両面性市場におけるプラットフォーム戦略
に関する研究

筑波大学審査学位論文（博士）

２０１２

海 野　大

筑波大学大学院

ビジネス科学研究科 企業科学専攻

目次

記号

$Z(t)$：　標準ブラウン運動

$\mathcal{F}(t)$：　ブラウン運動 $Z(t)$ によって生成されるフィルトレーション

$\mathbb{P}_a$：　努力 $\{a(t)\}$ が遂行されるときの確率測度

$\mathbb{E}_a$：　確率測度 $\mathbb{P}_a$ の下での $a(t)$ に関する期待値

A^T：　行列 A の転置行列

Tr：　行列の対角成分の和（トレース trace）

第 1 章

序論

1.1　研究の目的

本論文では，動学的プリンシパル-エージェント・モデルを応用して，両面性市場におけるプラットフォーム戦略を研究する．

「両面性市場（Two-Sided Market）」とは，属性の異なるグループが存在し，両者が取引することで利益を得ることができ，かつその取引に必ず仲介者が存在するような市場を言う．また，取引仲介者を「プラットフォーム（Platform）」という．属性の異なるグループとは，例えば，財の売り手と買い手などである．ここで「市場」とは，例えば農海産物の卸売市場や証券取引所のような物理的な場所だけでなく，インターネット上のマーケットプレイスのような仮想的な市場も含む概念とする．市場における取引には財の売買以外にも様々なものがあり得るが，本論文では簡単のために，取引とは一方のグループが他方のグループに対して何らかの製品やサービスを提供し，その対価を受け取ることを言うものとする．また，製品やサービスを提供する側のグループに属する者を「サービスプロバイダ」，提供を受ける側のグループに属する者を「エンドユーザ」と呼ぶことにする．サービスプロバイダとエンドユーザは市場での取引に先立ってプラットフォームと契約するので，プラットフォームに参加するという言い方もなされる．また，サービスプロバイダとエンドユーザをプラットフォームへの「参加者」（ないし，「参加者グループ」），サービスプロバイダとエンドユーザの両者を合わせて「両側の参加者」という言い方もする．

両面性市場の例としては，不動産仲介，TV・新聞広告，ポータルサイト，クレジットカード，結婚紹介所，テレビゲーム，オークション，E-コマース，音楽配信，スマートフォン，電子書籍等が挙げられる．例えば，クレジットカードではカード会社がプラットフォームで加盟

店がサービスプロバイダ，カード保有者がエンドユーザであり，また，音楽配信市場ではアップルなどの配信事業者がプラットフォームでレコード会社がサービスプロバイダ，楽曲購入者がエンドユーザとなる[*1]．「両面性市場」はこのように取引仲介者が存在する市場を抽象化した概念である．

両面性市場は Rochet and Tirole(2003)[79] を嚆矢(こうし)として，近年，活発に研究されている．両面性市場の特徴は，異なるグループ間に「間接ネットワーク効果」，すなわち，相手の存在が自分の効用を高める，という効果が存在することである[*2]．各参加者グループは自分の参加している市場により多くの潜在的取引相手が参加するほど取引機会が増え，あるいは取引の選択肢が増し，より有利な条件で取引できる可能性が高まる．ところが，市場に多数の潜在的取引相手が存在していたとしても，自分が取引したい相手の探索や交渉，あるいは納品や決済などの履行確認といった「取引コスト[*3]」が，取引によって得られる利得よりも大きいと，実際に取引は発生しない．潜在的取引相手が多ければ多いほど，取引コストは逆に大きくなるので，十分な需要と供給があるにも関わらず効率的な市場取引が実現しない，つまり，市場の失敗が生じる．

このとき，もし，プラットフォームが効果的に参加者グループ同士を紹介し，さらに品質や納品，決済等に係る取引ルールの制定と運用，不正監視などのサービスを提供すれば，取引コストは低下し，参加者相互で活発に取引が行われるであろう．多くの両面性市場においては，プラットフォームは単なる取引仲介者としての役割を超え，市場に規律を与え，取引を円滑化させる調整機能も果たしている（Boudreau and Hagiu(2009)[15]）．両面性市場とは，プラッ

[*1] プラットフォーム上に参加者グループが 3 つ以上ある場合，その市場を多面性市場と言うことがある．例えば，パーソナルコンピュータ市場はマイクロソフトなどの OS メーカをプラットフォームとし，ハードウェアのメーカ，アプリケーション・ソフトウェアのメーカ，そしてユーザの 3 者からなる多面性市場と捉えることができる．多面性市場は両面性市場の概念を一般化したものであるが，両面性市場という用語の方がこうした市場の性格をより明確に表現していると思われるので，以後，本論文では多面性市場と捉え得る場合も含めて両面性市場と言うこととする．

[*2] 一般に，消費者が製品やサービスを購入ないし利用する際に，その製品／サービスを購入／利用する消費者が多ければ多いほど，個々の消費者の効用が大きくなる場合，正のネットワーク効果が存在するという．例えば，同じワープロソフトを利用している利用者が多いほど，利用者間でのファイル共有が容易になり，個々の利用者の効用が高まるというような場合である．逆に，通信や交通のようにサービスの供給量に制約が有って，利用者の増加によって混雑の度合いが高まることで効用が減少するとき，負のネットワーク効果が存在するという．ネットワーク効果には直接的な効果と間接的な効果がある．上述した効果は直接的効果であるが，間接的効果は補完的な製品／サービスの消費者が多く，従ってその補完製品等がより多く供給されるほど，個々の消費者の効用が大きくなることを言う．コンピュータのハードウェアとソフトウェア，あるいはクレジットカードにおけるカード保有者と当該カードを利用できる店舗の関係などがこれに当てはまる．

[*3] ここでは，コースの一連の論文 Coase(1937)[22]，Coase(1960)[23]，Coase(1988)[24] によって定義された取引コストに従っている．なお，コース自身はこれらの論文において取引コストという用語を用いていない．

トフォームの存在によって，そこに参加するサービスプロバイダやエンドユーザがネットワーク効果を享受ならしめている市場と言える（Fig. 1.1）．

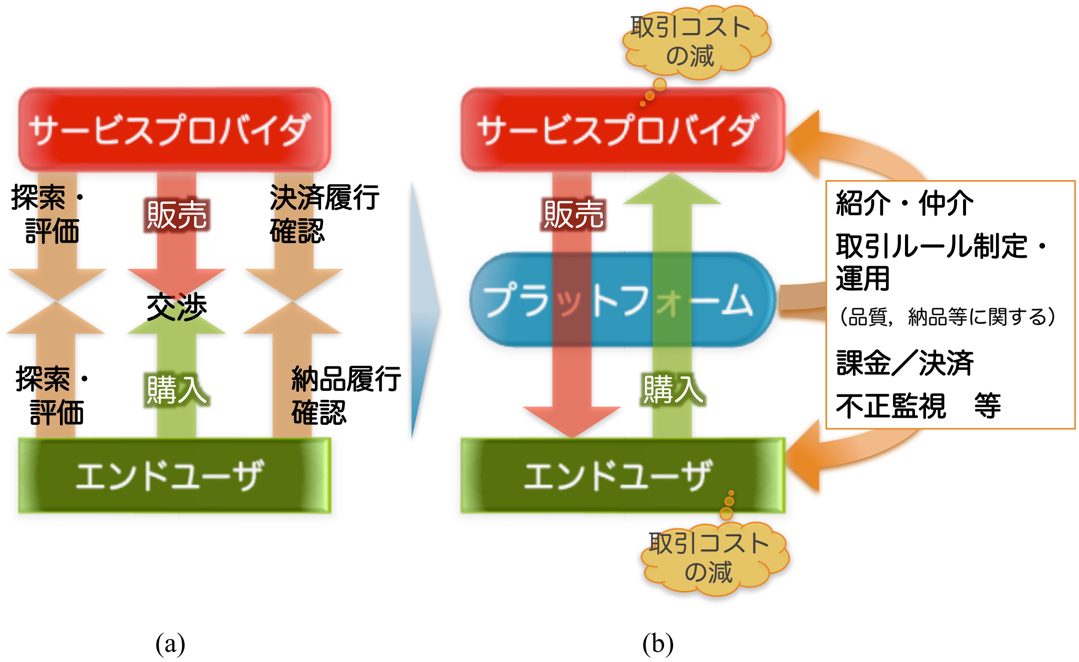

Fig. 1.1　(a) Each participants incurs the transaction cost, (b) in two-sided market, the platform reduces the the transaction cost of each participants

このように，両面性市場はプラットフォームを中心に形成されているエコシステムと言えるが，このシステムを立ち上げ繁栄させる上で，プラットフォームは以下の 3 つの問題に直面する：

(i) 両面性市場に如何にして多数のサービスプロバイダとエンドユーザをバランスよく参加させるか，

(ii) 両面性市場に参加しているサービスプロバイダとエンドユーザ間で如何に多くの取引を発生させるか，

(iii) 取引によって生み出された価値（収益）を，どのようにしてどれだけプラットフォームに還流（再配分）させるか．

(i) の問題の困難さは，間接ネットワーク効果の存在によって，いずれか片側の参加者グループが存在しなければ他方の側の参加者もプラットフォームに参加しないため，両側の参加者を同時に集めなければならないところにある．最初にいずれの側の参加者グループを集めればよいか決まらないことから，いわゆる「鶏卵問題」と呼ばれる（Caillaud and Jullien(2003)[17]）．

この問題はまた，両側の参加者の事前の意思決定，すなわちプラットフォームへの参加にかかるインセンティブ付与の問題と捉えることができる．そこで，(i) の問題を「**参加インセンティブ問題**」と呼ぶこととする．

参加インセンティブ問題に関して，両面性市場に関する従来研究の多くがプラットフォームの料金構造に焦点を当てている (Rochet and Tirole(2003)[79], Rochet and Tirole(2006)[80], Armstrong(2006)[4]，Hagiu(2009)[48] 等)．一般に，サービスプロバイダやエンドユーザはプラットフォームへの参加時または参加後のいずれかあるいは両方において，プラットフォームへ料金を支払う必要がある．彼らは反対側の参加者グループも多数参加してくることを期待してプラットフォームへの参加を検討するが，同時にその期待が実現しないリスクも考慮する．その際，支払うべき料金が反対側の参加者グループの多寡によらない（反対側の参加者数が期待値を大きく下回っても支払額が変わらない）ならば，彼らは参加を躊躇するであろう．しかしながら，参加者グループの間でリスク回避度が異なり，その結果プラットフォームへの参加に関する価格弾力性が異なるなら，その差異に応じた料金構造，具体的にはリスク回避的なグループの料金を減額し，その減額分を他方のグループの料金に加算することによって，プラットフォームは両側の参加者に対する合計の料金水準を変えることなく，両側の参加者グループを集めることが可能になると想定される．現実に，プラットフォームが両側の参加者に対して設定する料金が非対称であるような両面性市場は多く存在している[*4]．このような料金設定の非対称性は両面性市場の有する著しい特徴であり，逆に，この特徴を有するような市場が両面性市場であるとも言える．これを踏まえて，Rochet and Tirole(2006) は両面性市場を，市場における買い手と売り手の間の取引量が，プラットフォームがそれぞれに課す料金の合計 $a = a^B + a^S$ のみに依存するのでなく，a を一定に保ちながら a^B と a^S を変化させることで取引量が増減するような市場であると定義している．

非対称料金構造以外にも参加インセンティブを付与する手法は他にもあり得る．例えば，エンドユーザに対する参加資格基準（所得条件など）の緩和や加入手続きの簡略化（オンラインサインアップ），サービスプロバイダに対するプラットフォームの種々の機能や API を活用するための開発ツールの無償提供やサービスプロバイダ向けコミュニティの運営などである．これらの手法の有効性を疑うべくもないが，多くの両面性市場でポピュラーな手法となっており，今日ではプラットフォームが当然に提供するサービスと受け取られている．従って，参加者が直接負担の痛みを感じる料金に比べ，インセンティブ付与の効果は必ずしも大きいとは言

*4 例えば，結婚紹介所では男女で入会金が異なり（男性の方が高い！），TVCM は広告主のみが広告料を支払い，音楽配信ではレコード会社のみがプラットフォームに配信料を支払う．

い難いと思われる．

さて，プラットフォームが参加インセンティブ問題を克服して多数の参加者を集めることができても，実際に参加者間の取引量が増えなければ，市場として存続させることは困難である．(ii) の問題を解決するためには，プラットフォームは前述したような取引コストを削減させるための種々のサービス提供に加え，取引を促進する仕掛けが必要である．例えばエンドユーザに対しては，E-コマースなどにおけるようなレコメンデーション・サービスやポイントプログラム，サービスプロバイダに対しては品揃えや店舗計画に関するアドバイス，エンドユーザに関するマーケティング情報の提供などがある．また，プラットフォームが参加者に課す料金も取引を促進させるように設定されねばならない．(ii) の問題は参加者の事後の意思決定，すなわちプラットフォームへの参加後の取引行動へのインセンティブ付与問題と捉えられるので，これを「**取引インセンティブ問題**」と呼ぶこととする．

(iii) の問題は，市場内の取引によって直接的に価値を生み出し，かつその価値を収益として得ているのが各参加者であることから生じる．プラットフォームは取引の仲介はするものの，取引当事者ではないから，取引自体から収益を得ることはできない．プラットフォームが収益を得るためには[*5]，参加者が得る収益（の一部）をプラットフォームに再配分させる必要がある．つまり，(iii) の問題は市場の生み出す価値の「再配分問題」である．再配分は，その方法や配分割合によってはサービスプロバイダやエンドユーザにプラットフォームへの参加を思いとどまらさせたり，市場内での取引意欲を減退させ，その結果，長期的にプラットフォームの収益を減少させる恐れがある．再配分は，参加者の参加インセンティブや取引インセンティブを高めるように実施されなければならない．

再配分を検討する上で，プラットフォームが課す料金体系の選択は，それがプラットフォームの収益構造を規定するため，極めて重要である．料金体系は，参加者がプラットフォームへの参加時に支払う入会金や契約期間中に定期的に支払う会費といった定額料金と，個々の取引毎に課金される従量制の利用料や手数料とに大きく分けられる．前者を「会費型料金」，後者を「取引手数料型料金」と呼ぶことにしよう．会費型料金を採用する場合はプラットフォームの収益は参加者数に依存し，取引手数料型料金の場合は市場内の取引量や取引金額に依存す

[*5] 本論文ではプラットフォームは収益拡大を追求する営利企業であると想定する．しかしながら，いくつかの市場では，行政機関や公益法人等の非営利企業がプラットフォームの役割を果たしており，そのような例として，労働市場におけるハローワーク（公共職業安定所）がある．この市場における参加者グループは求職者と求人企業であり，市場価値は労働人口が増加することで新たに生み出される GDP やその結果としての労働者の所得などによって測ることができ，プラットフォームたる行政機関はその対価として雇用保険料などを課税する．このように，両面性市場の概念は，産業分野だけでなく，広く経済社会における種々の活動に適用することができる．

る．従って，いずれの料金体系に主軸を置くかに依ってプラットフォームの収益構造は異なることになる．

収益構造によって，プラットフォームが事業戦略上重視すべき課題は異なる．会費型の収益構造のプラットフォームにとっては参加インセンティブ問題の克服が決定的に重要だが，各参加者に対して取引を促進させる仕掛けを設ける必要性は低い*6．これに対して，取引手数料型収益構造のプラットフォームは，より多くの参加者を集めるだけでなく，プラットフォーム上でより多くの取引が実際になされるように仕向ける必要がある．活発な取引を行わないサービスプロバイダやエンドユーザが多数参加しているより，むしろ，少数であっても頻繁に取引する参加者が存在している方がプラットフォームにとっては望ましい．

以上をまとめると，プラットフォームは参加者の事前の意思決定に関わる参加インセンティブ問題と事後の意思決定に関わる取引インセンティブ問題に直面しているが，問題の重要度はそのプラットフォームの収益構造によって異なり，そして，収益構造は両面性市場が生み出す収益の配分方法，すなわちプラットフォームの料金体系によって規定されていると言うことができる（Table 1.1）．

両面性市場に関する従来の研究は，参加インセンティブ問題の分析に集中している．問題の定式化において取引手数料型を想定する場合でも，分析の焦点が参加者のプラットフォームへの参加行動に当てられているものが多い．これらの研究では，参加者がプラットフォームに参加することによって得られる利益ないし効用があらかじめ決められているか，あるいは，参加者の効用が他の参加者グループに属する参加者数に依存するように決められている．これは，主たる研究の関心が，両面性市場の特徴をなす間接ネットワーク効果や料金の非対称性に向け

Table 1.1　Issues and Revenue Structure of the Platform

		プラットフォーム		
		課題	収益構造	料金体系
参加者	事前の意思決定 (参加可否)	参加インセンティブ問題	参加者数依存	会費型料金
	事後の意思決定 (取引行動)	取引インセンティブ問題	取引量依存	取引手数料型

*6 もちろん，プラットフォームは取引が発生しやすい環境（取引の場）を両側の参加者に継続的に提供する必要はある（そうでなければ，サービスプロバイダやエンドユーザは参加し続けない）．

られていたためであろう．一方，プラットフォーム上における参加者の取引インセンティブに関するテーマを扱うものは多くない（その数少ない例として，エンドユーザの探索行動を意図的に迂回させることで，プラットフォーム全体の売上を高められることを示した Hagiu and Jullien(2011)[49] がある）．

そこで，本論文では，プラットフォームの参加者の取引行動に焦点を当て，市場内の取引量を拡大するように参加者にインセンティブを与えつつ自社への配分を最大化するプラットフォーム戦略について研究する．具体的には，プラットフォームと参加者のインタラクティブな関係をプラットフォームをプリンシパル，参加者をエージェントとするプリンシパル-エージェント問題として捉え，動学的プリンシパル-エージェント・モデルを適用して分析する．

プリンシパル-エージェント問題についてはこれまでに豊かな研究の蓄積があり，また経済学分野では契約理論として一つの研究領域が確立しているが，近年においては，時間の概念を入れた動学的，特に連続時間における分析がなされるようになってきている．連続時間プリンシパル-エージェント・モデルは，Holmstrom and Milgrom(1987)[55] によって導入され，Schattler and Sung(1993)[92]，Schattler and Sung(1997)[93]，Sung(1995)[100] らが発展させた．これらは効用関数を指数関数に特定化して分析しているが，一般的な効用関数を前提とした連続時間モデルを Sannikov(2008)[90] が定式化している．

プラットフォームも参加者も一定期間（無限期間も含む）における総取引量を考慮して意思決定を行うことが通常であり，動学的なフレームワークを用いて考察するのが望ましい．本論文では Sannikov(2008)[90] のモデルを応用し，以下のアプローチで最適なプラットフォーム戦略を求めることにする．

(i) E-コマースやコンテンツ配信市場など具体的な両面性市場を取り上げ，プラットフォームと参加者の行動，収益配分の構造をモデル化する．
(ii) プラットフォームの戦略変数を特定し，動学的プリンシパル-エージェント・モデルを用いて，プラットフォームの最適化問題を確率制御問題として定式化する．
(iii) 最適解の存在を示し，数値シミュレーションによって，実際に最適戦略を求める．
(iv) 得られた結果から，実務的な意味合いを考察する

両面性市場の特徴を有する市場は古くから存在するが，インターネットの普及は E-コマース等の新たな両面性市場を創りだした．近年は電子書籍のように，それまでは強固な業界慣行と法制度に守られてきた市場においても，既存のビジネスモデルを破壊する新たなプラットフォームが出現している．こうした新興市場が発展するためには，プラットフォームと参加者

のいずれか一方だけが超過利潤を得るのではなく，両者の間で効果的なインセンティブ付けがなされ，その結果として収益配分が行われることが必要である．本論文の結果は，両面性市場を構築，発展させようと考えるプラットフォームが，参加者との収益配分スキームを考える上で有益なものとなる．

1.2　本論文の構成

本論文は以下のように構成されている．第 2 章では，両面性市場に関する従来の研究を概観し，本論文の位置づけを説明する．第 3 章から第 5 章が本論であり，各章において具体的な両面性市場を取り上げ，プラットフォーム戦略を研究する．第 6 章は結論である．

本論文では，プラットフォーム戦略の態様をいくつかの局面に分解し，それぞれの局面に応じて問題を定式化し，最適戦略の分析を行う．具体的には，収益配分が戦略の中心となる局面（第 3 章），配分に加えプラットフォームが自ら行う投資が参加者の行動や市場全体の収益に大きな影響を与える局面（第 4 章），プラットフォームがリスク回避的である局面（第 5 章）について，それぞれ現実の市場を取り上げて定式化と分析を行う（Fig. 1.2）．第 3 章から第 5 章の概要は以下の通りである．

第 3 章では E-コマースを取り上げ，プラットフォームであるショッピングモールとサービスプロバイダである店舗の間における最適収益配分について検討する．E-コマースではモールはエンドユーザである消費者に課金しないので，市場が生み出す収益は店舗の売上として認識され，モールはこの売上を店舗との間で配分する．店舗の売上規模はモールが獲得している消費者数に依存するが，本章では分析を収益配分に集中するため，消費者数は初期値として与えられているものとする．店舗が所与の消費者グループに対してより多くの販売努力を行うほど，売上は拡大する．従って，モールは店舗が一層の努力を行うようにインセンティブ付けを行い，モールへの収益配分を最大化しなければならない．但し，売上は店舗の努力によらない確率的要因によって変動するため，店舗はリスクに晒されている[*7]．店舗はリスク回避的であ

[*7] 店舗の売上を変動させる要因には，店舗間の競争と，消費者の行動とがあり得る．店舗間で競争が行われている場合，競合する店舗の努力は間接的に自店の売上に影響を与える．しかしながら，モール上に存在する店舗は極めて多数であり，特定の 1 店舗の努力が他の多数の店舗個々の売上に与える影響は実際には極めて小さいと考えられることから，本論文ではこのような店舗間競争の影響は考えない．一方，消費者の行動は個々の店舗の売上に直接的な影響を与える．消費者は気紛れであり，また，店舗の提供する商品等の価値を正しく評価できなかったり，一時的な流行に影響を受けるといったように，店舗の努力に依らない多数の不確実な要因によって，消費者が自分にとって本来は価値ある商品等を購入しなかったり，逆に価値のない商品等を購入してしまうという事象がしばしば生じる．本論文では，このような消費者の行動から生じる予測困難な売上変動を確率モデルとして定式化する．

り，よって，モールの問題は店舗の直面するリスクを考慮しながら，モールへの配分を最大化するように収益配分を最適化することである．本章ではこの問題を動学的プリンシパル-エージェント・モデルを用いて定式化し，最適収益配分戦略の存在を示す．また，消費者数の規模に関する比較静学分析を行う．

第 4 章では，インターネット上のコンテンツ配信市場を取り上げる．この市場はインターネット・サービス・プロバイダ（ISP）をプラットフォームとし，エンドユーザとコンテンツ・プロバイダ（CP）から構成される両面性市場と捉えることができる．エンドユーザはインターネットを介して CP から動画やゲーム，様々なアプリケーションソフトなどのデジタルコンテンツを購入あるいは利用する．しかしながら，このように形式的には両面性市場の形態でありながら，プラットフォームの立場にある ISP は両側の参加者からアクセス料金以外の収入を得ることはない．さらに，インターネットの特徴から，CP と直接接続しない ISP は，他 ISP に接続している CP からは何らの収入も得られない．近年のネットワークのブロードバンド化の進展により，インターネットを流通するコンテンツはリッチになり，通信トラフィックは急増している．このため，ISP はネットワーク設備の増強を進めているが，エンドユーザ側への課金は定額制が一般的であり，設備増強のために追加的に要する投資を回収することが難しい．このような事情を背景に，ISP は，大規模な CP に追加的な支払いを要求し，支払わない場合はトラフィックを制限すると主張し始めた．これに対し，CP 側は，ネットワーク・オペレータ（ISP）は新たな課金やトラフィック制限を行うべきでなく，コンテンツの流通に関して中立的であるべきと主張する．本章では，CP が売上の一部を ISP に支払うことが ISP の投資インセンティブを高め，ネットワークが増強されることによって市場全体の成長に繋がることを示す．

第 5 章では，近年急速に利用者が増加しているスマートフォン市場を取り上げる．この市場のプラットフォームはスマートフォンの OS ないし OS ＋ハード（端末機）のメーカと携帯電話会社によって構成され，ゲーム等のスマートフォン向けアプリケーションのプロバイダと携帯電話の加入者が両側の参加者である．スマートフォン市場の特徴は，プラットフォームが一種のレイヤ構造を成していることである．下位レイヤに位置するのは携帯電話会社で，彼らはネットワーク構築と携帯電話加入者の獲得を行う．一方，スマートフォンのメーカーは携帯電話会社の上位に位置し，自らアプリケーション・プロバイダ（AP）を獲得するとともに，携帯電話会社を通じて獲得したスマートフォン加入者と AP 間の取引仲介を行う．本章では，プラットフォーム内の上位レイヤであるスマートフォン・メーカの戦略を扱う．Google や Apple に代表されるスマートフォン・メーカは，スマートフォンを利用する携帯電話加入者

が様々なアプリケーションを購入するためのアプリケーションストアを展開している．彼らはアプリケーションストア上での取引拡大を目指しており，そのために，優れた AP を獲得し，AP に対してより人気のあるアプリケーションの開発や販売努力を行うようインセンティブ付けを行うとともに，スマートフォン加入者により多くのアプリケーションを購入してもらうための購入サポートを行っている．スマートフォン・メーカの問題は，第 3 章と同様なリスク回避的な AP との収益配分の最適化に加え，自らの費用負担により行う購入サポートの品質水準を決定することである．但し，スマートフォン市場では加入者獲得が携帯電話会社に委ねられているため，スマートフォン・メーカ自身もリスクに晒されている．そこで，本章ではスマートフォン・メーカもリスク回避的である場合を取り上げ，収益配分問題をリスク-センシティブ確率制御問題として定式化する．本章では最適収益配分戦略の存在を示すとともに，スマートフォン・メーカのリスク感度の変化が最適戦略に与える影響について考察する．

第 6 章では本論文のまとめを行ない，得られた結果を整理するとともに，今後の展望について述べる．

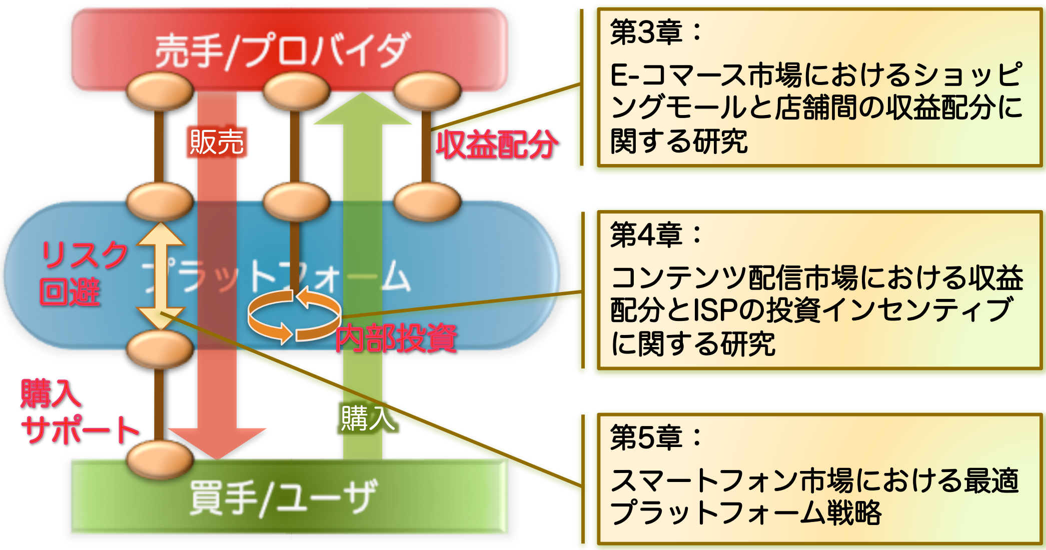

Fig. 1.2　Configuration of the paper

第 2 章

従来研究と本論文の位置づけ

本章では，両面性市場に関する従来研究を俯瞰し主要な結果を紹介するとともに，従来研究に対する本論文の位置づけを述べる．

2.1 「両面性市場」以前

両面性市場は Rochet and Tirole(2003)[79] の先駆的研究を契機として近年になって盛んに研究が行われるようになったが，その萌芽となる研究，あるいは両面性市場を特徴付けるいくつかの要素に関する研究がそれ以前から行われている．本節では，本格的な両面性市場に関する研究以前の動向についてまとめる．

2.1.1 ネットワーク効果に関する研究

両面性市場を特徴付けている「ネットワーク効果」については大量かつ広範囲な研究蓄積がある．ここでは，それらの中で最も基本的で両面性市場に関わりの深いものを取り上げる．

Katz and Shapiro(1986)[65] によれば，消費者が製品／サービスを消費する際に，その製品／サービスを消費する消費者が多ければ多いほど個々の消費者の効用が大きくなる場合，正のネットワーク効果が存在するという．このような効果を直接ネットワーク効果と呼ぶことにすると，ネットワーク効果にはさらに間接ネットワーク効果もある．間接ネットワーク効果とは，ある製品／サービスの補完的な製品／サービスの消費者が多く，従ってその補完財がより多く供給されるほど，個々の消費者の効用が大きくなることを言う．このような間接ネットワーク効果の例として，Katz and Shapiro(1986) では，コンピュータのハードウェアとソフトウェアや，テレビゲームの端末とゲームソフトなどが挙げられている．

ネットワーク効果の概念は，少なくとも Leibenstein(1950)[71] が提示した「バンドワゴン効果」にまで遡ることができる．バンドワゴン効果とは，同じ製品を消費する人が多ければ多いほど自分がその製品を消費することの効用が高まることを言う．ネットワーク効果は，特に電話などのネットワーク型の製品／サービスの有する外部性を述べたものだが，消費者やエンドユーザに与える効果という点においてはバンドワゴン効果と同じ性質を有している．

ネットワーク効果に関する初期の研究としては Rohlfs(1974)[82] が挙げられる．Rohlfs(1974) は，ネットワークに加入している個々の加入者の効用は，そのネットワークへの加入者が多くなるほど増大するものと仮定した上で，そのネットワークの加入者数の均衡条件を確認しようとした．それによれば，均衡が実現されるかどうかは初期のネットワークのサイズによって決まり，初期の加入者数が十分大きければそのネットワークは均衡に収束し，そうでなければ均衡に至らない，つまり安定的なネットワークとしては存続しない．この均衡に到達するための初期加入者数の大きさをクリティカル・マスという．Rohlfs(1974) はさらに，クリティカル・マスを達成するためのスタートアップ問題を解決するための 1 つの手段として，ネットワークの潜在的な加入者に対して無料ないし安価な価格で提供することことを提案した．

両面性市場の文脈では，ここで言うネットワーク型製品／サービスの提供者がプラットフォームに該当し，ネットワークへの加入者が参加者グループとなる．Rohlfs(1974) のモデルはネットワーク型の製品／サービスの提供者と同質的な加入者からなる言わば一面性市場であって両面性市場ではないが，クリティカル・マスに到達しなければネットワークとして維持し得ないという主張は，両面性市場における「鶏卵問題」(Caillaud and Jullien(2003)[17]) と本質的には同じ問題を指摘するものである*1．

ネットワーク効果を有する製品／サービスは電話などの通信サービスに限られない．Katz and Shapiro(1986)[65] は他の例としてビデオデッキやコンピュータのハードウェア／ソフトウェアなどを挙げている．これらの製品市場は両面性市場であり，ビデオデッキやコンピュータの OS メーカがプラットフォーム，ビデオのコンテンツやコンピュータのアプリケーション・ソフトウェアのメーカ／ベンダとこれらの製品の利用者がそれぞれ両側の参加者である．しかしながら，ネットワーク効果に関する研究の文脈においては，市場の両面性についてはさほど注目されず，従ってプラットフォームの両側の参加者間の関係性や行動について明示的には取り上げられることはない．ネットワーク効果の研究の多くが強い関心を持っているのは，

*1 一面性市場ではネットワークの加入者数がクリティカル・マスに到達し得るかが問題となるのに対し，両面性市場では一方の参加者グループがクリティカル・マスに到達し得るかがもう一方の参加者グループの参加に影響を及ぼす．

製品間の互換性と標準化，ある技術標準が支配的である市場への新技術の導入といった問題，及びそれらが社会厚生に与える影響である．

Katz and Shapiro(1985)[64] は，製品の消費から得られる効用を価格と消費者のタイプ，及びその製品を利用する消費者数の関数として定義した寡占的競争モデルを提示している．彼らは，均衡が実現するかどうかは，消費者数に対する消費者の期待に依っていることを見い出した．さらに，彼らは，ネットワーク効果を有する製品市場で競合している企業が，互いに技術的な互換性を認めるかどうかについての戦略について検討した．一般に大きな顧客基盤を有する企業は互換性を認めようとしないが，これは社会的厚生の観点からは望ましくない．そこで，互換性を持たせるために当該企業に対して何らかの補償を行うことが考えられ得るが，これは公正競争の観点からは競争阻害的となり望ましくない．著者らは，もし互換性に対する補償によってより大きな社会的厚生が達成されるなら，それを許容するべきと主張する．

また，Katz and Shapiro(1986)[65] は市場に競合する非互換な技術が存在する場合において，技術へのスポンサーの有無が与える影響を分析した．彼らによれば，技術がスポンサーされることがなければ，現時点において優れた技術が市場支配力を持つが，競合する技術の一方がスポンサーされると，たとえそれが劣ったものであっても優位性を持ち得る．スポンサーされた技術は，市場に投入した当初に「浸透価格戦略」をとることで，早期に顧客基盤を得ることができる．もし，競合する技術のいずれもがスポンサーされれば，将来的に優れた技術が優位性を持ち，それは社会厚生の観点からも望ましい．

彼らの言っている“技術がスポンサーされる”とは，具体的には特許権による保護を指しているが，それだけでなく，標準と認められることもスポンサーされると言えるであろう．標準技術となるには ISO などの国際標準機関や特定分野毎の標準化団体（例えば，web 技術であれば World Wide Web Consortium（W3C））によって認定されねばならない．このように標準化団体によって定められた標準をデジュリスタンダード de jure standard と呼ぶが，これに対して市場における競争や広く採用された「結果として事実上標準化した基準」，デファクトスタンダード de facto standard が存在する．デジュリスタンダードと認められるには長い期間を要するため，先に市場に出してデファクトスタンダードを得ようとする企業も多い．デファクトスタンダードが後に標準化団体によって認定されるケースもある（例えば，最新の web 標準技術である HTML5 もそのようなケースに該当する）．両面性市場におけるプラットフォームの戦略は，まさにデファクトスタンダードを勝ち得ようとするものと言える．例えば，EC 市場における有力なプラットフォームである Amazon や音楽配信・スマートフォン市場で高い成長を続ける Apple は，自社のプラットフォーム機能を利用したいベンダーやア

プリケーションメーカ等に対して API(Application Programming Interface) を開示することで，プラットフォームへの参加者を拡大し，デファクトスタンダードとなることを目指している．次世代 DVD 規格の標準を巡って Blu-ray Disc と HD DVD の両陣営が家電メーカやハリウッドなどのコンテンツ・プロバイダを巻き込んで激しいシェア争いを行ったことも記憶に新しい．ネットワーク効果の存在する市場は，このようなデファクトスタンダードを目指す傾向が強いと思われ，Katz and Shapiro(1986) の言うスポンサーの範囲は拡大される必要がある．

また，浸透価格戦略とは，消費者が価格に敏感で，かつ他企業の市場参入が予想されるときに，先に市場シェアをできるだけ獲得してデファクトスタンダードをとろうとする戦略である．Schmalensee(1982)[94] は，消費者が製品の品質に対する正確な情報を有していない場合，その製品の発売初期には低価格をつけて消費者を勧誘し，消費者がその製品に対する経験を得て真の価値を知った以降には，その価値に見合った高い価格をつけるという浸透価格戦略が最適であることを示している．これによれば，もしネットワーク効果の存在する製品／サービス市場で浸透価格戦略がとられ，その製品がデファクトスタンダードになると，消費者はその製品に「ロック・イン」されてしまう．仮により優れた製品／サービスが後発で市場に投入されても，その製品／サービスから得られる効用が，現時点においてネットワーク効果によって得られている効用よりも明確に大きいことを消費者が認知できなければ，消費者を後発製品／サービスにスイッチさせることは難しいということになる．

この知見を両面性市場に当てはめると，プラットフォームへの参加から得られる効用に懐疑的な参加者グループに対しては浸透価格戦略に従って低価格を設定し，その結果当該参加者グループをロックインすることに成功すれば，間接ネットワーク効果によって効用を得られる他の参加者グループに対してはプラットフォームの本来の価値に見合った高い価格を設定するという価格戦略が考えられ得る．実際，プラットフォームが設定する料金が両側の参加者グループ間で非対称となっている両面性市場は多く存在している．

Farrell and Saloner(1986)[37] は，ある技術が既に顧客基盤を有している場合において，それと互換性を持たない新たな技術がどのようにしたら既存技術に取って代わることができるか検討した．彼らによれば，顧客基盤が存在する場合，たとえ情報が完備であっても，「過剰慣性 excess inertia」が働くため，利用者は旧来の技術に縛り付けられることになる．なお，この場合，旧来技術を用いている企業は，新技術を持ち込もうとする競合企業を発見すると，略奪的価格を設定することで，新規参入の阻止と顧客基盤の拡大を実現できる．参入を阻んだ後には，再び価格を高く設定すればよい．一方，新規参入企業は新技術のリリースを事前予告す

ることで，旧来技術の企業による顧客基盤拡大を阻止できるかもしれない．少なくとも，旧来技術を利用していない新たな消費者は，その予告によって新技術のリリースを待つという行動をとる可能性はある．

本項で取り上げた文献はネットワーク効果に関する研究のごく一部である．この分野に関して体系的にまとめた文献としては，例えば Tirole(1988)[101]（第 10 章）があり，また Economides(1996)[32]，Katz and Shapiro(1994)[66] はネットワーク効果に関係する産業について詳細にまとめている．また，Shapiro and Varian(1998)[91] は，IT 市場あるいはインターネット市場を取り上げ，ネットワーク効果や標準化など幅広い論点を要領よくまとめている．

2.1.2 取引コストの経済学に関する研究

取引コストの経済は Coase(1937)[22] によって創始されたとされている．Coase(1937) は，「価格メカニズムを通じて生産を組織する最も明らかなコストは，関連する価格を発見するコストである」，「市場で行われる交換取引の各契約に関して，交渉して契約を締結するコストも考慮しなければならない」と指摘している．また，Coase(1960)[23] では，「市場取引を実行するためには，取引を望む者を見つけ出すこと，取引の意思と条件を人々に知らせること，取引に導く交渉を行うこと，契約を結ぶこと，契約条件が観察されるように監視すること等が必要となり，これらの作業にはしばしば大きなコストがかかる」と述べている．この 2 つの論文では取引コストの内容が述べられているものの，必ずしも明確な定義がなされているとは言えず，そもそも取引コストという用語自体が使われていない．

コースが明確に取引コストの概念を定義したのは Coase(1992)[25] であり，「買い手が売り手を見つけ出し，買い手は売り手によって提供されるものを知り，売り手は買い手が買いたいものを知らなければならない．双方が相手の提示する価格を知り交渉し，契約を締結し，その条件が観察されるようにしなければならない．市場が確立され，専門のディーラとブローカが交換過程の手助けをするために登場する．私はこれら全ての活動のコストを取引コストと呼ぶ．」と述べている．すなわち，コースによれば，取引コストとは自分が取引したい相手の探索や交渉，あるいは納品や決済などの履行確認に要する全てのコストと言うことができる．

コースはこの取引費用の概念を用いて，「コースの定理 Coase theorem」と呼ばれる次のような主張を行った：取引費用が存在しなければ，資源配分は所有権等の法的な権利・義務のあり方に関わらず一定である，すなわち，最も社会的に効率的な配分が実現される．現実には，取引費用の存在しない経済社会はないので，法制度やルールによって取引費用を抑制し，効率

的な資源配分を実現する必要がある．ここで制度やルールとは，マクロ的には民法や個々の業界別の規制法（例えば，電気通信事業法等），あるいは司法制度そのものであるが，証券市場や商品取引市場などのように市場を運営する取引所が詳細な規則を制定し，あるいは取引所に強制執行権を持たせることで，市場参加者の取引コストを削減しているケースもある．両面性市場におけるプラットフォームも，こうした取引所と同様の機能を果たしていると考えられる．

上記のような，言わばコース流の取引コスト概念に対し，取引コストについて異なる定義を与えている文献もある．Arrow(1969)[6] は取引コストを経済システムを運営するコストと定義し，その内容として次を挙げた：1) 排除のコスト，2) コミュニケーションと情報のコスト，3) 不均衡のコスト．1) については具体的に何を意味するか明示されていない．2) には取引が実行されうる条件を与えたり，これを学習するコストが含まれるとされ，前述のコースの定義に類似している．3) は市場でも権威的な配分であっても，完全情報の下であっても，最終的な均衡ではない取引が生じたり，計算が遅れたために最適な配分には時間がかかることから生じるとされる．Arrow(1969) の定義による取引コストの範囲はコースよりも広く，また，結局のところ，価格システムによって 2) のコストを節約できると結論づけている．いかなる市場においても価格システムが有効であれば，両面性市場におけるようなプラットフォームの必要性は高くならないであろう．

取引コストの経済学は Williamson(1981)[106]，Williamson(1985)[107]，Williamson(1989)[108] によって発展した．Williamson(1985)[107] によれば，取引コストとは 1) 事前のコスト（取引条件の作成や交渉など），2) 事後のコスト（契約の履行監視や不履行時の再交渉など）である．

さらに，取引コストを財産権の確立や維持と関連づけて定義されることもある．Allen(1991)[1] は，財産権を財に関して選択を実行する能力と定義した上で，取引コストとは財産権を確立し維持するために使われた資源と定義し，それには財産権を保護したり奪取する（許可なしに財産を配分する）ために使われた資源に加え，保護や奪取により現実に生じたかその可能性があるデッドウェイト・ロス（死荷重，経済的損失）が含まれるとした．この定義によって，取引コストと財産権，機会主義的行動，モラルハザードやエージェンシー・コスト*2 などとの関係が明確化された．Allen(1991) によれば，モラルハザードやそれを防ぐために使われた資源は取引コストであり，また，履行コストにかかるコストや監視にかかるコストは財産権を確立するための異なった方法であり，いずれも取引コストとなる．

*2 付録 A を参照．

2.1.3 インターネット経済学に関する研究

インターネットは米国では 1980 年代末，日本では 1990 年代初頭に商用サービスが開始され，1990 年代半ばには広く一般に普及し始めた．それまでの電話を中心とした通信サービスと異なり，インターネットは 1 対多通信，距離に依存しない定額料金制，一旦インターネットに加入すれば追加的な契約や料金負担無しで世界中と通信可能，といった著しい特徴を有していたため，企業活動や日常生活にも大きな変化をもたらすものであった．電子メールに加え，web 技術の発展は，インターネット上で様々なビジネスあるいはサービスを展開させる原動力となり，それ以前は一部の人々に限られていたコンピュータ間通信サービスが一般家庭で当たり前のように利用されるようになった．

インターネットが急速に普及するのに伴い，インターネットそのものやインターネットを活用したビジネスを対象とする研究分野，いわゆる「インターネット経済学」が登場した．インターネット経済学は，インターネットを工学的，経済学的，社会学的な観点から幅広く分析し，経済の発展や新たなビジネスの創出，あるいは社会厚生に与える影響を検討すると同時に，政府がどのようにこれを規制すべきか（あるいは規制すべきでないか）といった競争政策もその研究テーマとしている．特に，初期における研究は，インターネットとは何であるのか，普及に伴ってどんな問題が生じるのか，といった点に関心が向けられていた．Mackie-Mason and Varian(1997)[73] は，インターネットの生い立ちからインターネットを実現している技術，価格設定の問題や政府の政策のあり方，将来起こり得る問題など，幅広い論点についてわかりやすく解説している．

インターネット経済学は，狭義にはインターネット市場を対象とする産業組織論の応用分野と位置づけられる．しかしながら，インターネットが多くの産業分野や社会経済に大きな影響力を及ぼすようになり，インターネットを前提とした様々な社会制度やビジネスが多数登場している今日においては，産業構造や消費者行動を分析するための基礎的な研究分野と捉えることができる．

現在，インターネット経済学が対象とするテーマは多岐に渡っているが，大きくは，インターネットの基盤となっている通信インフラに関するものと，その基盤上で展開され始めた E-コマースなどの新たな産業に関するものに分類できる．このように，1 つの産業をレイヤ構造に見立てて分類する発想は，ISO によって制定された OSI 参照モデルに由来すると思われるが，今日では通信分野における政府の競争政策立案上の市場画定にも用いられている．

