要論文

1. 鈴木章夫. 心電図波形の非線形時系列解析による人間状態評価. 統計数理研究所共同研究レポート, Vol.242, pp.77-82, 2010.

2. 鈴木章夫, 金野秀敏. 筋細胞モデルにおける時空パターンの線形・非線形特徴量による解析, 統計数理研究所共同研究レポート, Vol.257, pp.36-41, 2011.

著書・解説論文

1. 鈴木章夫, 三澤雅樹, 湊明彦. 気液二相流の特徴定量化-非線形時系列解析の可能性と限界-. 複雑現象工学-複雑系パラダイムの工学応用, pp.73-96, プレアデス出版, 2005.
2. 鈴木章夫. 非線形時系列解析の手引き-相関次元推定の問題点と改善法. 日本 AEM 学会誌, Vol.18, No.3, pp.209-214, 2010.

付録 A 回転らせん波の分裂メカニズム

A.1 APD restitution

心筋細胞はナトリウムイオンが細胞内に急速に流入することにより静止電位（約-90 mV）から約+40 mV のレベルまで急速に脱分極する．脱分極後にカリウムイオン等が細胞外に流出することで再分極が起こり，電位は静止電位に戻る．ひとたび心筋細胞が脱分極すると，その後一定期間は脱分極することができず，この期間は不能期（refractory period）と呼ばれる．活動電位持続時間（APD）は脱分極から不能期の開始までの期間として定義され，適当な電圧の閾値により判定される（例えば，-60 mV など）．心臓の興奮伝播は，不能期を脱した心筋細胞により担われ，興奮波が再分極が終了していない不能期のエリアに向かって進入すると興奮波伝播のブロックが生じる．

心筋細胞の APD は刺激間隔により変動する．図 A.1(a) に刺激 S1 を与えた T_i (ms) 後に刺激 S2 を与えた場合の APD の変化の様相を示す（S1-S2 プロトコル）．刺激間隔が短いほど続く興奮の APD が短縮する．この特性は通常，拡張期時間 DI(diastolic interval, 不能期開始時刻から刺激を与えるまでの時間) との関係で記述され，APD restitution 特性と呼ばれる．遅い内向き電流コンダクタンス g_s を変更した場合における BRDR モデルの APD restitution 特性を図 A.1(b), (c) に示す．図 A.1(b) は正常時のパラメータ，図 A.1(c) は重度な異常時のパラメータにおける特性である．長さ 50cm の 1 次元ケーブルの左端を 500ms 間隔で 20 回刺激を与え，定常状態を作り出した後，S1-S2 刺激を与え，ケーブル中央で DI と APD の関係を求めた．正常時のパラメータでは DI が約 30ms 以下で興奮波伝播のブロックが生じている．また，DI が約 70ms 以下で，APD restitution 特性の傾きが 1 以上となっている．重度な異常時のパラメータでは，APD の変化は小さく，傾きが 1 以上の領域は存在していない．興奮波の伝播速度 CV(conduction velocity) も同様の特性を持っており，DI

が短い場合は CV は減少し, CV restitution 特性と呼ばれる。これら二つの特性は短時間間隔の刺激による細胞レベルのイオン電流等の変動ダイナミクスが組織レベルのダイナミクスに反映された結果と考えられる。