通信インフラに関する研究

前者の通信インフラに関する研究における中心的テーマは料金設定である．インターネットへのアクセス料金は定額料金制が一般的である．インターネットは技術的にベストエフォートサービス*3 で，通信品質を保証しないため，定額料金はデータ転送という役務の対価というよりは，いつでもインターネットを利用できる環境を手に入れるための会費のような位置づけと考えられる．インターネット・サービス・プロバイダ（ISP）が定額料金制を適用する主たる理由は課金処理が低コストとなるからであるが，定額料金制によって ISP の加入者は予算管理が容易になり，このことがインターネットの普及の原動力となった*4．Anania and Solomon(1997)[3] や Clark(1997)[19] は，定額料金制が会計を単純化し，利用を促し，確実な収入の道を保証することにより，ISP がネットワーク・インフラストラクチャ構築にかかる大きなサンクコストを回収できるという点で，加入者にとってもプロバイダにとっても便利であると論じている．

しかしながら，一方で，定額料金制は不必要なデータ伝送の増大を引き起こし，ネットワークの輻輳の原因となる．1990 年代のインターネットのバックボーンは狭帯域の専用線が用いられていたため，大容量のファイル転送などによる輻輳はネットワーク運用上の重大問題だった．ネットワークの輻輳は，経済学的な観点からは社会的コストと考えられ，少数の加入者によって引き起こされた輻輳によるコストを他の全加入者が負担することは，ネットワークの費用負担の公平性から問題であると見なされる．そのため，回線帯域という有限な資源の効率的な配分の観点からは，従量料金制や優先度を付した料金制 priority-sensitive pricing が望ましいと考えられる．

MacKie-Mason and Varian(1995)[72]，MacKie-Mason and Varian(1997)[73] は，ネットワークの輻輳度に応じて変化するようなパケット毎のオークション・プライシング per-packet auction pricing を提案した．パケット・オークション制では，加入者は固定の接続料金を支払うとともに，さらにパケット毎にそのパケットを伝送してもらうのに支払ってもよい額をその「入札額」として提示する．彼らは入札が行われる市場を「スマート市場」と呼んだが，スマート市場では「入札額」がパケットのヘッダーに付して提出され，より大きな入札額のパケットが優先され待ち行列に並び，インターネット内のネットワーク・ノード（ルータ）毎の

*3 ネットワークが輻輳していないときには，ほとんど待つことなく瞬時に全ての情報を送受信するが，輻輳し始めるとパケットを廃棄し，伝送速度の遅延や品質劣化が発生するタイプのサービス．

*4 実際，日本で ADSL サービスが登場し，定額料金制が一般化した以降，インターネット利用人口は急増し始めた．

落札者によって支払われる価格が市場価格となる．この仕組みはヴィックリー・オークション Vickrey auction と呼ばれるメカニズムと同様であり，加入者は真の評価額を入札するインセンティブを持つ．しかし，スマート市場が成り立つためにはパケット到達地点と入札地点との間の輻輳が常に予測できる必要があるが，現実には輻輳によって生じるパケット廃棄によってパケットの価値が変動してしまうという問題がある．

また，Cocchi et.al[26] は待ち行列（キュー）に入っているパケットに優先クラスを設定する料金体系を提案した．加入者はアプリケーションの種類によって，伝送速度に対して異なる価値を持つものと考えられ（電子メールの遅延はあまり気にならないが，リアルタイムの音楽，映像伝送の遅延には厳しい），加入者は自分のパケットに対して好ましい優先クラスを選択できるようにする．ネットワークが輻湊したとき，キューの中でパケットはその優先クラスに応じて順位がつけられる（FIFO のルールに従って処理される）．料金は，優先クラス毎に設定され，加入者の効用はパケットの遅延にかかる負の価値と，優先クラスに対して支払う金額によって決定されることになる．但し，このような料金設定では，ネットワークの輻輳状況によらず料金が一定となるため，ネットワークの費用負担の公平性の点で問題がある．

さらに，Gupta et.al(1995)[45]，Gupta et.al(1996)[46] は次のような料金モデルを提案した．各期において，加入者に遅延時間やその他品質の関数として，異なる優先クラスに応じた相対料金からなるオプション・メニューが提示され，加入者は選好するオプションを選択する (全くサービスを利用しないという場合も含む)．オプションが選択されると，最小費用で利用可能なサーバーに送られ，キューが空であれば直ちに処理される．キューに他のジョブが待っていれば，加入者の要求は FIFO に従い，その優先クラスに応じて処理される．

こうした料金設定に関する議論は，その後，伝送技術の飛躍的な進展によってネットワークの帯域が大幅に拡大したことから，一旦下火になったように見える．しかしながら，2000 年代に入って，インターネットへのアクセス回線のブロードバンド化と映像配信などのリッチコンテンツの利用拡大により，再びネットワーク資源の有限性とその費用負担の公平性が問題となり，後述する「ネットワーク中立性」の議論へと繋がっていく．

E-コマースに関する研究

インターネット経済学のもう一つの大きなテーマは，E-コマースなどのインターネット上に新たに出現した産業に関するものである．ここでの主要な問題意識の一つは，インターネットによる消費者の取引コスト，具体的には，自らの求める商品を探索するコストの大幅な減少が商品の販売価格へ与える影響である．探索費用と価格の関係については，Diamond(1971)[29]，Salop(1977)[87]，Salop(1979)[88]，Salop and Stiglitz(1982)[89] などがある．

Bakos(1997)[9] は，E-コマース市場における探索費用の影響を検討した．彼は，Salop(1977) の製品差別化にかかる円環モデルを用いて，消費者が一定費用で売り手の価格と立地を学習するという状況を設定し，消費者がある売り手から商品を購入するか，あるいは価格と品質が自分の嗜好にもっと適した売り手を捜すために探索費用をかけるか判断するものとした．その結果，多数の売り手が存在し探索費用が十分低ければ，消費者は全ての売り手の商品を確認して最も望むものを購入できるので，社会的に最適な資源配分がなされ，売り手の利潤はゼロになるが，探索費用が非常に大きい場合には資源配分は非効率となり，市場の失敗が生じるとした．従って，もしインターネットが探索費用を大幅に削減するなら，既存の市場がインターネット上に移ることで，効率的な資源配分が実現されることになる．

また，Bailey(1998)[7][8] は，書籍，CD，ソフトウェアについて，インターネット業者と従来の店舗販売業者との価格差を調査した．インターネット上では取引費用が小さくなるので，完全競争になるであろうという仮説の下に，1997 年時点における 52 の小売店のデータを用いて，インターネットでの販売価格と従来店舗での販売価格の水準や分散について調べたところ，インターネットの販売価格の方が高く，また価格の分散も大きかった．Bailey(1998) はこのような検証の試みとしては先駆的だが，この結果が，E-コマース市場がまだ成長期にあり売り手も買い手もまだ十分慣れていないために生じているのか，将来においても取引費用は削減されないのか判断できない．

Brynjolfsson and Smith(2000)[16] も，1998 年〜1999 年における書籍と CD についてインターネット上の店舗と従来の店舗の販売価格を比較した．その結果，彼らはインターネット店舗の価格が 9〜16% 低いことを発見した．彼らは，インターネットが取引コスト抑制に貢献しており，より多くの消費者がインターネットを利用するようになれば，従来の店舗は同一製品をインターネットで販売する業者との競争が困難になるであろうと主張する．

もう一つの問題意識は，より直接的に両面性市場と関連している．インターネットが探索コストを大幅に削減するものであれば，伝統的な市場において存在した取引仲介者の存在意義は薄れるはずである．E-コマースにおいてもなお，取引仲介者が存在し得るのかが，ここでの問題意識である．

國領 (1999)[69] は，インターネットを介した取引においても，仲介者の必要性を主張する．彼は，インターネット上で仲介を担う存在を「プラットフォーム・ビジネス」と呼んでいる．國領 (1999) によれば，プラットフォーム・ビジネスはネット上で取引が成立するための，a) 取引相手の探索，b) 信用 (情報) の提供，c) 経済価値評価，d) 標準取引手順，e) 物流など諸機能の統合の機能を提供するものとされる．

プラットフォーム・ビジネスの概念自体は，今井 (1994)[57]，國領 (1994)[67] に既に現れている．彼らは両面性市場という用語こそ用いていないが，プラットフォーム・ビジネスは両面性市場におけるプラットフォームと同様の機能を有し，そのプラットフォームを中心とした市場の出現を予想している．

ネットワーク中立性の議論

今や，インターネットは経済活動や生活に欠かせない社会基盤となっている．アプリケーション・サービスやコンテンツ配信などの様々なネット・ビジネス市場が展開され，多くのコンテンツ・プロバイダ（CP）が莫大な収益を上げている．一方で，前述の通り，2000 年代以降，アクセス回線のブロードバンド化と YouTube 等の動画共有・配信サービスといったリッチコンテンツの利用増等によりインターネットのトラフィックは急増しており，それに対応するために ISP が負担するネットワーク費用も急増している．しかしながら，インターネットの普及率が高まった結果，ISP の加入者数の伸びは鈍化しており，定額料金制の下では ISP は収益を拡大することが困難になりつつある．増加するネットワーク費用を回収するために，ISP は料金を値上げしたいが，現実にはそれは難しい．なぜなら，ネットワークに負荷を与えるほどの大量のトラフィックを送出している加入者はごく少数であり，前述した通り，定額料金の値上げは加入者間の負担の公平性を欠くことになるからである．

トラフィック拡大に伴うネットワーク費用増に耐えられなくなった ISP は，2000 年代半ばから，トラフィック増を招いている Google や Wikipedia などの CP に対し，従量制の追加料金の支払いを伴う優先サービスの利用を要求し，利用しない場合はトラフィック転送を制限すると主張し始めた（Economides(2008)[33]）．米国では 2005 年に連邦通信委員会（Federal Communications Commission; FCC）が ISP への規制を緩和した．これを契機に，米国では「ネットワーク中立性（Wu(2003)[109]）」に関する論争が勃発した．ISP 側の主張に対し，ネットワークに大きな負荷を与えるという理由で特定の加入者（CP もエンドユーザも ISP の加入者という点では同列である）のトラフィックを制限できるのか，ネットワークは個々のユーザの利用に関して中立であるべきでないかとの反論がなされた．また，アクセス回線（ローカル・ループ）まで垂直統合している ISP（電気通信事業者並びに CATV 事業者）が ISP 市場を事実上複占していることから，ISP が当該市場における市場支配力を梃にコンテンツ市場に支配を及ぼし，それによりイノベーションが抑制され，あるいは表現の自由が阻害されることなどへの危惧が示された．

日本においても中立性の議論が活発に行われているが，主要テーマはネットワークのコスト負担の公平性で，具体的には費用を負担すべき者（リッチコンテンツを配信する CP か，その

コンテンツをダウンロードするエンドユーザか等)，ISP 間の格差（CP 側の上位レベル ISP に対して下位レベルに位置するエンドユーザ側 ISP は自社のエンドユーザに負担を求める他ないが，定額料金制の下では困難であること等)，一部の大量にトラフィックを発生させる加入者への帯域制御の是非などが課題として挙げられている．

ネットワーク中立性問題は多様な側面を有するが，Sidak(2006)[96] によれば最も中心的な論点は ISP に対して増大するネットワーク費用を回収する機会を認めるべきかということであり，それは ISP によるネットワーク拡大投資のインセンティブの問題である．加入者数が頭打ちになる一方でネットワーク費用増に直面している ISP は，エンドユーザからの収益だけでは費用回収が困難になっている．ISP の主張は，換言すれば，ネットワーク投資へのインセンティブとしての CP から ISP への収益再配分の要求である．

ISP は収益再配分の具体的方法として CP に対しトラフィック量に応じた従量制課金を提示しているが，これを擁護する主張（Sidak(2006)[96]）がある一方で，ISP による課金を CP がエンドユーザに転嫁することでユーザが CP からの購入を抑制し，市場全体が縮小するという主張もある（Economides(2008)[33]）．また，ISP が利用量に応じて課金することが妥当であることの前提はネットワーク資源の希少性にあるが，希少性を維持するために ISP はむしろ投資を抑制し，必ずしもネットワーク容量の拡大に繋がらない恐れもあり得る．しかしながら，ISP と CP の間に，ネットワーク容量拡大による伝送品質の向上がコンテンツの流通量を増し CP の売上増に繋がるという補完関係があることを考慮すれば，ISP のネットワーク投資のために CP が収益の一部を配分することにも一定の合理性があると考えられる．

これは，ISP をプラットフォーム，CP をその参加者とする両面性市場と見なすと，インターネット市場という巨大な両面性市場が生み出す価値を，プラットフォームと参加者間でどのように再配分するか，という問題として捉えることができる．従って，ネットワーク中立性は，両面性市場の研究においても重要な対象となり得る．

2.1.4　モジュール化に関する研究

Baldwin and Clark(1997)[10] によれば，「モジュール化」とは，それぞれ独立に設計可能で，かつ，全体として統一的に機能するより小さなサブシステムによって複雑な製品や業務プロセスを構築することである．モジュール化はとりわけコンピュータ産業において顕著に見られ，コンピュータ・メーカーはモジュール・デザインを広範に採用することで，イノベーションのスピードを劇的に速めてきた．

モジュール化が適用された最初のコンピュータは，IBM が 1964 年に発表したコンピュータ

「システム/360」とされている．それ以前のコンピュータは，個々の型式毎に固有のオペレーティング・システム（OS）やプロセッサ，プリンタなどの周辺機器，ソフトウェアを有していた．そのため，コンピュータの利用者は，新しい機種に交換する度に，改めてプログラムを作り直さなければならなかった．これに対して，システム/360 は，プロセッサや周辺機器を共有化し，別の機種との間に互換性を保持した．すなわち，プロセッサや OS，周辺機器をそれぞれ独立性の高いモジュールとし，それらの間の相互接続性，並びに，新たなモジュールとの互換性を実現したのである．そして，異なるモジュールが相互に正しく機能するための明示的・包括的なデザイン・ルールを構築し，実装した．

これに伴い，個々のモジュール毎に開発，設計チームができ，それぞれが独自に技術開発を進めることで，全体としてのイノベーションが飛躍的に加速した．これがさらに進み，IBM と互換性を有するモジュールを開発する専業メーカーが登場した．モジュール間の接続性を保証するデザイン・ルールは相変わらず IBM が独占していたが，個々のモジュールの開発，生産は多数のメーカーによって分業されるようになった．ここにおいて，コンピュータ産業が誕生し，発展し始めたのである．

このようなモジュール化は多かれ少なかれコンピュータ産業以外にも見られる．

その一方で，モジュール化と対極にある「インテグラル型」の産業も存在し，その代表として自動車産業が挙げられる．1970 年代以降の日本車の海外輸出の増加により引き起こされた日米自動車摩擦を契機に，日本の自動車産業の研究が進展した．それによれば，日本の自動車産業の特徴は，一次・二次・三次以下の部品企業からなる多面的で重層的な部品供給構造，部品ごとの納入先複数化・仕入先複数化の傾向，長期安定的取引関係，協力会・系列診断・技術指導などを通じた情報共有と技術移転，比較的少数の技術力を持つ一次メーカー群の存在，品質・原価・納期の継続的改善を要求する買手企業の厳しい購買管理，これに応じる部品企業の能力構築，少数部品メーカー間の「顔の見える競争」，部品企業が製品開発に参加する「承認図方式」等の普及，製品開発・継続改善などの長期的能力に基づくサプライヤー間競争等とされている（藤本 (1995)[40]，藤本 (1997)[40]）．そして，これらの特徴を持つ日本の部品供給システムが全体として，最終製品である自動車の製造コスト，製造品質，設計品質，開発期間・工数などの面での競争優位に貢献してきた（Clark and Fujimoto(1991)[20]）．

その自動車産業においても，近年は部品の共通化，系列外からの部品調達など，モジュール化が進みつつある．さらに，今後電気自動車が主流になっていくと，コンピュータ産業に近い構造に変化していく可能性もある．

モジュール化においては，デザイン・ルールをコントロールする企業の役割が重要であり，

当該企業の産業内あるいは市場内における地位は相対的に高くなる．このような企業は，多数のモジュールのうちの一つか少数を開発，生産する企業であることが多いが，その企業が担当するモジュールは，最終製品／サービスにとってコアとなるものである．Gawer and Cusumano(2002)[44] はそのモジュールをプラットフォーム，プラットフォームを開発する企業をプラットフォーム・リーダーと名付け，そのリーダーシップによって他のモジュールを開発する企業がネットワーク化されているようなシステムを「エコシステム（産業生態系）」と呼んでいる．Gawer and Cusumano(2002) はインテルの事例研究により，プラットフォームのリーダーシップとエコシステムを特徴付けるとともに，プラットフォーム・リーダーが戦略を立案し実行するための 4 つのレバー：企業の範囲，製品化技術，外部の補完業者（他のモジュールの提供者）との関係，自社の内部組織を指摘した．

なお，Gawer and Cusumano(2002) はそのように呼んでいないが，彼らの言うプラットフォーム・リーダーと両面性市場におけるプラットフォームはほぼ同意と考えられる．実際，Gawer and Cusumano(2002) では，典型的な両面性市場である i モードのプラットフォームである NTT ドコモが日本におけるプラットフォーム・リーダー（国際的にはプラットフォーム・リーダー予備軍）であるとしているので，彼女らの言うプラットフォーム・リーダーに両面性市場のプラットフォームが含まれていることは明らかであると思われる．さらに，プラットフォーム・リーダーが操作する 4 つのレバーの中に補完事業者との関係が含まれているが，両面性市場におけるプラットフォームとサービスプロバイダは互いに補完関係にあり*5，この点からも同意であることがわかる．

2.2 両面性市場

前節では，両面性市場の研究が活発化する以前における，両面性市場と関連が深いいくつかの分野の先行研究について概観した．これらの研究成果の蓄積の上に両面性市場の研究は発展してきた．本節では，両面性市場に関する従来研究について概観する．

2.2.1 両面性市場の分類

両面性市場の研究は近年になって活発化したが，両面性市場そのものはそれ以前から存在している．近年注目を集めるようになっているのは，インターネットの普及に伴い，両面性市場

*5 両面性市場におけるプラットフォームが提供する決済や不正監視等のサービスは，サービスプロバイダが提供する製品等が存在してはじめて意味をなすものであり，反対に，サービスプロバイダの提供する製品等はプラットフォームが提供するサービスなしではエンドユーザに販売することができない．

の特徴を有する新たなビジネスモデルが多数出現したことと無関係ではない．

両面性市場とは，属性の異なるグループが存在し，両者が取引することで利得を得ることができ，かつその取引に必ず仲介者が存在するような市場のことである．しかしながら，そのような市場は多くの産業分野に広がっており，かつ個々の産業分野固有の特徴も有するため，一見すると両面性市場という 1 つのカテゴリとして捉えるのは困難であるように思われる．両面性市場の研究は，まずは，具体的にどの市場を両面性市場として捉えるか，そしてそれらに共通する特徴が何であるか明らかにすることから始まる．

Evans(2003)[34] は両面性市場におけるプラットフォームを i) market makers, ii) audience makers，iii) demand coordinators に分類した．market makers は，両面性市場内の参加者を異なるいくつかのグループに区分し，相互間の取引が行われるように仕向ける．不動産仲介や ebay などのオークションサイト，ショッピングモールなどがこれに該当する．audience makers は，広告主からのメッセージを視聴者に伝えることによって，広告主と視聴者とを結びつける．audience makers によって，広告主はより多くの視聴者に自社の商品やサービスを知らしめることができ，視聴者は様々な商品等について知識を得ることができる．新聞や雑誌，テレビ，インターネットのポータルサイトなどが該当する．demand coordinators は，異なる参加者グループ間で取引が行われるための補完財を提供する．このような補完財の例として，テレビゲームにおけるゲーム機，コンピュータの OS などを挙げることができる．補完財によって参加者グループ間に間接ネットワーク効果が創出され，その効果が大きいほど，参加者は補完財により強くロックインされることになる．

また，Hagiu(2008)[47] は Evans(2003) をベースに，両面性市場を i) intermediation markets, ii) audience-making markets, iii) shared input markets，そして iv) transaction-based markets の 4 つに分類している．最初の 3 つは Evans(2003) におけるタイプに相当しているが，Hagiu(2008) はやや異なる観点から 4 つ目のタイプとして transaction-based markets を分類した．transaction-based markets のプラットフォームの特徴は，各参加者間の個別の取引全てを観察し測定することができる点にある．他のタイプのプラットフォームは両面性市場に参加している参加者相互を結びつけ，あるいは取引を促進するために働きかけるものの，実際の取引の生起は各参加者の自発的な行動に委ねられるのに対し，transaction-based markets のプラットフォームは，大量の取引履歴を利用して参加者個々の属性や嗜好を分析し，各参加者毎に新たな取引相手のレコメンデーションを行うなど，より能動的に取引促進を働きかけることができる．このようなプラットフォームの典型としてクレジットカード会社や携帯電話会社（NTT ドコモの i-モードなど）が挙げられる．

これらはプラットフォームの機能に着目して分類しているが，異なる観点として，プラットフォームが設定する料金体系に基づく分類も可能である．料金体系は，参加者がプラットフォームへの参加時に支払う入会金や契約期間中に定期的に支払う会費といった定額料金と，個々の取引毎に課金される従量制の利用料や手数料とに大きく分けられる．前者を「会費型料金」，後者を「取引手数料型料金」と呼ぶことにしよう．いずれの料金体系を採用するかは，市場の特性に依存すると考えられるが，会費型料金を採用する場合はプラットフォームの収益は参加者数に依存し，取引手数料型料金の場合は市場内の取引量や取引金額に依存する．従って，いずれの料金体系に主軸を置くかに依ってプラットフォームの収益構造は異なることになる．

会費型料金が採用されている両面性市場の例としては，新聞や雑誌，TV の広告がある．テレビゲーム機のエンドユーザ側料金も会費型料金と捉えることができる[*6]．一方，取引手数料型料金の例としては，オークションや E-コマース，音楽配信，電子書籍などの市場のサービスプロバイダ側料金が該当する．

取引手数料型料金をとるためには，膨大な量の取引を個別に記録する必要があり，従って前述の Hagiu(2008) の分類における transaction-based markets である必要があるが，今日ではインターネットの普及と IT 技術の進化により，それが容易となっている．transaction-based markets の多くは，近年インターネット上に出現した両面性市場である．

2.2.2 理論研究

第 1 章で述べたように，プラットフォームは参加インセンティブと取引インセンティブの問題に直面するが，両面性市場にかかる従来研究は参加インセンティブ問題に集中している．本節では，参加インセンティブ問題を中心に，従来研究が両面性市場を分析するためにどのような理論モデルを提案してきたか概観する．

参加インセンティブの理論モデル

参加インセンティブ問題に関して，従来研究の多くがプラットフォームの料金構造に焦点を当てている．ここでは，代表的な料金構造モデルを紹介する．

[*6] テレビゲームの利用者がプラットフォームであるゲーム機メーカに支払うのはゲーム機の購入費のみであり，これは一種の入会金と考えることができる．当然，ゲーム機の利用者はゲームソフトを入手するために，ソフトメーカに購入費を支払う．そして，ゲーム機メーカは，ソフトメーカからロイヤリティを得る．

■ Rochet-Tirole(2003) モデル

Rochet and Tirole(2003)[79] はクレジットカード市場を念頭において（但し，モデルはより広い範囲に適用できる)，以下のようなモデルを構築した．

買い手 B と売り手 S がプラットフォーム上で取引することによって，買い手と売り手それぞれに b^B, b^S だけの経済的価値が生まれるものとする．取引の都度，プラットフォームには限界費用 c が生じ，プラットフォームは買い手と売り手それぞれに，取引毎に p^B, p^S の料金を課金するものとする．買い手（売り手）の需要は料金 p^B （p^S）にのみ依存するが，ネットワーク効果により，買い手の総余剰は売り手の人数 N^S に依存し，$(b^B - p^B)N^S$ となる．但し，買い手のプラットフォームへの参加人数の需要関数 $D^B(p^B)$

$$N^B = \Pr(b^B \geq p^B) = D^B(p^B)$$

は売り手の人数には依存しない．同様に，売り手の参加人数の需要関数は

$$N^S = \Pr(b^S \geq p^S) = D^S(p^S)$$

とする．b^B と b^S は互いに独立で，取引量は $D^B(p^B) \times D^S(p^S)$ で決まるものとする．

プラットフォームの利得は

$$\pi = (p^B + p^S - c)D^B(p^B)D^S(p^S)$$

であり，プラットフォームは利得を最大化するように料金を決定するものとする．D^B, D^S は対数凹関数と仮定すると，π も対数凹関数であり，最大化の 1 階条件は

$$\frac{\partial(\log\pi)}{\partial p^B} = \frac{1}{p^B + p^S - c} + \frac{(D^B)'}{D^B} = 0, \quad \frac{\partial(\log\pi)}{\partial p^S} = \frac{1}{p^B + p^S - c} + \frac{(D^S)'}{D^S} = 0.$$

ここで，買い手と売り手の参加人数にかかる弾力性

$$\eta^B = -\frac{p^B(D^B)'}{D^B}, \quad \eta^S = -\frac{p^S(D^S)'}{D^S}$$

を導入する．このとき，利得最大化の 1 階条件から

$$p^B + p^S - c = \frac{p^B}{\eta^B} = \frac{p^S}{\eta^S} \tag{2.1}$$

となる．ここで，プラットフォームが利得を最大化するように買い手と売り手に課す料金の合計 $p = p^B + p^S$ を設定するならば，p は次の古典的なラーナー指数

$$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\eta}, \quad \text{または} \quad p = \frac{\eta}{\eta - 1}c \tag{2.2}$$

で与えられる．ここで，$\eta = \eta^B + \eta^S$．(2.1) 式から合計料金を買い手側と売り手側に配分するための条件が得られる：

$$p^B = \frac{\eta^B}{\eta} p = \frac{\eta^B}{\eta - 1} c, \quad p^S = \frac{\eta^S}{\eta} p = \frac{\eta^S}{\eta - 1} c. \tag{2.3}$$

(2.3) 式より，プラットフォームが利得を最大化するための買い手側，売り手側に課す料金構造が

$$\frac{p^B}{\eta^B} = \frac{p^S}{\eta^S} \tag{2.4}$$

として得られる．

(2.4) 式の意味するところは，p を一定とするとき，買い手と売り手に課す料金 p^B, p^S は各々の弾力性の比によって決まるということである．弾力性が大きいほど料金水準を下げることが望ましくなるから，例えば買い手の弾力性の方が売り手のそれより大きければ，プラットフォームは買い手への料金水準を引き下げ，その分を売り手の料金に加算するべきということになる．

■ **Armstrong(2006) モデル**

Armstrong(2006)[4] は，自らと異なる参加者グループの人数が増加することによるネットワーク効果をより明示的に取り入れたモデルを提示している．

今，市場に 2 つの異なるエージェントのグループ 1，2 が存在するものとする．グループ 1（グループ 2）に属する各メンバーは，グループ 2（グループ 1）に属するメンバーのうち，どれくらいのメンバーがプラットフォームを利用しているのかを考慮する．プラットフォームがグループ 1，2 に属するエージェントのうちそれぞれ n_1, n_2 人のメンバーを集め，両者が取引したときのグループ 1，2 のメンバーの効用 (u_1, u_2) を，

$$u_1 = \alpha_1 n_2 - p_1, \quad u_2 = \alpha_2 n_1 - p_2 \tag{2.5}$$

とする．ここで，p_1, p_2 は，プラットフォームが 2 つのグループに対して課す料金である．また，α_1 はグループ 1 のメンバーがプラットフォームを介してグループ 2 に属する 1 人のメンバーと取引することによって得られる利得を，α_2 はグループ 2 のメンバーがプラットフォームを介してグループ 1 に属する 1 人のメンバーと取引することによって得られる利得を表す．(2.5) 式は，効用が取引相手の人数の関数として決まることを示している．これを用いて，プラットフォームに参加する各グループのメンバーの数 (n_1, n_2) を効用の関数として，

$$n_1 = \phi_1(u_1), \quad n_2 = \phi_2(u_2)$$

と表す．ここで，$\phi_1(\cdot), \phi_2(\cdot)$ は増加関数とする．

プラットフォームがグループ 1（グループ 2）にサービスを提供するために負担するメンバー 1 人当りの限界費用を，それぞれ f_1（f_2）とすると，プラットフォームの利得は $\pi = n_1(p_1 - f_1) + n_2(p_2 - f_2)$ となる．ここで，プラットフォームは料金 $\{p_1, p_2\}$ ではなく効用 $\{u_1, u_2\}$ を提示するものとすると，グループ 1 に対する料金は (2.5) 式から $p_1 = \alpha_1 n_2 - u_1$ となる（グループ 2 も同様）．従って，プラットフォームの利得 π は

$$\pi(u_1, u_2) = \phi_1(u_1)[\alpha_1\phi_2(u_2) - u_1 - f_1] + \phi_2(u_2)[\alpha_2\phi_1(u_1) - u_2 - f_2]. \tag{2.6}$$

この問題設定の下で，まず，市場全体の経済厚生を最大化するような料金設定を検討する．グループ 1（グループ 2）の集計的消費者余剰をそれぞれ $v_1(u_1), v_2(u_2)$ とし，$v_i(\cdot)$ は包絡条件 $v_i'(u_i) \equiv \phi_i(u_i)$ を満足しているとする．このとき，プラットフォームの利得と消費者余剰の合計で測られる市場全体の経済厚生 w は

$$w = \pi(u_1, u_2) + v_1(u_1) + v_2(u_2)$$

となる．w を最大化する効用が $u_1 = (\alpha_1 + \alpha_2)n_2 - f_1, u_2 = (\alpha_1 + \alpha_2)n_1 - f_2$ となることは容易に示され，これより，経済厚生を最大化するような社会的に最適な料金は

$$p_1 = f_1 - \alpha_2 n_2, \quad p_2 = f_2 - \alpha_1 n_1$$

となる．上式によれば，グループ 1 に対する最適料金は，グループ 1 のエージェントにサービスを提供するための限界費用を，グループ 1 のメンバーがプラットフォームに参加することによってグループ 2 のメンバーにもたらすネットワーク効果で調整したものになる（グループ 2 に対する最適料金も同様）．$\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$ であれば，社会的に最適な料金は限界費用を下回る水準となる．

次に，プラットフォームの利得を最大化する料金は，(2.6) 式を p_1, p_2 について最大化することで

$$p_1 = f_1 - \alpha_2 n_2 + \frac{\phi_1(u_1)}{\phi_1'(u_1)}, \quad p_1 = f_2 - \alpha_2 n_2 + \frac{\phi_2(u_2)}{\phi_2'(u_2)} \tag{2.7}$$

と求められる．社会的に最適な料金水準と比べると，右辺第 3 項が追加されているが，仮定により $\phi_1(\cdot), \phi_2(\cdot)$ が増加関数であることから，プラットフォームの利得最大化料金は社会的最適料金よりも高くなる．この利得最大化料金は，需要の価格弾力性を用いて，次の形に書くことができる．

一方のグループのメンバー数を所与としたときの他方のグループの需要の価格弾力性を

$$\eta_1(p_1|n_2) = \frac{p_1\phi_1'(\alpha_1 n_2 - p_1)}{[\phi_1(\alpha_1 n_2 - p_1)}, \quad \eta_2(p_2|n_1) = \frac{p_2\phi_2'(\alpha_2 n_1 - p_2)}{[\phi_2(\alpha_2 n_1 - p_2)}$$

とするとき，プラットフォームの利得を最大化する料金は

$$\frac{p_1 - (f_1 - \alpha_2 n_2)}{p_1} = \frac{1}{\eta_1(p_1|n_2)}, \quad \frac{p_2 - (f_2 - \alpha_1 n_1)}{p_2} = \frac{1}{\eta_2(p_2|n_1)}. \tag{2.8}$$

(2.8) 式の意味するところは，あるグループの料金はそのグループの需要の価格弾力性が十分大きいか，あるいは他方のグループのネットワーク効果が十分大きいときには，最適価格は限界費用より小さくなり得るということである．

■ Hagiu(2009) モデル

Hagiu(2009)[48] は，Rochet-Tirole(2003) モデル，Armstrong(2006) モデルをより精緻化し，さらに新たな知見を与えている．

まず，市場にはプラットフォームと多数の消費者及びメーカが存在するとする．消費者とメーカ双方が同じプラットフォームに参加していなければ消費者はメーカのプロダクトを購入して利用することができない．消費者は多様なプロダクトを購入したいと欲しており，消費者が得る価値はプラットフォームが提供するプロダクトの数に比例している．逆に，メーカがプラットフォームに参加することで得る利益は，そのプラットフォームにアクセスしている消費者の数に比例するものとする．

次のように変数を定義する：P^U をプラットフォームが消費者に対して課金する料金，n をプラットフォームに参加するメーカの数（市場に非常に多数のメーカが存在するので連続変数とする），$u(n)$ を n 個のプロダクトから得る（プロダクト自体の購入費用を差し引いた後の）消費者余剰，θ を消費者の水平的差別化 horizontal differentiation を表すパラメータ（$[0, \theta_H]$ の範囲に分布），$F(\theta)$ を θ の累積分布関数で，2 回連続微分可能，$f(\theta)$ を θ の密度関数で，2 回連続微分可能，$u(n) - P^U - \theta$ を純消費者余剰．また，分布関数 F の θ に関する弾力性，すなわち，プラットフォームに対する消費者の需要の弾力性を

$$\varepsilon_F(\theta) = \frac{\theta f(\theta)}{F(\theta)} > 0$$

とする．

さらに，P^D をプラットフォームがメーカに対して課金する料金，$\pi(n)$ をメーカが，当該プラットフォームに参加している消費者一人当りから得られる（変動費用を差し引いた後の）利益，ϕ をプラットフォーム上でプロダクトが利用可能とするためにメーカが負担しなければ

ならない固定費用（$[0, \phi_H]$ の範囲に分布），$H(\phi)$ を ϕ の累積分布関数で，2 回連続微分可能，$h(\phi)$ を ϕ の密度関数で，2 回連続微分可能，$\pi(n)F(\theta^m) - P^D - \phi$ を $\theta \leq \theta^m$ なる全ての消費者がプロダクトを利用する場合にメーカ 1 社が得る純利益とする．分布関数 H の ϕ に関する弾力性，すなわち，プラットフォームに対する生産者の需要の弾力性を

$$\varepsilon_H(\phi) = \frac{\phi h(\phi)}{H(\phi)} > 0$$

で表す．そして，プラットフォーム上で提供される n のプロダクトによって生み出される消費者一人当たりの総余剰を

$$V(n) = u(n) + n\pi(n)$$

とする．

ここで，$u(n)$ は厳密に増加，$\pi(n)$ は厳密に減少，$V(n)$ は厳密に増加し凹，と仮定する．この仮定の意味するところは，消費者余剰 $u(n)$ は消費者がアクセスできるプロダクトの数が多いほど増加し，消費者一人当たりから得られるメーカの利益はプラットフォーム内競争が激しい，すなわち n が多いほど減少し，そして n のプロダクトによって得られる総余剰は逓減するということである．V の弾力性を

$$\varepsilon_V(n) = \frac{nV'(n)}{V(n)} \in]0, 1[$$

で表す．ε_V はプロダクトの多様性に対する消費者の選好の強度を示しており，ε_V が高いほど $V(\cdot)$ の凹性は小さくなり，追加的なプロダクトの総余剰への限界的な貢献度は高くなる．また，ε_V はメーカ間の代替の程度をを示しており，ε_V が高いほどメーカ間の代替可能性は低く，メーカ間の競争はより緩やかなものとなる．

また，

$$\lambda(n) = \frac{\pi(n)}{V'(n)}$$

で，メーカの利益と，総余剰に対する追加的なメーカの限界貢献度との間の比率を表すことにする．λ は，メーカが消費者に対して有する市場支配力を示しており，λ が高いほどメーカは自身のプロダクトによって生み出された総余剰からより多くの余剰を引き出すことができる．

上記の設定の下で，プラットフォームの利得を Π^P，また，プラットフォームがメーカ側から得る利得を $\Pi^{PD} = nP^D$，消費者側から得る利得を $\Pi^{PU} = P^U F(\theta^m)$，$\Pi^P = \Pi^{PD} + \Pi^{PU}$ とするとき，Hagiu(2009) はプラットフォームの利得を最大化する最適料金構造は以下のように与えられることを示した：

$$\frac{\Pi^{PD}}{\Pi^{PU}} = \frac{\varepsilon_V(1+\varepsilon_F)(1-(1-\lambda)(1+\varepsilon_H))}{(1+\varepsilon_H)(1-\lambda\varepsilon_V(1+\varepsilon_F))}. \tag{2.9}$$

(2.9) 式より，もし，$\lambda \leq \frac{\varepsilon_H}{1+\varepsilon_H}$ なら，プラットフォームはメーカに補助を行い（$P^D < 0$)，もし，$\lambda \geq \frac{1}{\varepsilon_V(1+\varepsilon_F)}$ なら，プラットフォームは消費者に補助を行い（$P^U < 0$)，もし，$\frac{\varepsilon_H}{1+\varepsilon_H} < \lambda < \frac{1}{\varepsilon_V(1+\varepsilon_F)}$ なら，プラットフォームはメーカと消費者の両方から正の利益を得ることがわかる．さらに，$\frac{\Pi^{PD}}{\Pi^{PU}}$ は ε_H に関して減少し，$\varepsilon_F, \varepsilon_V, \lambda$ に関して増加する．

$\frac{\Pi^{PD}}{\Pi^{PU}}$ が ε_F（プラットフォームに対する消費者の需要の弾力性）の増加関数で，ε_H（プラットフォームに対するメーカの需要の弾力性）の減少関数となるという結果は，Rochet-Tirole(2003) モデル，Armstrong(2006) モデルと同様である．これは，市場の一方の側から得る利益の比率がもう一方の側から得る利益よりも高いほど，前者を引きつけるのが容易なのに対し後者は難しいことを意味する．これに加え，Hagiu(2009) モデルからは，さらに 2 つの新しい結果が導かれた：i) 消費者一人当たり総余剰に対するメーカの限界的な貢献度 λ が大きいほど，プラットフォームは消費者よりメーカの方からより多くの利益を得る，ii) メーカのプロダクトの多様性に対する消費者の選好の強度である ε_V が高いほど，プラットフォームの利益に占めるメーカの割合は高くなる．

取引インセンティブの理論モデル

従来研究では，取引インセンティブ問題について必ずしも十分な注意が向けられていない．その数少ない例として，Hagiu and Jullien(2011)[49] がある．Hagiu and Jullien(2011) はエンドユーザの探索行動を意図的に迂回させることで，プラットフォーム全体の売上を高められることを示した．その好例として，日本の六本木ヒルズを挙げている．

2.2.3 実証研究

両面性市場に関しては，実証研究もなされている．そのいくつかは対象市場を必ずしも両面性市場と位置づけていないが，それらは明らかに両面性市場である．

Basu, Mazumbar and Raj(2003)[14] は CD プレイヤー市場を取り上げ，1985 年〜1995 年における CD プレイヤーの価格や製品の有する個々の特性及び CD タイトルに関するデータを用い，間接ネットワーク効果が製品の個々の特性によって異なること，ネットワーク効果に敏感な特性は補完財の入手可能性が高まることによって獲得されることを明らかにしようとした．彼らによれば，CD タイトル数と CD プレイヤーのある特性（changer capacity と oversampling rate）との間には顕著な正の相関があること，CD タイトル数の増加が CD プレイヤの価格低下に影響を及ぼしていることがわかった．そして，間接ネットワーク効果が及ぼす影響が製品の個々の特性毎に異なるという発見は，製品価格の設定や市場投入のタイミン

グ並びに間接ネットワーク効果に敏感な特性の変更に関する意思決定に資するものだと主張している．

Rysman (2004)[83] は米国の電話帳 Yellow Pages 市場を取り上げ，正のネットワーク効果が存在する市場における競争と独占のトレードオフを検証した．彼らによれば，電話帳の広告主の（電話帳への）需要は，電話帳利用者が多いほど増大し，一方，電話帳の利用者は，広告が多いほど増加する．顕在化されていないネットワーク効果による社会的余剰は均衡における余剰や不完全競争による deadweight loss よりも大きいが，ネットワーク効果の存在にも関わらず，独占的な市場よりも競争的な市場のほうがより望ましく，競争によって社会厚生は改善されると主張した．

Clements and Ohashi (2005)[21] は米国のゲーム機市場を取り上げ，補完財の存在や世代間互換性がネットワーク間競争に与える影響について分析した．彼らによれば，ゲーム機（ハードウェア）のインストールベース（購入者数）と、ゲーム（ソフトウェア）のタイトル数は正の相関を示し，間接ネットワーク効果の存在が認められた．ハードウェアの価格弾力性は，市場投入の初期には高く，後半になれば低くなるが，ソフトウェアの多様度に対する弾力性は市場投入の後期になるほど高くなる．このことから，彼らは次のことが言えるとした：i) ゲーム機市場が立ち上がるためには十分な種類のゲームソフトが必要とされるとともに，プラットフォームであるゲーム機メーカは初期においては浸透価格戦略を取る必要がある．ii) 一旦，プラットフォームがインストールベースを獲得できたなら，より多様なゲームのタイトルを自社のゲーム機に対応させるようにすることで，高い利益を獲得できる．iii) 多様なゲームタイトルの存在は，後からゲーム機を購入しようとする消費者を強く引きつける．

Kaiser and Wright (2006)[61] はドイツの雑誌市場における 1972 年～2003 年のデータを Armstrong (2006)[4] のモデルに適用して分析を行った．彼らは，i) 消費者は 2 企業の雑誌のどちらか一冊を読むと仮定し，雑誌講読から得られる効用が記事のページ数，広告のページ数及び価格によって定まるとする（Armstrong(2006) モデルの効用 u_1, u_2 をページ数とする）とともに，ii) 広告主も 2 企業の雑誌のどちらかに広告を掲載すると仮定し，広告掲載による利益が雑誌の購読者数と広告料によって決まるものとした．分析の結果，i) 読者の効用は，記事と広告が多いほど増加し，さらに記事よりも広告の方が効用の増加率が大きい，ii) 広告主の利益は読者数の増加によって増加し，広告料によって低下する，iii) 講読市場よりも広告市場の方が差別されており，価格費用マージンが大きいことが明らかにされた．

Rysman (2007)[84] はクレジットカード市場を取り上げ，1994 年～2001 年のデータを用いて，消費者は複数のカード会員となっている（マルチ・ホーミング）にも関わらず実際の利用

は特定のカードに集中させる（シングル・ホーミング）ことと，利用の集中とそのカードを利用できる店舗と間に正のフィードバック・ループの存在することを明らかにした．

これらの実証研究も焦点は参加インセンティブ問題に当てられている．電話帳広告や雑誌広告のように，参加インセンティブがプラットフォーム戦略上重視される市場を対象としている場合は無論のこと，取引インセンティブが重視されるべきと考えられる市場を対象とする場合であっても問題意識は両面性市場の形成，つまり，どのようにしてプラットフォームの両側の参加者を集めることができたかという点にあり，それをなし得たプラットフォームの料金戦略や機能的特徴の分析が中心となっている．一方，従来の実証研究では取引インセンティブの問題，すなわちプラットフォームと参加者のインタラクティブな関係に対しほとんど注目なされていない．

2.3　従来研究の概観と本論文の位置づけ

2.3.1　従来研究の概観

前節までで概観した従来研究はいずれも，ある経済現象に着目している．それは，かつては 1 つの企業，あるいは製品ないしサービスとして統合されていた組織や機能要素が分離され，その後再び収斂し，新たな市場や産業組織，あるいは製品やサービスに再構成されるという現象である（Fig. 2.1 参照）．この分離，収斂，再構成という現象は，個別の製品やサービスのレベルと，その製品／サービスや個々の機能要素を提供する企業，さらには市場や産業のレベルでも生じている．両面性市場は，再構成された新たな市場形態の一つである．本論文は市場と市場を構成する主体（企業や個人）の行動を研究対象としていることから，以下では市場レベルでの現象を念頭において議論することとする．

このような現象に対して，少なくとも次の 3 つの疑問が生じる．すなわち，

(i) なぜ分離が行われるのか，
(ii) それがなぜ再び収斂するのか，
(iii) 収斂して再構成された市場や産業組織の内部構造と各機能要素間あるいは主体間の関係はいかなるものか．

(i) の疑問については，モジュール化の研究が一定の回答を与えている．

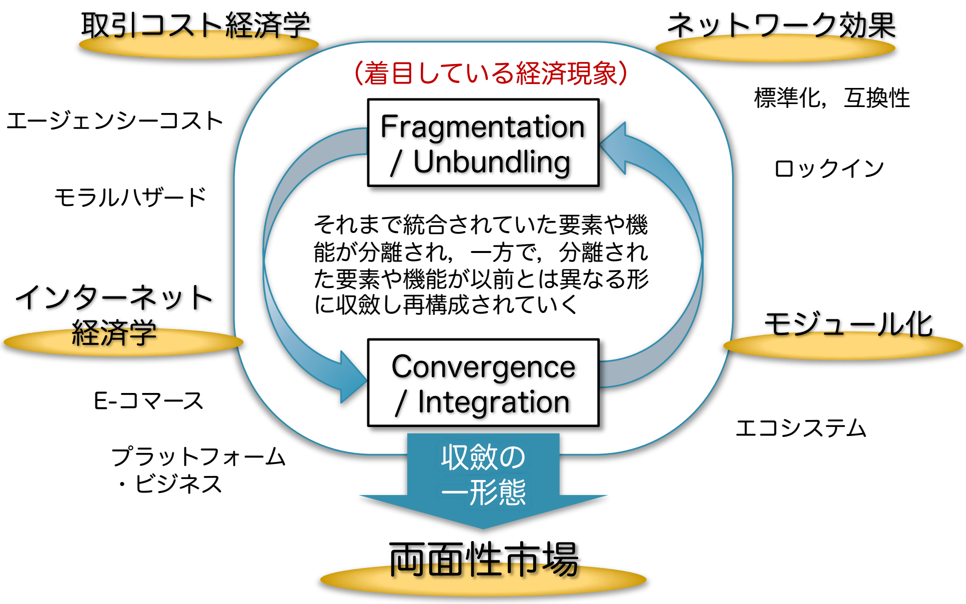

Fig. 2.1　Fragmentation, Convergence, Reconstitution

(ii) は，ネットワーク効果と取引コストに関する研究が関わっている．統合されていた機能要素が分離されると，今度はそれらが様々に組み合わさることにより，多様な製品やサービスを開発できるようになる．しかし，もし個々の機能の間に互換性がないと，組み合わせるために新たな機能の開発が必要となったり，あるいは組み合わせ自体が不可能になる．大規模で複雑な製品やサービスを開発する場合，個々の機能相互で互換性の調整を行うことは非効率であり，標準的なインタフェース条件等を決めて，各機能がそのインタフェースに準拠することが効率的になる．標準化が進むと，分離した機能は，再び収斂の方向に向かうことになる．特に，多くの支持者あるいは顧客を獲得した技術や機能要素はネットワーク効果によって標準となる可能性が高くなる．これらについては，ネットワーク効果に関する研究分野で扱われている．

それぞれの機能要素が異なる企業によって提供される場合，機能間の互換性や標準化の調整はそれらの企業間でなされることになる．さらに，各企業は，他企業が提供する機能が真に自社にとって有益なものか目利きをし，もしその機能を調達するなら経済条件等について交渉する必要がある．このような調整や目利き，交渉が，製品やサービスを開発する都度，個々の企業間で相対で行われるならば，全体としての取引コストは膨大なものとなるであろう．しかし，もし特定の企業がリーダーとなって，全体的な調整役を引き受ければ，コストを抑制することは可能となる．Gawer and Cusumano[44] が示したプラットフォーム・リーダーによるエコシステムはその例である．取引コストに関する研究は，このように企業間で取引が行われる際に必然的に発生するコストの存在を明らかにすることで，企業間の調整を市場の価格メカ

Table 2.1　Classification of previous study

現象	研究分野	文献
分離	モジュール化	Baldwin and Clark (1997)[10], Baldwin and Clark(2000)[11]
収斂	ネットワーク効果	Leibenstein(1950) [71], Rohlfs(1974)[82], Katz and Shapiro (1985)[64], Katz and Shapiro (1986)[65], Farrell and Saloner (1986)[37]
	取引コスト	Coase(1937)[22], Coase(1960)[23], Arrow(1969)[6], Williamson(1985) [107], Allen(1991)[1]
構造	E-コマース	Bakos(1997)[9], Bailey(1998)[7][8], Brynjolfsson and Smith(2000)[16], 國領 (1999)[69]
	両面性市場	Evans(2003)[34], Hagiu(2008)[47], Rochet and Tirole (2003)[79], Armstrong(2006)[4], Hagiu(2009)[48], Basu, Mazumbar and Raj(2003)[14], Rysman (2004)[83], Clements and Ohashi(2005)[21], Kaiser and Wright (2006)[61], Rysman (2007)[84]
	プラットフォーム・リーダーシップ	Gawer and Cusumano[44]
主体間の関係	両面性市場	Hagiu and Jullien (2011)[49]

ニズムにのみ委ねるのでなく，プラットフォームのような調整役の存在意義を示唆している．

最後の iii) については，伝統的な産業組織論では対象とする市場や産業分野毎に，独占や寡占のモデルを用いて分析されてきた．両面性市場に関する研究もこの系譜にあり，これまでの研究によって，プラットフォームが設定する料金を中心とした市場構造の態様とその特徴は明らかにされつつある．しかしながら，市場を構成する主体間，すなわちプラットフォームと各参加者との間のインタラクティブな行動については，必ずしも十分な関心が払われているとは言い難い．

第 1 章で述べたように，プラットフォームは参加者の事前の意思決定に関わる参加インセンティブ問題と事後の意思決定に関わる取引インセンティブ問題に直面している．参加インセンティブ問題は市場の構造に関連しており，取引インセンティブは主体間の関係に関連する．Table 2.1 は従来研究を分離，収斂，構造，主体間の関係に分類したものであるが，これが示すように，これまでのところ取引インセンティブに関する研究の蓄積は乏しいと言わざるを得ない．なお，これらの各文献の概要は付録 D にまとめられている．

2.3.2　本論文の位置づけ

両面性市場の研究は比較的歴史が浅く，今後さらなる発展が期待されている分野である．前項で示したように，両面性市場及び関連領域における従来研究は，分離，収斂，再構成というプロセスと，その結果成立した市場の構造に集中している．これまでのところ，研究の焦点は，それが料金設定であれそれ以外であれ，プラットフォームの機能的特徴の静学的な分析に向けられていて，プラットフォームの行動に対して参加者がどのように反応するかといった観点はあまり強調されていない．両面性市場の基本的な理論モデルでは，参加者の行動は外的に与えられた参加者属性の分布に従うものとされ，個々の参加者がプラットフォームの行動を見て意思決定を行うことは想定されていない．むしろ，参加者グループ全体としての行動に関心がある．

しかしながら，実際には個々の参加者の取引行動はあらかじめ決まっているわけではなく，他の同じグループに属する参加者の行動（プラットフォームへの参加やプラットフォーム上での取引行動）を参照しつつも，プラットフォームが提示する条件（他の参加者グループの参加状況やプラットフォーム上で取引するための料金，プラットフォームが提供する種々の機能など）を基に自らの行動を決定している．従って，集団としての参加者グループの行動だけでなく，参加者個々の意思決定についても同じ程度の関心が払われるべきと思われる．

本論文は，研究蓄積が手薄なプラットフォームと参加者のインタラクティブな関係を分析することで，両面性市場に関する研究の更なる発展に貢献することを目的とする．特に，プラットフォームにとって最も重要な戦略である収益配分を研究対象として取り上げ，また近年研究の進んでいる連続時間における動学的プリンシパル=エージェント・モデルを用いて分析する．具体的には，両面性市場におけるプラットフォームと参加者の関係を，プラットフォーム上でより多くの取引を生起させることによって自らの収益を最大化したいプリンシパルと，そのプリンシパルの提示する条件に基づき自らの効用を最大化したいエージェント，という関係として捉え，定式化する．両面性市場の分析に連続時間プリンシパル=エージェント・モデルを適用することは新たな試みであり，同時に，連続時間プリンシパル=エージェント・モデルの新たな応用分野を拓くものである．

第 3 章

E-コマース市場におけるショッピングモールと店舗の動的収益配分

本章では，両面性市場の中でも E-コマース（電子商取引）を取り上げ，プラットフォームであるショッピングモールとサービスプロバイダである店舗との間における最適収益配分問題を考える．E-コマースは近年のインターネットの普及によって出現した比較的新しい商品流通の形態であり，今日における代表的な両面性市場の一つである．

E-コマースではモールはエンドユーザである消費者に課金しないので，市場が生み出す収益は店舗の売上として認識され，モールはこの売上を店舗との間で配分する．店舗の売上規模はモールが獲得している消費者数に依存するが，本章では分析を収益配分に集中するため，消費者数は初期値として与えられているものとする．店舗が所与の消費者グループに対してより多くの販売努力を行うほど，売上は拡大する．従って，モールは店舗が一層の努力を行うようにインセンティブ付けを行い，モールへの収益配分を最大化しなければならない．但し，売上は店舗の努力によらない確率的要因によって変動するため，店舗はリスクに晒されている．店舗はリスク回避的であり，よって，モールの問題は店舗の直面するリスクを考慮しながら，モールへの配分を最大化するように収益配分を最適化することである．

3.1　はじめに

今日の多くの産業で，ネットワークを介した商取引，すなわち E-コマース（電子商取引）が一般的に見られるようになっている．従来は特定の企業間商取引（B to B）における電子データ交換（EDI）や銀行間の電子資金移動（EFT）などが主であったが，近年はインターネット

を利用した不特定多数間の商取引（B to C，C to C）が急成長している（Fig. 3.1 参照）．

インターネットを利用した不特定多数間の E-コマースでは，ショッピングモールが重要な役割を果たしている．モールは多数の売り手（店舗）と買い手（消費者）を仲介し，取引が円滑に行われるためのルール制定や不正監視，決済等のサービスを提供する．代表的なモールとしてはアマゾン，楽天，アップルなどが挙げられる．店舗や消費者はモールに参加することで取引相手の探索や交渉のコストを削減できる．このような E-コマースは両面性市場と捉えることができる．ショッピングモールは，両面性市場におけるプラットフォームの役割を担っている．

モールに参加する店舗と消費者の間には間接ネットワーク効果が存在し，一方の側の参加者の増は他方の側の効用を高める．すなわち，店舗にとっては自分の参加しているモールにより多くの消費者が参加するほど取引機会が増え，一方，消費者にとっては店舗が多いほど選択肢が増え，より有利な条件で購入する可能性が高まる．このことは逆に，消費者の少ないモールに店舗は参加したいとは思わず，店舗の少ないモールに消費者は参加しようとは思わないことを意味する．

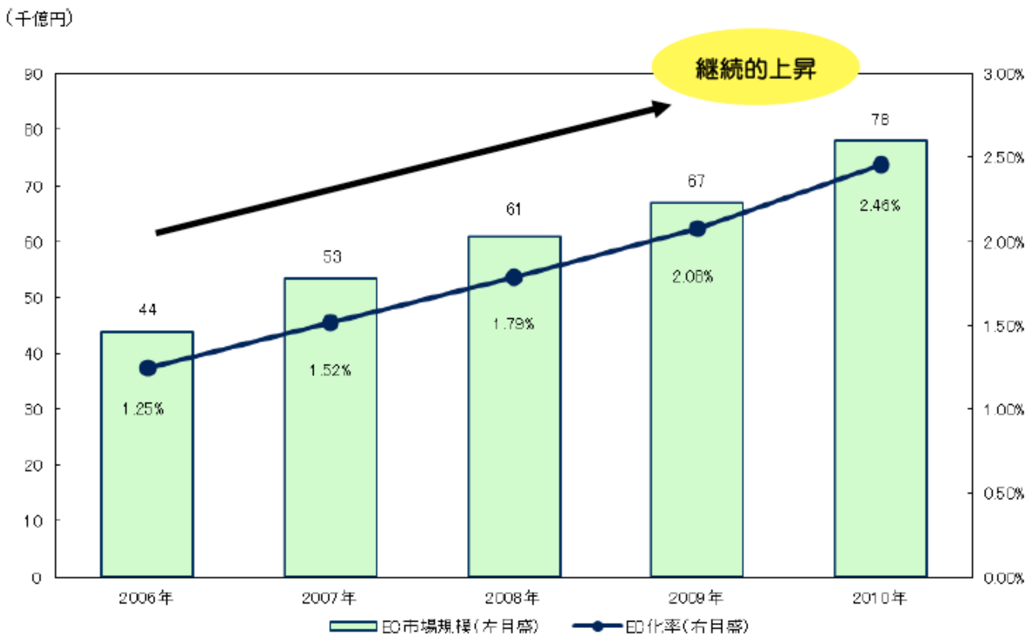

Fig. 3.1　The amount of B to C E-commerce market in Japan has reached 7.788 trillion Yen in 2010, which increased by 16.3% over the previous year, and occupied 2.46% to all consumption expenditure in 2010.（経済産業省『平成 22 年度電子商取引に関する市場調査』(2011)）

前章で述べたように，両面性市場に関する従来研究（Rochet and Tirole(2003)[79]，Rochet and Tirole(2006)[80]，Armstrong(2006)[4]，Hagiu(2009)[48] 等）では，独占的あるいは競争するプラットフォームがサービスプロバイダとエンドユーザに対してそれぞれ設定する料金構造に焦点が当てられている．これらの研究は，プラットフォームがサービスプロバイダ側とエンドユーザ側の属性の差異に応じた非対称な料金構造をとることにより，両側を同時に多数集めることが可能となることを示している．実際，多くの両面性市場において非対称な料金設定がなされている．

しかしながら，両面性市場の中には，プラットフォームがエンドユーザ側に料金を課金しないものが少なからず存在しており，E-コマースもその一つである．E-コマースにおいては，エンドユーザである消費者がプラットフォームであるアマゾンや楽天などのモールの会員となる時や，あるいは商品を購入する際に，モールに対して料金を支払う必要はない．本来課金されるべき料金が何らかの条件によって結果的に無料になっている，ということではなく，そもそも消費者に対する料金がゼロに設定されている．モールが課金するのは店舗側だけであり，よって，市場が生み出す収益の配分はモールと店舗の間でなされることになる．

このときモールが直面する問題は，如何にして店舗に販売努力をさせ，モール上の取引量，すなわち消費者の購買額を拡大できるかである．購買額は店舗が消費者に対しどれだけ魅力的な商品を提供できるかに依っている．もし消費者が購入したい商品が販売されていなければ，消費者はそのモールを利用しないし，いずれ脱退していくであろう．従って，モールは，店舗がより良質な商品を開発，販売努力するようにインセンティブを与えること，具体的には収益配分ルールを決める必要がある．

そこで, 本章では E-コマースにおけるモールと店舗間の収益配分問題を考える．以下, 2 節ではモールと店舗間の配分問題を動学的プリンシパル-エージェント問題（Sannikov(2008)[90]）として捉え，モールの収益を最大化する店舗の努力水準と配分を決定する確率最適制御問題として定式化する．配分ルールはモールと店舗によって締結される契約によって定められる．本章では，特に店舗のモラルハザードの問題に分析を集中するため，契約締結前にモールと店舗の間に情報の非対称性はなく，かつ，締結後における店舗の販売額をモール，店舗共に観測可能だが，店舗の努力水準をモールが観測できないものとする．続く 3 節では，モールの最適配分戦略と店舗の努力水準が確率最適制御問題の解として求められることを示し, その解の存在に関する十分条件を与える．さらに，数値シミュレーションによって実際に解が得られることを示す．4 節では，前節で得られた結果について，モールに参加している消費者数の変化が与える影響や近視眼的な収益配分との比較優位性について考察する．5 節は結論で, 本章の結果

が実際のモール-店舗間の契約に適用できることを示唆する．

3.2 問題の設定

E-コマース市場にはモールが 1 社のみ存在し，E-コマース市場に参加する店舗はモールとの間で，モールが提示する配分ルールに従い契約を締結するものとする．店舗は同質的であり，モールは全ての店舗に対し同一内容で契約するものとする．従って，一般性を失うことなく，店舗はただ 1 社のみと仮定することができる．

モールと店舗が契約を締結する時点を時刻 0 とし，その時点でモールに参加登録している消費者の人数を $N(0)$ とする．$N(0)$ はモール，店舗共通の知識であり，両者は $N(0)$ を前提に契約するものとする．

モールに登録している消費者のうち，店舗の商品を購入する人数は，店舗の継続的な開発努力，及び消費者の総数 $N(0)$ に依っている．店舗がより多くの努力を行うほど商品の品質水準が高まり，その結果，商品を購入する消費者の平均人数は増加する．但し，商品を購入する消費者の人数はモール，店舗の双方が観測可能だが，モールは店舗の実際の努力水準を観測できない．さらに，消費者は気紛れであり，また，店舗の提供する商品等の価値を正しく評価できなかったり，あるいは一時的な流行に影響を受けるといったように，店舗の努力に依らない多数の不確実な要因によって，消費者が自分にとって本来は価値ある商品等を購入しなかったり，逆に価値のない商品等を購入してしまうという事象がしばしば生じる[*1]．

以上のことから，時刻 t に店舗の商品を購入する消費者の延べ人数 $X(t)$ は以下のブラウン運動に従うものとする：

$$dX(t) = q(a(t))N(0)dt + \sigma N(0)dZ(t). \tag{3.1}$$

ここで，$Z = \{Z(t), \mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は標準ブラウン運動で，$\{\mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は $\{X(t); 0 \leq t < \infty\}$ によって生成されるフィルトレーションである．また，σ は商品を購入する消費者数の変動の度合いを示す定数である．$a(t)$ は時刻 t において店舗が行う開発努力水準で，$q(a(t))$ は $a(t)$ の関数として決まる商品の品質である．店舗の開発努力には上限 $\overline{a}$ があり，可能な努力水準の範囲は $a(t) \in [0, \overline{a}]$ である．なお，$\overline{a}$ は十分大きな値に設定されている

[*1] 店舗の売上を変動させる要因には，これ以外に店舗間の競争による影響があり得る．すなわち，店舗間で競争が行われている場合，競合する店舗の努力は間接的に自店の売上に影響を与える可能性がある．しかしながら，モール上に存在する店舗は極めて多数であり，特定の 1 店舗の努力が他の多数の店舗個々の売上に与える影響は実際には極めて小さいと考えられることから，本論文ではこのような店舗間競争の影響は考えないこととする．

ものと仮定する．品質関数 $q(a(t))$ は $a(t)$ に関して連続で厳密に増加かつ凹とし，モールはその関数形を知っているものとする．$q(a(t))$ は消費者にとっての商品の魅力度を示すものであり，$q(a(t)) \in [0,1], 0 < a(t) < \overline{a}$．$q(\cdot) = 1$ は全ての消費者にとって魅力的であることを意味し，商品に魅力を感じる消費者は必ず購入するものとする．

簡単のため，商品の価格は 1 に正規化されているものとする．よって，$X(t)$ は店舗の時刻 t までの累計売上を示す．モールは店舗の累計売上を完全に観測可能と仮定する*2．

店舗の売上 $X(t)$ は，契約に定められた条件に従いモール-店舗間で配分される．この配分は，実務上は店舗からモールに対するロイヤリティの支払いという形式をとるが，本章ではモールが店舗の売上からロイヤリティを控除した残余を店舗に配分するものとする*3．時刻 t に店舗に配分される額を $\gamma(t) \in [0,\infty)$ で表す．店舗の期待売上が品質 $q(a(t))$ と消費者の総数 $N(0)$ によって決まること，合理的なモールは店舗の売上以下しか店舗へ配分しないことから，配分戦略 $\gamma(t)$ には上限 $\overline{\gamma(t)}, \gamma(t) \leq \overline{\gamma(t)} = N(0)$ がある．Fig. 3.2 は店舗とモール，消費者の契約関係と配分の流れを示している．

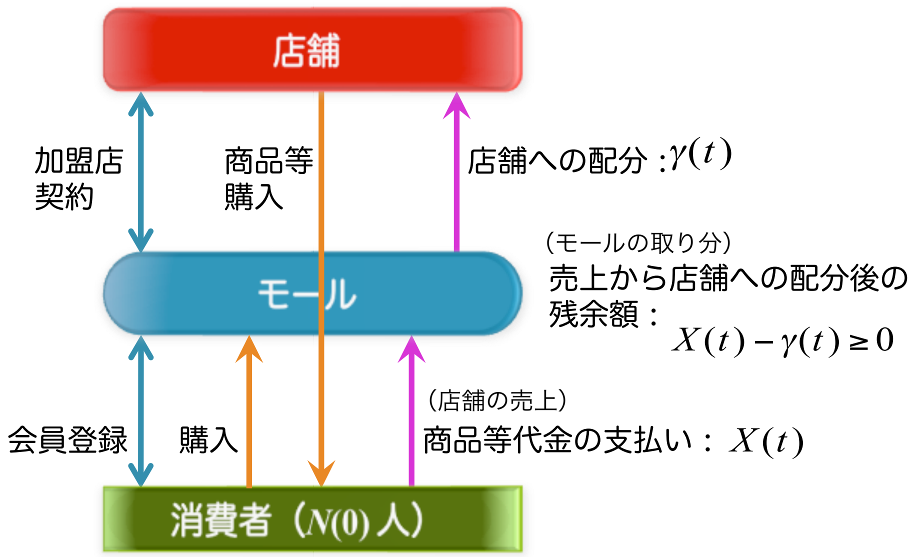

Fig. 3.2　Revenue-Sharing Rule between the Mall and the Shop

*2　アマゾンや楽天，アップルのように，店舗にモールの提供する決済機能を必ず利用させることによって，この仮定は満たされる．

*3　なお，多くのモールでは決済機能をモールが提供しており，その場合のキャッシュフローの方向は本章の設定と同様モールから店舗となる．

店舗は配分 $\gamma(t)$ を受け取ることで $u(\gamma(t))$ の効用を得るものとする．店舗はリスク回避的であり，$u(\gamma(t))$ は増加かつ凹で C^2 級の関数とし，$u(0)=0$ と正規化されているものとする．店舗は一定の留保効用を有するが，ここでは店舗に外部機会がないので，留保効用は 0 である．一方，店舗は $a(t)$ の開発努力を行うために，$h(a(t))$ の開発費用を負担する．$h(a(t))$ は配分 $\gamma(t)$ と同一の単位で測られ，連続で厳密に増加かつ凸とする．モールは店舗の効用関数，費用関数について観察可能であると仮定する[*4]．

モールはリスク中立的とする．また，モールには店舗の売上に応じて，$\beta dX(t)$，β は定数，の費用が発生するものとする[*5]．

簡単化のため，モールと店舗は共に収益を利率 r で割り引くものとする．今，店舗が $a(t), 0 \leq t < \infty$ の開発努力を行うとき，店舗の総期待収益は

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt\right],$$

モールの期待収益は

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}dX(t) - \int_0^\infty e^{-rt}\gamma(t)dt - \int_0^\infty e^{-rt}\beta dX(t)\right]\\ &= \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q(a(t))N(0) - \gamma(t)\Big)dt\right]\end{aligned}$$

となる．

3.2.1 モールの問題

店舗はモールが提示する配分条件の下で，自己の収益を最大化するように開発努力を決定するものとする．モールは店舗の収益最大化行動を前提に，モールの収益を最大化するような開発努力水準を店舗に推奨し，そして，実際に店舗に推奨努力水準を遂行させられる配分戦略を決定したい．これは，店舗に対して留保効用 0 以上の効用を保証する参加制約

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt\right] \geq 0, \tag{3.2}$$

を満たす $(\gamma(t), a(t))$ の組の中で，店舗の誘因両立制約

$$a(t) \in \underset{\tilde{a}(t)}{\arg\max}\ \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)dt\right] \tag{3.3}$$

[*4] 実務においては，モールは店舗を出店させる際に行う審査によって，店舗のリスク態度，財務状況，費用構造等についての情報を取得可能であり，これらの情報から効用関数や費用関数を測定することができる．

[*5] β はモールがサービスを提供するために要する費用で，例えば，決済のためのカード会社への支払等がある．

の下でモールの期待収益

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q(a(t))N(0)-\gamma(t)\Big)dt\right] \tag{3.4}$$

を最大化する開発努力 $\{a(t), 0 \le t < \infty\}$ と配分戦略 $\{\gamma(t), 0 \le t < \infty\}$ を決定する最適化問題となる．

3.2.2　店舗の継続価値

店舗に推奨努力水準を遂行させるには，店舗の努力に依存する売上に応じて配分を変動させればよいように思われる．しかし，開発努力には費用がかかり，さらに，売上は店舗の努力によらない確率的な要因にも影響されるため，店舗の開発努力にはリスクが伴う．もし，結果としての売上に連動して店舗への配分額が決まるならば，店舗はモールに高いリスク・プレミアムを求めるであろう．それはモールの収益を圧迫するから，モールにとっても好ましくない配分条件である．

そこで，店舗が時刻 $t \ge 0$ 以降の全期間にわたって得られるであろう期待収益に応じて配分を変動させることを考える．この期待収益を店舗の継続価値と呼び，$W(t)$ で表す．時刻 $t, 0 \le t < \infty$，までの状態がわかっており，t 以降における店舗への任意の配分 $\gamma = \{\gamma(t) : \gamma(t) \in [0, \overline{\gamma(t)}]\}$ が決められ，それに対して店舗が任意の開発努力戦略 $a = \{a(t) : a(t) \in [0, \overline{a}]\}$ をとるとき，時刻 t における店舗の継続価値は

$$W(t;\gamma,a) = \mathbb{E}_a\left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds \,\Big|\, \mathcal{F}(t)\right] \tag{3.5}$$

である．ここで，$\mathbb{E}_a$ は店舗の努力が $\{a(t)\}$ であるときの確率測度 $\mathbb{P}_a$ の下での期待値を示す．以下では，この継続価値 $W(t;\gamma,a)$ を唯一の状態変数として，最適配分と最適努力を導くことを考える．誘因両立制約から店舗は $W(t;\gamma,a)$ を最大化する行動をとるので，将来の配分の変更を通じて $W(t;\gamma,a)$ を変化させることにより，モールは店舗に任意の努力水準を遂行させることができる．$W(t;\gamma,a)$ には店舗が時刻 t までに行った開発努力とその費用，及びその結果として実現した売上 $X(t)$ と店舗への配分の変遷が集約されているので，$W(t;\gamma,a)$ によって配分が決まる仕組みは，店舗に努力へのインセンティブを与えることができる．

ここでモールは店舗の継続価値 $W(t)$ がいかなる値であっても，その時点における配分に基づき設定される違約金を店舗に支払うことによって，いつでも契約を解約できるものと仮定する．違約金は，解約時点の継続価値 $W(t)$ によって決定され，解約時のモールの収益関数を $\Psi(W(t)) = -\eta\gamma(t)$ とする．但し，η はある定数で，$\Psi(0) = 0$ とする．解約後は店舗は努力

をしないから，時刻 t に解約されたときの店舗の収益は，

$$W(t) = u(\eta\gamma(t)) \tag{3.6}$$

となる．

モールは $W(t)$ が極端に大きくなると，店舗との契約を解約する．なぜなら，$W(t)$ は店舗の努力によって売上 $X(t)$ が上昇すれば大きくなり，店舗の努力が上限に達して $X(t)$ の上昇がそれ以上望めなくなっても，店舗の配分 $\gamma(t)$ が高くなればさらに大きくなるが，$\gamma(t)$ が高すぎるとモールの収益がモール費用を下回る可能性があるからである．従って，モールにとって店舗に $\Psi(W(t))$ を支払って契約を解約する方が有利となるような $W(t)$ の水準が存在する．これを $W^\sharp > 0$ とする．モールが店舗に配分の上限 $\bar{\gamma}(t)$ を与え続けるときの継続価値を $\overline{W^\sharp}$ とすると，$W^\sharp \le \overline{W^\sharp}$ である．

3.3 最適配分

本節では，上述の問題設定の下でのモールの最適配分問題を解く．まず，店舗の継続価値について，次の命題が成り立つ．証明は 3.6.1 項を参照のこと．

命題 3.1

時刻 t 以降の配分 $\gamma = \{\gamma(t)\}$ と店舗の戦略 $a = \{a(t)\}$ に対し，店舗の継続価値が (3.5) 式で定義されるとき，$\mathcal{F}(t)$-可測な適合過程 $Y(t)$ が存在し，$W(t;\gamma,a)$ は以下のように展開できる：

$$dW(t;\gamma,a) = \Big[rW(t;\gamma,a) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]dt + \sigma N(0)Y(t)dZ(t). \tag{3.7}$$

次に，店舗の開発努力にかかる誘因両立制約について，次の命題が成り立つ．証明は 3.6.2 項を参照のこと．

命題 3.2

$Y(t)$ を命題 3.1 で得られる適合過程とする．このとき，店舗の戦略 a が最適であるための必要十分条件は

$$a(t) \in \mathop{\arg\max}_{\tilde{a}(t)\in[0,\overline{a}]} \Big[Y(t)q(\tilde{a}(t))N(0) - h(\tilde{a}(t))\Big], \quad 0 \le t < \infty \tag{3.8}$$

がほとんど至るところで成り立つことである．

注意 3.3

命題 3.2 に出てくる「ほとんど至るところ」の一般的な意味は，もし関数 f がある零集合を除いた領域の全ての点である性質 P を持つならば，f はほとんど至るところで性質 P を持つ，ということである．(「ほとんど至るところ almost everywhere (a.e.)」の代わりに，「ほとんど確実に almost surely (a.s.)」という言葉が使われることもある．これらについてのさらに詳しい解説は，例えば Capiński and Kopp(2004)[18] を参照.）命題 3.2 における零集合とは，(3.8) 式が成り立たないような点，例えば，$q'(a(t)) = h'(a(t)) = 0$ となるような点 $a(t)$ からなる加算集合である．命題 3.2 は区間 $[0, \overline{a}]$ からこのような零集合を除いた全ての区間において (3.8) 式が成り立つとき，店舗の戦略 a が最適となる，と主張している．

命題 3.2 から，$\{Y(t)\}$ が戦略 a に関して $W(t;\gamma,a)$ を表現する過程ならば，$Y(t)$ は誘因両立な開発努力戦略 $a(t)$ の関数として表すことができる：

$$Y(t) = \frac{h'(a(t))}{q'(a(t))N(0)} = y(a(t)) > 0. \tag{3.9}$$

$y(a(t))$ は $a(t)$ に関して増加する．なぜなら，$h(a(t))$ は仮定から凸関数だから $h'(a(t))$ は $a(t)$ に関して増加し，また $q(a(t))$ は仮定から凹関数だから $q'(a(t))$ は $a(t)$ に関して減少するので，$y(a(t))$ は $a(t)$ について増加する．(3.7) 式の (σ で大きさ調整された) $Y(t)$ は，$W(t;\gamma,a)$ の過程のボラティリティを表しているから，$a(t)$ が大きくなるほど店舗のリスクも大きくなることがわかる．

さて，時刻 t における店舗の継続価値 $W(t)$ がわかっており，店舗が最適な開発努力 $a(t)$ を行い，モールが $\gamma(t)$ を適切に設定するときに，モールが得られる最大収益を $\Pi(W(t))$ とすると，店舗の誘因両立制約を満たすモールの最適配分問題は次の確率最適制御問題として定式化できる：

$$\Pi(W(t)) = \max_{\gamma,a} \mathbb{E}\left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big((1-\beta)q(a(s))N(0) - \gamma(s)\Big)ds\right] \tag{3.10}$$

subject to

$$dW(t) = \big[rW(t) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\big]dt + \sigma N(0)y(a(t))dZ(t) \tag{3.11}$$

この問題は，動的計画法により解くことができる．まず，(3.10) 式，(3.11) 式から，伊藤の補題を用いて，Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式

$$r\Pi(W) = \max_{\gamma,a}\Big[(1-\beta)q(a)N(0) - \gamma + \Big(rW - u(\gamma) + h(a)\Big)\Pi'(W) \\ + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a)^2 \Pi''(W)\Big] \tag{3.12}$$

が得られる．さらに，解は以下の初期条件，及びバリュー・マッチング条件，スムース・ペイスティング条件を満たす必要がある：

$$\Pi(0) = 0, \tag{3.13}$$

$$\Pi(W^\sharp) = -\Psi(W^\sharp), \tag{3.14}$$

$$\Pi'(W^\sharp) = -\Psi'(W^\sharp). \tag{3.15}$$

3.3.1　最適化問題の解

この問題に解 $\Pi(W)$ が存在すれば，(3.12) 式を最大化する努力水準と配分は，最適配分問題の最適解となる．このことは，次の命題によって保証される．証明は 3.6.3 項を参照のこと．

命題 3.4
モールが店舗との契約を解約する時刻を τ とする．$\Pi(W)$ は $t \in [0,\tau]$ において継続価値 $W(t) \in [0, W^\sharp]$ に関して HJB 方程式 (3.12) 式及び初期条件 (3.13) 式を満たし，かつ，時刻 τ において (3.14) 式及び (3.15) 式を満足するものとする．また，(3.12) 式の右辺を最大化する開発努力 $a(t)$ 及び配分 $\gamma(t)$ が $t \in [0,\tau]$ において対応する $W(t) \in [0, W^\sharp]$ に関して実行可能であるとする．このとき，開発努力 $a(t)$ 及び配分 $\gamma(t)$ は最適配分問題の最適解である．

命題 3.4 から，最適な開発努力は

$$a = \arg\max_{\tilde{a}}\left[(1-\beta)q(\tilde{a})N(0) + h(\tilde{a})\Pi'(W) + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(\tilde{a})^2 \Pi''(W)\right] \tag{3.16}$$

であり，その 1 階条件

$$(1-\beta)q'(a)N(0) + h'(a)\Pi'(W) + \sigma^2 N(0)^2 y(a) y'(a) \Pi''(W) = 0$$

から最適努力水準を $W(t)$ の関数 $a(W(t))$ として求められる．ここで，$(1-\beta)q(a)N(0)$ は収益フローで，$-h(a)\Pi'(W)$ は店舗の開発努力費用の補償，$-\frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a)^2 \Pi''(W)$ は店舗に不確実性のあるビジネスを実行させるためのインセンティブを与えるために支払われるリスク・プレミアムである．

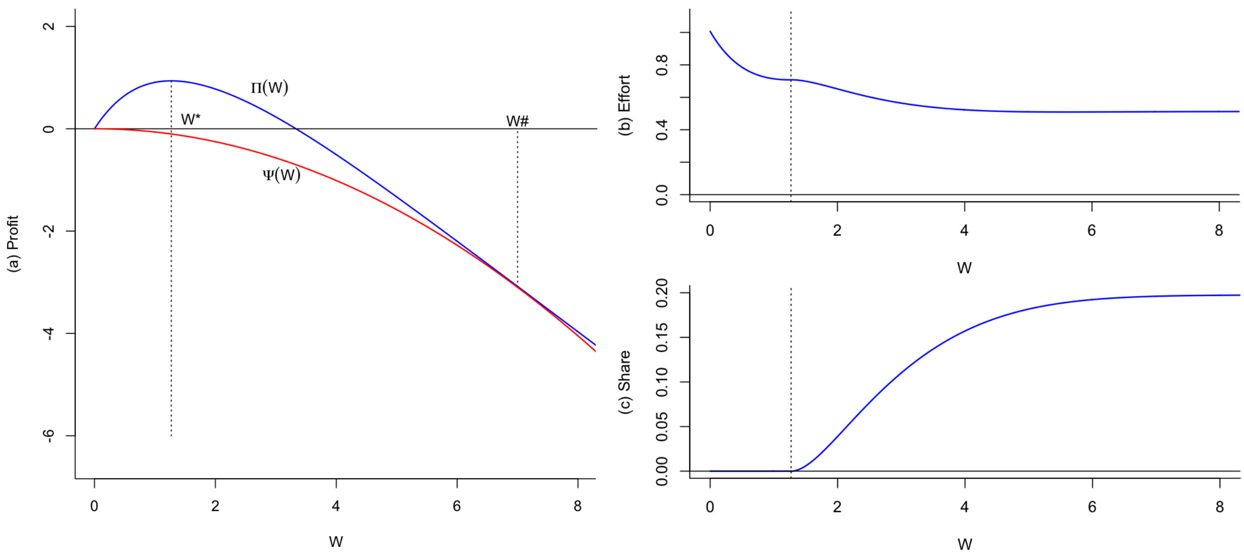

Fig. 3.3　(a) Mall's Value Function, (b) Shop's Effort, (c) Optimal Revenue-Sharing Strategy

同様に，最適配分は

$$\gamma = \arg\max_{\tilde{\gamma}} \left[-\tilde{\gamma} - u(\tilde{\gamma})\Pi'(W) \right] \tag{3.17}$$

を最大化するので，1 階条件 $\Pi'(W) = -1/u'(\gamma)$ から $W(t)$ の関数 $\gamma(W(t))$ として得られる．$-\Pi'(W)$ は店舗の継続価値を 1 単位増加させることによるモールの収益減少分，$1/u'(\gamma)\,(= d\gamma/du(\gamma))$ は店舗の効用を 1 単位上昇させるためにモールが店舗に提供しなければならない配分であり，最適配分においてはこれらが一致していなければならないことを意味している．なお，点 W^* において $\Pi'(W^*) = 0$ とすると，$u'(\gamma) \geq 0$ より，$W \leq W^*$ の区間で (3.17) 式を最大化する配分は 0 となる．

解 $\Pi(W)$ は，(3.16) 式と (3.17) 式を最大化する開発努力と配分を HJB 方程式 (3.12) 式に適用し，これを境界条件 (3.13) 式，(3.14) 式及び (3.15) 式の下で解くことにより得られ，これは数値計算によって求めることができる．

Fig. 3.3 は各関数，パラメータを以下のように特定化したときの収益関数 $\Pi(W)$，及び最適努力と最適配分を示している．

$$\begin{aligned} &q(a) = a,\ u(\gamma) = \sqrt{\gamma},\ h(a) = 0.5a^2 + 0.5a,\ N(0) = 1,\ r = 0.1, \\ &\beta = 0.1,\ \sigma = 1,\ \eta = 250. \end{aligned} \tag{3.18}$$

努力水準と配分は $a = -0.9/(\Pi'(W) + \Pi''(W)) - 0.5$, $\sqrt{\gamma} = -\Pi'(W)/2$, $\gamma = \Pi'(W)^2/4$ から求められる．この例では $W^* = 1.27, \Pi(W^*) = 0.9363688$ となった．なお，数値例の計算については 3.6.4 項を参照のこと．

3.4 考察

本節では，前節で得られた結果について，以下の 2 点の考察を加える：

- 契約時点にモールに参加している消費者数 $N(0)$ が異なる場合，モールの収益や店舗の努力水準に影響はあるか？
- 配分が近視眼的に決められる，すなわち，時刻 t の売上 $X(t)$ に応じて配分 $\gamma(t)$ が決定されるとしたら，モールの収益や店舗の努力水準にどのような影響があるか？

3.4.1 $N(0)$ の値が異なる場合の影響について—比較静学

簡単のため，品質関数 $q(a(t))$ 及び店舗の費用関数 $h(a(t))$ は 2 次の多項式で近似されるとする．最適な開発努力は (3.16) 式を最大化する 1 階条件

$$
\begin{aligned}
G(a, W, N(0)) &= (1-\beta)q'(a)N(0) + h'(a)\Pi'(W) \\
&\quad + \sigma^2 N(0)^2 \frac{h'(a)}{q'(a)N(0)} \cdot \frac{h''(a)q'(a) - h'(a)q''(a)}{\big(q'(a)\big)^2 N(0)} \Pi''(W) \\
&= (1-\beta)q'(a)N(0) + h'(a)\Pi'(W) \\
&\quad + \sigma^2 \frac{h''(a)h'(a)q'(a) - \big(h'(a)\big)^2 q''(a)}{\big(q'(a)\big)^3} \Pi''(W) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

から得られる[*6]．このとき，陰関数の定理から

$$
\frac{da}{dN(0)} = -\frac{\partial G(a, W, N(0))/\partial N(0)}{\partial G(a, W, N(0))/\partial a} \tag{3.19}
$$

が成り立つ．まず，(3.19) 式右辺の分子は

$$
\frac{\partial G(a, W, N(0))}{\partial N(0)} = (1-\beta)q'(a) \geq 0. \tag{3.20}
$$

また，右辺の分母は

---

*6 ここで，$y(a) = \frac{h'(a)}{q'(a)N(0)}$ から $y'(a) = d\left(\frac{h'(a)}{q'(a)N(0)}\right)/da = \frac{h''(a)q'(a) - h'(a)q''(a)}{(q'(a))^2 N(0)}$ となることを用いている．

$$\frac{\partial G(a,W,N(0))}{\partial a} = (1-\beta)q''(a)N(0) + h''(a)\Pi'(W) + \frac{\partial\left[\sigma^2 \frac{h''(a)h'(a)q'(a)-\left(h'(a)\right)^2 q''(a)}{\left(q'(a)\right)^3}\Pi''(W)\right]}{\partial a}$$

となる．この右辺第 3 項は

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\left[\sigma^2 \frac{h''(a)h'(a)q'(a)-\left(h'(a)\right)^2 q''(a)}{\left(q'(a)\right)^3}\Pi''(W)\right]}{\partial a} \\
&= \sigma^2 \frac{\left\{\begin{array}{l} \Big[h'''(a)h'(a)q'(a) + (h''(a))^2 q'(a) + h''(a)h'(a)q''(a) \\ \qquad -2h'(a)h''(a)q''(a) - (h'(a))^2 q'''(a)\Big](q'(a))^3 \\ -3\Big[h''(a)h'(a)q'(a) - (h'(a))^2 q''(a)\Big](q'(a))^2 q''(a) \end{array}\right\}}{(q'(a))^6}\Pi''(W) \\
&= \sigma^2 \frac{\left\{\begin{array}{l} (h''(a))^2(q'(a))^2 + h''(a)h'(a)q''(a)q'(a) - 2h''(a)h'(a)q''(a)q'(a) \\ -3h''(a)h'(a)q''(a)q'(a) + 3(h'(a))^2(q''(a))^2 \end{array}\right\}}{(q'(a))^4}\Pi''(W) \\
&= \sigma^2 \frac{(h''(a))^2(q'(a))^2 - 4h''(a)h'(a)q''(a)q'(a) + 3(h'(a))^2(q''(a))^2}{(q'(a))^4}\Pi''(W)
\end{aligned}$$

となる．ここで，仮定により $q(a), h(a)$ の最大次数は 2 なので $q'''(a) = 0, h'''(a) = 0$ となることを用いている．よって，

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial G(a,W,N(0))}{\partial a} \\
&= \underbrace{(1-\beta)q''(a)N(0)}_{\leq 0} + \underbrace{h''(a)}_{\geq 0}\Pi'(W) \\
&\quad \underbrace{+\sigma^2 \frac{\overbrace{(h''(a))^2(q'(a))^2}^{\geq 0} \overbrace{-4h''(a)h'(a)q''(a)q'(a)}^{\geq 0} + \overbrace{3(h'(a))^2(q''(a))^2}^{\geq 0}}{\underbrace{(q'(a))^4}_{\geq 0}} \underbrace{\Pi''(W)}_{\leq 0}}_{\leq 0}. \qquad (3.21)
\end{aligned}$$

以上から，(3.19) 式の符号は (3.21) 式右辺の符号に依存するが，(3.21) 式右辺の符号は，$W \geq W^*$ ならば正，$W < W^*$ ならば不定となる[*7]．

この結果から，店舗の遂行する最適努力の水準は，W^* の近傍では，契約時点においてモールに登録している消費者の総数 $N(0)$ が多いほど高くなることがわかる．Fig. 3.4 は，前節の

[*7] $W < W^* \Rightarrow \Pi'(W) > 0, W = W^* \Rightarrow \Pi'(W) = 0, W > W^* \Rightarrow \Pi'(W) < 0$ である．

数値例において $N(0) = 1.0, 0.8, 0.5$ としたときの収益関数，及び最適努力と最適配分を示している．

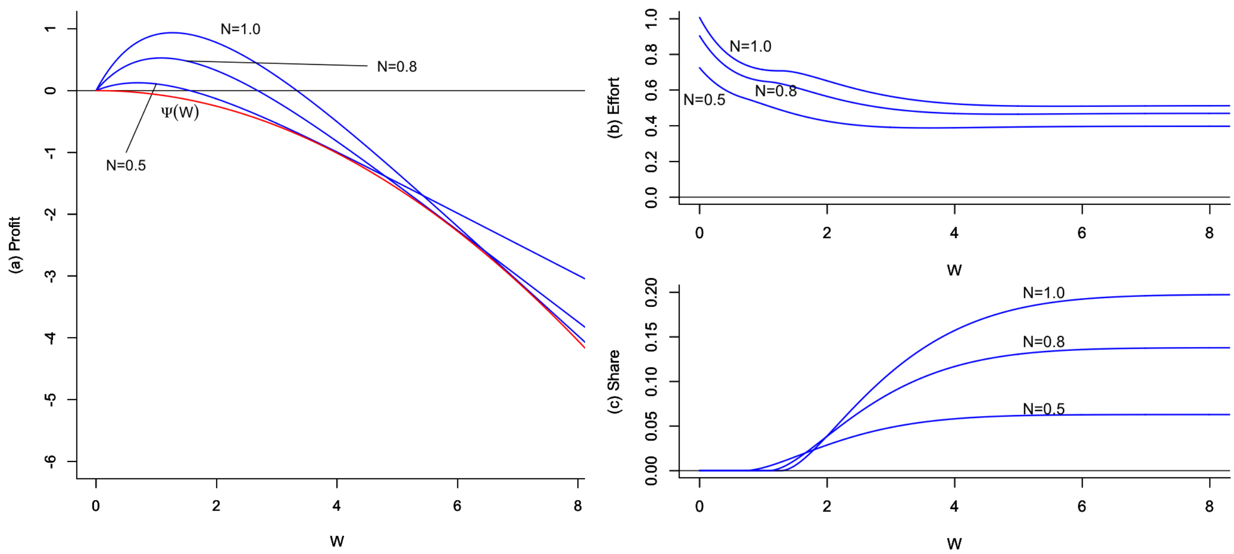

Fig. 3.4　(a) Mall's Value Function, (b) Shop's Effort, (c) Optimal Revenue-Sharing Strategy when $N(0) = 1.0, 0.8, 0.5$

3.4.2　近視眼的配分

モールが店舗へ配分するにあたって，少なくとも 2 つの方法があり得る．1 つは，本章で提示されたように，店舗のリスクを考慮した将来の期待収益，すなわち継続価値に応じて配分 $\gamma(t)$ を決定する方法で，もう 1 つは，将来の不確実性は一切考慮せず，時刻 t における配分 $\gamma(t)$ を時刻 t の売上 $X(t)$ に応じて決定するという近視眼的な方法である．両者にはそれぞれメリットとデメリットがある（Table 3.1 参照）．ここでは，仮に近視眼的配分方法を採ったときの帰結が，本章で提示した期待収益に応じた配分とどのように異なるか分析する．