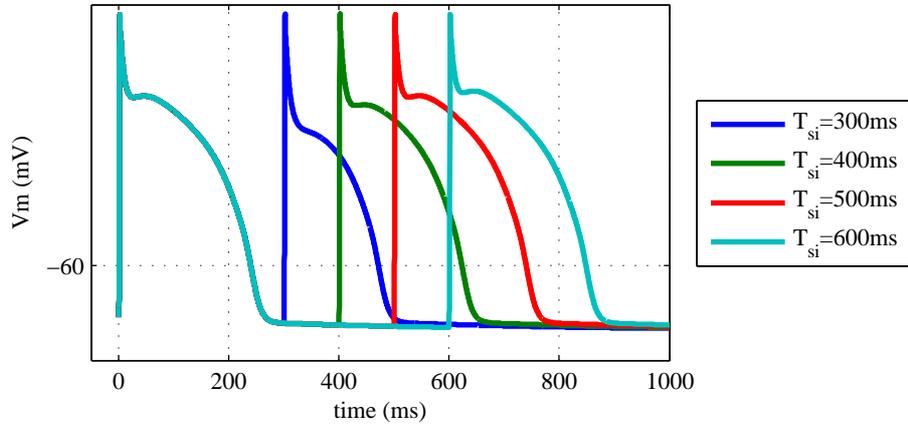
A.2 二次元回転らせん波の分裂メカニズム

二次元回転らせん波の分裂は, 興奮波が心筋組織の不能期にある領域に衝突することにより伝播のブロックが部分的に生じることにより引き起こされる。Fenton らは様々な要因により引き起こされる興奮波の分裂を, その発生機序によりいくつかのタイプに分類している (Fenton et al., Chaos, Vol.12, pp.852-892, 2002)。本論文の結果と関連する二つのタイプについて以下に示す。

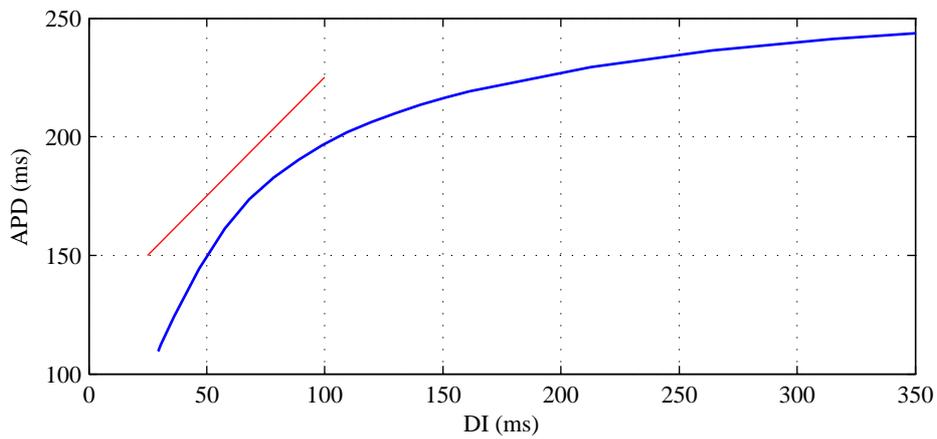
A.2.1 急な APD restitution 特性の傾きによりコア領域近傍で生じる分裂

急な APD restitution 特性 (傾きが 1 より大きい領域) は Hopf 分岐により APD に振動を引き起こし, 興奮波伝播のブロックが発生することが知られている。APD 変動の特性を模式的に図 A.2 に示す。周期 CL で周期的な刺激を与えた場合, 実線で示された APD restitution 特性と点線で表された CL の交点が平衡点となる。系に摂動が加わった場合, 図 A.2(a) に示す傾きが 1 より小さい場合は, APD は過渡的に振動するが振幅は徐々に小さくなって平衡状態に至り, 安定である。しかし, 図 A.2(b) に示す傾きが 1 より大きい場合には, APD の振幅は拡大していき, DI が小さくなりすぎて興奮波伝播のブロックが生じる。

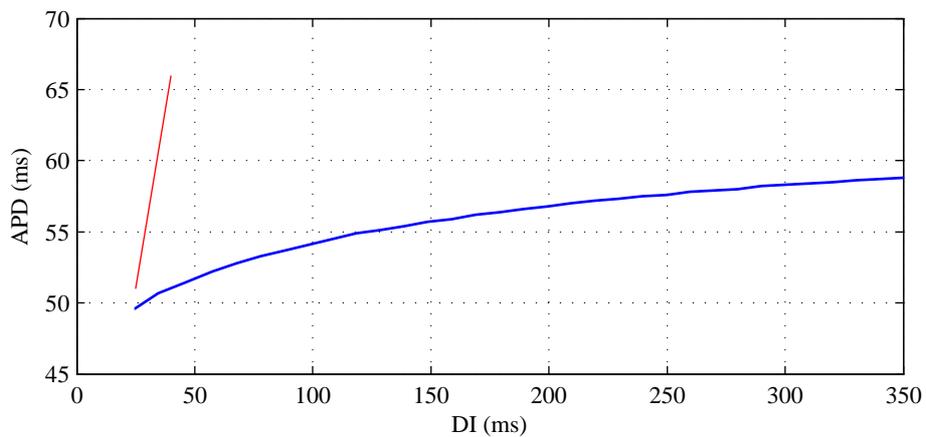
急な傾きの APD restitution 特性が回転らせん波の自発的分裂を引き起こす例として, コア領域 (位相特異点により判定される回転らせん波の端点) 近傍では興奮波伝播ブロックがある。APD restitution 特性の傾きが急な領域では, 興奮前面 (wave front) の速度低下と比較して興奮後面 (wave back, 不能期開始領域) の速度低下は著しく大きく, 興奮前面と興奮後面の速度差が拡大する。これは, 回転らせん波の発達過程において, 回転中心 (位相特異点) 近傍に scallop と呼ばれる尖った興奮後面形状をもたらす。らせん状の興奮波が回転して興奮前面が興奮後面の scallop 状の領域に衝突すると, その地点で伝播のブロックが