期待収益に応じた配分を分析したときと同様に，E-コマース市場にはモールが 1 社のみ存在し，E-コマース市場に参加するある店舗との間で近視眼的配分契約を締結するものとする．近視眼的配分契約の下では，時刻 t の店舗への配分は時刻 t の売上の $\gamma 100\%, \gamma$ は定数，になるものとする．γ を配分率と呼ぶこととする．

Table 3.1 Continuation Value Based Revenue-Sharing Strategy and Myopic Revenue-Sharing Strategy

	配分方法		**○メリット／●デメリット**
方法 1	将来期待収益に応じた配分	○	店舗が長期的な売上拡大のための努力を行う
		○	確率的な売上変動リスクを考慮することで，努力へのインセンティブを付与可能（確率的変動が将来の期待収益に与える影響に応じたリスク・プレミアムの支払い）
		●	将来の期待収益の計算が複雑
方法 2	近視眼的配分	○	単純明快でわかりやすい
		●	短期的売上拡大に努力を傾注
		●	店舗の努力に依らない不確実性を考慮しない（努力には費用がかかるが，売上は努力以外の確率的要因で変動するため，店舗にリスクが発生．これに対処するには，売上の短期的変動に応じたリスク・プレミアムが必要）

はじめに，売上に確率的変動が存在しない場合を考える．すなわち，

$$dX(t) = q(a(t))N(0)dt. \tag{3.22}$$

このとき，店舗への配分額は $\gamma q(a(t))N(0)$ であり，よって店舗の効用は $u(\gamma q(a(t))N(0))$，また店舗の費用は $h(a(t))$ である．従って，所与の配分率 γ に対する店舗の近視眼的最適努力水準は

$$a^m(t) = \underset{\tilde{a}(t)}{\arg\max}\Big[u(\gamma q(\tilde{a}(t))N(0)) - h(\tilde{a}(t))\Big] \tag{3.23}$$

であり，その 1 階条件 $du(\gamma q(a(t))N(0))/da(t) - h'(a(t)) = 0$ から最適努力水準を γ の関数 $a^m(t;\gamma)$ として求められる．γ が定数であることから，$a^m(t;\gamma)$ は時間によらず一定値 $a^m(\gamma)$ をとる．前節の数値例を用いると，$a^m(\gamma)$ は $\gamma = 4a^m(\gamma)\left(a^m(\gamma)+0.5\right)^2, 0 \le a^m(\gamma) \le \overline{a}$ を満足し，よって，毎時刻の配分額は $4\left(a^m(\gamma)\right)^2\left(a^m(\gamma)+0.5\right)^2$ となる．

任意の $\tilde{\gamma}$ についてモールの近視眼的な期待収益は

$$\begin{aligned}\Pi^m &= \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)N(0) - \tilde{\gamma}q\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)N(0)\Big)dt\right]\\ &= \frac{1}{r}\Big[(1-\beta)q\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)N(0) - \tilde{\gamma}q\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)N(0)\Big]\end{aligned} \tag{3.24}$$

である．前節の数値例を当てはめると，

$$\Pi^m = \frac{1}{0.1}\left[0.9a^m(\tilde{\gamma}) - 4\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)^2\left(a^m(\tilde{\gamma})+0.5\right)^2\right] \tag{3.25}$$

となる．このとき，モールの近視眼的収益 Π^m を最大化する店舗の努力水準と配分，及び収益の最大値は

$$a^{m*}(\gamma^*) = 0.1872, \quad \gamma^* = 0.3536, \quad \Pi^{m*} = 1.0228$$

となり，期待収益に応じた配分に比べ努力水準は下回るが，モールの収益は上回っている．

しかし，店舗の売上には不確実性があるため，モールから店舗への配分にはリスク・プレミアムを加算する必要がある．店舗のリスク回避度を $\rho = \left|\frac{u''(\cdot)}{u'(\cdot)}\right|$ とすると，リスク・プレミアムに相当する配分率は $\gamma_\rho = \frac{1}{2}\rho\sigma^2$，よって，リスク・プレミアムは

$$\gamma_\rho q(a)N(0) = \frac{1}{2}\rho\sigma^2 q(a)N(0) \tag{3.26}$$

である．そして，モールが店舗にリスク・プレミアムも支払うときの近視眼的収益は

$$\Pi^{m\rho} = \frac{1}{r}\left[(1-\beta)q\left(a^m(\gamma)\right)N(0) - \gamma q\left(a^M(\gamma)\right)N(0) - \frac{1}{2}\rho\sigma^2 q(a)N(0)\right] \tag{3.27}$$

となる．

前節の数値例を適用すると，$u'(\gamma q(a)N(0)) = \frac{\sqrt{\gamma}}{2\sqrt{a}}, u''(\gamma q(a)N(0)) = -\frac{\sqrt{\gamma}}{4a^{\frac{3}{2}}}$ より，

$$\rho = 0.5a^{-1}, \quad \text{よって} \ \ \gamma_\rho q(a)N(0) = 0.5\left(0.5a^{-1}\right)a = 0.25 \tag{3.28}$$

となる．従って，リスク・プレミアムを支払った後のモールの近視眼的収益は

$$\Pi^{m\rho} = \frac{1}{0.1}\left[0.9a^m(\tilde{\gamma}) - 4\left(a^m(\tilde{\gamma})\right)^2\left(a^m(\tilde{\gamma})+0.5\right)^2 - 0.25\right] \tag{3.29}$$

である．その最大値は

$$\Pi^{m\rho*} = -1.477$$

となり，リスク・プレミアムを支払うとモールの収益は赤字になる．すなわち，近視眼的配分は期待収益に応じた配分に比べてモールの収益を悪化させることがわかる．もし，モールが赤字を避けるために店舗へのリスク・プレミアムの支払いを行わなければ，店舗は努力へのインセンティブを得られず，その結果売上は増加せず，長期的にはモールも不利益を被ることになる．

3.5　おわりに

本章では，両面性市場におけるモールと店舗の収益配分問題を，店舗の継続価値を唯一の状態変数とする確率最適制御問題として定式化した．継続価値を状態変数とすることの意義は，過去の全ての売上を変数として問題を解く必要がないことに加え，問題に解が存在すれば店舗の誘因両立制約が満たされるところにある．本章では，解が存在すればそれが最適解となることを証明するとともに，解の存在については数値シミュレーションによって具体的に示すことができた．

本章の結果は，現実にショッピングモールが店舗と契約する際，配分条件を決定する上でのベンチマークとして用いることが可能である．E-コマースのようにエンドユーザが繰り返し購入するようなタイプの両面性市場では，プラットフォームは長期的視野に立ってサービスプロバイダに継続的に努力させる必要があり，そのためには，プラットフォームの配分戦略は動学的な枠組みの中で決定されるべきである．3.4.2 項における考察の結果からわかるように，現在の売上のみを考えて配分を行う近視眼的戦略をとると，本章で定式化した動学的な配分戦略に比べてモールの収益は悪化する．モールが収益を持続的に拡大させるべく店舗に努力へのインセンティブを与える上で，本章の結果は極めて有用であると考えられる．

本章の結果は，既に一定規模のエンドユーザを有する企業が新たに両面性市場を立ち上げる場合，例えば，多数の加入者を有するインターネット・サービス・プロバイダ（ISP）が，コンテンツ・プロバイダ（CP）などを誘致して市場を立ち上げるときにも適用できる．その際，比較静学の結果から，既存のエンドユーザ数が多い ISP に参加する CP ほどより大きな努力を行い，その結果，ISP はより大きな収益を得ることがわかる．つまり，より多数のエンドユーザを有する大企業ほどより大きな収益を得られる．従って，既に大規模な企業がプラットフォームとなっている両面性市場に小規模な企業が参入しても勝算は高くなく，逆に，小規模な企業がプラットフォームとなっている両面性市場に後発の大企業がプラットフォームとして参入する場合は，成功する可能性がある．

このことは，言い換えると，両面性市場は大規模なプラットフォームによる独占ないし寡占となる傾向があるということである．これは，政府の競争政策の観点からは望ましくないと言える．第 2 章の 2.2.3 項で取り上げた Rysman(2004)[83] の主張通り，両面性市場においてもプラットフォーム間の競争によって社会厚生が改善するのであれば，政府による独占的あるいは寡占的プラットフォームに対する何らかの規制が正当化される可能性はある．しかしながら，E-コマースのモールに対する規制の是非については，その業態が比較的最近において勃興

していることや，そのため，市場集中度や寡占的なモールが競争制限的な行為を行っているか否かの検証が十分でないこと，さらには通信分野における近年の規制緩和の流れなどもあり，我が国では必ずしも十分な研究がなされているとは言えない状況にある．これらについては，今後の研究課題である．

今回のモデルでは，モールの独占性，店舗の同質性を仮定したが，上述したような政府規制の正当性を検証するためには，同一市場で複数のモールが競争する状況や，あるいはコスト構造等の異なる店舗が混在している状況との比較分析が必要である．こうした状況へのモデルの拡張も今後の課題としたい．

3.6　補遺

3.6.1　命題 3.1 の証明

時刻 t までの情報が与えられているとし，時刻 t 以降は店舗が契約 (γ, a) に従うときに，全期間における店舗の総期待利得を

$$V(t) = \int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,a) \tag{3.30}$$

と定義する*8．このとき $V(t)$ は $\mathbb{E}_a$ の下でマルチンゲールとなることが容易に確かめられる．実際，

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}_a[V(t+\Delta)|\mathcal{F}(t)] \\
&\quad = \mathbb{E}_a\left[\int_0^{t+\Delta} e^{-rs}\big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\big)ds + e^{-r(t+\Delta)}W(t+\Delta;\gamma,a)\,\middle|\,\mathcal{F}(t)\right] \\
&\quad = \int_0^t e^{-rs}\big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\big)ds
\end{aligned}$$

---

*8　$V(t)$ は具体的には

$$\begin{aligned}
V(t) &= \mathbb{E}_a\left[\int_0^\infty e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds\,\middle|\,\mathcal{F}(t)\right] \\
&= \int_0^t e^{-rs}\big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\big)ds + e^{-rt}\mathbb{E}_a\left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds\,\middle|\,\mathcal{F}(t)\right] \\
&= \int_0^t e^{-rs}\big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\big)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,a)
\end{aligned}$$

として求める．

$$
\begin{aligned}
&+\mathbb{E}_a\Bigg[\int_t^{t+\Delta} e^{-r(s-t)}\big(u(\gamma(s))-h(a(s))\big)ds \\
&\qquad + \int_{t+\Delta}^{\infty} e^{-r(s-(t+\Delta))}\Big(u(\gamma(s))-h(a(s))\Big)ds \,\Big|\, \mathcal{F}(t)\Bigg] \\
&= \int_0^t e^{-rs}\big(u(\gamma(s))-h(a(s))\big)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,a) = V(t)
\end{aligned}
$$

となり，$V(t)$ はマルチンゲールである．さらに，フィルトレーション $\{\mathcal{F}(t)\}$ は確率過程 $dZ(t)=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{dX(t)}{N(0)}-q(a(t))dt\right]$ によって生成される σ-加法族と同一である．よって，$V(t)$ は，マルチンゲール表現定理によって，

$$
V(t) = V(0) + \int_0^t e^{-rs}\sigma N(0)Y(s)dZ(s), \quad 0 \le t < \infty \tag{3.31}
$$

となる適合過程 $\{Y(t),\mathcal{F}(t); 0\le t<\infty\}$ が存在する．(3.30) 式，(3.31) 式を t に関して微分すると，

$$
dV(t) = e^{-rt}\Big[u(\gamma(t)) - h(a(t)) - rW(t;\gamma,a)\Big]dt + e^{-rt}dW(t;\gamma,a),
$$

及び

$$
dV(t) = e^{-rt}Y(t)\sigma N(0)dZ(t)
$$

となるから，

$$
dW(t;\gamma,a) = \Big[rW(t;\gamma,a) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]dt + \sigma N(0)Y(t)dZ(t) \tag{3.7}
$$

となる．□

3.6.2　命題 3.2 の証明

店舗が時刻 t まで任意の戦略 $\tilde{a}=\{\tilde{a}(t):\tilde{a}(t)\in[0,\overline{a}]\}$ に従い，t 以降は戦略 $a=\{a(t)\}$ に従うときの，店舗の総期待効用を

$$
\hat{V}(t) = \int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(\tilde{a}(s))\Big)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,a) \tag{3.32}
$$

と定義する．このとき，$\tilde{\mathcal{F}}(t)$-可測な確率過程 $\hat{V}(t)$ は，確率測度 $\mathbb{P}_{\tilde{a}}$ の下で

$$
\begin{aligned}
d\hat{V}(t) &= e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)dt - e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt + e^{-rt}\sigma N(0)Y(t)dZ(t) \\
&= e^{-rt}\Big[\big(h(a(t)) - h(\tilde{a}(t))\big) + Y(t)\big(q(\tilde{a}(t)) - q(a(t))\big)N(0)\Big]dt \\
&\quad + e^{-rt}\sigma N(0)Y(t)d\tilde{Z}(t),
\end{aligned} \tag{3.33}
$$

となる．ここで，$\mathbb{P}_a$ 及び $\mathbb{P}_{\tilde{a}}$ の下でのブラウン運動は $\sigma N(0)Z(t) = \sigma N(0)\tilde{Z}(t) + \int_0^t \big(q(\tilde{a}(s)) - q(a(s))\big)N(0)ds$ によって関係づけられる．

もし，$\{a(t)\}$ が正の測度集合上で (3.8) 式を満たさなければ，$Y(t)q(\tilde{a}(t))N(0) - h(\tilde{a}(t))$ を最大化する $a^*(t)$ を選ぶことができる．このとき，$\hat{V}(t)$ のドリフトは非負で，かつ，正の測度集合上で正だから，

$$\mathbb{E}_{\{a^*(t)\}}\big[\hat{V}(t)\big] > \hat{V}(0) = W(0;\gamma, a)$$

を満たす時刻 t が存在する．$\mathbb{E}_{\{a^*(t)\}}\big[\hat{V}(t)\big]$ は，t 期まで戦略 $\{a^*(t)\}$ に従い，その後戦略 $\{a(t)\}$ に変更したときに店舗が得る総期待効用であり，それが 0 期以降戦略 $\{a(t)\}$ をとる場合の総期待効用 $W(0;\gamma(t), a(t))$ を上回ることから，戦略 $\{a(t)\}$ は最適でない．

(3.8) 式が戦略 a について成り立つなら，$\hat{V}(t)$ は任意の戦略 $\tilde{a}$ に対し，優マルチンゲールとなる．さらに，確率過程 $W(\gamma, a)$ は下に有限であるから，$\hat{V}(t)$ の極限として

$$\hat{V}(\infty) = \int_0^\infty e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds$$

をとることができるから（Karatzas and Shreve[63] の問題 3.16 参照.），

$$W(0;\gamma, a) = \hat{V}(0) \geq \mathbb{E}_{\{\tilde{a}(t)\}}\big[\hat{V}(\infty)\big] = W(0;\gamma, \tilde{a})$$

が成り立つ．よって，戦略 a は任意の戦略 $\tilde{a}$ と少なくとも同等に望ましくなる．□

3.6.3　命題 3.4 の証明

任意の実行可能な開発努力 $\tilde{a}(t)$ と配分 $\tilde{\gamma}(t)$，及び対応する継続価値 $\tilde{W}(t)$ を考える．関数 $e^{-rt}\Pi(\tilde{W})$ について伊藤の補題を用いると，

$$\begin{aligned}
&-d\big(e^{-rt}\Pi(\tilde{W})\big) \\
&\quad = e^{-rt}\left[r\Pi(\tilde{W}) - \big(r\tilde{W} - u(\tilde{\gamma}) + h(\tilde{a})\big)\Pi'(\tilde{W}) - \frac{\sigma^2 N(0)^2}{2}y(\tilde{a})^2\Pi''(\tilde{W})\right]dt \\
&\qquad - e^{-rt}\sigma N(0)y(\tilde{a})\Pi'(\tilde{W})dZ(t)
\end{aligned}$$

である．一方，HJB 方程式 (3.12) 式より

$$\begin{aligned}
&e^{-rt}\big((1-\beta)q(\tilde{a})N(0) - \tilde{\gamma}\big) \\
&\quad \leq e^{-rt}\left[r\Pi(\tilde{W}) - \big(r\tilde{W} - u(\tilde{\gamma}) + h(\tilde{a})\big)\Pi'(\tilde{W}) - \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(\tilde{a})^2\Pi''(\tilde{W})\right]
\end{aligned}$$

だから，これを用いて上式を積分すると

$$-e^{-r\tau}\Pi(\tilde{W}^\sharp) \geq -\Pi(W(0)) + \int_0^\tau e^{-rt}\big((1-\beta)q(\tilde{a})N(0) - \tilde{\gamma}\big)dt$$
$$- \int_0^\tau e^{-rt}\sigma N(0)y(\tilde{a})\Pi'(\tilde{W})dZ(t).$$

この両辺の期待値をとると

$$\mathbb{E}_{\tilde{a}}\left[\int_0^\tau e^{-rt}\big((1-\beta)q(\tilde{a})N(0) - \tilde{\gamma}\big)dt\right] \leq \Pi(W(0)) - e^{-r\tau}\mathbb{E}_{\tilde{a}}\Pi(\tilde{W}^\sharp).$$

同様の計算を (3.12) 式の右辺を最大化する開発努力 $a(t)$ 及び配分 $\gamma(t)$ について行うと，

$$\mathbb{E}_a\left[\int_0^\tau e^{-rt}\big((1-\beta)q(a)N(0) - \gamma\big)dt\right] = \Pi(W(0)) - e^{-r\tau}\mathbb{E}_a\Pi(W^\sharp).$$

これらを比較すると，

$$\mathbb{E}_a\left[\int_0^\tau e^{-rt}\big((1-\beta)q(a)N(0) - \gamma\big)dt + e^{-r\tau}\Pi(W^\sharp)\right]$$
$$\geq \mathbb{E}_{\tilde{a}}\left[\int_0^\tau e^{-rt}\big((1-\beta)q(\tilde{a})N(0) - \tilde{\gamma}\big)dt + e^{-r\tau}\Pi(\tilde{W}^\sharp)\right]$$

となるから，$a(t), \gamma(t)$ が最適であることがわかる．□

3.6.4 数値例の計算

本節では，Fig. 3.3 に示された数値例の計算方法について，その概略を述べる．

計算は，まず，$q(a), u(\gamma), h(a)$ の各関数形とパラメータを特定化し，HJB 方程式 (3.12) 式を最大化する努力 a と配分 γ を求める．これらを HJB 方程式に代入すると，最適化された HJB 方程式が W を変数とする 2 階の非線形微分方程式として表現される．

ところで，命題 3.4 から，HJB 方程式が解 $\Pi(W)$ を持てば，(3.12) 式を最大化する努力水準と配分は，最適配分問題の最適解となる．よって，解 $\Pi(W)$ には最大値が存在するから，凹関数でなければならない．$\Pi(W)$ を最大にする W を W^* とすると，W^* において $\Pi'(W^*) = 0, \Pi'(W) > 0, W \in [0, W^*)$ である．このとき，最適配分の条件 (3.17) 式から区間 $[0, W^*]$ において $\gamma = 0$ でなければならない[*9]．従って，区間 $W \in [0, W^*]$ と $W \in (W^*, \infty]$ で異なる最適化 HJB 方程式を解くことになる．但し，異なる 2 つの HJB 方程式の解 $\Pi(W)$ は W^* において一致していなければならない．

[*9] $\gamma \geq 0$ は $\gamma + \sqrt{\gamma}\Pi'(W)$ を最小化しなければならないが, 区間 $[0, W^*]$ では $\Pi'(W) \geq 0$ だから, $\gamma + \sqrt{\gamma}\Pi'(W)$ を最小化する γ はゼロとなる．

一方，解約時のモールの収益関数 $\Psi(W)$ は，解約後は店舗が努力をしないことから，最適化された HJB 方程式において $a=0$ として求められる．最後に，数値計算によって，初期条件 (3.13) 式，バリュー・マッチング条件 (3.14) 式，スムース・ペイスティング条件 (3.15) 式を満たす $\Pi'(0), \Psi'(0)$ を探索することにより，求める $\Pi(W), \Psi(W)$ が得られる．

なお，計算にはオープンソースの Scilab [*10] を用いた．

最適努力と最適配分

最初に，関数を (3.18) 式のように特定化したときの店舗の最適開発努力は，(3.16) 式の a に関する最大化の 1 階条件から

$$a = -\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)} - 0.5. \tag{3.34}$$

また，(3.9) 式より

$$y(a) = h'(a(t))q'(a(t))N(0) = a + 0.5$$

である．さらに，最適配分は (3.17) 式の γ に関する最大化の 1 階条件から

$$u(\gamma) = \sqrt{\gamma} = -\frac{\Pi'(W)}{2}, \quad \gamma = \frac{\Pi'(W)^2}{4} \tag{3.35}$$

となる．

区間 $W \in [0, W^*]$ における最適化 HJB 方程式

最適化された HJB 方程式は (3.12) 式に (3.34) 式及び $\gamma = 0$ を代入することにより

$$\begin{aligned}
&0.1\Pi(W) \\
&\quad = 0.9\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)} - 0.5\right) + 0.1W\Pi'(W) \\
&\qquad + \left[0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)} - 0.5\right)^2 + 0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)} - 0.5\right)\right]\Pi'(W) \\
&\qquad + 0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)}\right)^2 \Pi''(W)
\end{aligned}$$

となる．整理すると

$$\Pi''(W) = \frac{1.62}{0.4W\Pi'(W) - 0.5\Pi'(W) - 0.4\Pi(W) - 1.8} - \Pi'(W). \tag{3.36}$$

[*10] Scilab は MATLAB と同等の機能を有する数値計算ソフトウェアである．

区間 $(W^*,\infty]$ における最適化 HJB 方程式

次に，区間 $(W^*,\infty]$ を考える．この区間での最適化された HJB 方程式は，(3.12) 式に (3.34) 式及び (3.35) 式を代入した

$$
\begin{aligned}
&0.1\Pi(W)\\
&\quad = 0.9\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)}-0.5\right)-\frac{(\Pi'(W))^2}{4}\\
&\qquad + \left[0.1W+\frac{\Pi'(W)}{2}+0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)}-0.5\right)^2\right.\\
&\qquad \left. + 0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)}-0.5\right)\right]\Pi'(W)+0.5\left(-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\Pi''(W)}\right)^2\Pi''(W)
\end{aligned}
$$

となる．整理すると

$$
\Pi''(W)=\frac{1.62}{(\Pi'(W))^2+0.4W\Pi'(W)-0.5\Pi'(W)-0.4\Pi(W)-1.8}-\Pi'(W). \tag{3.37}
$$

解約後の HJB 方程式

解約後は (3.6) 式から $W=u(\eta\gamma)=\sqrt{\eta\gamma}$ であり，これと (3.35) 式から

$$
\frac{W}{\sqrt{\eta}}=\sqrt{\gamma}=-\frac{\Psi'(W)}{2}.
$$

この微分方程式を解くと

$$
\Psi(W)=-\frac{W^2}{\sqrt{\eta}}.
$$

$\eta=250$ より

$$
\Psi(W)=-\frac{W^2}{\sqrt{250}} \tag{3.38}
$$

となる．

解の計算

条件 (3.13) 式, (3.14) 式, (3.15) 式を満たす $\Pi(W),\Psi(W)$ は, 境界条件を $\Pi(0)=0,\Pi'(0)=1.445,\Pi(1.27)=0.9363688,\Pi'(1.27)=0.0$ としたときに得られた．Fig. 3.3 はその結果を示している．

Scilab のコード

以下に Scilab のコードを示す.

(1) 区間 $W \in [0, W^*]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
function dPi=myfunc(W,Pi)
 dPi=zeros(2,1);
 dPi(1)=Pi(2);
 dPi(2)=1.62/(0.4*W*Pi(2)-0.5*Pi(2)-0.4*Pi(1)-1.8)-Pi(2);
endfunction
W=0.0:0.01:1.27;
Pi=ode('rk',[0.0;1.825],0,W,myfunc);
plot2d(W,Pi(1,:),1);
xgrid(2)
[W' Pi(1,:)' Pi(2,:)']
```

(2) 区間 $(W^*, \infty]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
function dPi=myfunc(W,Pi)
 dPi=zeros(2,1);
 dPi(1)=Pi(2);
 dPi(2)=1.62/((Pi(2))^2+0.4*W*Pi(2)-0.5*Pi(2)-0.4*Pi(1)-1.8)-Pi(2);
endfunction
a=1.27 //W<W*のケースにおける W*の値
b=0.9363688 //W<W*のケースにおける Pi*の値
W=a:0.01:10;
Pi=ode('rk',[b;0.0],a,W,myfunc);
plot2d(W,Pi(1,:),2);
xgrid(2)
[W' Pi(1,:)' Pi(2,:)']
```

(3) 解約後の HJB 方程式の計算

```
clear
eta=250
W=0.0:0.01:10;
Psi=zeros(1,1);
Psi=-1/sqrt(eta)*W^2;
Psi2=-2/sqrt(eta)*W;
plot2d(W,Psi(1,:),5);
xgrid(2)
[W' Psi(1,:)' Psi2(1,:)']
```

第 4 章

コンテンツ配信市場における収益配分と ISP の投資インセンティブ

本章では，インターネット上のコンテンツ配信市場を取り上げる．この市場はインターネット・サービス・プロバイダ（ISP）をプラットフォームとし，エンドユーザとコンテンツ・プロバイダ（CP）から構成される両面性市場と捉えることができる．エンドユーザはインターネットを介して CP から動画やゲーム，様々なアプリケーションソフトなどのデジタルコンテンツを購入あるいは利用する．しかしながら，このように形式的には両面性市場の形態でありながら，プラットフォームの立場にある ISP は両側の参加者からアクセス料金以外の収入を得ることはない．さらに，インターネットの特徴から，CP と直接接続しない ISP は，他 ISP に接続している CP からは何らの収入も得られない．

近年のネットワークのブロードバンド化の進展により，インターネットを流通するコンテンツはリッチになり，通信トラフィックは急増している．このため，ISP はネットワーク設備の増強を進めているが，エンドユーザ側への課金は定額制が一般的であり，設備増強のために追加的に要する投資を回収することが難しい．このような事情を背景に，ISP は，大規模な CP に追加的な支払いを要求し，支払わない場合はトラフィックを制限すると主張し始めた．これに対し，CP 側は，ネットワーク・オペレータ（ISP）は新たな課金やトラフィック制限をすべきでなく，コンテンツの流通に関して中立的であるべきと主張する．

本章では，CP が売上の一部を ISP に支払うことが ISP の投資インセンティブを高め，ネットワークが増強されることによって市場全体の成長に繋がることを示す．

4.1　はじめに

商用インターネットサービスが始まって 20 年近く経ち，今やインターネットは経済活動や生活に欠かせない社会基盤となっている．アプリケーション・サービスやコンテンツ配信などの様々なネット・ビジネス市場が展開され，多くの CP が莫大な収益を上げている．ところが，それを支える ISP の財務状況は必ずしも良好ではない．その原因は，ISP の料金体系にある．ISP がエンドユーザから徴収するアクセス料金は定額制であり，そのため，ISP の収益はエンドユーザが転送するトラフィック量によらず，エンドユーザ数に依存する．これまで ISP はインターネット普及に伴いエンドユーザを順調に増やし，収益を拡大することができたが，近年エンドユーザ数の伸びが頭打ちとなり，ISP は収益を拡大することが困難になりつつある．その一方で，アクセス回線のブロードバンド化，YouTube 等の動画共有・配信サービスの利用増等によりインターネットのトラフィックは急増しており（Fig. 4.1），それに対応するためのネットワーク投資の負担は増加している．エンドユーザ数に依存する収益とトラフィックに連動する投資という収支構造のギャップが ISP の財務状況を困難なものにしている．

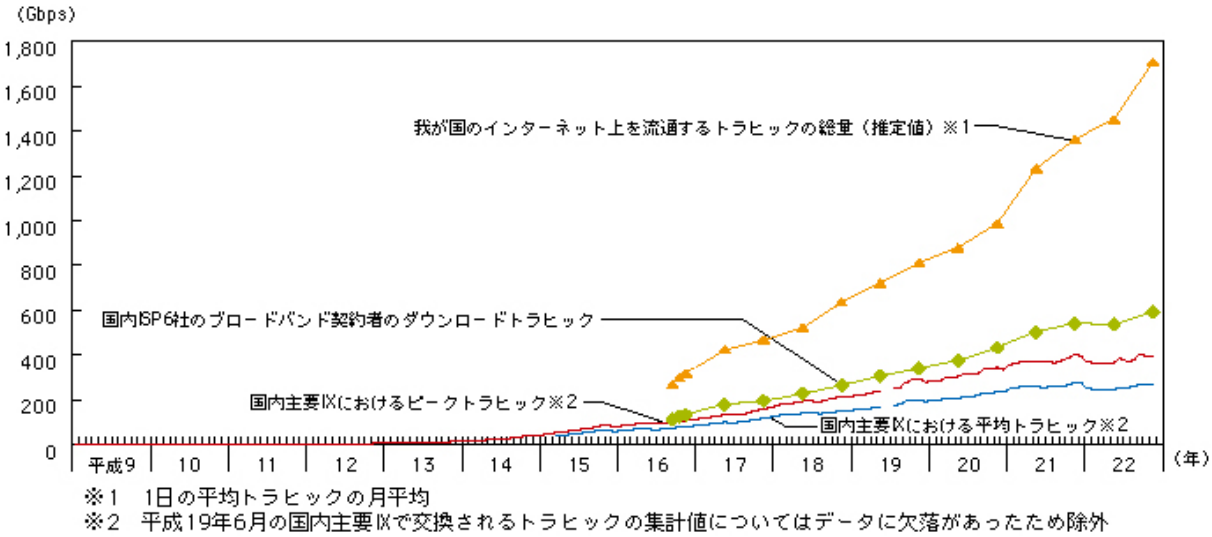

Fig. 4.1　Transition of Traffic in Japanese Internet Market (Ministry of Internal Affairs and Communications: WHITE PAPER Information and Communications in Japan (2011))

この収支ギャップの問題は，下位レベルの ISP にとってより深刻である．動画共有サイトなどのように大量のトラフィックを送出する CP と直接接続している上位レベルの ISP は，当該 CP からトラフィック量に連動した回線帯域に応じて料金を徴収することが可能であるのに対し，CP と接続していない下位レベルの ISP は自社のエンドユーザと CP との間のトラフィックが増加しても CP に課金できない．また，定額料金制の下では，ISP が増加するネットワーク費用を回収するために料金を一律に値上げすることも困難である．なぜなら，エンドユーザによって転送するトラフィックに大きなばらつきがあり，エンドユーザ間の費用負担にかかる公平性を著しく欠くことになるからである[*1]．この点において，上位レベル ISP と CP は同じ側に位置し，下位レベル ISP とは利害が対立する関係にある．

第 2 章の 2.1.3 項で言及したように，トラフィック拡大に伴うネットワーク費用増に耐えられなくなった ISP は，2000 年代半ばから，トラフィック増を招いている Google や Wikipedia などの CP に対し，従量制の追加料金の支払いを伴う優先サービスの利用を要求し，利用しない場合はトラフィック転送を制限すると主張し始めた（Economides(2008)[33]）．米国では 2005 年に連邦通信委員会（Federal Communications Commission）が ISP への規制を緩和した．これを契機に，米国では「ネットワーク中立性（Wu(2003)[109]）」に関する論争が勃発した．ISP 側の主張に対し，ネットワークに大きな負荷を与えるという理由で特定の加入者（CP もエンドユーザも ISP の加入者という点では同列である）のトラフィックを制限できるのか，ネットワークは個々の加入者の利用に関して中立であるべきでないかとの反論がなされた．また，アクセス回線（ローカル・ループ）まで垂直統合している ISP（電気通信事業者並びに CATV 事業者）が ISP 市場を事実上複占していることから，ISP が当該市場における市場支配力を梃にコンテンツ市場に支配を及ぼし，それによりイノベーションが抑制され，あるいは表現の自由が阻害されることなどへの危惧が示された．

日本においても中立性の議論が活発に行われているが，主要テーマはネットワークのコスト負担の公平性で，具体的には費用を負担すべき者（リッチコンテンツを配信する CP か，そのコンテンツをダウンロードするエンドユーザか等），ISP 間の格差（CP 側の上位レベル ISP に対して下位レベルに位置するエンドユーザ側 ISP は自社のエンドユーザに負担を求める他ないが，定額料金制の下では困難であること等），一部の大量にトラフィックを発生させる加入者への帯域制御の是非などが課題として挙げられている[*2]．

[*1] エンドユーザ毎にそのトラフィック量に応じて公平に費用負担させるためには，個々のエンドユーザと CP との間のトラフィックを正確に測定し課金する必要があるが，インターネットにはその仕組みがない．

[*2] 総務省の『ネットワークの中立性に関する懇談会』では官民による議論がなされ，2007 年 9 月に報告書がまとめられている．

ネットワーク中立性問題は多様な側面を有するが，最も中心的な論点は ISP に対して増大するネットワーク費用を回収する機会を認めるべきかということであり（Sidak(2006)[96]），それは ISP によるネットワーク拡大投資のインセンティブの問題である．この問題の根底には，インターネットがレガシーな電話網と異なり，端末，アクセス回線（ローカル・ループ），中継ネットワーク，アプリケーション/コンテンツといった各レイヤ毎に水平分離された市場を形成し，ネットワーク・レイヤに位置する ISP が他レイヤの市場拡大による恩恵を得られないことがある．特に，日本の ISP のほとんどはアクセス回線（ローカル・ループ）ないしアクセス・ネットワークを自ら保有しない独立型 ISP で，一部の大手 ISP を除きコンテンツ・レイヤへの進出も不十分であり，ISP 市場内で激しいエンドユーザ獲得競争を展開している．エンドユーザ数が頭打ちになる一方でネットワーク費用増に直面している ISP は，自社の属するネットワーク・レイヤ市場内で費用回収が困難になっている．ISP の主張は，ネットワーク費用回収のためのレイヤ間での収益再配分の要求に他ならない．

ISP は収益再配分の具体的方法として CP に対しトラフィック量に応じた従量制課金を提示しており，これを擁護する主張（Sidak(2006)[96]）がある一方で，ISP による課金を CP がエンドユーザに転嫁することでエンドユーザが CP からの購入を抑制し，市場全体が縮小するという主張もある（Economides(2008)[33]）．また，ISP が利用量に応じて課金することが妥当であることの前提はネットワーク資源の希少性にあるが，希少性を維持するために ISP はむしろ投資を抑制し，必ずしもネットワーク容量の拡大に繋がらない恐れもあり得る．しかしながら，ISP と CP の間に，ネットワーク容量拡大による伝送品質の向上がコンテンツの流通量を増し CP の売上増に繋がるという補完関係があることを考慮すれば，ISP のネットワーク投資のために CP が収益の一部を配分することにも一定の合理性があると考えられる．

そこで，本章では，ISP のネットワーク拡大のために CP が収益を配分することの妥当性について分析する．なお，本章で想定する ISP はローカル・ループないしアクセス・ネットワークを自ら保有しない独立型 ISP である．具体的には，動学的エージェント理論（Sannikov(2008)[90]）を用いて，CP の収益の ISP-CP 間での動学的最適配分問題を研究する．以下，2 節では ISP と CP 間の配分問題をプリンシパル-エージェント問題として捉え，ISP がトラフィック増に応じた投資を行いつつ，CP の収益を最大化する CP の努力水準と ISP-CP 間の配分，及び投資水準を決定する確率最適制御問題として定式化する．配分ルールは ISP と CP 間で締結される契約によって定められる．本章では，特にモラルハザードの問題に分析を集中するため，契約締結前に ISP と CP 間に情報の非対称性がなく，かつ締結後の ISP のネットワーク容量と CP の売上を ISP，CP ともに観測可能だが，CP の努力水準を

ISP が観測できないものとする．続く 3 節では，ISP の最適配分戦略と投資戦略，並びに CP の努力水準が確率最適制御問題としての解として求められることを示し, その解の存在に関する十分条件を与える．さらに，数値シミュレーションによって実際に解が得られることを示す．4 節では，CP から ISP への収益配分が行われないケースとの比較により，収益配分に妥当性のある可能性を示す．5 節は結論である．

4.2 問題の設定

今，インターネットは相互接続する 2 社の ISP，すなわち上位レベル ISP と下位レベル ISP によって構成されるものとする．相互接続はピアリング方式で，接続料金の精算は行われない（bill and keep）とする．上位レベル ISP には CP が接続し，下位レベル ISP にはその CP からサービスを受けるエンドユーザのみが接続しているものとする．以降は，CP が接続している上位レベル ISP と CP を合わせて改めて CP と呼び，エンドユーザのみが接続している下位レベル ISP を単に ISP と呼ぶことにする．

時刻 $t \in [0, \infty)$ の ISP のネットワーク容量を $C(t) > 0$ とする．ネットワーク容量は単位時間あたり定数 δ の比率で減耗する．ISP が時刻 t にネットワーク容量を増強するために投下する設備投資量を $I(t)$ とする[*3] と，$C(t)$ は次のように展開される：

$$dC(t) = (I(t) - \delta C(t))dt. \tag{4.1}$$

ISP，CP 共に $C(t)$ を知っているものとする．また，設備投資には調整費用 $g(I, C)$ を要するものとする．調整費用は Hayashi(1982)[51]，Dockner et. al.(2000)[31] に従い，$g(0, C) = 0, \partial g(I, C)/\partial I \geq 0, \partial^2 g(I, C)/\partial I^2 > 0$ とする．本章では，これを以下のように特定化する[*4]：

$$g(I, C) := \frac{\theta I^2}{2C}. \tag{4.2}$$

但し，θ はある定数である．

ISP は CP と接続するにあたり，CP の売上の一部の配分を要求する[*5]．CP は ISP との間で，ISP が要求する配分ルールに従い接続契約を締結するものとする．

---

*3 投資 $I(t)$ は負の値を取り得る．負の投資とは，ネットワーク設備の一部を撤去することを意味する．

*4 この関数形から，負の投資（設備の撤去）が行われるときにおいても，調整費用は発生する．

*5 本章では，トラフィック量の計測など技術的困難性の高い従量制課金は想定せず，直接 CP の売上から ISP に配分するものとしている．しかし，CP-エンドユーザ間のトラフィック量と CP の売上には因果関係があり，売上からの配分は厳密な従量制課金の近似計算として見なすことができる．

CP の売上は，ISP に接続しているエンドユーザによってダウンロードされるコンテンツ数によっている*6．しかし，ダウンロード量は ISP のネットワーク容量 $C(t)$ に制約される．本章では，常にネットワーク容量以上のダウンロード要求があるものとし，よって，コンテンツのダウンロード量とネットワーク容量は常に一致しているものとする*7．ISP のネットワーク容量，従って，コンテンツのダウンロード量は ISP，CP の双方が観測可能とする．

時刻 t における CP の累計売上 $X(t)$ は，コンテンツのダウンロード量，すなわち ISP のネットワーク容量 $C(t)$ と，CP の継続的なコンテンツ開発努力，及び CP の努力によらない確率的な変動要因によるものとし，以下のブラウン運動に従うものとする：

$$dX(t) = p(a(t))C(t)dt + \sigma C(t)dZ(t). \tag{4.3}$$

ここで，$Z = \{Z(t), \mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は標準ブラウン運動で，$\{\mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は $\{X(t); 0 \leq t < \infty\}$ によって生成されるフィルトレーションである．また，σ はコンテンツのダウンロード量の変動の度合いを示す定数である．$a(t)$ は時刻 t において CP が行う開発努力の水準，$p(a(t))$ は $a(t)$ の関数として決まるコンテンツの単位データ量当たりの価値である．$p(a(t))$ はコンテンツに対するエンドユーザの支払い意思額をそのコンテンツのデータ量で評価した値であり，CP の努力によって高めることができる．但し，ISP は CP の実際の努力水準を観測できない．CP の努力には上限 $\overline{a}$ があり，可能な努力水準の範囲は $a(t) \in [0, \overline{a}]$ である．なお，$\overline{a}$ は十分大きな値に設定されているものと仮定する．$p(a(t))$ は $a(t)$ に関して連続で厳密に増加かつ凹とし，ISP はその関数形については知っているとする．簡単化のため，$p(a(t))$ は全てのコンテンツについて同一とする．ISP は CP の累計売上を完全に観測可能と仮定する*8．

CP の売上 $X(t)$ は，契約に定められたルールに従い ISP-CP 間で配分される．時刻 t に CP が ISP に配分した後の残余額を $\gamma(t)C(t) \in [0, \infty)$ とする．ここで $\gamma(t)$ は単位データ量当りの残余分である．CP の期待売上がコンテンツ価値 $p(a(t))$ とネットワーク容量 $C(t)$ によって決まること，合理的な ISP は必ず非負の配分を要求することから，CP の残余額 $\gamma(t)C(t)$ には上限 $\overline{\gamma(t)}C(t), \gamma(t)C(t) \leq \overline{\gamma(t)}C(t) = E[X(t)] = p(a(t))C(t)$ がある．Fig. 4.2 は CP とエンドユーザ側 ISP，エンドユーザの契約関係と配分の流れを示している．

*6 コンテンツ自体が無料の場合でも，ページビュー数等に応じた広告収入が得られる場合，それが CP の売上である．

*7 ISP はネットワークの輻輳を避けるため，常に CP 側から転送されるトラフィックを制限する傾向があることを前提としている．

*8 この仮定は，例えば，ISP-CP 間の接続契約に CP の累計売上 $X(t)$ の ISP への開示義務，並びに ISP による監査を規定することで満たすことができる．

CP は残余額 $\gamma(t)C(t)$ を得ることで $u(\gamma(t))C(t)$ の効用を得るものとする．CP は 1 単位のデータが転送されることによって $\gamma(t)$ の残余額を手に入れ $u(\gamma(t))$ の効用を得るが，転送データ量が多くなるほど比例的に効用は大きくなる*9．CP はリスク回避的であり，$u(\gamma(t))$ は増加かつ凹で 2 階微分可能とし，$u(0) = 0$ と正規化されているものとする．CP は一定の留保効用を有するが，ここでは CP には外部機会がないので，留保効用は 0 である．一方，CP は $a(t)$ の開発努力を行うために，$h(a(t))C(t)$ の開発費用を負担するものとする*10．$h(a(t))$ は $\gamma(t)$ と同一の単位で測られ，連続で厳密に増加かつ凸であるとする．ISP は CP の効用関数，費用関数について可測であると仮定する*11．

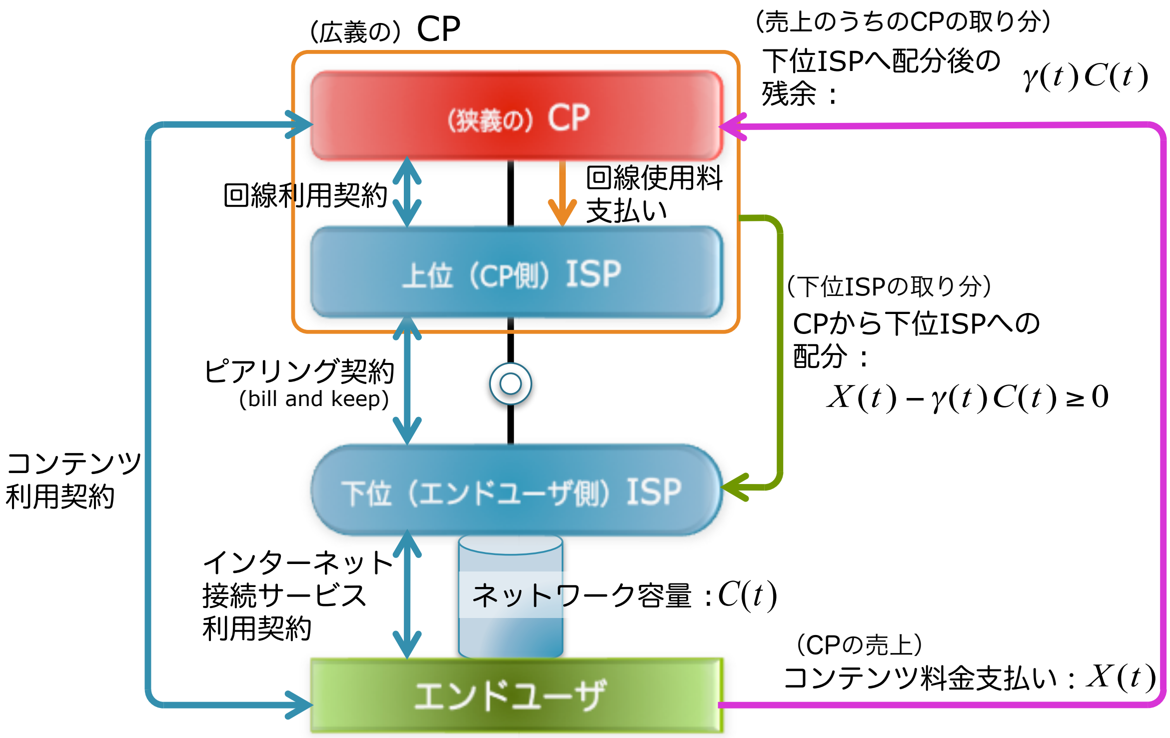

Fig. 4.2 Revenue-Sharing Rule between the ISP and the CP

*9 転送データ量に関して資産効果が存在しないものと仮定している．

*10 開発費は，コンテンツが大規模でデータ量が大きいほど大きく，同規模のコンテンツでも質を高めるほど大きくなると仮定する．

*11 実務においては，ISP は CP との契約交渉過程で，CP のリスク態度，財務状況，費用構造等についての情報を取得可能であり，これらの情報から効用関数や費用関数を測定することができる．

ISP はリスク中立的とする．ISP には設備投資量に応じて $\lambda I(t), \lambda$ は定数，の投資支出，及びネットワーク容量に応じた $\beta C(t), \beta$ は定数，のネットワーク費用が発生する[*12]．

簡単のため，ISP と CP は共に収益を利率 r で割り引くものとする．今，CP が $a(t), 0 \leq t < \infty$ の開発努力を行うとき，CP の総期待収益は

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)C(t)dt\right],$$

ISP の期待収益は

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}\Bigg[\int_0^\infty e^{-rt}dX(t) - \int_0^\infty e^{-rt}\gamma(t)C(t)dt - \int_0^\infty e^{-rt}\lambda I(t)dt \\
&\qquad - \int_0^\infty e^{-rt}g(I(t), C(t))dt - \int_0^\infty e^{-rt}\beta C(t)dt\Bigg] \\
&= \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(\big(p(a(t)) - \gamma(t) - \beta\big)C(t) - \lambda I(t) - g(I(t), C(t))\Big)dt\right]
\end{aligned}$$

となる．

以下では ISP の最適化問題を解析するが，その前に，CP の売上から ISP への配分がなされない場合の CP の努力水準と ISP の設備投資量を確認しておく．配分がない場合，ISP にはネットワーク容量を増加させるインセンティブが生じず，せいぜい CP と接続する時点のネットワーク容量 $C(0)$ を維持するだけなので，投資量は (4.1) 式から高々

$$I(t) = \delta C(t) \tag{4.4}$$

である．また，CP がどのような行動をとろうとも ISP はネットワーク容量を変化させないため，CP にとってネットワーク容量は所与となる．従って，CP の遂行する努力は CP の収益 $p(a)C(0) - h(a)C(0)$ の最大化の 1 階条件

$$p'(a) = h'(a) \tag{4.5}$$

を満たす水準となる．

4.2.1 ISP の問題

配分がなされる場合，CP は ISP が提示する残余分の下で，自己の収益を最大化するように開発努力を決定する．ISP は CP の収益最大化行動を前提に，ISP の収益を最大化するような

[*12] λ は新たな設備の単位当り調達費用，β はネットワーク維持・運用に要する保守等の単位当り費用を意味する．

開発努力水準を CP に推奨し，そして，実際に CP に推奨努力水準を遂行させられる配分戦略を決定したい．これは，CP に対して留保効用 0 以上の効用を保証する参加制約

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)C(t)dt\right] \geq 0, \tag{4.6}$$

を満たす $(\gamma(t), a(t))$ の組の中で，CP の誘因両立制約

$$a(t) \in \underset{\tilde{a}(t)}{\arg\max}\ \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)C(t)dt\right] \tag{4.7}$$

の下で ISP の期待収益

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(\big(p(a(t)) - \gamma(t) - \beta\big)C(t) - \lambda I(t) - g(I(t), C(t))\Big)dt\right] \tag{4.8}$$

を最大化する開発努力 $\{a(t), 0 \leq t < \infty\}$ と配分戦略 $\{\gamma(t), 0 \leq t < \infty\}$ 及び設備投資戦略 $\{I(t), 0 \leq t < \infty\}$ を決定する最適化問題となる．

4.2.2　CP の継続価値

CP に推奨努力水準を遂行させるためには，CP の努力に依存する売上に応じて残余額を変動させればよいように思われる．しかし，開発努力には費用がかかり，さらに，売上は CP の努力によらない確率的な要因にも影響されるため，CP の努力にはリスクが伴う．もし，結果としての売上に連動して CP の残余額が決まるならば，CP は ISP に対してリスク・プレミアムを求めるであろう．それは ISP の収益を圧迫するから，ISP にとっても好ましくない配分条件である．

そこで，前章と同様に，CP が時刻 $t \geq 0$ 以降の全期間にわたって得られるであろう期待収益に応じて残余額を変動させることを考える．この期待収益を CP の継続価値と呼び，$W(t)$ で表す．時刻 $t, 0 \leq t < \infty$ までの状態がわかっており，t 以降における CP の任意の単位残余分 $\gamma = \{\gamma(t) : \gamma(t) \in [0, \overline{\gamma(t)}]\}$ 並びに投資 $I = \{I(t) : I(t) \in [0, \infty)\}$ が決められ，それに対して CP が任意の開発努力戦略 $a = \{a(t) : a(t) \in [0, \overline{a}]\}$ をとるとき，時刻 t における CP の継続価値は

$$W(t; \gamma, I, a) = E_a\left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)C(s)ds \,\Big|\, \mathcal{F}(t)\right] \tag{4.9}$$

である．ここで，E_a は CP の努力が $\{a(t)\}$ であるときの確率測度 $\mathbb{P}_a$ の下での期待値を示す．以下では，この継続価値 $W(t)$ を唯一の状態変数として，最適努力と最適配分，並びに最適投資を導くことを考える．誘因両立制約から CP は $W(t)$ を最大化する行動をとるので，将来の

残余額の変更を通じて $W(t)$ を変化させることにより，ISP は CP に任意の努力水準を遂行させることができる．$W(t)$ には CP が時刻 t までに行った開発努力とその費用，及びその結果として実現した売上 $X(t)$ と CP の残余額の変遷が集約されているので，$W(t)$ によって残余分が決まる仕組みは，CP に努力へのインセンティブを与えることができる．

ここで ISP は CP の継続価値 $W(t)$ がいかなる値であっても，その時点における残余額に基づき設定される違約金を CP に支払うことによって，いつでも接続契約を解約できるものと仮定する．違約金は，契約解約時の継続価値 $W(t)$ によって決定され，解約時の ISP の収益関数を $\Psi(W(t), C(t)) = -\eta\gamma(t)C(t)$ とする．但し，η はある定数で，$\Psi(0, \cdot) = 0$ とする．解約後は CP は開発努力をしないから，時刻 t に解約されたときの CP の収益は，

$$W(t) = u(\eta\gamma(t))C(t) \tag{4.10}$$

となる．

ISP は $W(t)$ が極端に大きくなると，CP との契約を解約する．なぜなら，$W(t)$ は CP の開発努力によって売上 $X(t)$ が上昇すれば大きくなり，CP の開発努力が上限に達して $X(t)$ の上昇がそれ以上望めなくなっても，CP の残余分 $\gamma(t)$ が高くなればさらに大きくなるが，$\gamma(t)$ が高すぎると ISP の配分がネットワーク費用を下回る可能性があるからである．従って，ISP にとって CP に $\Psi(W(t), C(t))$ を支払って契約を解約する方が有利となるような $W(t)$ の水準が存在する．これを $W^\sharp > 0$ とする．ISP が CP に残余額の上限 $\bar{\gamma}(t)C(t)$ を与え続けるときの継続価値を $\overline{W^\sharp}$ とすると，$W^\sharp \leq \overline{W^\sharp}$ である．

4.3　最適配分及び投資

本節では，上述の問題設定の下での ISP の最適問題を解く．まず，CP の継続価値について，次の命題が成り立つ．証明は 4.6.1 項を参照のこと．

命題 4.1

時刻 t 以降の配分戦略 $\gamma = \{\gamma(t)\}$ と投資戦略 $I = \{I(t)\}$ 及び CP の戦略 $a = \{a(t)\}$ に対し，CP の継続価値が (4.9) 式で定義されるとき，$\mathcal{F}(t)$ 可測な適合過程 $Y(t)$ が存在し，$W(t; \gamma, I, a)$ は以下のように展開される：

$$dW(t; \gamma, I, a) = \Big(rW(t; \gamma, I, a) - \big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\big)C(t)\Big)dt + \sigma Y(t)C(t)dZ(t). \tag{4.11}$$

次に，CP の開発努力にかかる誘因両立制約について，次の命題が成り立つ．証明は 4.6.2 項を参照のこと．

命題 4.2

$Y(t)$ を命題 4.1 で得られる適合過程とする．このとき，CP の戦略 a は，

$$a(t) \in \underset{\tilde{a}(t)\in[0,\overline{a}]}{\arg\max} \Big[\big(Y(t)p(\tilde{a}(t)) - h(\tilde{a}(t))\big)C(t)\Big],\ 0 \le t < \infty \tag{4.12}$$

が成り立てば，ほとんど至るところで最適である．

注意 4.3

命題 4.2 に出てくる「ほとんど至るところ」の一般的な意味は，もし関数 f がある零集合を除いた領域の全ての点である性質 P を持つならば，f はほとんど至るところで性質 P を持つ，ということである．(「ほとんど至るところ almost everywhere (a.e.)」の代わりに，「ほとんど確実に almost surely (a.s.)」という言葉が使われることもある．これらについてのさらに詳しい解説は，例えば Capiński and Kopp(2004)[18] を参照.）命題 4.2 における零集合とは，(4.12) 式が成り立たないような点，例えば，$p'(a(t)) = h'(a(t)) = 0$ となるような点 $a(t)$ からなる加算集合である．命題 4.2 は区間 $[0, \overline{a}]$ からこのような零集合を除いた全ての区間において (4.12) 式が成り立つとき，店舗の戦略 a が最適となる，と主張している．

命題 4.2 から，$\{Y(t)\}$ が戦略 a に関して $W(t;\gamma, I, a)$ を表現する過程ならば，$Y(t)$ は誘因両立な開発努力戦略 $a(t)$ の関数として表すことができる：

$$Y(t) = \frac{h'(a(t))}{p'(a(t))} = y(a(t)) > 0. \tag{4.13}$$

$y(a(t))$ は $a(t)$ に関して増加する．なぜなら，$h(a(t))$ は仮定から凸関数だから $h'(a(t))$ は $a(t)$ に関して増加し，また $p(a(t))$ は仮定から凹関数だから $p'(a(t))$ は $a(t)$ に関して減少するので，$y(a(t))$ は $a(t)$ について増加する．(4.11) 式の（σ で大きさ調整された）$Y(t)$ は，$W(t;\gamma, I, a)$ の過程のボラティリティを表しているから，$a(t)$ が大きくなるほど CP のリスクも大きくなることがわかる．

さて，時刻 t における CP の継続価値 $W(t)$ がわかっており，CP が最適な開発努力 $a(t)$ を行い，ISP が $\gamma(t)$ を適切に設定すると共に最適な投資 $I(t)$ を行うとき，ISP が得られる最大収益を $\Pi(W, C)$ とすると，CP の誘因両立制約を満たす ISP の最適化問題は次の確率最適制御問題として定式化できる：

$$\Pi(W, C) = \max_{\gamma, I, a} \mathbb{E}\left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big(\big(p(a(s)) - \gamma(s) - \beta\big)C(s) - \lambda I(s) - g(I(s), C(s))\Big)ds\right] \tag{4.14}$$

subject to

$$dW(t) = \Big(rW(t) - \big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\big)C(t)\Big)dt + \sigma y(a(t))C(t)dZ(t), \tag{4.15}$$
$$dC(t) = (I(t) - \delta C(t))dt. \tag{4.1}$$

この問題は，動的計画法により解くことができる．まず，(4.14) 式，(4.15) 式，(4.1) 式から，伊藤の補題を用いて，Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式

$$\begin{aligned} r\Pi(W,C) = \max_{\gamma,I,a}\Bigg[&\big(p(a)-\gamma-\beta\big)C - \lambda I - g(I,C) \\ &+ \Big(rW - \big(u(\gamma)-h(a)\big)C\Big)\frac{\partial \Pi(W,C)}{\partial W} \\ &+ (I-\delta C)\frac{\partial \Pi(W,C)}{\partial C} + \frac{1}{2}\sigma^2 y(a)^2 C^2 \frac{\partial^2 \Pi(W,C)}{\partial W^2}\Bigg] \end{aligned} \tag{4.16}$$

が得られる．さらに，解は以下の初期条件，及びバリュー・マッチング条件，スムース・ペイスティング条件を満たす必要がある：

$$\Pi(0,C) = 0, \tag{4.17}$$
$$\Pi(W^\sharp,C) = -\Psi(W^\sharp,C), \tag{4.18}$$
$$\Pi'(W^\sharp,C) = -\Psi'(W^\sharp,C). \tag{4.19}$$

4.3.1　スケール調整後の最適問題

ISP の収益はネットワーク容量に関して収穫不変であり，よって関数 $\Pi(W,C)$ は C について 1 次同次である[*13]．この性質を用いて，スケール調整後の継続価値を $w = W/C$ とすると，ISP の収益関数 $\Pi(W,C)$ は

$$\Pi(W,C) = C \cdot \pi(w) \tag{4.20}$$

と書ける．同様に，解約時収益関数は $\Psi(W,C) = C \cdot \psi(w)$ と書ける．このとき，$\frac{\partial \Pi(W,C)}{\partial W} = \pi'(w), C\frac{\partial^2 \Pi(W,C)}{\partial W^2} = \pi''(w), \frac{\partial \Pi(W,C)}{\partial C} = \pi(w) - w\pi'(w)$．また，$i = I/C$ とする．ここで，i は投資率である．さらに，(4.16) 式より I にかかる最適化の 1 階条件から

$$i(w) = \frac{\frac{\partial \Pi(W,C)}{\partial C} - \lambda}{\theta} = \frac{\pi(w) - w\pi'(w) - \lambda}{\theta}. \tag{4.21}$$

これらを用いると，HJB 方程式は

[*13] 規模に関する収穫不変性は，経済学で扱われる投資問題の定式化においてしばしば用いられている (Solow(1956)[97])．

$$
\begin{aligned}
(r+\delta)\pi(w) = \max_{\gamma,a}\Bigg[&p(a)-\gamma-\beta+\frac{(\pi(w)-w\pi'(w)-\lambda)^2}{2\theta} \\
&+\big((r+\delta)w-u(\gamma)+h(a)\big)\pi'(w)+\frac{1}{2}\sigma^2 y(a)^2\pi''(w)\Bigg] \qquad (4.22)
\end{aligned}
$$

と書ける．また，スケール調整後の CP の継続価値 $w(t)$ は，

$$
dW(t) = d(C(t)w(t)) = C(t)dw(t) + w(t)dC(t) = C(t)dw(t) + w(t)(i(t)-\delta)C(t)dt,
$$

及び (4.15) 式から以下のように展開される：

$$
dw(t) = \Big(\big(r+\delta-i(w(t))\big)w(t) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big)dt + \sigma y(a(t))dZ(t). \qquad (4.23)
$$

さらに，初期条件 (4.17) 式，及びバリュー・マッチング条件 (4.18) 式，スムース・ペイスティング条件 (4.19) 式は，$W^\sharp = Cw^\sharp, \overline{W^\sharp} = C\overline{w^\sharp}$ 及び $\Psi(W,C) = C\cdot\psi(w)$ より，以下のように書き直される：

$$
\pi(0) = 0, \qquad (4.24)
$$

$$
\pi(w^\sharp) = -\psi(w^\sharp), \qquad (4.25)
$$

$$
\pi'(w^\sharp) = -\psi'(w^\sharp). \qquad (4.26)
$$

なお，解約時の CP の収益 (4.10) 式は

$$
w(t) = u(\eta\gamma(t)) \qquad (4.27)
$$

となる．

4.3.2 最適問題の解

この問題に解 $\pi(w)$ が存在すれば，(4.22) 式を最大化する努力水準と配分は ISP の最適化問題の解となる．このことは次の命題によって保証される．証明は 4.6.3 項を参照のこと．

命題 4.4

ISP が CP との契約を解約する時刻を τ とする．$\pi(w)$ は $t\in[0,\tau]$ において継続価値 $w(t)\in[0,w^\sharp]$ に関して HJB 方程式 (4.22) 式及び初期条件 (4.24) 式を満たし，かつ，時刻 τ において (4.25) 式及び (4.26) 式を満足するものとする．また，HJB 方程式 (4.22) 式の右辺を最大化する開発努力 $a(t)$ 及び配分 $\gamma(t)$ が $t\in[0,\tau]$ において対応する $w(t)\in[0,w^\sharp]$ に関し

て実行可能であるとする．このとき，開発努力 $a(t)$ 及び残余分 $\gamma(t)$ は ISP の最適化問題の最適解である．

命題 4.4 から，最適な開発努力は

$$a = \arg\max_{\tilde{a}} \left[p(\tilde{a}) + h(\tilde{a})\pi'(w) + \frac{1}{2}\sigma^2 y(\tilde{a})^2 \pi''(w)\right] \tag{4.28}$$

であり，その 1 階条件

$$p'(a) + h'(a)\pi'(w) + \sigma^2 y(a) y'(a) \pi''(w) = 0$$

から最適努力水準を $w(t)$ の関数 $a(w(t))$ として求められる．ここで，$p(a)$ は収益フローで，$-h(a)\pi'(w)$ は CP の開発努力費用の補償，そして $-\frac{1}{2}\sigma^2 y(a)^2 \pi''(w)$ は不確実性のあるビジネスを実行するにあたり CP に支払われるべきリスク・プレミアムである．

同様に，最適配分は

$$\gamma = \arg\max_{\tilde{\gamma}} \left[-\tilde{\gamma} - u(\tilde{\gamma})\pi'(w)\right] \tag{4.29}$$

であり，1 階条件 $\pi'(w) = -\frac{1}{u'(\gamma)}$ から，$w(t)$ の関数 $\gamma(w(t))$ として得られる．$-\pi'(w)$ は CP の継続価値を 1 単位増加させることによる ISP の収益の減少分，$\frac{1}{u'(\gamma)}\left(= \frac{d\gamma}{du(\gamma)}\right)$ は CP の効用を 1 単位上昇させるために ISP が CP に与えるべき残余分で，最適配分においてはこれらが一致していなければならないことを意味している．なお，点 w^* において $\pi'(w^*) = 0$ とすると，$u'(\gamma) \geq 0$ より $w \leq w^*$ の区間で (4.29) 式を最大化する配分は 0 となる．

解 $\pi(w)$ は，(4.28) 式と (4.29) 式を最大化する開発努力と配分を HJB 方程式 (4.22) 式に適用し，これを境界条件 (4.24) 式，(4.25) 式及び (4.26) 式の下で解くことにより得られ，これは数値計算によって求めることができる．

Fig. 4.3 は各関数，パラメータを以下のように特定化したときの収益関数 $\pi(w)$，及び最適努力，最適配分，最適投資率を示している．

$$\begin{aligned}&p(a) = a,\ u(\gamma) = \sqrt{\gamma},\ h(a) = 0.5a^2 + 0.4a,\ r = 0.11,\\&\delta = 0.04,\ \theta = 20,\ \beta = 0.1,\ \lambda = 0.75,\ \sigma = 1,\ \eta = 603.\end{aligned} \tag{4.30}$$

努力水準と配分及び投資は $a = -1/(\pi'(w) + \pi''(w)) - 0.4$, $\sqrt{\gamma} = -\pi'(w)/2$, $\gamma = \pi'(w)^2/4$, 及び (4.21) 式から求められる．この例では $w^* = 1.58, \pi(w^*) = 1.6405275$ となった．なお，数値例の計算については 4.6.4 項を参照のこと．

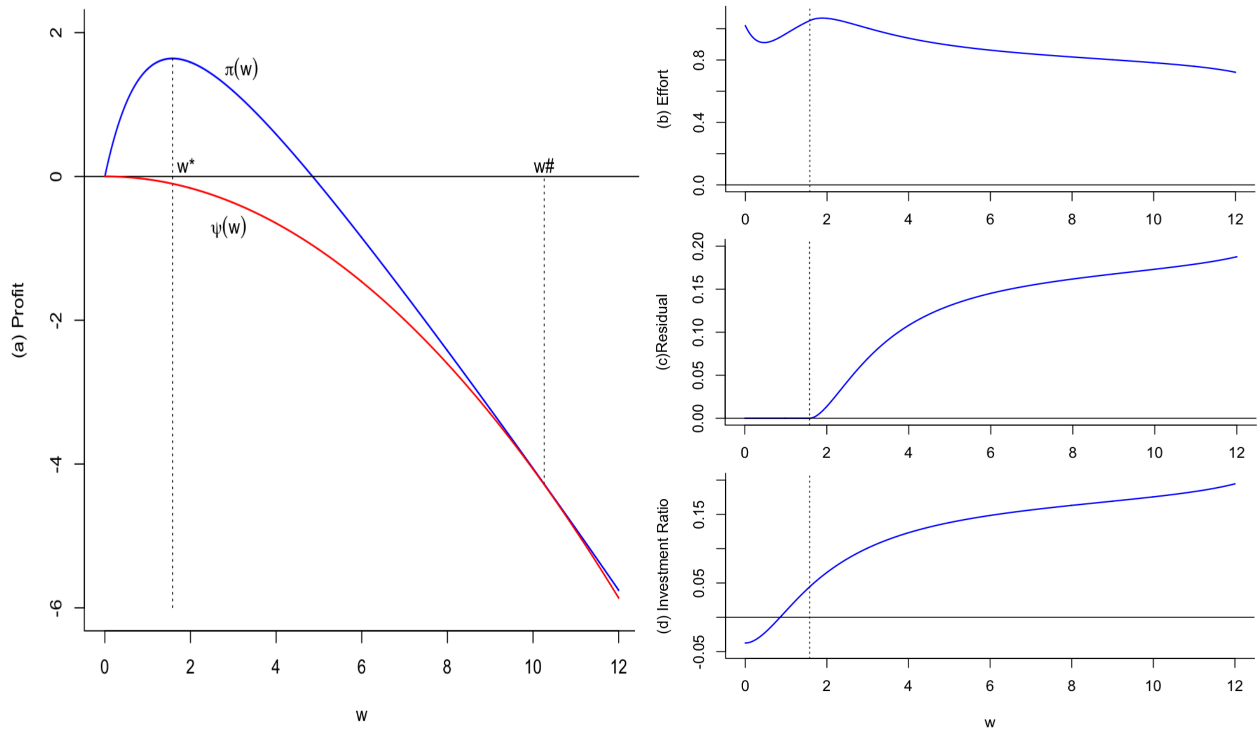

Fig. 4.3　(a) CP's Scale Adjusted Continuation Value and ISP's Value Function, (b) CP's Effort, (c) Optimal Revenue-Sharing Strategy and (d) Investment Ratio

4.4　考察

ネットワーク中立性問題の中心的な論点は，ISP に対して増大するネットワーク費用を CP から回収する機会を認めるべきか，つまり，CP から ISP へ収益を再配分させるべきかということであった．収益再配分に対して否定的な立場の主張は，収益再配分のため ISP が自社と直接接続していない CP に対しても課金した場合，CP がそれをエンドユーザに転嫁すれば，エンドユーザは CP からのコンテンツ購入を抑制するため市場が縮小し，もし CP 間の競争などのためエンドユーザへの転嫁が困難であれば，CP はコンテンツ開発努力へのインセンティブを失い，やはり市場は縮小してしまうというものである．しかしながら，ISP が CP からの配分を原資としてネットワーク容量を拡大して伝送品質が向上すれば，コンテンツの流量が増大し，その結果，CP の売上も増加する可能性がある．このような ISP と CP の間の補完関係を考慮すれば，CP から ISP への収益再配分にも合理性があり得る．

そこで，収益再配分の有無によって CP の努力水準と ISP の投資率がどのように異なるか，前節の数値例を用いて考察しよう．配分のない場合の CP の努力水準は (4.5) 式から $a = 0.6$ となる[*14]．また，配分のないときの ISP の投資率は (4.4) 式から $i = 0.04$ となる[*15]．これらと，前節で求めた収益再配分がなされるのときの努力水準と投資率とを比較すると，Fig. 4.4 のようになる．

数値計算の結果, 配分がなされないときの CP の努力水準は, 配分がなされる場合より低水準となり, また, 配分がなされないときの ISP の投資率は, w が一定水準 ($w = 1.51 < 1.58 = w^*$) を上回ると配分がなされるときの投資率を下回った．このことは，CP から ISP への収益再配分が CP の努力水準と ISP の投資率，すなわちインターネット市場全体の生産水準を高める可能性のあることを示唆している．従って，ISP のネットワーク拡大投資のために CP が収益の一部を配分することに一定の合理性があり得ると言える．

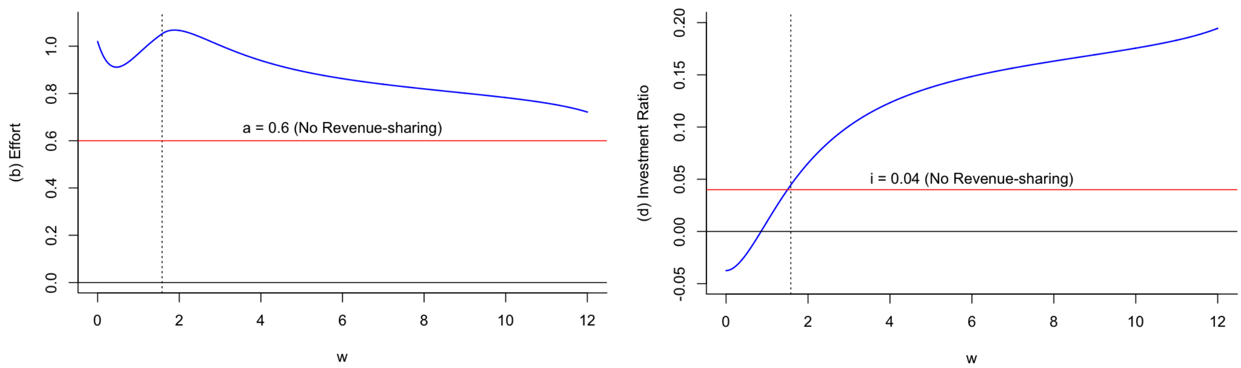

Fig. 4.4　(b) CP's Effort and (d) Investment Ratio without Revenue Sharing

4.5　おわりに

本章では，ISP と CP の収益配分問題並びに ISP の投資問題を，CP の継続価値を唯一の状態変数とする確率最適制御問題として定式化した．継続価値を状態変数とすることの意義は，過去の全ての売上を変数として問題を解く必要がないことに加え，問題に解が存在すれば CP

*14　$p'(a) = h'(a) \Rightarrow 1 = a + 0.4 \Rightarrow a = 0.6.$
*15　$i = \frac{I}{C} = \delta = 0.04.$

の誘因両立制約が満たされるところにある．本章では，解が存在すればそれが最適解となることを証明するとともに，解の存在については数値シミュレーションによって具体的に示すことができた．

さらに，CP から ISP への収益再配分がなされるときとなされないときの CP の努力水準並びに ISP の投資率とを比較した結果，収益再配分がインターネット市場全体の生産水準を高める可能性のあることがわかった．すなわち，レイヤ間の相互干渉を否定するネットワーク中立性の理念とは異なり，ISP のネットワーク拡大投資のために CP が収益の一部を配分することにも一定の合理性があり得ることが示された．

なお，今回のモデルでは，CP を擁する上位レベル ISP とエンドユーザのみを有する下位レベル ISP が対等に相互接続する基本的なケースを検討したが，現実にはインターネットは規模やコスト構造の異なる多数の ISP が階層的に相互接続しており，CP を擁する ISP 相互も接続している．CP から ISP への収益配分は，同時に ISP 間の収益配分問題も内包しており，このような状況へのモデルの拡張は今後の課題としたい．

4.6　補遺

4.6.1　命題 4.1 の証明

時刻 t までの情報が与えられているとし，時刻 t 以降は戦略 (γ, I, a) に従うときに，全期間における CP の総期待利得を

$$V(t) = \int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)C(t)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,I,a) \tag{4.31}$$

と定義する．このとき $V(t)$ は E_a の下でマルチンゲールとなることが容易に確かめられる．さらに，フィルトレーション $\{\mathcal{F}(t)\}$ は確率過程 $dZ(t) = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{dX(t)}{C(t)} - p(a(t))dt\right]$ によって生成される σ-加法族と同一である．よって，$V(t)$ は，マルチンゲール表現定理によって，

$$V(t) = V(0) + \int_0^t e^{-rs}\sigma Y(s)C(t)dZ(s),\ 0 \le t < \infty \tag{4.32}$$

となる適合過程 $\{Y(t), \mathcal{F}(t); 0 \le t < \infty\}$ が存在する．(4.31) 式，(4.32) 式を t に関して微分すると，

$$\begin{aligned}
dV(t) &= e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)C(t)dt + d(e^{-rt}W(t;\gamma,I,a)) \\
&= e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)C(t)dt - re^{-rt}W(t;\gamma,I,a)dt + e^{-rt}dW(t;\gamma,I,a) \\
&= e^{-rt}\Big[\big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\big)C(t) - rW(t;\gamma,I,a)\Big]dt + e^{-rt}dW(t;\gamma,I,a)
\end{aligned}$$

及び

$$dV(t) = e^{-rt}\sigma Y(t)C(t)dZ(t)$$

となるから，

$$dW(t;\gamma,I,a) = \Big(rW(t;\gamma,I,a) - \big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\big)C(t)\Big)dt + \sigma Y(t)C(t)dZ(t) \tag{4.11}$$

となる．□

4.6.2　命題 4.2 の証明

CP が時刻 t 期まで任意の戦略 $\tilde{a} = \{\tilde{a}(t); \tilde{a}(t) \in [0, \overline{a}]\}$ に従い，t 以降は戦略 $\{a(t)\}$ に従うときに，時刻 t における CP の総期待効用を

$$\hat{V}(t) = \int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(\tilde{a}(s))\Big)C(t)ds + e^{-rt}W(t;\gamma,I,a) \tag{4.33}$$

と定義する．このとき，$\tilde{\mathcal{F}}(t)$-可測な確率過程 $\hat{V}(t)$ は

$$\begin{aligned}
d\hat{V}(t) &= e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)C(t)dt + d(e^{-rt}W(t;\gamma,I,a)) \\
&= e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)C(t)dt - re^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)C(t)dt \\
&\qquad + e^{-rt}\sigma Y(t)C(t)dZ(t) \\
&= e^{-rt}\Big[\big(h(a(t)) - h(\tilde{a}(t))\big)C(t) + Y(t)\big(p(\tilde{a}(t)) - p(a(t))\big)C(t)\Big]dt \\
&\qquad + e^{-rt}\sigma Y(t)C(t)d\tilde{Z}(t).
\end{aligned} \tag{4.34}$$

ここで，$\sigma C(t)Z(t) = \sigma C(t)\tilde{Z}(t) + \int_0^t \big(p(\tilde{a}(s)) - p(a(s))\big)C(s)ds$ である．

もし，$\{a(t)\}$ が正の測度集合上で (4.12) 式を満たさなければ，$\big(Y(t)p(\tilde{a}(t)) - h(\tilde{a}(t))\big)C(t)$ を最大化する $a(t)^*$ を選ぶことができる．このとき，$\hat{V}(t)$ のドリフトは非負で，かつ，正の測度集合上で正だから，ある時刻 t で

$$\mathbb{E}_{\{a(t)^*\}}\big[\hat{V}(t)\big] > \hat{V}(0) = W(0;\gamma,I,a)$$

となるものが存在する．$\mathbb{E}_{\{a(t)^*\}}\big[\hat{V}(t)\big]$ は，t 期まで戦略 $\{a(t)^*\}$ に従い，その後戦略 $\{a(t)\}$ に変更したときに CP が得る総期待効用であり，それが 0 期以降戦略 $\{a(t)\}$ をとる場合の総期待効用 $W(0;\gamma,I,a)$ を上回ることから，戦略 $\{a(t)\}$ は最適でない．

(4.12) 式が戦略 a について成り立つなら，$\hat{V}(t)$ は任意の戦略 $\tilde{a}$ に対し，優マルチンゲールとなる．さらに，確率過程 $W(t;\gamma,I,a)$ は下に有限であるから，$\hat{V}(t)$ の極限として

$$\hat{V}(\infty)=\int_0^\infty e^{-rs}\Big(u(\gamma(s))-h(a(s))\Big)C(s)ds$$

をとることができる[*16]．よって，

$$W(0;\gamma,I,a)=\hat{V}(0)\geq\mathbb{E}_{\{\tilde{a}(t)\}}\big[\hat{V}(\infty)\big]=W(0;\gamma,I,\tilde{a})$$

が成り立つ．よって，戦略 a は任意の戦略 $\tilde{a}$ と少なくとも同等に望ましくなる．□

4.6.3 命題 4.4 の証明

任意の実行可能な開発努力 $\tilde{a}(t)$ と配分 $\tilde{\gamma}(t)$，及び対応する継続価値 $\tilde{w}(t)$ を考える．投資率 $i(t)$ は最適であり，(4.21) 式が満たされているものとする．関数 $-e^{-(r+\delta-i)t}\pi(\tilde{w})$ について伊藤の補題を用いると，

$$\begin{aligned}-d\Big(e^{-(r+\delta-i)t}\pi(\tilde{w})\Big)=e^{-(r+\delta-i)t}\bigg[&(r+\delta-i)\pi(\tilde{w})-\Big((r+\delta-i)\tilde{w}-u(\tilde{\gamma})+h(\tilde{a})\Big)\pi'(\tilde{w})\\&-\frac{\sigma^2}{2}y(\tilde{a})^2\pi''(\tilde{w})\bigg]dt-e^{-(r+\delta-i)t}\sigma y(\tilde{a})\pi'(\tilde{w})dZ(t)\end{aligned}$$

である．HJB 方程式 (4.22) 式より

$$\begin{aligned}&e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(\tilde{a})-\tilde{\gamma}-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)\\&\quad\leq e^{-(r+\delta-i)t}\left[(r+\delta-i)\pi(\tilde{w})-\Big((r+\delta-i)\tilde{w}-u(\tilde{\gamma})+h(\tilde{a})\Big)\pi'(\tilde{w})-\frac{1}{2}\sigma^2y(\tilde{a})^2\pi''(\tilde{w})\right]\end{aligned}$$

だから，これを用いて上式を積分すると

$$\begin{aligned}-e^{-(r+\delta-i)\tau}\pi(\tilde{w}^\sharp)\geq-\pi(w(0))+\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(\tilde{a})-\tilde{\gamma}-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)dt\\-\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\sigma y(\tilde{a})\pi'(\tilde{w})dZ(t).\end{aligned}$$

*16 Karatzas and Shreve(1991)[63] の問題 3.16 を参照.

この両辺の期待値をとると

$$\mathbb{E}_{\tilde{a}}\left[\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(\tilde{a})-\tilde{\gamma}-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)dt\right]\le\pi(w(0))-e^{-(r+\delta-i)\tau}\mathbb{E}_{\tilde{a}}\pi(\tilde{w}^\sharp).$$

同様の計算を HJB 方程式 (4.22) 式の右辺を最大化する開発努力 $a(t)$ 及び配分 $\gamma(t)$ について行うと，

$$\mathbb{E}_a\left[\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(a)-\gamma-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)dt\right]=\pi(w(0))-e^{-(r+\delta-i)\tau}\mathbb{E}_a\pi(w^\sharp)$$

これらを比較すると，

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}_a\left[\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(a)-\gamma-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)dt+e^{-(r+\delta-i)\tau}\pi(w^\sharp)\right]\\&\ge\mathbb{E}_{\tilde{a}}\left[\int_0^\tau e^{-(r+\delta-i)t}\left(p(\tilde{a})-\tilde{\gamma}-\beta-i-\frac{\theta}{2}i^2\right)dt+e^{-(r+\delta-i)\tau}\pi(\tilde{w}^\sharp)\right]\end{aligned}$$

となるから，$a(t),\gamma(t)$ が最適であることがわかる．□

4.6.4　数値例の計算

本項では，Fig. 4.3 に示された数値例の計算方法について，その概略を述べる．

計算は，まず，$p(a),u(\gamma),h(a)$ の各関数形とパラメータを特定化し，HJB 方程式 (4.22) 式を最大化する努力 a と配分 γ を求める．これらを HJB 方程式に代入すると，最適化された HJB 方程式が w を変数とする 2 階の非線形微分方程式として表現される．

ところで，命題 4.4 から，HJB 方程式が解 $\pi(w)$ を持てば，(4.22) 式を最大化する努力水準と配分は，最適配分問題の最適解となる．よって，解 $\pi(w)$ には最大値が存在するから，凹関数でなければならない．$\pi(w)$ を最大にする w を w^* とすると，w^* において $\pi'(w^*)=0,\pi'(w)>0,w\in[0,w^*)$ である．このとき，最適配分の条件 (4.29) 式から区間 $[0,W^*]$ において $\gamma=0$ でなければならない[*17]．従って，区間 $w\in[0,w^*]$ と $w\in(w^*,\infty]$ で異なる最適化 HJB 方程式を解くことになる．但し，異なる 2 つの HJB 方程式の解 $\pi(w)$ は w^* において一致していなければならない．

一方，解約時の ISP の収益関数 $\psi(w)$ は，(4.27) 式から直接求めることができる．最後に，数値計算によって，初期条件 (4.24) 式，バリュー・マッチング条件 (4.25) 式，スムース・ペイスティング条件 (4.26) 式を満たす $\pi'(0),\psi'(0)$ を探索することにより，求める $\pi(w),\psi(w)$ が得られる．

[*17] $\gamma\ge 0$ は $\gamma+\sqrt{\gamma}\pi'(w)$ を最小化しなければならないが，区間 $[0,w^*]$ では $\pi'(w)\ge 0$ だから，$\gamma=0$ となる．

なお，計算にはオープンソースの Scilab [*18] を用いた．

最適努力と最適配分

最初に，関数を (4.30) 式のように特定化したときの店舗の最適開発努力は，(4.28) 式の a に関する最大化の 1 階条件から

$$a=-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}-0.4. \tag{4.35}$$

また，(4.13) 式より

$$y(a)=h'(a(t))q'(a(t))=a+0.4$$

である．さらに，最適配分は (4.29) 式の γ に関する最大化の 1 階条件から

$$u(\gamma)=\sqrt{\gamma}=-\frac{\pi'(w)}{2},\quad \gamma=\frac{\pi'(w)^2}{4} \tag{4.36}$$

となる．

区間 $w\in[0,w^*]$ における最適化 HJB 方程式

最適化された HJB 方程式は (4.22) 式に (4.35) 式及び $\gamma=0$ を代入することにより

$$\begin{aligned}0.15\pi(w)=&-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}-0.4-0.1+\frac{(\pi(w)-w\pi'(w)-0.75)^2}{40}\\&+0.15w\pi'(w)+0.5\left[-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}-0.4\right]^2\pi'(w)\\&+0.4\left[-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}-0.4\right]\pi'(w)+0.5\left(-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}\right)^2\pi''(w)\end{aligned}$$

となる．整理すると

$$\pi''(w)=\frac{2}{\left[\begin{array}{c}0.75w\pi'(w)-0.2w\pi(w)\pi'(w)+0.1w^2(\pi'(w))^2\\-0.32\pi'(w)+0.1(\pi(w))^2-0.75\pi(w)-1.94375\end{array}\right]}-\pi'(w). \tag{4.37}$$

区間 $(w^*,\infty]$ における最適化 HJB 方程式

次に，区間 $(w^*,\infty]$ を考える．この区間での最適化された HJB 方程式は，(4.22) 式に (4.35) 式及び (4.36) 式を代入した

[*18] Scilab は MATLAB と同等の機能を有する数値計算ソフトウェアである．

$$
\begin{aligned}
0.15\pi(w) = &-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)} - 0.4 - \frac{(\pi'(w))^2}{4} - 0.1 + \frac{(\pi(w) - w\pi'(w) - 0.75)^2}{40} \\
&+ 0.15w\pi'(w) + \frac{(\pi'(w))^2}{2} + 0.5\left[-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)} - 0.4\right]^2 \pi'(w) \\
&+ 0.4\left[-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)} - 0.4\right]\pi'(w) + 0.5\left(-\frac{1}{\pi'(w)+\pi''(w)}\right)^2 \pi''(w)
\end{aligned}
$$

となる．整理すると

$$
\pi''(w) = \frac{2}{\left[\begin{array}{l}(\pi'(w))^2 - 0.2w\pi(w)\pi'(w) + 0.1w^2(\pi'(w))^2 + 0.75w\pi'(w) \\ -0.32\pi'(w) + 0.1(\pi(w))^2 - 0.75\pi(w) - 1.94375\end{array}\right]} - \pi'(w). \quad (4.38)
$$

解約後の収益

解約後は (4.27) 式から $w = u(\eta\gamma) = \sqrt{\eta\gamma}$ であり，これと (4.36) 式から

$$
\frac{w}{\sqrt{\eta}} = \sqrt{\gamma} = -\frac{\psi'(w)}{2}.
$$

この微分方程式を解くと

$$
\psi(w) = -\frac{w^2}{\sqrt{\eta}}.
$$

$\eta = 603$ より

$$
\psi(w) = -\frac{w^2}{\sqrt{603}} \quad (4.39)
$$

となる．

解の計算

条件 (4.24) 式，(4.25) 式，(4.26) 式を満たす $\pi(w), \psi(w)$ は，境界条件を $\pi(0) = 0, \pi'(0) = 2.25, \pi(1.35) = 1.185965, \pi'(1.35) = 0.0$ としたときに得られた．Fig. 4.3 はその結果を示している．

Scilab のコード

以下に Scilab のコードを示す.