(a) 間隔 T_i (ms) の連続刺激を与えた場合の BRDR モデル ($g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2$) の APD



(b) BRDR モデル ($g_s = 0.09 \text{ mS/cm}^2$) の restitution 特性 (赤線は傾き 1 の直線)



(c) BRDR モデル ($g_s = 0.03 \text{ mS/cm}^2$) の restitution 特性 (赤線は傾き 1 の直線)

図 A.1: APD restitution (拡張期時間 DI と活動電位持続時間 APD の関係)

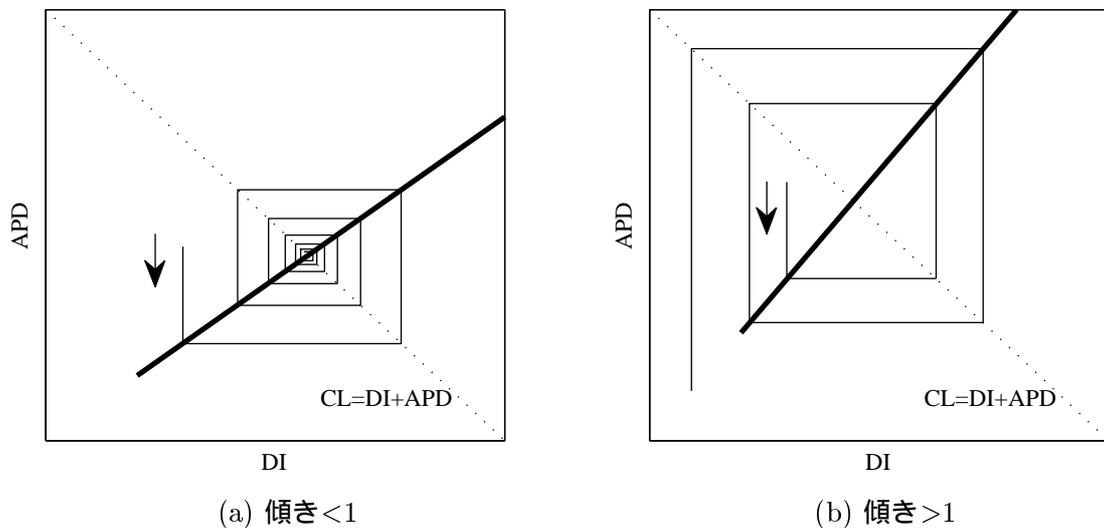


図 A.2: APD restitution 特性の傾きの影響

生じ、興奮波が分裂する。scallop はらせん波の最初の回転の間に速やかに形成されるため、興奮波の分裂も速やかに生じる。

A.2.2 ドップラー効果により生じる分裂

心筋組織に現れる回転らせん波は静止しておらず、meandering と呼ばれる彷徨い運動を行う。meandering の特性は回転中心を表す位相特異点の運動パターンで表現されるが、心筋細胞モデルおよびパラメータ設定により、エピサイクロイド (epicycloid) やハイポサイクロイド (hypocycloid) の円形運動、鋭いターンを示す直線状の運動など様々なパターンを示す。回転らせん波の meandering は、ドップラー効果により興奮周期の変調を引き起こす。その進行方向においては静止時と比較して興奮周期が短縮し、逆方向では延長する。興奮周期の変調により APD も変化し、進行方向では APD が短縮して興奮波が密となり、逆方向では疎となる。meandering の運動パターン（一定方向への運動の継続時間など）と運動速度により、回転らせん波の興奮波パターンに非対称性がもたらされ、DI の短縮が限界を超えた領域で伝播のブロックが起こるため、APD restitution 特性の傾きが 1 以下であっても興奮波の分裂がコア領域の外側で生じる場合がある。