(1) 区間 $W \in [0, W^*]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
function dpi=myfunc(w, pi)
 dpi=zeros(2,1);
 dpi(1)=pi(2);
 dpi(2)=2/(0.75*w*pi(2)+0.1*(pi(1))^2-0.2*w*pi(1)*pi(2)+0.1*w^2*(pi(2))^2
          -0.75*pi(1)-0.32*pi(2)-1.94375)-pi(2);
endfunction
w=0.0:0.01:1.58;
pi=ode('rk',[0.0;2.8],0,w,myfunc);
plot2d(w,pi(1,:),1);
xgrid(2)
[w' pi(1,:)' pi(2,:)']
```

(2) 区間 $(W^*, \infty]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
function dpi=myfunc(w, pi)
 dpi=zeros(2,1);
 dpi(1)=pi(2);
 dpi(2)=2/((pi(2))^2+0.1*(pi(1))^2-0.2*w*pi(1)*pi(2)+0.1*w^2*(pi(2))^2
          -0.75*pi(1)+0.75*w*pi(2)-0.32*pi(2)-1.94375)-pi(2);
endfunction
a=1.58 //W<W*のケースにおける W*の値
b=1.6405275 //W<W*のケースにおける Pi*の値
w=a:0.01:12.0;
pi=ode('rk',[b;0.0],a,w,myfunc);
plot2d(w,pi(1,:),2);
xgrid(2)
[w' pi(1,:)' pi(2,:)']
```

(3) 解約後の HJB 方程式の計算

```
clear
eta=603
w=0.0:0.01:12;
psi=zeros(1,1);
psi=-1/sqrt(eta)*w^2;
psi2=-2/sqrt(eta)*w;
plot2d(w,psi(1,:),5);
xgrid(2)
[w' psi(1,:)' psi2(1,:)']
```

第 5 章

スマートフォン市場における最適プラットフォーム戦略

本章では，近年急速に利用者が増加しているスマートフォン市場を取り上げる．この市場のプラットフォームはスマートフォンの OS ないし OS ＋ハード（端末機）のメーカと携帯電話会社によって構成され，ゲーム等のスマートフォン向けアプリケーションのプロバイダと携帯電話の加入者が両側の参加者である．スマートフォン市場の特徴は，プラットフォームが一種のレイヤ構造を成していることである．下位レイヤに位置するのは携帯電話会社で，彼らはネットワーク構築と携帯電話加入者の獲得を行う．一方，スマートフォンのメーカーは携帯電話会社の上位に位置し，自らアプリケーション・プロバイダ（AP）を獲得するとともに，携帯電話会社を通じて獲得したスマートフォン加入者と AP 間の取引仲介を行う．本章では，プラットフォーム内の上位レイヤであるスマートフォン・メーカの戦略を扱う．Google や Apple に代表されるスマートフォン・メーカは，スマートフォンを利用する携帯電話加入者が様々なアプリケーションを購入するためのアプリケーションストアを展開している．彼らはアプリケーションストア上での参加者間の取引拡大を目指しており，そのために，優れた AP を獲得し，より人気のあるアプリケーションの開発，販売努力を行うようインセンティブ付けを行うとともに，スマートフォン加入者により多くのアプリケーションを購入してもらうための購入サポートを行っている．スマートフォン・メーカの問題は，第 3 章と同様なリスク回避的な AP との収益配分の最適化に加え，自らの費用負担により行う購入サポートの品質水準を決定することである．但し，スマートフォン市場では加入者獲得が携帯電話会社に委ねられているため，スマートフォン・メーカ自身もリスクに晒されている．そこで，本章ではスマートフォン・メーカもリスク回避的である場合を取り上げ，収益配分問題をリスク-センシティブ

確率制御問題として定式化する．本章では最適収益配分戦略の存在を示すとともに，スマートフォン・メーカのリスク感度の変化が最適戦略に与える影響について考察する．

5.1 はじめに

近年，世界的にスマートフォンの利用者が増大している．スマートフォンとは本来の通話機能に加えて，メールやインターネット接続，あるいはカレンダーやメモ帳，カメラといったアプリケーションが搭載された多機能携帯電話機の一種である．スマートフォンがそれ以前から存在していた多機能携帯電話機と最も異なる点は，購入後に様々なアプリケーションを追加できることである．しかも，携帯電話会社や電話機メーカが提供するアプリケーションだけでなく，サードパーティの AP が提供するゲーム等のアプリケーションも追加できる．

このようなスマートフォンは両面性市場と捉えることができる．スマートフォン市場の主たる構成メンバーはスマートフォンのメーカー，携帯電話事業者，AP，そしてスマートフォン加入者であり，メーカーと通信事業者が連携してプラットフォームを形成している．ここで，スマートフォンのメーカーとは，より厳密にはスマートフォンの OS メーカーである．言うまでもなく，デバイスとしてのスマートフォンにおいて最も重要な部品は OS であり，スマートフォン市場において OS メーカーは強い影響力を有している．2011 年初頭における主要な OS（及び OS メーカー）は，Symbian（Nokia），Android（Google），Research In Motion (RIM)，iOS（Apple），Windows（Microsoft）である．このうちシェア最大の Symbian は凋落著しく，一方，後発の Android は急速にシェアを拡大している．

スマートフォン市場のプラットフォームは，Fig. 5.1 に示されているように，一種のレイヤ構造を成している[*1]．下位レイヤに位置するのは携帯電話会社で，彼らはネットワーク構築と携帯電話加入者の獲得を行う．スマートフォン・メーカーは携帯電話会社の上位に位置し，自ら AP を獲得するとともに，携帯電話会社を通じて獲得したスマートフォン加入者と AP 間の取引仲介を行っている．このようにプラットフォームがアンバンドルされている例は通信分野でしばしば見受けられるが，通信分野に限られるわけではない．例えば，クレジットカードにおける VISA や MasterCard といったブランド会社とイシュアー・カード会社，アクワイアラー・カード会社の関係もアンバンドルされたプラットフォームと言うことができる．なお，スマートフォン以前の携帯電話市場ではプラットフォームは携帯電話会社 1 社にバンドルされていた．スマートフォンの登場によって，かつて携帯電話会社が支配していたプラットフォー

[*1] 1 つの産業をレイヤ構造に見たたてて分類する発想は，ISO によって制定された OSI 参照モデルに由来すると思われるが，今日では通信分野における政府の競争政策立案上の市場画定にも用いられている．

ムがアンバンドルされてしまったのである[*2]．

レイヤ構造を形成する複数の企業が連携してビジネスを展開する場合，レイヤ毎の最適戦略のあり方とレイヤを跨がるプラットフォーム全体としての最適戦略が問題となる．後者については，第 4 章でレイヤ間の収益配分を最適化することで全体最適の実現が可能であることを示した．そこで，本章ではプラットフォーム内の上位レイヤに位置するスマートフォン・メーカーに着目して，その最適戦略を分析する．

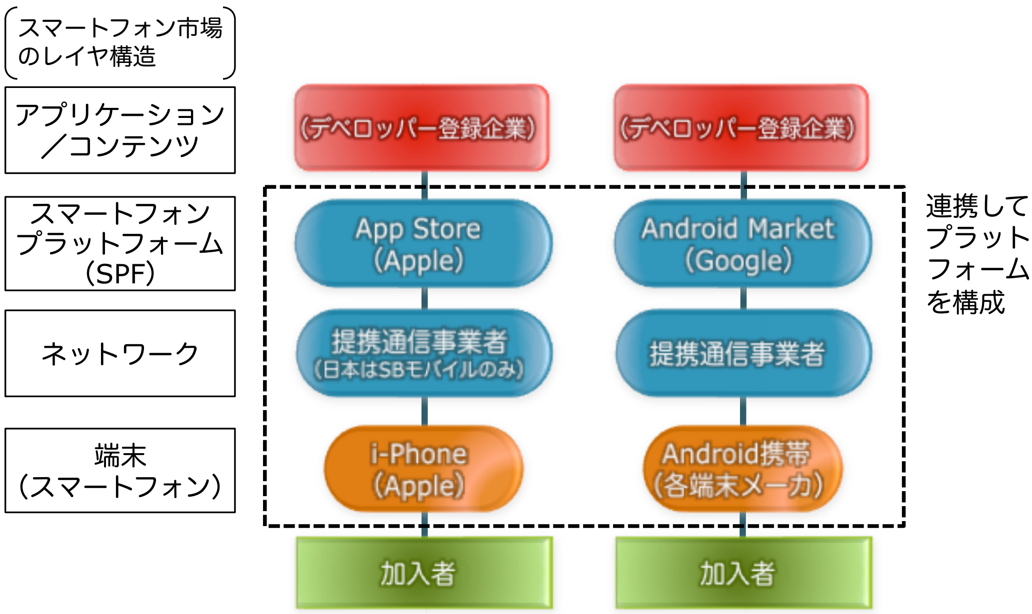

Fig. 5.1　Layered Structure of the Smartphone Market

Android を供給する Google や Google に先駆けてスマートフォン市場を立ち上げた Apple は，それぞれ，スマートフォンを利用する携帯電話加入者が様々なアプリケーションを購入するためのアプリケーションストアである Android Market，App Store を展開している．これらは対応するスマートフォンで利用できるアプリケーションを販売するための EC モールと言える．こうしたストアを提供するスマートフォン・メーカーを本章ではスマートフォン・プラットフォーム（Smartphone PlatForm；SPF）と呼ぶこととする．

第 2 章で述べたように，両面性市場に関する従来研究（Rochet and Tirole(2003)[79], Rochet and Tirole(2006)[80]，Armstrong(2006)[4]，Hagiu(2009)[48] 等）では，独占的ある

---

*2　同様のアンバンドル化は過去においてもしばしば発生している．

いは競争するプラットフォームが両側のメンバー，すなわち AP とスマートフォン加入者に対してそれぞれ設定する料金構造に焦点が当てられている．これらの研究は，プラットフォームがサービスプロバイダ側とエンドユーザ側の属性の差異に応じた非対称な料金構造をとることにより，両側を同時に多数集めることが可能となることを示している．実際，多くの両面性市場において非対称な料金設定がなされている．

しかしながら，両面性市場の中には，プラットフォームが一方の側に料金を課金しないものが少なからず存在しており，第 3 章で取り上げた E-コマース市場とともに，スマートフォン市場もその一つである．スマートフォン市場では，スマートフォン加入者はアプリケーションの購入代金以外に SPF に支払う必要はない．スマートフォンの端末購入代金や通信料金は携帯電話会社に対して支払われる．さらに，スマートフォン加入者は携帯電話会社が獲得するため，加入者数は SPF と AP にとっては外的に与えられる条件である．両面性市場に関する従来研究では，プラットフォームは料金設定を通じて加入者数を直接制御可能であるものと仮定されており，スマートフォンのようなタイプの両面性市場に対し，従来研究の成果をそのまま適用することは難しい．

SPF がアプリケーションストアの販売額を拡大するためには，優れた AP を獲得し，AP がアプリケーションの開発や販売により一層努力するようインセンティブ付けを行わなければならない．同時に，スマートフォン加入者により多くのアプリケーションを購入してもらうための購入サポートを行う必要がある．購入サポートとは，例えば，個々の利用者の嗜好に応じたアプリケーションの推奨や，利用者が目当てのアプリケーションを見つけやすくするための検索サービスなどである．SPF の問題は，所与のスマートフォン加入者により多くのアプリケーションを購入してもらうべく AP に努力させるためのインセンティブ，具体的には収益の配分ルールを決定すること，並びに自らが行う購入サポートの品質水準を決定することである．

本章では，購入サポートのための費用負担をしなければならない SPF と AP 間の収益配分問題を考える．特に，SPF がリスク中立でなくリスク回避的である場合を考える．一般に両面性市場におけるプラットフォームは，他の市場メンバーに比しリスク受容度が高いと想定され，よって問題設定においてプラットフォームをリスク中立的と仮定することに一定の妥当性はある．しかしながら，スマートフォン市場においては，加入者獲得が携帯電話会社に委ねられており，SPF が加入者数を制御することが困難なため，SPF をリスク中立と仮定することには無理があると思われる．そこで，本章では SPF のリスク回避性を考慮した収益配分問題をプリンシパル-エージェント問題として捉え，SPF が加入者に対して購入サポートを行いつつ，SPF の収益を最大化する AP の努力水準と SPF-AP 間の配分を決定するリスク-センシ

ティブ確率制御問題として定式化する．配分ルールは SPF と AP 間で締結される契約によって定められる．リスク-センシティブ確率制御に関する従来研究では実務的な問題への応用は多くなく，本章はリスク-センシティブ確率制御の両面性市場の研究への応用も目的とする．以下，2 節で問題設定を行い，3 節で SPF の配分戦略と購入サポート戦略，並びに AP の努力がリスク-センシティブ確率制御問題の解として得られることを示し，数値シミュレーションによって実際に解を求める．本章では，特にモラルハザードの問題に分析を集中するため，契約締結前に SPF と AP 間に情報の非対称性がなく，かつ締結後の SPF の顧客サポートと AP の売上を SPF，AP ともに観測可能だが，AP の努力水準を SPF が観測できないものとする．そして，4 節では，SPF のリスク回避の程度が最適解へ与える影響について考察する．5 節は結論である．

5.2　問題の設定

スマートフォン市場には SPF が 1 社のみ存在し，スマートフォン市場に参加する AP は SPF との間で，SPF が提示する配分ルールに従い契約を締結するものとする．AP は同質的であり，SPF は全ての店舗に対し同一内容で契約するものとする．従って，一般性を失うことなく，AP はただ 1 社のみと仮定することができる．

SPF と AP が契約を締結する時点を時刻 0 とし，その時点で SPF に加入している加入者数を $N(0)$ とする．$N(0)$ は SPF，AP 共通の知識であり，両者は $N(0)$ を前提に契約するものとする．

SPF が有している加入者のうち，AP のアプリケーションを購入する者の数は，AP の継続的な開発及び販売努力，及び加入者の総数 $N(0)$ に依っている．AP がより多くの努力を行うほどアプリケーションを購入する平均加入者数は増加する．但し，アプリケーションを購入した加入者数は SPF，AP の双方が観察可能だが，SPF は AP の努力を観察できない．さらに，SPF は加入者に対し，AP のアプリケーションをより購入し易くするための種々のサポートを行うものとする．SPF がより充実したサポートを行うほど，アプリケーション購入者数が増加するものとする．しかしながら，加入者は気紛れであり，また，アプリケーションの価値を正しく評価できなかったり，あるいは一時的な流行に影響を受けるといったように，AP の努力や SPF のサポートに依らない多数の不確実な要因によって，加入者が自分にとって本来は価値あるコンテンツ等を購入しなかったり，逆に価値のないコンテンツ等を購入してしまったりといった事象が生じる．

以上のことから，時刻 t に AP のアプリケーションを購入する延べ加入者数 $X(t)$ は以下の

ブラウン運動に従うものとする：

$$dX(t) = q(a(t), \mu(t))N(0)dt + \sigma N(0)dZ(t). \tag{5.1}$$

ここで，$Z = \{Z(t), \mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は標準ブラウン運動で，$\{\mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は $\{X(t); 0 \leq t < \infty\}$ によって生成されるフィルトレーションである．また，σ はアプリケーションを購入する加入者数の変動の度合いを示す定数である．$a(t)$ は時刻 t において AP が行う開発努力で，$\mu(t)$ は時刻 t に SPF が行う加入者への購入サポートである．$q(a(t), \mu(t))$ は $a(t)$ 及び $\mu(t)$ の関数として決まるアプリケーションの魅力度である．AP の努力には上限 $\overline{a}$ があり，可能な努力水準の範囲は $a(t) \in [0, \overline{a}]$ である．なお，$\overline{a}$ は十分大きな値に設定されているものと仮定する．SPF のサポートにも上限 $\overline{\mu}$ がある．魅力度 $q(a(t), \mu(t))$ は $a(t), \mu(t)$ に関して厳密に増加かつ凹で連続微分可能，$\frac{\partial q(a,\mu)}{\partial a} = q_a(a, \mu) < \infty, \frac{\partial q(a,\mu)}{\partial \mu} = q_\mu(a, \mu) < \infty$ とし，SPF はその関数形を知っているものとする．$q(a(t), \mu(t)) \in [0, 1], (a(t), \mu(t)) \in [0, \overline{a}] \times [0, \overline{\mu}]$ で，$q(a(t), \mu(t)) = 1$ は全ての加入者にとって当該アプリケーションが魅力的であることを意味し，魅力を感じる加入者は必ず購入するものとする．

簡単のため，アプリケーションの価格は 1 に正規化されているものとする．よって，$X(t)$ は AP の時刻 t までの累計売上を示す．SPF は AP の累計売上を完全に観察可能と仮定する[*3]．

AP の売上 $X(t)$ は，契約に定められた条件に従い SPF と AP 間で配分される．時刻 t における AP への配分額を $\gamma(t), t \in [0, \infty)$ で表す．$\gamma(t) \geq 0$ とする．AP の期待売上が品質 $q(a(t), \mu(t))$ と加入者数 $N(0)$ によって決まること，合理的な SPF は AP の売上以下しか AP へ配分しないことから，配分戦略 $\gamma(t)$ には上限 $\overline{\gamma}(t), \gamma(t) \leq \overline{\gamma}(t) = N(0)$ がある．Fig. 5.2 は，SPF と AP，加入者の関係と収益配分の流れを示している．

AP は配分 $\gamma(t)$ を受け取ることで $u(\gamma(t))$ の効用を得るものとする．効用関数 $u(\gamma(t))$ は増加かつ凹で連続微分可能，$u'(\cdot) < \infty$ とし，$u(0) = 0$ と正規化されているものとする．AP は一定の留保効用を有するが，ここでは AP に外部機会がないものとしているので，留保効用は 0 とする．さらに，AP は $a(t)$ の開発努力を行うために，$h(a(t))$ の開発費用を負担するものとする．$h(a(t))$ は効用 $u(\gamma(t))$ と同一の単位で測られ，厳密に増加かつ凸で連続微分可能，$h'(\cdot) < \infty$ とする．SPF は AP の効用関数，費用関数について観察可能であると仮定する[*4]．

[*3] この仮定は，例えば，SPF が AP の売上の加入者からの回収を請け負っている場合には完全に満たされる．そうでない場合でも，SPF と AP 間の契約に AP の累計売上 $X(t)$ の SPF への開示義務，並びに SPF による監査を規定することで満たすことができる．

[*4] 実務においては，SPF は AP との契約交渉過程で，AP のリスク態度，財務状況，費用構造等についての情報を取得可能であり，これらの情報から効用関数や費用関数を測定することができる．

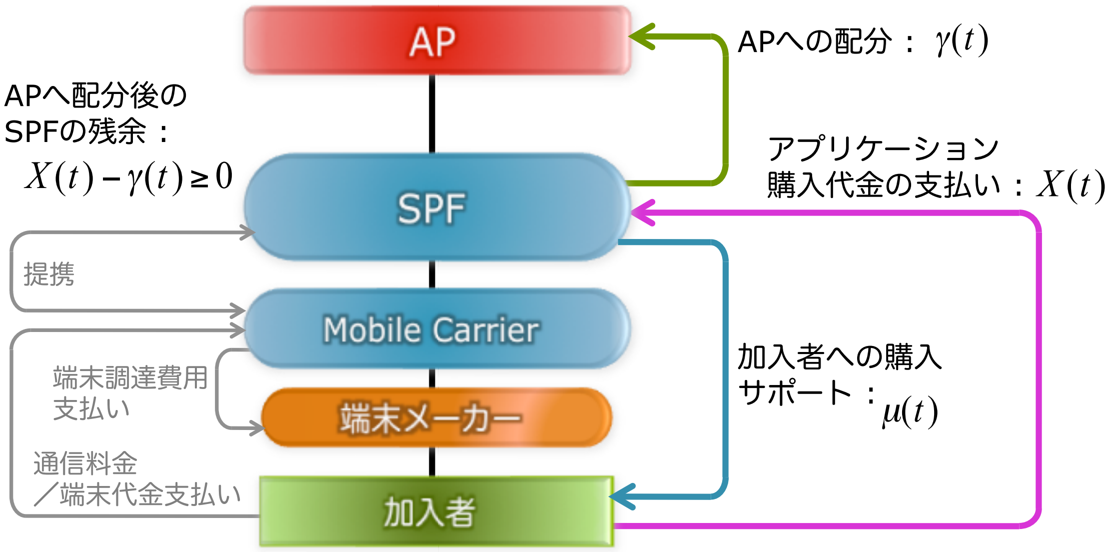

Fig. 5.2　Revenue-Sharing Rule among the SPF, the AP and the Subscriber

今，AP が $a(t), 0 \leq t < \infty$ の開発努力を行うとき，AP の総期待効用は

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt\right]$$

となる．但し，r は割引率．

一方，SPF には AP の売上に応じた $\beta dX(t)$，β は定数，の費用，及び加入者への購入サポートのために $c(\mu(t))$ の費用が発生するものとする．$c(\mu(t))$ は厳密に増加かつ凸で連続微分可能，$c'(\cdot) < \infty$ とする．このとき，SPF の期待収益は

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\Big[\int_0^\infty e^{-rt}dX(t) - \int_0^\infty e^{-rt}\gamma(t)dt - \int_0^\infty e^{-rt}c(\mu(t))dt - \int_0^\infty e^{-rt}\beta dX(t)\Big]\\&= \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)dt\right].\end{aligned}$$

SPF はリスク回避的であり，この収益に対して以下の効用関数を有するものとする：

$$\mathbb{E}\left\{-\exp\left[-\rho\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)dt\right] + 1\right\}.$$

ここで，r は割引率で，簡単のため AP と同一とする．また，ρ は SPF のリスク感度を表す定数であり[*5]，SPF の私的情報であるとする．

[*5] 効用関数を $u(\cdot)$ とすると，リスク感度は $\rho = \left|\frac{u''(\cdot)}{u'(\cdot)}\right|$ である．

5.2.1　AP の継続価値

AP は SPF が提示する配分条件の下で，自己の効用を最大化するように開発努力を決定するものとする．SPF は AP の利得最大化行動を前提に，SPF の効用を最大化するような開発努力水準を AP に推奨し，そして，実際に AP に推奨努力水準を遂行させられる配分戦略を決定したい．

ここで, 第 3 章と同様に, AP に推奨努力水準を遂行させるために, AP が時刻 $t \geq 0$ 以降の全契約期間に渡って得られるであろう総期待効用，すなわち AP の継続価値に応じて配分を変動させることを考える．時刻 $t, 0 \leq t < \infty$ までの状態がわかっており, t 以降における AP の任意の配分 $\gamma = \{\gamma(t) : \gamma(t) \in [0, \overline{\gamma}(t)]\}$ 並びに加入者への購入サポート $\mu = \{\mu(t) : \mu(t) \in [0, \overline{\mu}]\}$ が決められ，それに対して AP が任意の開発努力戦略 $a = \{a(t) : a(t) \in [0, \overline{a}]\}$ をとるとき，時刻 t における AP の継続価値は

$$W(t; \gamma, \mu, a) = \mathbb{E}_a \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \Big(u(\gamma(s)) - h(a(s)) \Big) ds \,\Big|\, \mathcal{F}(t) \right] \tag{5.2}$$

となる．ここで，$\mathbb{E}_a$ は AP の努力が $\{a(t)\}$ であるときの確率測度 $\mathbb{P}_a$ の下での期待値を示す．以下では，この継続価値 $W(t; \gamma, \mu, a)$ を唯一の状態変数として，最適努力と最適配分，並びに最適購入サポートを導く．誘因両立制約から AP は $W(t; \gamma, \mu, a)$ を最大化する行動をとるので，将来の配分の変更を通じて $W(t; \gamma, \mu, a)$ を変化させることにより，SPF は AP に任意の努力水準を遂行させることができる．$W(t; \gamma, \mu, a)$ には AP が時刻 t までに行った開発努力とその費用，及びその結果として実現した売上 $X(t)$ と AP への配分の変遷が集約されているので，$W(t; \gamma, \mu, a)$ によって配分が決まる仕組みによって，AP に努力へのインセンティブを与えることができる．

ここで SPF は AP の継続価値 $W(t)$ がいかなる値であっても，その時点における配分に基づき設定される解約金を AP に支払うことによって，いつでも契約を解約できるものと仮定する．解約金は，契約解約時の継続価値 $W(t)$ によって決定され，解約時の SPF の値関数を $\Omega(W(t)) = -\eta\gamma(t)$ とする．但し，η はある定数で，$\Omega(0) = 0$ とする．解約後は AP は開発努力をしないから，時刻 t に解約されたときの AP の収益は,

$$W(t) = u(\eta\gamma(t)) \tag{5.3}$$

となる．

SPF は $W(t)$ が極端に大きくなると，AP との契約を解約する．なぜなら，$W(t)$ は AP の開発努力によって売上 $X(t)$ が上昇すれば大きくなり，AP の開発努力が上限に達して $X(t)$

の上昇がそれ以上望めなくなっても，AP の配分 $\gamma(t)$ が高くなればさらに大きくなるが，$\gamma(t)$ が高すぎると AP へ配分後の SPF の収益が費用を下回る可能性があるからである．従って，SPF にとって AP に $\Omega(W(t))$ を支払って解約する方が有利となるような $W(t)$ の水準が存在する．これを $W^\sharp > 0$ とする．SPF が AP に配分の上限 $\overline{\gamma}(t)$ を与え続けるときの継続価値を $\overline{W^\sharp}$ とすると，$W^\sharp \leq \overline{W^\sharp}$ である．

5.2.2 SPF の問題

SPF の問題は，AP に対して留保効用 0 以上の効用を保証する参加制約

$$\mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt\right] \geq 0, \tag{5.4}$$

を満たす $(\gamma(t), a(t))$ の組の中で，AP の誘因両立制約

$$a(t) \in \underset{\tilde{a}(t)}{\arg\max}\ \mathbb{E}\left[\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big)dt\right] \tag{5.5}$$

の下で SPF の期待効用

$$\mathbb{E}\left\{-\exp\left[-\rho\left(\int_0^\infty e^{-rt}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)dt\right)\right] + 1\right\} \tag{5.6}$$

を最大化する開発努力 $\{a(t), 0 \leq a(t) \leq \overline{a}\}$ と配分戦略 $\{\gamma(t), 0 \leq \gamma(t) \leq \overline{\gamma}(t)\}$ 及びサポート戦略 $\{\mu(t), 0 \leq \mu(t) \leq \overline{\mu}\}$ を決定する最適化問題となる．

5.3 最適配分及び購入サポート

本章では，上述の問題設定の下での SPF の最適問題を解く．まず，AP の継続価値について，次の命題が成り立つ．証明は 5.6.1 項を参照のこと．

命題 5.1

時刻 t 以降の配分戦略 $\gamma = \{\gamma(t)\}$ とサポート戦略 $\mu = \{\mu(t)\}$ 及び AP の戦略 $a = \{a(t)\}$ に対し，AP の継続価値が (5.2) 式で定義されるとき，$\mathcal{F}(t)$ 可測な適合過程 $\{Y(t)\}$ が存在し，$W(t;\gamma,p,a)$ は以下のように展開される：

$$dW(t;\gamma,\mu,a) = \Big[rW(t;\gamma,\mu,a) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]dt + \sigma N(0)Y(t)dZ(t). \tag{5.7}$$

次に，AP の開発努力にかかる誘因両立制約について，次の命題が成り立つ．証明は 5.6.2 項を参照のこと．

命題 5.2

$Y(t)$ を命題 5.1 で得られる適合過程とする．このとき，AP の戦略 a は，

$$a(t) \in \underset{\tilde{a}(t)\in[0,\overline{a}]}{\arg\max} \Big[q(\tilde{a}(t),\mu(t))Y(t)N(0) - h(\tilde{a}(t))\Big],\ 0 \le t < \infty \tag{5.8}$$

が成り立てば，ほとんど至るところで最適である．

注意 5.3

命題 5.2 に出てくる「ほとんど至るところ」の一般的な意味は，もし関数 f がある零集合を除いた領域の全ての点である性質 P を持つならば，f はほとんど至るところで性質 P を持つ，ということである．(「ほとんど至るところ almost everywhere (a.e.)」の代わりに，「ほとんど確実に almost surely (a.s.)」という言葉が使われることもある．これらについてのさらに詳しい解説は，例えば Capiński and Kopp(2004)[18] を参照．）命題 5.2 における零集合とは，(5.8) 式が成り立たないような点，例えば，$q_a(a(t),\mu(t)) = h'(a(t)) = 0$ となるような点 $a(t)$ からなる加算集合である．命題 5.2 は区間 $[0,\overline{a}]$ からこのような零集合を除いた全ての区間において (5.8) 式が成り立つとき，店舗の戦略 a が最適となる，と主張している．

命題 5.2 から，$\{Y(t)\}$ が戦略 a に関して $W(t;\gamma,\mu,a)$ を表現する過程ならば，$Y(t)$ は

$$Y(t) = \frac{h'(a(t))}{q_a(a(t),\mu(t))N(0)} = y(a(t),\mu(t)) > 0. \tag{5.9}$$

$y(a(t),\mu(t))$ は $a(t)$ に関して増加する．なぜなら，$h(a(t))$ は仮定から凸関数だから $h'(a(t))$ は $a(t)$ に関して増加し，また $q(a(t),\mu(t))$ は仮定から $a(t)$ に関して凹だから $q_a(a(t),\mu(t))$ は $a(t)$ に関して減少するので，$y(a(t),\mu(t))$ は $a(t)$ について増加する．(5.7) 式の（σ で大きさ調整された）$Y(t)$ は，$W(t;\gamma,\mu,a)$ の過程のボラティリティだから，$a(t)$ が大きくなるほど AP のリスクは大きくなる．

5.3.1 リスク-センシティブ確率制御問題

さて，対数関数の単調性を利用して，SPF は効用 (5.6) 式の最大化問題と同等な，以下の評価関数の最大化問題を解くものとする：

$$\begin{aligned} J(W) = -\rho^{-1}\ln\Bigg(-\mathbb{E}\Bigg\{-\exp\Bigg[-\rho\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big((1-\beta)q(a(s),\mu(s))N(0) \\ -\gamma(s) - c(\mu(t))\Big)ds\Bigg] + 1\Bigg\} + 1\Bigg). \end{aligned} \tag{5.10}$$

これにより，問題の目的関数を解約時の値関数 $\Omega(\cdot)$ と同じ単位で測ることができるようになる．今，時刻 t における AP の継続価値 $W(t)$ がわかっており，AP が最適な開発努力 $a(t)$ を行い，SPF が $\gamma(t)$ を適切に設定すると共に最適な購入サポート $\mu(t)$ を行うとき，AP の誘因両立制約を満たす SPF の効用最大化問題を次のリスク-センシティブ確率制御問題として定式化する：

$$\Pi(W) = \max_{\gamma,\mu,a} J(W) = -\rho^{-1}\ln\Big(-\psi(W)+1\Big) \tag{5.11}$$

subject to

$$dW(t) = \Big[rW(t;\gamma,\mu,a) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]dt + \sigma N(0)y(a(t),\mu(t))dZ(t). \tag{5.12}$$

但し，

$$\begin{aligned}&\psi(W)\\&= \max_{\gamma,\mu,a}\mathbb{E}\bigg\{-\exp\bigg[-\rho\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big((1-\beta)q(a(s),\mu(s))N(0)-\gamma(s)-c(\mu(t))\Big)ds\bigg]+1\bigg\}.\end{aligned} \tag{5.13}$$

さらに，$\Psi(W)=\psi(W)-1$ とする．すなわち，

$$\Psi(W) = \max_{\gamma,\mu,a}\mathbb{E}\left\{-\exp\left[-\rho\int_t^\infty e^{-r(s-t)}\Big((1-\beta)q(a(s),\mu(s))N(0)-\gamma(s)-c(\mu(t))\Big)ds\right]\right\}. \tag{5.14}$$

この問題を動的計画法により解くこととし，このために，次の Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式を用いる：

$$\begin{aligned}\max_{\gamma,\mu,a}\bigg\{&\Big[rW-u(\gamma)+h(a)\Big]\Psi'(W)+\frac{1}{2}\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2\Psi''(W)\\&-\rho\Big((1-\beta)q(a,\mu)N(0)-\gamma-c(\mu)\Big)\Psi(W)\bigg\}=0.\end{aligned} \tag{5.15}$$

5.3.2　リスク-センシティブ確率制御問題の解

この問題には一意で有界な解が存在し，かつ，その時 (5.15) 式を最大化する努力水準，購入サポート及び配分は SPF の効用最大化問題の解となる．このことは次の命題によって保証される．証明は 5.6.3 項を参照のこと．

命題 5.4

SPF のリスク-センシティブ確率最適制御問題 (5.11)-(5.12) 式において，値関数 $\Psi(W(t))$ が (5.14) 式によって定義されるとき，HJB 方程式 (5.15) 式は一意で有界な解を持ち，さらに，HJB 方程式 (5.15) 式を満足する配分 $\gamma(t)$，購入サポート $\mu(t)$ 及び開発努力 $a(t)$ が $t \in [0, \infty)$ において対応する継続価値 $W(t)$ に関して実行可能ならば，配分 $\gamma(t)$，購入サポート $\mu(t)$ 及び開発努力 $a(t)$ は SPF の効用最大化問題の最適解である．

さて，対数関数の単調性から，$\Pi(W)$ は $\Psi(W)$ と同様の性質を持ち，従って，一意で有界な解を持つ．よって，$\Pi(W)$ は次の HJB 方程式を満たす[*6]：

$$\max_{\gamma,\mu,a}\Bigg\{\Big[rW-u(\gamma)+h(a)\Big]\Pi'(W)+\frac{1}{2}\rho\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2(\Pi'(W))^2 \\ +\frac{1}{2}\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2\Pi''(W)+\Big[(1-\beta)q(a,\mu)N(0)-\gamma-c(\mu)\Big]\Bigg\}=0. \tag{5.16}$$

従って，SPF の問題は HJB 方程式 (5.16) 式の解を求めることに帰着する．さらに，解は以下の初期条件，及びバリュー・マッチング条件，スムース・ペイスティング条件を満たさなければならない：

$$\Pi(0)=0, \tag{5.17}$$
$$\Pi(W^\sharp)=-\Omega(W^\sharp), \tag{5.18}$$
$$\Pi'(W^\sharp)=-\Omega'(W^\sharp). \tag{5.19}$$

(5.16) 式から，AP の最適努力は

$$a=\arg\max_{\tilde{a}}\Bigg[h(\tilde{a})\Pi'(W)+\frac{1}{2}\rho\sigma^2N(0)^2y(\tilde{a},\mu)^2(\Pi'(W))^2 \\ +\frac{1}{2}\sigma^2N(0)^2y(\tilde{a},\mu)^2\Pi''(W)+(1-\beta)q(\tilde{a},\mu)N(0)\Bigg] \tag{5.20}$$

であり，その 1 階条件

$$h'(a)\Pi'(W)+\rho\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)y_a(a,\mu)(\Pi'(W))^2 \\ +\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)y_a(a,\mu)\Pi''(W)+(1-\beta)q_a(a,\mu)N(0)=0$$

[*6] 導出は 5.6.4 項を参照．

から最適努力水準を $W(t)$ 及び $\mu(t)$ の関数 $a(W(t),\mu(t))$ として求められる．ここで，$h(a)\Pi'(W)$ は AP の開発努力費用の補償で $(1-\beta)q(a,\mu)N(0)$ は収益フローである．$\frac{1}{2}\sigma^2 y(a(t))^2\Pi''(W)$ は不確実性のあるビジネスを実行するにあたり AP に支払われるべきリスク・プレミアムだが，これは第 2 項の $\frac{1}{2}\rho\sigma^2 y(a,\mu)^2(\Pi'(W))^2$ によって割り引かれている．この割引項は，もし SPF がリスク中立的であったならば現れないものである．

同様に，SPF の最適配分は

$$\gamma = \arg\max_{\tilde{\gamma}} \left[-u(\tilde{\gamma})\Pi'(W) - \tilde{\gamma}\right] \tag{5.21}$$

であり，1 階条件 $\Pi'(W) = -\frac{1}{u'(\gamma)}$ から，$W(t)$ の関数 $\gamma(W(t))$ として得られる．$\Pi'(W)$ は AP の継続価値を 1 単位増加させることによる SPF の収益の減少分，$\frac{1}{u'(\gamma)}\left(=\frac{d\gamma}{du(\gamma)}\right)$ は AP の効用を 1 単位上昇させるために SPF が AP に与えるべき配分で，最適配分においてはこれらが一致していなければならないことを意味している．なお，点 W^* において $\Pi'(W^*)=0$ とすると，$u(\gamma)\geq 0$ より $W \leq W^*$ の区間で (5.21) 式を最大化する配分は 0 となる．

そして，最適購入サポートは

$$\begin{aligned}\mu = \arg\max_{\tilde{\mu}} \Bigg\{ &\frac{1}{2}\rho\sigma^2 N(0)^2 y(a,\tilde{\mu})^2(\Pi'(W))^2 + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a,\tilde{\mu})^2\Pi''(W) \\ &+ \left[(1-\beta)q(a,\tilde{\mu})N(0) - c(\tilde{\mu})\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{5.22}$$

となり，その 1 階条件

$$\rho\sigma^2 N(0)^2 y(a,\mu)y_\mu(a,\mu)(\Pi'(W))^2 + \sigma^2 N(0)^2 y(a,\mu)y_\mu(a,\mu)\Pi''(W) - c'(\mu) = 0$$

から最適サポートを $W(t)$ 及び $a(t)$ の関数 $\mu(W(t),a(t))$ として求められる．

解 $\Pi(W)$ は，(5.20)-(5.22) 式を最大化する努力と配分，購入サポートを HJB 方程式 (5.16) 式に適用し，これを境界条件 (5.17)-(5.19) 式の下で解くことにより得られ，これは数値計算によって求めることができる．

Fig. 5.3 は各関数，パラメータを以下のように特定化したときの値関数 $\Pi(W)$，及び最適努力，最適配分を示している．

$$\begin{aligned}&q(a,\mu) = a+\mu,\ u(\gamma)=\sqrt{\gamma},\ h(a)=0.5a^2+0.5a,\ c(\mu)=5\mu^2,\\ &r=0.1,\ \beta=0.1,\ \rho=0.05,\ \sigma=1,\ N(0)=1,\ \eta=120.\end{aligned}$$

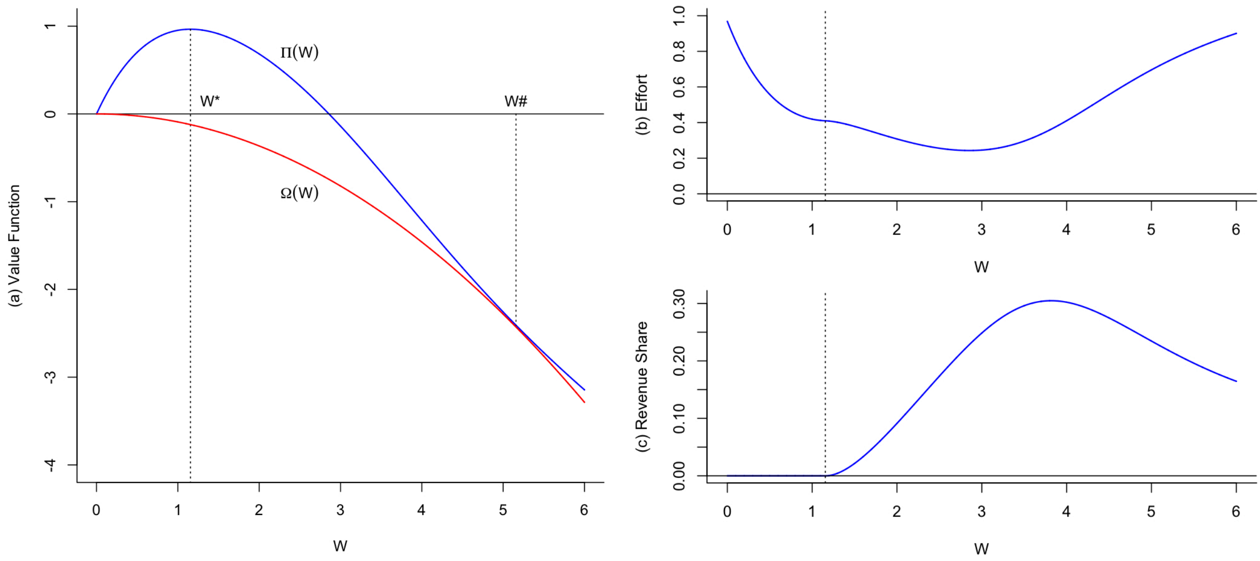

Fig. 5.3　(a) SPF's Value Function, (b) AP's Effort, (c) Optimal Revenue-Sharing Strategy

努力と配分は $a = -0.9/(\Pi'(W) + \rho(\Pi'(W))^2 + \Pi''(W)) - 0.5$, $\sqrt{\gamma} = -\Pi'(W)/2, \gamma = \Pi'(W)^2/4$ から求められる．この例では $W^* = 1.155, \Pi(W^*) = 0.9653846$ となり，また，μ は一定値 $\mu = 0.09$ となった．なお，数値例の計算は 5.6.5 項を参照のこと．

実際の契約にあたっては，SPF は AP に対し W^* 及び $a(W^*)$ を提示し，これを達成するよう強く推奨する．AP が SPF と契約し事業を開始する時点 $t = 0$ において $a = 0$，従って $W = 0$ であり，$W(t) \leq W^*$ なる $0 < t < \infty$ の期間は SPF から配分されないないため，AP は可能な限り短期間で $W(t) = W^*$ となるように努力するであろう．AP の努力によって $W(t)$ は (5.7) 式に従い展開され，やがて W^* に到達すると，AP は $a(W^*)$ の努力水準を維持し，SPF は W^* を維持するように $\gamma(t)$ を AP に配分する．同時に，SPF は $W(t)$ 及び $a(W(t))$ に応じて購入サポート $\mu(W(t), a(t))$ を遂行する．

5.4　SPF のリスク感度の影響

SPF がリスク回避的であるほどリスク感度 ρ は大きな値をとる．本節では SPF のリスク感度が異なるとき，最適解にどのような影響があるか考察する．

はじめに，(5.20) 式及び (5.22) 式より，$\Pi'(W^*) = 0$ となる点 W^* では ρ を含む項が消え去る．すなわち，点 W^* において最適努力及び最適購入サポートはそれぞれ

$$
\begin{aligned}
a &= \arg\max_{\tilde{a}} \left[\frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(\tilde{a},\mu)^2 \Pi''(W) + (1-\beta) q(\tilde{a},\mu) N(0) \right], \\
\mu &= \arg\max_{\tilde{\mu}} \left[(1-\beta) q(a,\tilde{\mu}) N(0) - c(\tilde{\mu}) \right]
\end{aligned}
$$

となる．このため，SPF の収益を最大化する点においては SPF のリスクに対する態度が如何なるものであっても AP の努力水準並びに SPF のサポートは影響されないことに注意する．もちろん，異なる ρ に対応する W^* が一致するとは限らない．

リスク感度 ρ の変化が値関数 $\Pi(W)$ に与える影響は必ずしも自明ではない．一般に，リスクを回避する傾向が強いほど，収益が大きくなっても効用がそれほど高くならないので，あまり大きな収益を求めないであろう．同じ効用を得るために必要な収益は，リスク感度が高いほど小さくて済むからである．従って，リスク感度の高い SPF は感度の低い SPF と同等以下の収益で満足すると予想できる．しかし，もし SPF がリスクを他者に転嫁できるなら，この予想は正しくないかもしれない．そこで，実際にどうなるか前の数値例を用いてシミュレーションしてみよう．

Fig. 5.4 の曲線はそれぞれ $\rho = 0.05, 0.1, 0.2$ としたときの $\Pi(W)$，$a(W)$ 並びに $\gamma(W)$ である．数値シミュレーションの結果は予想と異なり，ρ が大きいほど $0 \le W \le W^\sharp$ の範囲において $\Pi(W^*)$ が大きくなった．また，ρ が大きいほど $\Pi'(0)$ と W^* が大きくなっている．このことは，次のように解釈することができる．

まず，$\Pi'(0)$ がより大きいということは $a(W(0)) = a(0)$ がより大きいことを意味することに注意する．実際，$t = 0$ において $\gamma(0) = 0, \mu(0) = 0$ だから，$\Pi(W)$ の定義より $\Pi'(0)$ は $a(0)$ に依存している．シミュレーションからも同様の結果が得られた．つまり，ρ が大きくなるほど $a(0)$ と W^* が大きくなっている．

さて，リスク回避的な SPF は，AP に対してより大きな W^* を推奨するのがよい．それにより，少なくとも次の利点が得られる：

(i) AP に対して事業開始当初においてより高い努力水準を求めることにより，力量のない AP を排除できる[*7]．

(ii) $W(t)$ が W^* に到達するまで AP への配分が行われないので，W^* が大きいほど配分の開始を遅らせることができる．

[*7] (5.7) 式から，より大きな W^* に達するために AP は事業開始当初においてより大きな努力を行わなければならない．努力水準が高ければ $h(a)$ が大きくなることで $dW(t)$ のドリフトが大きくなり，その結果 $W(t)$ もより早く増大する．

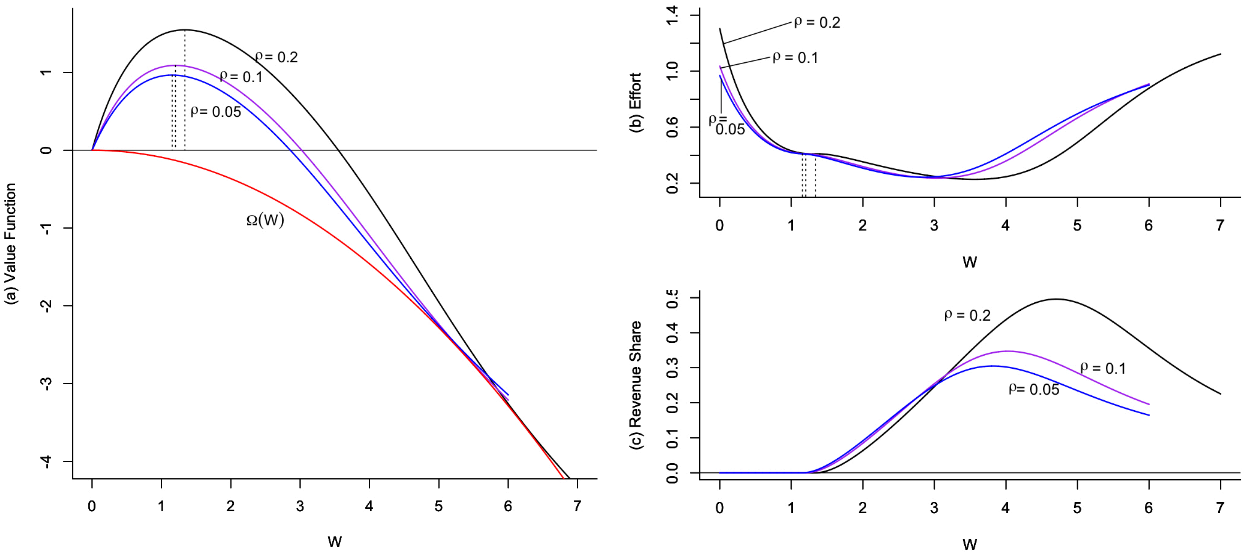

Fig. 5.4　Results of Risk Sensitivity Analysis

より大きな W^* を推奨されることによって AP は事業開始当初により高い努力を求められるが，これは AP の継続価値 $W(t)$ の過程のボラティリティを増大させ（(5.9) 式を参照），それは AP のリスクが大きくなることを意味する．AP のリスクは SPF から支払われるリスク・プレミアムによって補償されるが，それは (5.20) 式の第 2 項によって割り引かれている．要するに，W^* が大きいほど SPF は AP により多くのリスクを転嫁させることになる．

これまでの考察から，次が言える．SPF がよりリスク回避的であっても，より大きな W^* を AP に推奨することによって，SPF は AP にリスクを転嫁することができる．W^* がより大きいことは AP の事業開始時の努力水準がより高いことを意味するが，それは $\Pi'(0)$ をより大きくし，その結果，$\Pi(W)$ もより大きくなるのである．

5.5　おわりに

本章では，スマートフォン市場におけるリスク回避的な SPF と AP の間の収益配分問題を，AP の継続価値を状態変数とするリスク-センシティブ確率制御問題として定式化した．その結果，この問題には有界で一意な解が存在することが示され，HJB 方程式を導出するとともに，数値シミュレーションによって具体的に解を求めることができた．両面性市場の研究にリスク-センシティブ確率制御を応用した例はこれまで皆無であり，本章ではリスク-センシティ

ブ確率制御の両面性市場の研究への応用を行った．

さらに，本章では SPF のリスク回避度の感度分析も行い，数値シミュレーションによって，SPF のリスク感度が大きいほど，すなわち SPF がリスク回避的であるほど，SPF の値関数はより大きくなることが示された．両面性市場では，一般に，プラットフォームが市場内の種々の取引ルールを制定する立場にあり，他の市場参加メンバーに対してより強い交渉能力を有している．また，ネットワーク効果の存在によって，各メンバーは特定のプラットフォームにロックインされる傾向がある．スマートフォン市場は，プラットフォームの下位レイヤ側が電波資源の希少性のため少数の携帯電話会社による寡占市場となっており，上位側の SPF も特定企業に限られている．このため，スマートフォン市場ではプラットフォームによる AP への支配力が高く，従って，プラットフォームが AP にリスクを転嫁しやすい環境にあると言える．本章の結果は，スマートフォン市場のように AP にリスク転嫁が可能な両面性市場では，リスク回避的なプラットフォームが本章で提示した契約を AP と締結することによって，実際にリスク転嫁が行われ，プラットフォームはより高い収益を得られることを示唆している．

今回のモデルでは独占的な SPF について分析したが，現実には同一携帯電話会社を下位プラットフォームとして複数の SPF が競合する場合や，単一の SPF が複数の携帯電話会社を下位プラットフォームとする場合がある．また，複数の SPF が競合している場合，AP はマルチホームの是非を意思決定しなければならない．このとき，リスク感度の差異が SPF の戦略や AP の意思決定にどのような影響を及ぼすかは興味深い問題である．実際，代表的な SPF である Apple と Google では，リスクに対する態度に大きな差が見られる．例えば，AP がアプリケーションストアでアプリケーションを販売する際，Google の Android Market では個々のアプリケーションについて動作検証しか行われないが，Apple の App Store では Apple による審査が行われ，承認を得る必要がある．また，Apple が AP と締結する契約書[*8] には，iPhone の開発基盤上で開発されたアプリケーションは App Store でしか配信できない（従って，たとえ Apple の審査で却下されたとしても，そのアプリケーションを Cydia などの非公認アプリストアでは販売できない），いかなる状況でも（Apple 側の過失で開発者に損害が生じても）Apple は開発者に対して 50 ドル以下の賠償しかしない，といった Apple 側に極めて有利な条項が規定されている．スマートフォン市場に限らず，コンテンツ配信など主要な両面性市場において強い影響力を持つ Apple，Google の 2 社の戦略の比較，分析は極めて興味深いテーマである．これらの分析は今後の課題としたい．

[*8] 2010 年 3 月 8 日，米国の電子フロンティア財団（EFF）は，iPhone アプリケーションを提供している米航空宇宙局（NASA）から情報公開法を利用して，iPhone OS 向けソフトの開発者が同意しなければならないライセンス契約「iPhone Developer Program License Agreement」を入手し，公開した．

5.6 補遺

5.6.1 命題 5.1 の証明

時刻 t までの情報が与えられているとし，時刻 t 以降は戦略 (γ,μ,a) に従うときに，全期間における AP の総期待利得を

$$V(t)=\int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s))-h(a(s))\Big)ds+e^{-rt}W(t;\gamma,\mu,a) \tag{5.23}$$

と定義する．このとき $V(t)$ は $\mathbb{E}_a$ の下でマルチンゲールとなることが容易に確かめられる．さらに，フィルトレーション $\{\mathcal{F}(t)\}$ は確率過程 $dZ(t)=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{dX(t)}{N(0)}-q(a(t))dt\right]$ によって生成される σ-加法族と同一である．よって，$V(t)$ は，マルチンゲール表現定理によって，

$$V(t)=V_0+\int_0^t e^{-rs}\sigma N(0)Y(s)dZ(s),\ 0\le t<\infty \tag{5.24}$$

となる適合過程 $\{Y(t),\mathcal{F}(t);0\le t<\infty\}$ が存在する．(5.23) 式，(5.24) 式を t に関して微分すると，

$$\begin{aligned}dV(t)&=e^{-rt}\Big[u(\gamma(t))-h(a(t))\Big]dt+d\Big[e^{-rt}W(t;\gamma,\mu,a)\Big]\\&=e^{-rt}\Big[u(\gamma(t))-h(a(t))-rW(t;\gamma,\mu,a)\Big]dt+e^{-rt}dW(t;\gamma,\mu,a)\end{aligned}$$

及び

$$dV(t)=e^{-rt}\sigma N(0)Y(t)dZ(t)$$

となるから，

$$dW(t;\gamma,\mu,a)=\Big[rW(t;\gamma,\mu,a)-u(\gamma(t))+h(a(t))\Big]dt+\sigma N(0)Y(t)dZ(t) \tag{5.7}$$

となる．□

5.6.2 命題 5.2 の証明

AP が時刻 t 期まで任意の戦略 $\tilde{a}=\{\tilde{a}(t);\tilde{a}(t)\in[0,\overline{a}]\}$ に従い，t 以降は戦略 $\{a(t)\}$ に従うときに，時刻 t における AP の総期待効用を

$$\hat{V}(t)=\int_0^t e^{-rs}\Big(u(\gamma(s))-h(\tilde{a}(s))\Big)ds+e^{-rt}W(t;\gamma,\mu,a) \tag{5.25}$$

と定義する．このとき，$\tilde{\mathcal{F}}(t)$-可測な確率過程 $\hat{V}(t)$ は

$$\begin{aligned}
d\hat{V}(t) &= e^{-rt}\Big[u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big]dt + d\Big[e^{-rt}W(t;\gamma,\mu,a)\Big] \\
&= e^{-rt}\Big[u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big]dt - e^{-rt}rW(t;\gamma,\mu,a) + e^{-rt}dW(t;\gamma,\mu,a) \\
&= e^{-rt}\Big[u(\gamma(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big]dt - e^{-rt}rW(t;\gamma,\mu,a) \\
&\quad + e^{-rt}\Big\{\Big[rW(t;\gamma,\mu,a) - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]dt + \sigma N(0)Y(t)dZ(t)\Big\} \\
&= e^{-rt}\Big(\gamma(t) - h(\tilde{a}(t))\Big)dt - e^{-rt}\Big(u(\gamma(t)) - h(a(t))\Big)dt + e^{-rt}\sigma N(0)Y(t)dZ(t) \\
&= e^{-rt}\Big[\Big(h(a(t)) - h(\tilde{a}(t))\Big) + N(0)\Big(q(\tilde{a}(t),\mu(t)) - q(a(t),\mu(t))\Big)Y(t)\Big]dt \\
&\quad + e^{-rt}\sigma N(0)Y(t)d\tilde{Z}(t).
\end{aligned} \tag{5.26}$$

ここで，$\sigma N(0)Y(t)dZ(t) = \sigma N(0)\tilde{Z}(t) + \int_0^t \big(q(\tilde{a}(s),e(s)) - q(a(s),e(s))\big)N(0)ds$ である．

もし，$\{a(t)\}$ が正の測度集合上で (5.8) 式を満たさなければ，$q(\tilde{a}(t),\mu(t))Y(t) - h(\tilde{a}(t))$ を最大化する $a^*(t)$ を選ぶことができる．このとき，$\hat{V}(t)$ のドリフトは非負で，かつ，正の測度集合上で正だから，ある時刻 t で

$$E_{\{a^*(t)\}}\big[\hat{V}(t)\big] > \hat{V}(0) = W(0;\gamma,\mu,a)$$

となるものが存在する．$E_{\{a^*(t)\}}\big[\hat{V}(t)\big]$ は，t 期まで戦略 $\{a^*(t)\}$ に従い，その後戦略 $\{a(t)\}$ に変更したときに AP が得る総期待効用であり，それが 0 期以降戦略 $\{a(t)\}$ をとる場合の総期待効用 $W(0;\gamma,p,a)$ を上回ることから，戦略 $\{a(t)\}$ は最適でない．

(5.8) 式が戦略 a について成り立つなら，$\hat{V}(t)$ は任意の戦略 $\tilde{a}$ に対し，優マルチンゲールとなる．さらに，確率過程 $W(t;\gamma,\mu,a)$ は下に有限であるから，$\hat{V}(t)$ の極限として

$$\hat{V}(\infty) = \int_0^\infty e^{-rs}\Big(u(\gamma(s)) - h(a(s))\Big)ds$$

をとることができる[*9]．よって，

$$W(0;\gamma,\mu,a) = \hat{V}(0) \geq E_{\{\tilde{a}(t)\}}\big[\hat{V}(\infty)\big] = W(0;\gamma,\mu,\tilde{a})$$

が成り立つ．よって，戦略 a は任意の戦略 $\tilde{a}$ と少なくとも同等に望ましくなる．□

[*9] Karatzas and Shreve(1991)[63] の問題 3.16 を参照．

5.6.3 命題 5.4 の証明

SPF の問題の仮定及び (5.9) 式から，以下の条件

(i) $\{\gamma(t)\}, \{\mu(t)\}, \{a(t)\}$ は有界かつ閉集合,

(ii) $\Big[rW - u(\gamma(t)) + h(a(t))\Big]$ は, $(W(t), \gamma(t), a(t)) \in [0, \overline{W^\sharp}] \times [0, \bar{\gamma}(t)] \times [0, \overline{a}]$ において有界で連続微分可能, かつその 1 階微分も有界, また, $[(1-\beta)q(a(t), \mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))]$ は，$(\gamma(t), \mu(t), a(t)) \in [0, \bar{\gamma}(t)] \times [0, \bar{\mu}] \times [0, \overline{a}]$ において有界で連続微分可能，かつその 1 階微分も有界,

(iii) $y(a(t), \mu(t))$ は $(a(t), \mu(t)) \in [0, \overline{a}] \times [0, \bar{\mu}]$ において連続微分可能で，かつ $y(a(t), \mu(t))^2 > 0$

が成り立つ．従って，Fleming and Soner[38] の定理 IV.4.1（162 ページ）から HJB 方程式 (5.15) 式は一意な解を持つ.

次に，$\gamma^*(t), \mu^*(t), a^*(t)$ が (5.13) 式の解であるとする．このとき，(5.13) 式より

$$
\begin{aligned}
&\psi(W(t)) \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\left\{ -\exp\left[-\rho \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \Big((1-\beta)q(a(s), \mu(s))N(0) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \Big) ds \right] + 1 \right\} \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Bigg\{ -\exp\left[-\rho \int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)} \Big((1-\beta)q(a(s), \mu(s))N(0) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \Big) ds \right] \\
&\qquad \underbrace{\cdot \exp\left[-\rho \int_{t+\Delta t}^\infty e^{-r(s-t-\Delta t)} \Big((1-\beta)q(a(s), \mu(s))N(0) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \Big) ds \right]}_{-\psi(W(t+\Delta t))+1} + 1 \Bigg\} \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Bigg\{ -\exp\left[-\rho \int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)} \Big((1-\beta)q(a(s), \mu(s))N(0) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \Big) ds \right] \\
&\qquad \cdot \Big(-\psi(W(t+\Delta t)) + 1 \Big) + 1 \Bigg\} \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Bigg\{ \Big[-1 + \rho e^{-r\Delta t} \Big((1-\beta)q(a(t), \mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \Big) \Delta t \Big] \\
&\qquad \cdot \Big(-\psi(W(t)) - \Delta\psi(W(t)) + 1 \Big) + 1 \Bigg\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Big\{\psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) - 1 \\
&\qquad - \rho e^{-r\Delta t}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad - \rho e^{-r\Delta t}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad + \rho e^{-r\Delta t}\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta t + 1\Big\} \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Big\{\psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) \\
&\qquad - \rho(1 - r\Delta t)\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad - \rho(1 - r\Delta t)\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad + \rho(1 - r\Delta t)\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta t\Big\} \\
&= \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Big\{\psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) \\
&\qquad - \rho\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad + \rho r\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\psi(W(t))(\Delta t)^2 \\
&\qquad - \rho\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta\psi(W(t))\Delta t \\
&\qquad + \rho r\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta\psi(W(t))(\Delta t)^2 \\
&\qquad - \rho\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)\Delta t \\
&\qquad + \rho r\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)(\Delta t)^2\Big\}.
\end{aligned}
$$

ここで，$\Delta t \to 0$ とすると，$(\Delta t)^2$ 及び $\Delta\psi(W(t))\Delta t$ は Δt より急速に 0 に近づくので，これらが含まれる項は消去でき，

$$
\begin{aligned}
\psi(W(t)) = \max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Big\{&\psi(W(t)) + d\psi(W(t)) \\
&- \rho\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)(\psi(W(t)) - 1)dt\Big\}.
\end{aligned}
$$

よって，

$$
\max_{\gamma,\mu,a} \mathbb{E}\Big\{d\psi(W(t)) - \rho\Big((1-\beta)q(a(t),\mu(t))N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t))\Big)(\psi(W(t)) - 1)dt\Big\} = 0.
$$

さらに，伊藤の公式から

$$
\begin{aligned}
&d\psi(W(t)) \\
&\quad = \left\{ \Big[rW(t) - u(\gamma(t)) + h(a(t)) \Big] \psi'(W(t)) + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a(t),\mu(t))^2 \psi''(W(t)) \right\} dt \\
&\qquad + \sigma N(0) y(a(t),\mu(t)) \psi'(W(t)) dZ(t).
\end{aligned}
$$

よって，HJB 方程式

$$
\begin{aligned}
\max_{\gamma,\mu,a} \Bigg\{ &\Big[rW(t) - u(\gamma(t)) + h(a(t)) \Big] \psi'(W(t)) + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a(t),\mu(t))^2 \psi''(W(t)) \\
&- \rho\Big((1-\beta) q(a(t),\mu(t)) N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \Big) (\psi(W(t)) - 1) \Bigg\} = 0
\end{aligned}
$$

が得られる．ここで，

$$
\Psi(W(t)) = \psi(W(t)) - 1, \quad \Psi'(W(t)) = \psi'(W(t)), \quad \Psi''(W(t)) = \psi''(W(t))
$$

より，

$$
\begin{aligned}
\max_{\gamma,\mu,a} \Bigg\{ &\Big[rW(t) - u(\gamma(t)) + h(a(t)) \Big] \Psi'(W(t)) + \frac{1}{2}\sigma^2 N(0)^2 y(a(t),\mu(t))^2 \Psi''(W(t)) \\
&- \rho\Big((1-\beta) q(a(t),\mu(t)) N(0) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \Big) \Psi(W(t)) \Bigg\} = 0
\end{aligned}
\tag{5.15}
$$

が得られる．従って，$\gamma^*(t), \mu^*(t), a^*(t)$ は (5.15) 式の解である．すなわち，(5.15) 式を満たす配分と購入サポート及び努力は効用最大化問題の解である．□

5.6.4 (5.16) 式の導出

$\Pi(W) = -\rho^{-1} \ln(-\Psi(W))$ より

$$
\begin{aligned}
\Pi'(W) &= -\rho^{-1} \frac{-\Psi'(W)}{-\Psi(W)} = -\rho^{-1} \frac{\Psi'(W)}{\Psi(W)} \Rightarrow \Psi'(W) = -\rho \Pi'(W) \Psi(W), \\
\Psi''(W) &= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho \Pi'(W) \Psi'(W) \\
&= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho \Pi'(W) \Big(-\rho \Pi'(W) \Psi(W) \Big) \\
&= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho^2 (\Pi'(W))^2 \Psi(W).
\end{aligned}
$$

これらを (5.15) 式に代入すると

$$\max_{\gamma,\mu,a}\Bigg\{\Big[rW-u(\gamma)+h(a)\Big]\Big(-\rho\Pi'(W)\Psi(W)\Big)$$
$$+\frac{1}{2}\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2\Big[-\rho\Pi''(W)\Psi(W)-\rho^2(\Pi'(W))^2\Psi(W)\Big]$$
$$-\rho\Big[(1-\beta)q(a,\mu)N(0)-\gamma-c(\mu)\Big]\Psi(W)\Bigg\}=0$$

ここで両辺を $-\rho\Psi(W)$ で除すると

$$\max_{\gamma,\mu,a}\Bigg\{\Big[rW-u(\gamma)+h(a)\Big]\Pi'(W)+\frac{1}{2}\rho\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2(\Pi'(W))^2$$
$$+\frac{1}{2}\sigma^2N(0)^2y(a,\mu)^2\Pi''(W)+[(1-\beta)q(a,\mu)N(0)-\gamma-c(\mu)]\Bigg\}=0 \tag{5.16}$$

が得られる．□

5.6.5　数値例の計算

本項では，Fig. 5.3 に示された数値例の計算方法について，その概略を述べる．

関数及びパラメータを以下のように特定化する：

$$q(a,\mu)=a+\mu,\ u(\gamma)=\sqrt{\gamma},\ h(a)=0.5a^2+0.5a,\ c(\mu)=5\mu^2,$$
$$r=0.1,\ \beta=0.1,\ \rho=0.05,\ \sigma=1,\ N(0)=1,\ \eta=120.$$

このとき，HJB 方程式 (5.16) 式は

$$\max_{\gamma,\mu,a}\Bigg\{\Big[0.1W-\sqrt{\gamma}+(0.5a^2+0.5a)\Big]\Pi'(W)+0.5\rho y(a,\mu)^2(\Pi'(W))^2$$
$$+0.5y(a,\mu)^2\Pi''(W)+\Big[0.9(a+\mu)-\gamma-5\mu^2\Big]\Bigg\}=0. \tag{5.27}$$

まず，(5.9) 式から

$$y(a(t),\mu(t))=\frac{h'(a(t))}{q_a(a(t),\mu(t))N(0)}=a+0.5. \tag{5.28}$$

次に，SPF の最適購入サポートは (5.22) 式より，$0.9\mu-5\mu^2$ を最大化するので，その 1 階条件から

$$\mu=0.09. \tag{5.29}$$

従って，$q(a,\mu)=a+0.09$．さらに，AP の最適努力は (5.20) 式より

$$(0.5a^2+0.5a)\Pi'(W)+0.5\rho(a+0.5)^2(\Pi'(W))^2+0.5(a+0.5)^2\Pi''(W)+0.9(a+0.09)$$

を最大化するので，その 1 階条件から

$$\frac{d\Big[(0.5a^2+0.5a)\Pi'(W)+0.5\rho(a+0.5)^2(\Pi'(W))^2+0.5(a+0.5)^2\Pi''(W)+0.9(a+0.09)\Big]}{da}$$
$$=(a+0.5)\Pi'(W)+\rho(a+0.5)(\Pi'(W))^2+(a+0.5)\Pi''(W)+0.9=0$$
$$\Rightarrow a=-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.5. \tag{5.30}$$

最後に，SPF の最適配分は (5.21) 式より $-\sqrt{\gamma}\Pi'(W)-\gamma$ を最大化するので，その 1 階条件から

$$u(\gamma)=\sqrt{\gamma}=-\frac{\Pi'(W)}{2},\quad \gamma=\frac{(\Pi'(W))^2}{4}. \tag{5.31}$$

区間 $W\in[0,W^*]$ における最適化 HJB 方程式

最適化された HJB 方程式は (5.27) 式に (5.28) 式，(5.29) 式，(5.30) 式及び $\gamma=0$ を代入することにより

$$\begin{aligned}
&0.1W\Pi'(W)+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.5\right]^2\Pi'(W)\\
&+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.5\right]\Pi'(W)\\
&+0.5\rho\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}\right]^2(\Pi'(W))^2\\
&+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}\right]^2\Pi''(W)\\
&+0.9\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.41\right]-0.0405=0
\end{aligned}$$

となる．整理すると

$$\Pi''(W)=\frac{1.62}{0.4W\Pi'(W)-0.5\Pi'(W)-1.638}-\Pi'(W)-\rho(\Pi'(W))^2. \tag{5.32}$$

区間 $W\in(W^*,\infty)$ における最適化 HJB 方程式

最適化された HJB 方程式は (5.27) 式に (5.28) 式，(5.29) 式，(5.30) 式及び $\gamma=0$ を代入することにより

$$
\begin{aligned}
&0.1W\Pi'(W)+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.5\right]^2\Pi'(W)\\
&+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.5\right]\Pi'(W)\\
&+0.5\rho\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}\right]^2(\Pi'(W))^2\\
&+0.5\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}\right]^2\Pi''(W)\\
&+0.9\left[-\frac{0.9}{\Pi'(W)+\rho(\Pi'(W))^2+\Pi''(W)}-0.41\right]+\frac{(\Pi'(W))^2}{4}-0.0405=0
\end{aligned}
$$

となる．整理すると

$$
\Pi''(W)=\frac{1.62}{0.4W\Pi'(W)-0.5\Pi'(W)+(\Pi'(W))^2-1.638}-\Pi'(W)-\rho(\Pi'(W))^2 \tag{5.33}
$$

となる．

解約後の収益

解約後は (5.3) 式から $W=u(\eta\gamma)=\sqrt{\eta\gamma}$ であり，これと (5.31) 式から

$$
\frac{W}{\sqrt{\eta}}=\sqrt{\gamma}=-\frac{\Omega'(W)}{2}.
$$

この微分方程式を解くと

$$
\Omega(W)=-\frac{W^2}{\sqrt{\eta}}.
$$

$\eta=120$ より

$$
\Omega(W)=-\frac{W^2}{\sqrt{120}} \tag{5.34}
$$

となる．

解の計算

Scilab のコード

以下に Scilab のコードを示す．

(1) 区間 $W \in [0, W^*]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
rho=0.05;
function dPi=myfunc(W,Pi)
 dPi=zeros(2,1);
 dPi(1)=Pi(2);
 dPi(2)=1.62/(0.4*W*Pi(2)-0.5*Pi(2)-1.638)-Pi(2)-rho*(Pi(2))^2;
endfunction
W=0.0:0.001:1.155;
Pi=ode('rk',[0.0;2.01],0,W,myfunc);//pi'(0)=2.2
plot2d(W,Pi(1,:),1);
xgrid(2)
[W' Pi(1,:)' Pi(2,:)']
```

(2) 区間 $(W^*, \infty]$ における最適化 HJB 方程式の計算

```
clear
rho=0.05;
function dPi=myfunc(W,Pi)
 dPi=zeros(2,1);
 dPi(1)=Pi(2);
 dPi(2)=1.62/(0.4*W*Pi(2)-0.5*Pi(2)+(Pi(2))^2-1.638)-Pi(2)-rho*(Pi(2))^2;
endfunction
a=1.155  //gamma なしケースでの W^*の値
b=0.9653846  //gamma なしケースでの Pi^*の値
W=a:0.001:6.0;
Pi=ode('rk',[b;0.0],a,W,myfunc);
plot2d(W,Pi(1,:),2);
xgrid(2)
[W' Pi(1,:)' Pi(2,:)']
```

(3) 解約後の収益の計算

```
clear
delta=120
W=0.0:0.001:10;
Pi=zeros(1,1);
Pi=-1/sqrt(delta)*W^2;
p=-2/sqrt(delta)*W;
plot2d(W,Pi(1,:),5);
xgrid(2)
[W' Pi(1,:)' p(1,:)']
```

第 6 章

結論

6.1 本論文のまとめ

本論文では，プラットフォームが直面する問題のうち，取引インセンティブ問題に焦点を当て，市場内の取引量を拡大するように参加者にインセンティブを与えつつ自社への配分を最大化するためのプラットフォーム戦略について研究を行った．具体的には，プラットフォームと参加者の関係をプラットフォームをプリンシパル，参加者をエージェントとするプリンシパル-エージェント問題として捉え，連続時間プリンシパル-エージェント・モデルを適用した．また，抽象的な議論に陥らないようにするため，代表的な両面性市場である E-コマース，インターネット，スマートフォンの各市場を取り上げ，それぞれの市場特有のビジネスモデルやプラットフォームと参加者間の契約関係に基づき問題の定式化を行った．

本論文の成果をまとめると，以下の通りである．第 3 章では，E-コマース市場におけるモールと店舗の収益配分問題を，店舗の継続価値を唯一の状態変数とする確率最適制御問題として定式化し，解が存在すればそれが最適解となることを証明するとともに，解の存在については数値シミュレーションによって具体的に示した．さらに，比較静学の結果から，消費者数が多いモールに参加する店舗ほどより大きな努力を行い，その結果，モールはより大きな収益を得ることがわかった．このことは，既に大規模な企業がプラットフォームとなっている両面性市場に小規模な企業が参入しても勝算は高くなく，逆に，小規模や企業がプラットフォームとなっている両面性市場に後発の大企業がプラットフォームとして参入する場合は，成功する可能性があることを示唆している．

第 4 章では，ISP と CP の収益配分問題並びに ISP の投資問題を，CP の継続価値を唯一の状態変数とする確率最適制御問題として定式化した．定式化における第 3 章との違いは，制御

変数として新たにネットワーク投資が加えられたことである．ここでも，解が存在すればそれが最適解となることを証明するとともに，解の存在については数値シミュレーションによって具体的に示すことができた．得られた結果は，CP から ISP への収益再配分が，CP の努力水準と ISP の投資率，すなわちインターネット市場全体の生産水準を高める可能性があること，よって，レイヤ間の相互干渉を否定するネットワーク中立性の理念とは異なり，ISP のネットワーク拡大投資のために CP が収益の一部を配分することにも一定の合理性があり得ることを示唆している．

第 5 章では，スマートフォン市場におけるリスク回避的な SPF と AP の間の収益配分問題を，AP の継続価値を状態変数とするリスク-センシティブ確率制御問題として定式化した．その結果，この問題には有界で一意な解が存在することが示され，数値シミュレーションによって具体的に解を求めることができた．さらに，SPF のリスク感度が大きいほど，すなわち SPF がリスク回避的であるほど，SPF の値関数はより大きくなることが数値シミュレーションによって示された．両面性市場では，一般に，プラットフォームが市場内の種々の取引ルールを制定する立場にあり，他の市場参加メンバーに対してより強い交渉能力を有している．さらに，ネットワーク効果の存在によって，各メンバーは特定のプラットフォームにロックインされる傾向がある．スマートフォン市場は，プラットフォームの下位レイヤ側が電波資源の希少性のため少数の携帯電話会社による寡占市場となっており，上位側の SPF も特定企業に限られている．このため，スマートフォン市場ではプラットフォームによる AP への支配力が高く，従って，プラットフォームが AP にリスクを転嫁しやすい環境にあると言える．本章の結果は，スマートフォン市場のように AP にリスク転嫁が可能な両面性市場では，リスク回避的なプラットフォームが本章で提示した契約を AP と締結することによって，実際にリスク転嫁が行われ，プラットフォームはより高い収益を得られることを示唆している．

6.2　今後の展望

本論文は，これまで必ずしも十分な研究がなされていない取引インセンティブ問題を分析することで，両面性市場に関する研究の更なる発展に貢献することができた．また，プラットフォームと参加者の関係をプリンシパル=エージェントとして捉えることで，両面性市場の分析に新たな視点を加えることができたと考える．さらに，本論文で提示した定式化と HJB 方程式を用いた解法は，様々な両面性市場，あるいは戦略局面におけるプラットフォーム戦略を決定するためのベンチマークとして活用することが可能である．

本論文では，プラットフォームの独占性と参加者（サービスプロバイダ，エンドユーザ）の

同質性を仮定し，プリンシパルとエージェントがそれぞれ 1 名ずつのモデルを設定した．このようなシンプルな定式化は，問題の本質部分を浮き彫りにするとともに，分析をより容易にする．しかしながら，現実の両面性市場は，複数のプラットフォームが競合している状況，サービスプロバイダとエンドユーザのいずれか一方あるいは両方が複数のプラットフォームにマルチホーミングしている状況，同一プラットフォーム上で複数のサービスプロバイダが競合する状況など，極めて多様である．しかしながら，このような市場状況を分析するには，複数の非線形な HJB 方程式の解を同時に求める必要があり，解析的な求解のみならず，数値計算も複雑化する．これまでのところ，こうした問題に取り組んだ研究は見受けられないが，プラットフォーム間競争やマルチホーミングはプラットフォーム戦略の立案にとっては極めて重要なテーマであり，今後の研究が望まれる．

付録 A

プリンシパル＝エージェント理論

ここでは，本論文の方法論である「プリンシパル＝エージェント理論」について概観する．「プリンシパル」とは，自らが達成したい目的のために他者に対して何らかの行為の実施を委任する者で，その行為の実施を受任する者を「エージェント」と言う．エージェントは，ときに，プリンシパルの目的に反して，エージェント自身の利益や目的を優先した行動をとることがある．特に，情報の非対称性によりプリンシパルがエージェントの行動を完全に知り得ない場合にしばしば起こり得て，この現象を「モラルハザード moral hazard」という．また，このような問題を「プリンシパル＝エージェント問題」と言う．「プリンシパル＝エージェント理論」とは，プリンシパルがモラルハザードを回避するために，どのようなインセンティブをエージェントに与えればよいかについて考察する研究である．

モラルハザードはもともと保険用語として用いられていたが，Arrow(1963)[5] はこれを初めて経済学の問題として取り上げ，医療保険の普及が医療サービス需要の増大を招き，これが非対称情報の下で発生するインセンティブ問題であることを指摘した．その後，モラルハザードの問題は経営者と労働者，株主と経営者，投資家と起業家といった関係にも広く適用されるようになり，「情報の経済学」として 1 つの研究分野が確立されるようになる．情報の経済学では，Akerlof(1970)[2] の中古車市場における「レモン問題」の研究や Spence(1973)[98] の労働市場における「シグナリング」の研究などがなされていった．

レモン問題とシグナリングはいずれも両面性市場を捉える視点として重要な概念である．プラットフォームの両側の参加者間での情報の非対称性は，両面性市場に共通する特徴である．もし，プラットフォームがこの非対称性に対して有効な手立てを講じなければ，Akerlof(1970) が述べたようにグレシャムの法則が実現することになる．そのため，プラットフォームはエンドユーザに対し製品の品質を補償するための対策，例えばサービスプロバイダの審査や製品の

品質確認など，を取る必要がある．また，プラットフォームはサービスプロバイダに成り代わってエンドユーザに対してシグナリングを行っていると考えることができる．

モラルハザードが存在する状況でプリンシパルがエージェントに業務を遂行する場合，プリンシパルとエージェントの双方にコスト負担が生じる．Jensen and Meckling(1976)[60] はこのコストをエージェンシー・コスト agency costs と呼んだ．彼らによれば，エージェンシー・コストとは，1) エージェントの行為を監視するためにプリンシパルが負担する費用，2) エンドユーザがプリンシパルの不利益になる行為を規制するために負担する費用，3) エンドユーザの行動がプリンシパルの利益を最大化する最適行動から逸脱することによって生じる損失である．これは，第 2 章の 2.1.2 項で述べた取引コスト概念と同等である．

モラルハザードあるいはプリンシパル=エージェント問題は，「契約理論 contract theory」においても中心的なテーマとなっている．契約理論は Mirrlees と Vickrey が基礎を築いたとされ（伊藤 (2003)[58]），経済学における 1 分野となっている．契約理論が扱う問題においても情報の非対称性が存在する．そして，情報量の多い側（情報優位な側）が利己的に行動することで，情報劣位な側が不利にならないようにするためのインセンティブ問題を考える．契約理論の特徴は，この情報の非対称性とインセンティブ問題を解決するための仕組みのデザインに注目している点である．この仕組みを一般に契約と呼んでいる．すなわち，契約理論においては，プリンシパル=エージェント問題は，プリンシパルがエージェントにインセンティブを与えるための最適な契約をいかにデザインするかという問題として捉えられる．モラルハザードにかかる最適契約デザインの問題については Hart and Holmström(1987)[50] に詳しい．

両面性市場におけるプラットフォームが直面する取引インセンティブ問題と再配分問題には，モラルハザードが関連している．プラットフォームは市場内での取引量を拡大したいが，そのためには，特にサービスプロバイダによりよい製品やサービスを提供するよう努力してもらわなければならない．再配分はサービスプロバイダがより一層努力するインセンティブを与えるものでなければならないが，プラットフォームにはサービスプロバイダが実際にどれだけの努力を行っているか観察できない．ここにおいて，両面性市場とプリンシパル=エージェント問題の接点が生じる．

A.1　プリンシパル=エージェントの基本モデル

本節では，最も基本的なプリンシパル=エージェント・モデルを説明する．

プリンシパルとエージェントが共同でキャッシュフロー x を獲得する事業を開始するものとする．x は期待値 μ，分散 σ の正規分布に従い，密度関数を $f(x)$ とする．プリンシパルは

エージェントは報酬に関して契約を結び，その契約に基づきプリンシパルはエージェントに報酬 w を支払い，残余 $x-w$ を手にするものとする．両者の効用関数は以下であるとする：

$$\text{プリンシパルの効用：} U^P(x-w) = -\exp[-r_P(x-w)]$$
$$\text{エージェントの効用：} U^A(w) = -\exp[-r_A w].$$

ここで，r_P, r_A はプリンシパルとエージェントの絶対的リスク回避度である．また，その逆数であるリスク許容度を c_P, c_A で表す．さらに，$r_P < r_A (c_P > c_A)$ と仮定する．

報酬を x の関数として決めるとき，プリンシパルにとって最適な報酬関数 $w(x)$ を求める問題は次のように定式化できる：

$$\max_{w(x)} \mathbb{E}U^P = \int U^P(x-w(x))f(x)dx, \tag{A.1}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbb{E}U^A = \int U^A(w(x))f(x)dx \geq \underline{U}. \tag{A.2}$$

但し，$\underline{U}$ はエージェントの留保効用である．また，留保効用を実現する報酬を $\bar{w}$ とする．すなわち，$\underline{U} = -\exp[-r_A\bar{w}]$.

(A.1) 式，(A.2) 式からラグランジアンを求めると，

$$L = \int U^P(x-w(x))f(x)dx + \lambda\left[\int U^A(w(x))f(x)dx - \underline{U}\right]. \tag{A.3}$$

λ はラクランジェ乗数である．この最適化の 1 階条件は

$$\frac{U^{P\prime}(x-w(x)}{U^{A\prime}(w(x))} = \lambda, \quad \forall x. \tag{A.4}$$

これは全ての x についてプリンシパルとエージェントの限界効用の比が一定値 λ になることを示している．

(A.4) 式に効用関数を当てはめると，

$$\frac{r_P\exp[-r_P(x-w(x))]}{r_A\exp[-r_A w(x)]} = \lambda, \quad \forall x.$$

この両辺に $\frac{r_A}{r_P}$ を乗じると $\exp[-r_P(x-w(x)) + r_A w(x)] = \frac{r_A}{r_P}\lambda$ となるから，両辺の対数を取って整理すると

$$w(x)(r_A + r_P) = r_P x + \ln\left[\frac{r_A}{r_P}\lambda\right],$$

よって，次の報酬関数が得られる：

$$w(x) = \frac{r_P}{r_A + r_P}x + \frac{1}{r_A + r_P}\ln\left[\frac{r_A}{r_P}\lambda\right]. \tag{A.5}$$

また，プリンシパルの手元に残る残余は

$$x - w(x) = \frac{r_A}{r_A + r_P} x - \frac{1}{r_A + r_P} \ln\left[\frac{r_A}{r_P}\lambda\right]. \tag{A.6}$$

(A.5) 式，(A.6) 式の第 1 項は，確率的に変動するキャッシュフロー x を，プリンシパルとエージェントのリスク回避度の合計に対するそれぞれの比に応じて配分することが最適であることを示している．もし，プリンシパルがリスク中立的，すなわち $r_P = 0$ で，エージェントがリスク回避的，すなわち $r_A > 0$ であれば，報酬は x に依存せず固定額になり，従って，プリンシパルが全てのリスクを負担することになる．

第 2 項は x の実現値に関係なくどちらか一方が他方に一定額を支払うことを意味している．その一定額は限界効用の比 λ とリスク回避度の比 $\frac{r_A}{r_P}$ によって決まり，$\lambda > 0$ より，$\frac{r_A}{r_P} > 1 \Rightarrow \ln\left[\frac{r_A}{r_P}\right] > 0$ ならばプリンシパルからエージェントに支払いがなされ，$\frac{r_A}{r_P} < 1 \Rightarrow \ln\left[\frac{r_A}{r_P}\right] < 0$ ならばエージェントからプリンシパルに支払いがなされることになる．

次に，期待効用と確実性等価について述べる．簡単のため $\alpha = \frac{1}{r_A+r_P} \ln\left[\frac{r_A}{r_P}\lambda\right], \beta = \frac{r_P}{r_A+r_P}$ とおく．すると，報酬は $w(x) = \alpha + \beta x$ となり，エージェントの効用は $U^A(\alpha + \beta x) = -\exp[-r_A(\alpha + \beta x)]$ となる．従って，エージェントの期待効用は，x が正規分布に従うので

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E}U^A(\alpha + \beta x) \\
&= \int -\exp[-r_A(\alpha + \beta x)] \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \\
&= \int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[-\exp[-r_A(\alpha + \beta x) - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \\
&= -\exp\left[-r_A\left(\alpha + \beta\mu - \frac{r_A\beta^2\sigma^2}{2}\right)\right] \int \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu+r_A\beta\sigma^2)^2}{2\sigma^2}\right] dx \\
&= -\exp\left[-r_A\left(\alpha + \beta\mu - \frac{r_A\beta^2\sigma^2}{2}\right)\right]. \qquad \text{(A.7)}
\end{aligned}$$

確実性等価 CE とは，期待効用と同一の効用をもたらす確実な金額を言う．すなわち，

$$\mathbb{E}U^A(\alpha + \beta x) = U^A(\mathrm{CE}^A) = -\exp(-r_A \mathrm{CE}^A). \tag{A.8}$$

(A.7) 式，(A.8) 式及びエージェントの参加制約 (A.2) 式より

$$\mathrm{CE}^A = \alpha + \beta\mu - \frac{r_A\beta^2\sigma^2}{2} = \bar{w}. \tag{A.9}$$

$\alpha + \beta\mu$ は報酬の期待値で，期待値と確実性等価との差 $\frac{r_A\beta^2\sigma^2}{2}$ をリスクプレミアムという．同様にして，プリンシパルの確実性等価は

$$\mathrm{CE}^P = -\alpha + (1-\beta)\mu - \frac{r_P(1-\beta)^2\sigma^2}{2}$$

となる．

さて，これまでは x の確率分布は外生的に与えられるものとしてきたが，以下では，エージェントの努力によっても変化するものとする．ここでは，x の期待値 μ をエージェントの制御変数とし，x の確率密度を μ を所与とする条件付密度関数 $f(x|\mu)$ とする．そして，エージェントの努力 μ の増加は x の期待値 $\mathbb{E}[x|\mu]$ を増加させるものと仮定する．一方，エージェントは努力を行うと費用 $c(\mu)$ を負担しなければならないものとする．プリンシパルは x は観察可能だが，エージェントが実際にどれだけの努力を行ったかはわからない．この状況で，プリンシパルはエージェントに可能な限り努力をさせたい．なお，プリンシパルはリスク中立的，エージェントはリスク回避的と仮定する．

最初にプリンシパルがエージェントの努力を観察可能な場合をベンチマークとして検討する．このとき，プリンシパルの問題は次のように定式化できる：

$$\max_{w(x)} \mathbb{E}U^P = \int (x - w(x)) f(x|\mu) dx, \tag{A.10}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbb{E}U^A = \int U^A(w(x)) f(x|\mu) dx - c(\mu) \geq \underline{U}. \tag{A.11}$$

前と同様にラグランジアンを求めると，最適化の 1 階条件から以下が得られる：

$$\frac{1}{U^{A\prime}(w(x))} = \lambda, \quad \forall x. \tag{A.12}$$

従って，全ての x に対して $U^{A\prime}(w(x))$ が一定，すなわち $w(x)$ がある一定値 w^* をとる（U^A は単調関数であるから）．このことは，確率的に変動するキャッシュフロー x から生じるリスクはプリンシパルが全て負担することを意味する．

これに対して，プリンシパルがエージェントの努力を観察できなければ，報酬が定額だとエージェントは努力を怠る恐れがある．つまり，モラルハザードが発生する．それを避けるためには，エージェントが努力するほど自らの期待効用が高くなるように報酬を設定する必要がある．そのためには，プリンシパルの問題に以下の制約条件を付加すればよい：

$$\int U^A(w(x)) f_\mu(x|\mu) dx - c'(\mu) = 0.$$

但し，$f_\mu(x|\mu) = \frac{\partial f(x|\mu)}{\partial \mu}$．これを誘因両立条件という．プリンシパルはエージェントの誘因両立条件を満たしつつ，プリンシパルの期待効用を最大化するように報酬を設定しなければならない．従って，プリンシパルの問題は以下のようになる：

$$\max_{w(x)} \mathbb{E}U^P = \int (x - w(x)) f(x|\mu) dx, \tag{A.10}$$

$$\text{s.t.} \quad \int U^A(w(x)) f(x|\mu) dx - c(\mu) \geq \underline{U}. \tag{A.11}$$

$$\text{s.t.} \quad \int U^A(w(x)) f_\mu(x|\mu) dx - c'(\mu) = 0. \tag{A.13}$$

ラグランジアンは

$$\begin{aligned} L = &\int (x - w(x)) f(x|\mu) dx + \lambda \left[\int U^A(w(x)) f(x|\mu) dx - c(\mu) - \underline{U} \right] \\ &+ \eta \left[\int U^A(w(x)) f_\mu(x|\mu) dx - c'(\mu) \right]. \end{aligned} \tag{A.14}$$

λ, η はラグランジェ乗数である．ラグランジアンを $w(x)$ に関して微分し，最適化の 1 階条件を求めると

$$\frac{1}{U^{A\prime}(w(x))} = \lambda + \eta \frac{f_\mu(x|\mu)}{f(x|\mu)} \tag{A.15}$$

となる．(A.15) 式は (A.12) 式と異なり，報酬は x に依存している．これは，エージェントにもリスクを負担させることを意味するが，そのためにはエージェントにリスクプレミアムを支払う必要がある．(A.15) 式と (A.12) 式の差がそれに当たる．

A.2　動学的プリンシパル=エージェント・モデル

前項で示した基本モデルは静学的であった．しかしながら，両面性市場における取引インセンティブ問題においては，プラットフォームも参加者も一定期間（無限期間も含む）における総取引量を考慮して意思決定を行うことが通常であることから，動学的なフレームワークを用いて考察するのが望ましい．

動学的，特に連続時間プリンシパル-エージェント・モデルは，Holmström and Milgrom(1987)[55] によって導入され，Schattler and Sung(1993)[92]，Schattler and Sung(1997)[93]，Sung(1995)[100] らが発展させた．また，Hellwig and Schmidt(2002)[52] は離散時間プリンシパル=エージェント・モデルが Holmström and Milgrom(1987) モデルに収束するための条件について考察している．これらは効用関数を指数関数に特定化して分析しているが，一般的な効用関数を前提とした連続時間モデルを Sannikov(2008)[90] が定式化している．

以下では，Holmström and Milgrom(1987) のモデルと Sannikov(2008) のモデルについて説明する．

■ Holmström and Milgrom(1987) モデル

計画期間を $t \in [0, \mathcal{T}]$ で考える．

R, r をそれぞれプリンシパルとエージェントの絶対的リスク回避度とし，プリンシパルとエージェントは以下の効用関数を持つものとする．

$$v(y) = -\exp(-Ry),$$
$$u(y) = -\exp(-ry).$$

時刻 t における立証可能な成果を $Z(t)$ とする．$Z = (Z_1, \cdots, Z_N)$ は N 次元ベクトルとする．エージェントの時刻 t における行動を $\mu(t)$ とする．μ はベクトルで，$\mu \in M \subset \mathbb{R}^N$．エージェントが行動 μ をとるときにエージェントが負担する費用を $c(\mu)$ とする．$c(\mu)$ は凸かつ連続微分可能とする．

時刻 $t \in [0, \mathcal{T}]$ における成果ベクトル $Z(t)$ は以下のように決まるものとする．

$$dZ(t) = \mu(t)dt + dB(t). \tag{A.16}$$

ここで，$B(t)$ は N 次元のブラウン運動で，共分散行列 Σ を持ち，$B(0) = 0$，かつ $\forall t' > t, \mathrm{Var}\big(B(t') - B(t)\big) = (t' - t)\Sigma$ *1．

時刻 t における成果は t までのエージェントの行動の累積と，エージェントには制御できない要因との和によって決まると仮定される．

時刻 t までの $Z(t)$ の変遷 history をベクトル Z^t で表す．すなわち，

$$Z^t = \{Z(\tau); \tau \leq t\}.$$

エージェントは毎時刻 t において，それまでの historyZ^t を観察してから行動 $\mu(t)$ を決定する．一方，プリンシパルがデザインする分配ルールは，計画期間終了時の history$Z^{\mathcal{T}}$ に依存させるものとする．分配ルールを $s(Z^{\mathcal{T}})$ とすると，プリンシパルの収入は $\sum_{i=1}^N Z_i(\mathcal{T})$ であり，効用は

$$\mathbb{E}\left[v\left(\sum_{i=1}^N Z_i(\mathcal{T}) - s(Z^{\mathcal{T}})\right)\right]$$

で与えられる．また，エージェントの効用は

$$\mathbb{E}\left[u\left(s(Z^{\mathcal{T}}) - \int_0^{\mathcal{T}} c\big(\mu(t)\big)dt\right)\right]$$

*1　つまり，$B(t') - B(t) \sim \mathcal{N}(0, (t' - t)\Sigma)$．

となる.

ここで，簡単化のため $\mathcal{T}=1$ とする.

このとき，次の定理が成立する.

定理 A.1

確率過程 $\{\mu(t); 0 \leq t \leq 1\}$ は，以下が成立するとき，かつそのときに限り，確実性等価 w で分配ルール $s(Z^1)$ によって遂行される：

$$\begin{aligned} s(Z^1) = w &+ \int_0^1 c\bigl(\mu(t)\bigr)dt + \left\{\int_0^1 c'\bigl(\mu(t)\bigr)^T dZ - \int_0^1 c'\bigl(\mu(t)\bigr)^T \mu(t)dt\right\} \\ &+ \frac{r}{2}\int_0^1 c'\bigl(\mu(t)\bigr)^T \Sigma c'\bigl(\mu(t)\bigr)dt. \end{aligned} \tag{A.17}$$

但し，^{T} はベクトルの転置，また，$c'\bigl(\mu(t)\bigr) = \Bigl(c_1\bigl(\mu(t)\bigr), \cdots, c_N\bigl(\mu(t)\bigr)\Bigr)$, $c_i\bigl(\mu(t)\bigr) = \frac{\partial c(\mu)}{\partial \mu_i}$.

(A.17) 式の最初の 2 項は，望ましい確実性等価とエージェントが指示に従って行動するときに負担する費用を補償する．{　} 内の最初の積分の $c'\bigl(\mu(t)\bigr)^T dZ$ は時刻 t において努力 $\mu(t)$ を選択させるためのインセンティブである．この期待値は $c'\bigl(\mu(t)\bigr)^T \mu(t)dt$ となるため，{　} の項の期待値は 0 となる．最後の項は，エージェントのリスク負担を補償するためのリスク・プレミアムである.

定理 A.1 は，所与の行動 $\{\mu(t); 0 \leq t \leq 1\}$ に対する分配ルールの満たすべき条件を与えている．残されたプリンシパルの問題は，どのような行動を選択させるかである．プリンシパルの問題は非負の確実性等価を遂行する分配ルール s の制約の下で，プリンシパルの効用 $\mathbb{E}\left[v\left(\sum_{i=1}^N Z_i(1) - s(Z^1)\right)\right]$ を最大化する努力 $\{\mu(t); 0 \leq t \leq 1\}$ と分配ルール s を選択することである．すなわち，次の μ^* を選択することである：

$$\mu^* = \arg\max_{\mu} \left\{\sum_{i=1}^N \mu_i - \left[w + c(\mu) + \frac{1}{2}rc'(\mu)^T \Sigma c'(\mu)\right]\right\}.$$

{　} 内は定理で与えられた $s(Z^1)$ で[*2]，目的関数はエージェントが毎時刻同一の行動 μ を選択したときのプリンシパルの確実性等価である．このとき，以下の定理が成り立つ.

定理 A.2

プリンシパルの問題の最適解は，$\mu(t) = \mu^*$ 及び

$$s^*(Z^1) = w + c(\mu^*) + c'(\mu^*)^T(Z(1) - \mu^*) + \frac{1}{2}rc'(\mu^*)^T \Sigma c'(\mu^*) \tag{A.18}$$

[*2] 期待値をとっているので，(A.17) 式の {　} 内は消え去る.

で与えられる．

定理 A.2 によれば，エージェントに毎期同じ行動 μ^* を選択させることがプリンシパルにとって望ましくなる．そして，分配スケジュールは $Z(1)$ にのみ依存する単純な線形契約になる．プリンシパルは変遷 Z^1 を観察できるにもかかわらず，その最終的な総額のみを情報として用いることになる．

■ **Sannikov(2008) モデル**

時刻 t までの成果の合計 $X(t)$ が，以下のブラウン運動に従うものとする．

$$dX(t) = A(t)dt + \sigma dZ(t).$$

ここで，$A(t)$ はエージェントの選択する努力水準で，$Z = \{Z(t), \mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ は $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{Q})$ 上の標準ブラウン運動，σ は定数とする．但し，Ω は $Z(t)$ が値を取り得る全集合で $\mathcal{F}$ は Ω 上の σ-加法族，$\mathcal{Q}$ は $\mathcal{F}$ 上の確率測度であり，3 つ組 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{Q})$ は確率空間を示す．エージェントの努力水準は $\mathcal{F}(t)$ 可測な確率過程 $A = \{A(t) \in \mathcal{A}, 0 \leq t < \infty\}$ で，実行可能な努力水準集合 $\mathcal{A}$ はコンパクトで最小値 0 を持つ．エージェントは $A(t)$ の水準の努力を投入するのに $h(A(t))$ の費用を被るものとする．この費用は消費にかかる効用と同一の単位で測られ，$h : \mathcal{A} \to \mathfrak{R}$ は連続で増加かつ凸とする．$h(0) = 0$ と正規化し，$h(a) \geq \gamma_0 a, \forall a \in \mathcal{A}$ となる $\gamma_0 > 0$ が存在するものとする．

成果の確率過程 $X(t)$ はプリンシパル及びエージェントの双方が観測可能であるとする．プリンシパルはエージェントの努力水準 $A(t)$ を観察できず，成果 $X(t)$ の観測結果を用いてエージェントに努力への意識付けを行う．プリンシパルはエージェントに対して，プリンシパルが観測できる成果に基づいて決められる非負の賃金フロー $C(t) \in [0, \infty)$ を提示する．エージェントの効用は下限を持ち，$u(0) = 0$ と正規化されているものとする．また，効用 $u : [0, \infty) \to [0, \infty)$ は増加かつ凹の C^2 級の関数で，$c \to \infty$ ならば $u'(c) \to 0$ を満たすものとする．

簡単化のため，プリンシパルとエージェント共に利得と効用を利率 r で割り引くものとする．エージェントが努力水準 $A(t), 0 \leq t < \infty$ を選択するとき，期待効用は

$$E\left[r\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(C(t)) - h(A(t))\Big)dt\right]$$

で与えられ，プリンシパルの平均利得は

$$E\left[r\int_0^\infty e^{-rt}dX(t) - r\int_0^\infty e^{-rt}C(t)dt\right] = E\left[r\int_0^\infty e^{-rt}(A(t) - C(t))dt\right]$$

で与えられる．積分の前の r は，全期間の総利得を利得フローと同じスケールに正規化するために付けられている．

努力過程 $\{A(t), 0 \leq t < \infty\}$ はエージェントの総期待効用が最大化されているならば，$\{C(t), 0 \leq t < \infty\}$ に関して誘因両立性が成り立っているものとする．

さて，プリンシパルの問題は，現時点においては不確実な成果に依存する賃金フロー $\{C(t), 0 \leq t < \infty\}$ と誘因両立的な努力水準 $\{A(t), 0 \leq t < \infty\}$ が，プリンシパルの利得

$$\mathbb{E}\left[r\int_0^\infty e^{-rt}(A(t) - C(t))dt\right] \tag{A.19}$$

を，エージェントに対して留保効用 $\hat{W}$ 以上の価値

$$\mathbb{E}\left[r\int_0^\infty e^{-rt}\Big(u(C(t)) - h(A(t))\Big)dt\right] \geq \hat{W} \tag{A.20}$$

を提供するという制約の下で，最大化することである．

この最大化問題を解くにあたり，最適契約は 1 次元の状態変数であるエージェントの継続価値 W_t について書かれるものとする．継続価値とは，ある時点 t 以降の将来に渡ってエージェントが得るとプリンシパルが期待する総期待効用である．最適契約では，$W(t)$ はエージェントがいくら支払われ，どれだけの努力水準を選択し，そして $W(t)$ 自体が実現した成果に伴いどのように変化するを記述する唯一の状態変数の役割を演じている．プリンシパルは，契約をデザインするにあたり，エージェントの賃金フロー $c(W)$，プリンシパルが推奨する努力水準 $a(W)$，そして成果の経路 $X(t)$ によって変動する $W(t)$ の挙動の法則を特定化しなければならない．

ここで，プリンシパルは任意の価値 $W \in [0, u(\infty)), u(\infty) = \lim_{c\to\infty} u(c)$ を有するエージェントを解雇することができるものとする．$u(c)$ を持つエージェントを解雇する際，プリンシパルはエージェントに対して，一定額 c を与え，努力水準の選択を 0 とすることを許す．エージェントを解雇するときのプリンシパルの利得を

$$F_0\big(u(c)\big) = -c$$

で表す．

エージェントの賃金 $c(W)$ と推奨された努力水準 $a(W)$ が与えられたときのエージェントの継続価値 $W(t)$ は

$$dW(t) = r\big(W(t) - u(c(W(t))) + h(a(W(t)))\big)dt + rY(W(t))\underbrace{(dX(t) - a(W(t))dt)}_{\sigma dZ(t)} \tag{A.21}$$

と表される．ここで，$rY(W)$ はエージェントの継続価値の成果に対する感度である．エージェントが推奨された水準の努力を行うとき，$dX(t)-a(W(t))dt$ は平均 0 をとり，$r\big(W(t)-u(c(W(t)))+h(a(W(t)))\big)$ はエージェントの継続価値のドリフトとなる．$W(t)$ は利率 r で増加し，エージェントへの賃金支払い $r(u(c(W(t)))+h(a(W(t))))$ 分だけ減少する．エージェントが解雇された後は，エージェントは努力をやめ一定値の効用 $ru(c(W(t)))=rW(t)$ を受け取る．

エージェントの誘因両立制約を満たす努力水準は

$$a=\arg\max_{a'\in\mathcal{A}}\Big[rY(W(t))a'(W(t))-rh(a'(W(t)))\Big] \tag{A.22}$$

である．

エージェント価値が W のときに，プリンシパルが得られる最大の利得を $F(W)$ とする．関数 $F(W)$ は，$a(W)$ と $c(W)$ が最適に選択されるとき，HJB 方程式

$$rF(W)=\max_{a>0,c}\left[r(a-c)+F'(W)r(W-u(c)+h(a))+\frac{F''(W)}{2}r^2\gamma(a)^2\sigma^2\right] \tag{A.23}$$

を満たす．プリンシパルの問題の最適解はこの HJB 方程式を満たさなければならない．さらに，最適解は初期条件

$$F(0)=0 \tag{A.24}$$

及び，次のバリューマッチング条件並びにスムース・ペイスティング条件

$$F(W_{gp})=F_0(W_{gp}),\quad F'(W_{gp})=F_0'(W_{gp}) \tag{A.25}$$

を満たなければならない．点 $W_{gp}>0$ は解約時の継続価値である．エージェントの消費 $c:(0,W_{gp})\to[0,\infty)$ 及び努力 $a:(0,W_{gp})\to\mathcal{A}$ は (A.23) 式を最大化する．

以上をまとめると次の定理になる．

定理 A.3

プリンシパルに正の利益を与える最適契約は，(A.23) 式，(A.24) 式及び (A.25) 式を満たす唯一の凹関数 $F\geq F_0$ によって特徴づけられる．エージェントの初期の価値が $W(0)>W_{gp}$ であるなら，$F_0<0$ がプリンシパルの利益の上限となる．もし $W(0)\in[0,W_{gp}]$ ならば，最適契約は $F(W(0))$ の利益をもたらす．このような契約は，$W(0)$ を初期値とし，支払い $C(t)=c(W(t))$ と努力 $A(t)=a(W(t))$ の下で，解雇される時点 τ までの期間において以下のように展開する状態変数としてのエージェントの継続価値に基づく．

$$dW(t)=r(W(t)-u(C(t))+h(A(t)))dt+r\gamma(A(t))(dX(t)-A(t)dt). \tag{A.26}$$

解雇は，$W(t)$ が初めて 0 若しくは W_{gp} に到達した時点で発生する．解雇された後は，エージェントは一定の賃金 $-F_0(W_\tau)$ を得て，努力は 0 となる．

プリンシパルの問題は以下のように整理できる：

$$rF(W) = \max_{a>0,c}\left[r(a-c) + F'(W)r(W - u(c) + h(a)) + \frac{F''(W)}{2}r^2\gamma(a)^2\sigma^2\right] \tag{A.23}$$

subject to

$$dW(t) = r\big(W(t) - u(c(W(t))) + h(a(W(t)))\big)dt + rY(W(t))\underbrace{(dX(t) - a(W(t))dt)}_{\sigma dX(t)}, \tag{A.21}$$

$$a = \arg\max_{a'\in\mathcal{A}} rY(W(t))a'(W(t)) - rh(a'(W(t))) \tag{A.22}$$

$$W(0) \geq \hat{W}, \tag{A.20}$$

$$F(0) = 0, \tag{A.24}$$

$$F(W_{gp}) = F_0(W_{gp}), \quad F'(W_{gp}) = F_0'(W_{gp}). \tag{A.25}$$

(A.23) 式からエージェントの最適努力は

$$ra + rh(a)F'(W) + r^2\sigma^2\gamma(a)^2\frac{F''(W)}{2} \tag{A.27}$$

を最大化する．ここで，ra は成果の期待フロー，$-rh(a)F'(W)$ はエージェントの努力コストに対する補償費用，そして，$-r^2\sigma^2\gamma(a)^2\frac{F''(W)}{2}$ は不確実性に晒されたエージェントにインセンティブを与えるための費用である．

最適賃金は

$$-c - F'(W)u(c) \tag{A.28}$$

を最大化する．エージェントの賃金は，試用期間 $[0, W^{**}]$ において $F'(W) \geq -\frac{1}{u'(0)}$ なるときは 0 であり，W^{**} 以上の範囲では $F'(W) = -\frac{1}{u'(c)}$ に従い，W が大きくなるにつれ増加する．$\frac{1}{u'(c)}$ と $-F'(W)$ はそれぞれ，当該時点でのエージェントへの賃金支払いにかかる限界費用とエージェントの継続価値にかかる限界費用である．これらの限界費用は最適契約の下では，試用期間を除いて，一致していなければならない．

最適解は，(A.27) 式及び (A.28) 式の最適化の 1 階条件から最適努力と最適賃金を求め，それを HJB 方程式 (A.23) 式に代入し，それを境界条件 (A.25) 式，(A.25) 式の下で解くことによって求められる．但し，多くの場合解析的に解を求めることは困難であり，数値計算を行うことになる．

付録 B

リスク-センシティブ確率最適制御

付録 A で見た Holmstrom and Milgrom(1987)[55] の連続時間プリンシパル=エージェント・モデルでは，評価汎関数である効用関数として収益にリスク回避度（リスク-センシティビティ）を乗じたものの指数関数をとっているが，このように効用関数を確率項を含む状態方程式を制約条件として最適化する問題は，「リスク-センシティブ確率制御問題」[*1] と言われる．

リスク-センシティブ確率最適制御は標準的な LQG (Linear-Quadratic-Gaussian) 制御の特別な場合として，LQG 制御と対比して論じられてきた．LQG 制御問題では，通常，評価汎関数は以下の 2 次形式で与えられる：

$$J(u) = \mathbb{E}\left\{\int_{t_0}^{\mathcal{T}} \left[x^T(t)M(t)x(t) + u^T(t)N(t)u(t)\right] dt + x^T(\mathcal{T})Fx(\mathcal{T})\right\}$$

但し，$F, M(\cdot) \geq 0, N(\cdot) > 0$ は対称マトリックスである．しかしながら，経済学や経営学の応用分野においては，評価関数として指数関数が用いられることが多い．Jacobson(1973)[59] は確率制御問題において指数関数型の評価関数を導入した．

今，状態方程式

$$dx(t) = Ax(t)dt + Cu(t)dt + Gdw(t) \tag{B.1}$$

（但し，$w(t)$ は共分散マトリックス Q を持つブラウン運動）に対して，評価汎関数を

$$J_\sigma(u) = \mathbb{E}\big\{\sigma \exp(\sigma V_0(u))\big\} \tag{B.2}$$

*1 risk-sensitive stochastic optimal control の訳である．長井 2000[77] はこれを「リスク鋭感的確率最適制御」と訳しており，また，大住 (2002)[78] では「リスク鋭敏型制御」としており，日本語文献の表現には揺らぎが見られるので，本論文ではそのまま「リスク-センシティブ」と記述することとした．

とする．ここで，

$$V_0(u) = \mathbb{E}\left\{\int_{t_0}^{\mathcal{T}} \left[x^T(t)Mx(t) + u^T(t)Nu(t)\right] dt + x^T(\mathcal{T})Fx(\mathcal{T})\right\}$$

であり，σ は $+1$ または -1 をとるパラメータである．(B.2) 式を最小にする制御問題をLEQG (Linear-Exponential-Quadratic-Gaussian) 問題と呼ぶ．

LEQG 問題は Whittle(1981)[105] によって「リスク-センシティブ確率最適制御問題」であることが指摘された．これは評価汎関数

$$J_R(u) = -\frac{1}{\theta}\ln\mathbb{E}\big\{\exp(-\theta V_0(u))\big\} \tag{B.3}$$

を最小にする $\{u(t)\}$ を決定する問題である．パラメータ θ はリスク感度と呼ばれる．θ の値によって，問題は $\mathbb{E}\big\{\exp(-\theta V_0(u))\big\}$ を最大あるいは最小にする $\{u(t)\}$ を見い出す問題になる．θ がごく小さい値であれば，(B.3) 式は

$$J_R(u) = \mathbb{E}\{V_0(u)\} - \frac{1}{2}\theta\mathbb{E}\{[V_0(u) - \mathbb{E}\{V_0(u)\}]^2\} + O(\theta^2) \tag{B.4}$$

のように展開できる．右辺第 1 項は LQG 問題の評価汎関数で，第 2 項は評価汎関数の分散である．つまり，この問題は評価汎関数を最小化するとともに，その分散をも最小化する問題となる．

以下では，Başar and Bernhard(1995)[12] に従い，リスク-センシティブ確率最適制御の解析方法について概説する．

状態方程式が次の確率微分方程式で表されている確率制御問題を考える：

$$dx(t) = f_1(t, x(t), u(t))dt + \sqrt{\frac{\varepsilon}{2\gamma^2}}Ddw(t); \quad x(t)|_{t=0} = x(0). \tag{B.5}$$

ここで，$w(t), t \geq 0$ は n 次元標準ウィーナー過程（ブラウン運動）で，ε はリスク感度で小さな正のパラメータ，γ は正のパラメータ，そして $u(t) \in U, t \geq 0$ は制御過程で，確率過程 $x(t), t \geq 0$ によって生成される σ-加法族に適合している．また，関連する制御法則を μ で表され，対応する制御法則空間を $\mathcal{M}$ で表すものとする．目的はパフォーマンスの評価関数 $J(\mu; 0, x(0))$ を最小化する制御法則を選ぶことである．ここで，

$$J(\mu; t, x(t)) := \varepsilon\ln\mathbb{E}\left\{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[q(x(t_f)) + \int_t^{t_f} g(s, x(s), u(s))ds\right]\right\} \tag{B.6}$$

で，$x(t)$ の観測値の条件付期待値である．

次の条件を置く．

(i) 関数 f_1 と g は $(t,x,u) \in [0,t_f] \times \mathbb{R}^n \times U$ において連続微分可能であり，q は $x \in \mathbb{R}^n$ において 2 回連続微分可能，q と g は非負とする．

(ii) D は $(t,x) \in [0,t_f] \times \mathbb{R}^n$ において連続微分可能で，$DD' > 0$ とする．

(iii) f_1, f_{1x}, g, g_x, q_x は $[0,t_f] \times \mathbb{R}^n \times U$ の範囲に制約されているものとする

(iv) U は閉集合で $\mathbb{R}^n$ の部分集合とする．

次に，

$$V(t;x) := \inf_{\mu \in \mathcal{M}} J(\mu;t,x) := \varepsilon \ln \psi(t;x) \tag{B.7}$$

とする．ここで，$\psi(t;x)$ は

$$\mathbb{E}\left\{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[q(x(t_f)) + \int_t^{t_f} g(s,x(s),u(s))ds\right]\right\}$$

に対応する値関数である．条件 (i)-(iv) の下で，$\psi(t;x)$ は t に関し連続微分可能で，x に関して 2 回連続微分可能である．これに，動的計画法における最適性原理と伊藤の微分法則を適用すると，次式が得られる：

$$\begin{aligned}
&\inf_u \left\{d\psi(t;x(t)) + \frac{1}{\varepsilon}g(t,x(t),u(t))\psi(t;x(t))dt\right\} = 0 \\
&\Rightarrow \inf_{u\in U}\biggl\{\psi_t(t;x(t)) + \psi_x(t;x(t))f_1(t,x(t),u(t)) + \frac{\varepsilon}{4\gamma^2}\mathrm{Tr}\bigl[\psi_{xx}(t;x(t))DD'\bigr] \\
&\qquad + \frac{1}{\varepsilon}g(t,x(t),u(t))\psi(t;x(t))\biggr\} = 0, \quad \psi(t_f;x(t)) \equiv \exp\frac{1}{\varepsilon}q(x(t)).
\end{aligned} \tag{B.8}$$

ここで，(B.8) 式の前半は以下のように導出される：動的計画法による再帰方程式は

$$\begin{aligned}
\psi(t;x(t)) &= \inf_u \mathbb{E}\left\{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[q(x(t_f)) + \int_t^{t_f} g(s,x(s),u(s))ds\right]\right\} \\
&= \inf_u \mathbb{E}\biggl\{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[\int_t^{t+\Delta t} g(s,x(s),u(s))ds\right] \\
&\qquad \cdot \underbrace{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[q(x(t_f)) + \int_{t+\Delta t}^{t_f} g(s,x(s),u(s))ds\right]}_{\psi(t+\Delta t;x+\Delta x)}\biggr\} \\
&= \inf_{\substack{u \\ t\le s\le t+\Delta t}} \mathbb{E}\left\{\exp\frac{1}{\varepsilon}\left[\int_t^{t+\Delta t} g(s,x(s),u(s))ds\right]\right\}\psi(t+\Delta t;x+\Delta x) \\
&= \inf_{\substack{u \\ t\le s\le t+\Delta t}} \mathbb{E}\left\{1 + \frac{1}{\varepsilon}g(t,x(t),u(t))\Delta t\right\}\Bigl(\psi(t;x(t)) + \Delta\psi(t;x(t))\Bigr)
\end{aligned}$$

$$= \inf_{\substack{u \\ t \le s \le t+\Delta t}} \left\{ \psi(t;x(t)) + \Delta\psi(t;x(t)) + \frac{1}{\varepsilon} g(t,x(t),u(t))\psi(t;x(t))\Delta t \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\varepsilon} g(t,x(t),u(t))\Delta t \Delta\psi(t;x(t)) \right\}.$$

ここで，$\Delta t \to 0$ とすると

$$\psi(t;x(t)) = \inf_u \left\{ \psi(t;x(t)) + d\psi(t;x(t)) + \frac{1}{\varepsilon} g(t,x(t),u(t))\psi(t;x(t))dt \right.$$
$$\left. + \underbrace{\frac{1}{\varepsilon} g(t,x(t),u(t))dtd\psi(t;x(t))}_{=0} \right\}.$$

伊藤微分により $dtdt = 0, dtd\psi = 0$ だから，

$$\inf_u \left\{ d\psi(t;x(t)) + \frac{1}{\varepsilon} g(t,x(t),u(t))\psi(t;x(t))dt \right\} = 0.$$

また，後半は以下のように導出される：伊藤の公式を用いると，

$$d\psi(t;x(t)) = \left\{ \psi_t(t;x(t))dt + f_1(t,x(t),u(t))\psi_x(t;x(t)) + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{2\gamma^2}\mathrm{Tr}\big[\psi_{xx}(t;x(t))DD'\big] \right\} dt$$
$$+ \sqrt{\frac{\varepsilon}{2\gamma^2}} D\psi_x(t;x(t))db_t$$

となる．但し，$n \times n$ 行列 $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), i,j = 1,\cdots,n$ について

$$\mathrm{Tr}AB = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}b_{ij}$$

である（Fleming and Soner(2006)[38] の 156 ページ (3.1) 式より）．期待値をとっているので，右辺の最後の項はゼロとなるから，これを $\Rightarrow$ の前の式に代入すると後ろの式が得られる(両辺を dt で除している)．

これは uniformly parabolic PDE（一様放物型偏微分方程式）である（$DD' > 0$ より）から，条件 (i)-(iv) の下で，この 2 階 PDE は一意の有界な正値解を持つ（Fleming and Soner[38] の定理 IV.4.1（162 ページ）より）．

さて，V は単調変換 (B.7) 式によって ψ と関連づけられているので，V は ψ と同様の滑らかな uniformly parabolic PDE（一様放物型偏微分方程式）である．従って，(B.8) 式と (B.7) 式から次式が得られる：

$$
\begin{aligned}
-V_t(t;x(t)) = \inf_{u\in U} \Bigg\{ & \Big[V_x(t;x(t))f(t,x(t),u(t)) + g(t,x(t),u(t))\Big] \\
& + \frac{1}{4\gamma^2}|DV_x'(t;x(t))|^2 + \frac{\varepsilon}{4\gamma^2}\mathrm{Tr}\Big[V_{xx}(t;x(t))DD'\Big]\Bigg\} \qquad \text{(B.9)} \\
V(t_f;x(t)) \equiv q(x(t)). &
\end{aligned}
$$

これは (B.8) 式に以下を代入し，正関数 ψ/ε で両辺を割ることで得られる：

$$
\psi_t = \frac{1}{\varepsilon}V_t\psi,\ \psi_x = \frac{1}{\varepsilon}V_x\psi,\ \psi_{xx} = \frac{1}{\varepsilon}V_{xx}\psi + \frac{1}{\varepsilon^2}V_x'V_x\psi. \qquad \text{(B.10)}
$$

(B.10) 式は (B.7) 式を各変数で偏微分することにより得られる：

$$
\begin{aligned}
V_t &= \varepsilon\frac{\psi_t}{\psi} \Rightarrow \psi_t = \frac{1}{\varepsilon}V_t\psi \\
V_x &= \varepsilon\frac{\psi_x}{\psi} \Rightarrow \psi_x = \frac{1}{\varepsilon}V_x\psi \\
\psi_{xx} &= \frac{1}{\varepsilon}V_{xx}\psi + \frac{1}{\varepsilon}V_x\psi_x = \frac{1}{\varepsilon}V_{xx}\psi + \frac{1}{\varepsilon}V_x\frac{1}{\varepsilon}V_x\psi = \frac{1}{\varepsilon}V_{xx}\psi + \frac{1}{\varepsilon^2}V_x'V_x\psi.
\end{aligned}
$$

従って，問題は HJB 方程式 (B.9) 式を解くことに帰着する．

付録 C

伊藤の補題

今日，伊藤の補題ないし伊藤の公式と呼ばれる公式は以下である．

定理 C.1 (伊藤の補題（伊藤の公式）)
$f(t,x)$ を，偏微分 $f_t(t,x), f_x(t,x), f_{xx}(t,x)$ が定義されて連続であるような関数とし，$W(t)$ をブラウン運動とする．このとき，全ての $T \geq 0$ に対して，次が成り立つ．

$$\begin{aligned} f(T,W(T)) = f(0,W(0)) &+ \int_0^T f_t(t,W(t))dt \\ &+ \int_0^T f_x(t,W(t))dW(t) + \frac{1}{2}\int_0^T f_{xx}(t,W(t))dt. \end{aligned} \tag{C.1}$$

(C.1) 式は積分形の伊藤の公式であり，実用的には次の微分形の伊藤の公式が便利である：

$$df(t,W(t)) = f_t(t,W(t))dt + f_x(t,W(t))dW(t) + \frac{1}{2}f_{xx}(t,W(t))dt. \tag{C.2}$$

今，$W(t)$ が以下のように展開されるものとする：

$$dW(t) = u(t,W(t))dt + v(t,W(t))dZ(t). \tag{C.3}$$

但し，$Z(t)$ は標準ブラウン運動である．このとき，(C.3) 式を (C.2) 式に代入すると，

$$\begin{aligned} df(t,W(t)) = &\left[f_t(t,W(t)) + u(t,W(t))f_x(t,W(t)) + \frac{1}{2}f_{xx}(t,W(t))\right]dt \\ &+ v(t,W(t))f_x(t,W(t))dZ(t) \end{aligned} \tag{C.4}$$

が得られる．

付録 D

主要な従来研究の概観

分野	文献	概要
モジュール化	Baldwin and Clark (1997)[10] Baldwin and Clark (2000)[11]	- モジュール化の定義とコンピュータ産業に及ぼした影響を指摘. - オプション理論の考え方を応用し，一旦モジュール化してしまえば，開発の不確実性の下で，モジュール毎に複数の主体が実験を行うことがオプション価値を生むという結果を示した.
ネットワーク効果	Leibenstein(1950) [71] Rohlfs(1974)[82]	- 同じ製品を消費する人が多いほど自分がその製品を消費することの効用が高まるバンドワゴン効果を提示. - ネットワークに加入している個々の利用者の効用がネットワークへの加入者が多くなるほど増大すると仮定し，加入者数の均衡条件を確認．均衡に達するためには初期のネットワークサイズの初期条件（クリティカル・マス）に依存することを提示.
	Katz and Shapiro (1985)[64] Katz and Shapiro (1986)[65]	- 均衡が実現するかどうかは，消費者数に対する消費者の期待に依ることを見いだした. - 市場に競合する非互換な技術が存在する場合，技術がスポンサーされなければ，現時点において優れた技術が市場支配力を持つが，競合する技術の一方がスポンサーされると，例えそれが劣ったものであっても優位性を持ち得ることを示した.
	Farrell and Saloner (1986)[37]	- ある技術が既に顧客基盤を有している場合,「過剰慣性 excess inertia」が働くため，利用者は旧来の技術に縛り付けられる（ロックインされる）ことを提示.

分野	文献	概要
取引コストの経済学	Coase(1937)[22]	- 価格メカニズムを通じて生産を組織する最も明らかなコストは関連する価格を発見するコストであること，市場で行われる交換取引の各契約に関し，交渉して契約を締結するコストも考慮しなければならないことを指摘.
	Coase(1960)[23]	- 市場取引を実行するためには，取引を望む者を見つけ出すこと，取引の意思と条件を人々に知らせること，取引に導く交渉を行うこと，契約を結ぶこと，契約条件が観察されるように監視すること等が必要と指摘.
	Arrow(1969)[6]	- 取引コストを経済システムを運営するコストと定義し，その内容として次を挙げた：1) 排除のコスト，2) コミュニケーションと情報のコスト，3) 不均衡のコスト.
	Williamson(1985) [107]	- 取引コストとは 1) 事前のコスト（取引条件の作成や交渉など），2) 事後のコスト（契約の履行監視や不履行時の再交渉など）であると主張.
	Allen(1991)[1]	- 財産権を財に関して選択を実行する能力と定義した上で，取引コストとは財産権を確立し維持するために使われた資源と定義．この定義によって，取引コストと財産権，機会主義的行動，モラルハザードやエージェンシー・コストなどとの関係が明確化された.
E-コマース	Bakos(1997)[9]	- Salop(1977)[87] の製品差別化の円環モデルを用い，E-コマース市場における探索費用の影響を検討．多数の売り手が存在し探索費用が十分低ければ，消費者は全ての商品を確認して望むものを購入できるので，社会的に最適な資源配分がなされ，探索費用が非常に大きいと資源配分は非効率となり，市場の失敗が生じるとした.
	Bailey(1998)[7][8]	- インターネット上では取引費用が小さくなるので，完全競争になるであろうという仮説の下に，書籍，CD，ソフトウェアについてインターネット業者と従来の店舗販売業者との価格差を調査した結果，インターネットの販売価格の方が高く，また価格の分散も大きかった.
	Brynjolfsson and Smith(2000)[16]	- 書籍と CD についてインターネット上の店舗と従来の店舗の販売価格を比較した結果，インターネット店舗の価格が 9～16% 低いことを発見した.

分野	文献	概要
	國領 (1999)[69]	- インターネット上で仲介を担う存在を「プラットフォーム・ビジネス」と呼び，ネット上で取引が成立するための，a) 取引相手の探索，b) 信用 (情報) の提供，c) 経済価値評価，d) 標準取引手順，e) 物流など諸機能の統合の機能を提供するものと指摘した．
両面性市場 (分類)	Evans(2003)[34]	- 両面性市場におけるプラットフォームを i) market makers，ii) audience makers，iii) demand coordinators に分類した．
	Hagiu(2008)[47]	- 両面性市場を i) intermediation markets, ii) audience-making markets，iii) shared input markets，iv) transaction-based markets に分類した．
(理論モデル：参加インセンティブ)	- Rochet and Tirole (2003)[79]	プラットフォーム上で買手と売手が取引を行い，買手と売手の人数がプラットフォームがそれぞれに対して設定する料金によって決まり，取引量は買手と売手の人数の積で決まるようなモデルを定式化．プラットフォームの利得を最大化する料金構造が，買手と売手の価格弾力性の比によって決まることを示した．
	Armstrong(2006)[4]	- 市場参加者の効用が取引相手の人数に依存するモデルを導入．i) プラットフォームの利得を最大化する料金水準は社会的に最適な料金水準よりも高くなること，ii) ある参加者の料金はその需要の価格弾力性が十分大きいか，あるいは他方の外部効果が十分大きいときには，最適価格は限界費用より小さくなり得ることを示した．
	Hagiu(2009)[48]	- Rochet and Tirole(2003)，Armstrong(2006) を精緻化し，プラットフォームが一方の参加者に補助を行うことが合理的となる条件を提示．i) 買手一人当たり総余剰に対する売手の限界的貢献度が大きいほどプラットフォームは買手からより多くの利得を得，ii) 製品の多様性に対する買手の選好が強いほど，プラットフォームの利益に占める売手の割合が高まることを示した．
(理論モデル：取引インセンティブ)	Hagiu and Jullien (2011)[49]	- エンドユーザの探索行動を意図的に迂回させることで，プラットフォーム全体の売上を高められることを示した
(実証研究)	Basu，Mazumbar and Raj(2003)[14]	- CD プレイヤー市場を取り上げ，CD タイトル数と CD プレイヤーの特性の間には顕著な正の相関があること，CD タイトル数の増加が CD プレイヤの価格低下に影響を及ぼしていることを明らかにした．

分野	文献	概要
	Rysman (2004)[83]	- 米国の電話帳市場を取り上げ，ネットワーク効果の存在にも関わらず，独占的な市場よりも競争的な市場のほうがより望ましく，競争によって社会厚生は改善されると主張した．
	Clements and Ohashi(2005)[21]	- 米国のゲーム機市場を取り上げ，i) ゲーム機市場が立ち上がるためには十分な種類のゲームソフトが必要とされるとともに，プラットフォームであるゲーム機メーカは初期においては浸透価格戦略を取る必要があること，ii) 一旦，プラットフォームがインストールベースを獲得できたなら，より多様なゲームのタイトルが自社のゲーム機に対応させるようにすることで，高い利益を獲得できること，iii) 多様なゲームタイトルの存在は，後からゲーム機を購入しようとする消費者を強く引きつけることを主張した．
	Kaiser and Wright (2006)[61]	- ドイツの雑誌市場に Armstrong (2006)[4] のモデルを適用．i) 読者の効用は，記事と広告が多いほど増加し，さらに記事よりも広告の方が効用の増加率が大きいこと，ii) 広告主の利益は読者数の増加によって増加し，広告料によって低下すること，iii) 講読市場よりも広告市場の方が差別されており，価格費用マージンが大きいことを明らかにした．
	Rysman (2007)[84]	- クレジットカード市場を取り上げ，消費者は複数のカード会員となっている（マルチ・ホーミング）にも関わらず実際の利用は特定のカードに集中させる（シングル・ホーミング）こと，利用の集中とそのカードを利用できる店舗と間に正のフィードバック・ループの存在することを明らかにした．

謝辞

本論文は，著者が筑波大学大学院ビジネス科学研究科企業科学専攻システムズ・マネジメントコースに在学中の研究をまとめたものです．本論文作成に当たり，多くの方のご指導とご支援を賜りましたことを，ここに深く感謝いたします．

指導教官である徐驊教授には修士課程から長年に渡り研究全般についてご指導とご助言をいただきました．徐先生のご支援がなければ，本論文は到底完成し得ませんでした．副指導教官の牧本直樹教授並びに倉橋節也准教授のお二人には，論文指導などを通じて貴重なご助言をいただきました．深く感謝し，御礼申し上げます．

また修士課程における指導教官の鈴木久敏教授は，著者の博士課程進学後も暖かく見守ってくださいました．深く感謝し，御礼申し上げます．

2012 年 1 月

海野　大

参考文献

[1] D. W. Allen : "What are Transaction Costs?", *Research in Law and Economics*, Vol.14, pp.1–18 (1991)

[2] G. Akerlof : "The market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.84, No.3, pp.488–500 (1970)

[3] L. Anania and R. J. Solomon : "Flat — The Minimalist Price", in L. W. McKnight and J. P. Bailey eds. *Internet Economics*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1997)

[4] M. Armstrong : "Competiton in Two-Sided Markets", *Rand Journal of Economics*, Vol.37, No.3, pp.669–691 (2006)

[5] K. J. Arrow : "Uncertainty and the Welfare Economics ofMedical Care", *The American Economic Review*, Vol.53, Issue 5, pp.941–973 (1963)

[6] K.J.Arrow : "The Organization of Economic Activity: Issues Pertiment to the Choice of Market Versus Nonmarket Allocation", in *The Analysis and Evaluation of Public Expenditure: The PPB System vol. 1*, the Subcommittee on Economy in Government of the Joint Economic Committee, Congress of the United States (1969)

[7] J. P. Bailey : "Electronic Commerce: Prices and Consumer Issues for Three Products: Books, Compact Discs and Software", OECD Digital Economy Papers, No. 32, OECD Publishing (1998)

[8] J. P. Bailey : "Intermediation and Electronic Markets: Aggregation and Pricing in Internet Commerce", Ph.D. dissertation in Technology, Management and Policy, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass. (1998)

[9] J. Y. Bakos : "Reducing Buyer Search Costs: Impications for Electronic Marketplaces", *Management Sciences*, Vol.43, No.12, pp.1676–1692 (1997)

[10] C.Y. Baldwin and K.B.Clark : "Managing in an Age of Modularity", *Harvard Business Review*, Vol.75, No.5, pp.84–93 (1997)

[11] C.Y. Baldwin and K.B.Clark : Design Rules: The Power of Modularity, MIT Press, Cambridge, MA (2000)

[12] T. Başar and P. Bernhard : H^∞-Optimal Control and Related Minimax Design Problems A Dynamic Game Approach Second Edition, Birkhäuser (1995)

[13] T. Başar : "Nash Equilibria of Risk-Sensitive Nonlinear Stochastic Differential Games", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.100, No.3, pp.479–498 (1999)

[14] A. Basu, T. Mazumbar and S. P. Raj : "Indirect Network Externality Effects on Product Attributes", *Marketing Science*, Vol.22, No.2, pp.209–221 (2003)

[15] K. J. Boudreau and A. Hagiu : "Platform rules: multi-sided platforms as regulators", in A. Gawer eds. *Platform, Markets and Innovation*, Edward Elgar, Cheltenham, UK (2009)

[16] E. Brynjolfsson and M. D. Smith : "Frictionless Commerce? A Comparison of Internet and Conventional Retailers", *Management Science*, Vol.46, No.4, pp.563–585 (2000)

[17] B. Caillaud and B. Jullien : "Chicken & egg: competition among intermediation service providers", *Rand Journal of Economics*, Vol.34, No.2, pp.309–328 (2003)

[18] M. Capiński and E.Kopp : Measure, Integral and Probability, Springer-Verlag, London (2004) （二宮祥一，原啓介共訳『測度と積分』培風館（2008））

[19] D. D. Clark : "Internet Cost Allocation and Pricing", in L. W. McKnight and J. P. Bailey eds. *Internet Economics*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1997)

[20] K.B.Clark and T.Fujimoto : Product Development Performance: Strategy, Organization, and Management in the World Auto Industry, Harvard Business School, Boston, MA (1991)

[21] M. T. Clements and H. Ohashi : "Indirect Network Effects and The Product Cycle: Video Games in The U.S., 1994-2002", *Journal of Industrial Economics*, Vol.53, No.4, pp.515–542 (2005)

[22] R. H. Coase : "The Nature of the Firm", *Economica*, Vol.4, No.16, pp.386–405 (1937)

[23] R. H. Coase : "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, Vol.3, No.1, pp.1–44 (1960)

[24] R. H. Coase : "Lectures on "The Nature of the Firm"", *Journal of Law, Economics,*

and Organization, Vol.4, No.1, pp.3–47 (1988)

[25] R. H. Coase : “Comments”, in L. Werin and H. Wijkander eds. *Contract Economics*, Blackwell, (1992)

[26] R. Cocchi, S. Shenker, D. Estrin and L. Zhang : “Pricing in Computer Networks: Motivation, Formulation and Example”, *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol.1, No.6, pp.614–626 (1993)

[27] J. Choi : “Tying in Two-Sided Markets with Multi-Homing”, *The Journal of Industrial Economics*, Vol.58, Issue 3, pp.607–626 (2010)

[28] J. P. Choi and B. Kim : “Net neutrality and investment incentives”, *The RAND Journal of Economics*, Vol.41, Issue 3, pp.446–471 (2010)

[29] P. A. Diamond : “A Model of Price Adjustment”, *Journal of Economic Theory*, Vol.3, No.2, pp.156–168 (1971)

[30] A. K. Dixit and R. S. Pindyck : Investment under uncertainty, Princeton Universty Press, Princeton, New Jersey (1994) （川口 有一郎，谷下 雅義，堤 盛人，中村 康治，長谷川 専，吉田 二郎訳『投資決定理論とリアルオプション』エコノミスト社（2001)）

[31] E. Dockner, S. Jørgensen, N. V. Long and G. Sorger : Differential games in economics and management science, Cambridge University Press (2000)

[32] N. Economides : “The Economics of Networks”, *International Journal of lndustrial Organization*, Vol.14, No. 2, pp.673–699 (1996)

[33] N. Economides : ““Net Neutrality,” Non-Discrimination and Digital Distribution of Content Through the Internet”, *A Journal of Law and Policy For the Information Society*, Vol.4, Issue 2, pp.209–233 (2008)

[34] D. S. Evans : “Some Empirical Aspects of Multi-sided Platform Industries”, *Review of Network Economics*, Vol.2, Issue.3, pp.191–209 (2003)

[35] D. S. Evans, A. Hagiu, and R. Schmalensee : Invisible Engines: How Software Platforms Drive Innovation and Transform Industries, MIT Press, Cambridge, Mass. (2006)

[36] J. Farrell and G. Saloner : “Standardization, Compatibility, and Innovation”, *RAND Journal of Economics*, Vol.16, No. 1, pp.70–83 (1985)

[37] J. Farrell and G. Saloner : “Installed Base and Compatibility: Innovation, Product Preannouncements, and Predation”, *The American Economic Review*, Vol.76, No. 5,

pp.940–955 (1986)

[38] W. H. Fleming and H. M. Soner : Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions second edition, Springer Verlag, New York (2006)

[39] W. H. Fleming : "Risk Sensitive Stochastic Control and Differential Games", *Communications in Information and Systems*, Vol.6, No.3, pp.161–178 (2006)

[40] 藤本隆宏："部品取引と企業間関係　自動車産業の事例を中心に", 植草益編『日本の産業組織理論と実証のフロンティア』, 有斐閣 (1995)

[41] 藤本隆宏：生産システムの進化論　トヨタ自動車にみる組織能力と創発プロセス, 有斐閣 (1997)

[42] T.Fujimoto : "The Japanese automobile parts supplier system: the triplet of effective inter-firm routines", *International Journal of Automotive Technology and Management*, Vol.1, No.1, pp.1–34 (2001)

[43] S. J. Grossman and O. D. Hart : "An Analysis of The Principal-Agent Problem", *Econometrica*, Vol.51, No.1, pp.7–45 (1983)

[44] A. Gawer and M.A. Cusumano : Platform Leadership: How Intel, Microsoft, and Cisco Drive Industry Innovation, Harvard Business School Press, Boston, MA (2002)

[45] A. Gupta, D. O. Stahl and A. B. Whinston : "A Priority Pricing Approach to Manage Multi-Service Class Network in Real-Time", Paper presented at the MIT workshop on the Internet economics, Cambridge, Mass. (1995)

[46] A. Gupta, D. O. Stahl and A. B. Whinston : "An Economic Approach to Network Computing with Priority Classes", *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce*, Vol.6, No.1, pp.71–95 (1996)

[47] A. Hagiu : Platform, Pricing, Commitment and Variety in Two-Sided Markets, VDM Verlag Dr. Müller (2008)

[48] A. Hagiu : "Two-Sided Platform : Product Variety and Pricing Structures", *Journal of Economics & Management Strategy*, Vol.18, No.4, pp.1011–1043 (2009)

[49] A. Hagiu and B. Jullien : "Why Do Intermedearies Divert Search?", *Rand Journal of Economics*, Vol.42, Issue 2, pp.337–362 (2011)

[50] O. Hart and B. Holmström : "The Theory of Contracts", in T. F. Bewley eds. *Advances in Economic Theory : Fifth World Congress*, Cambridge University Press, Cambridge, ch. 3, pp.71–155 (1987)

[51] F. Hayashi : "Tobin's Marginal q and Average q: A Neoclassical Interpretation", *Econometrica*, Vol.50, No.1, pp.213–224 (1982)

[52] M. Hellwig and K. M. Schmidt : "Discrete-Time Approximations of the Holmström-Milgrom Brownian-Motion Model of Intertemporal Incentive Provision", *Econometrica*, Vol.70, No.1, pp.2225–2264 (2002)

[53] B. Holmström : "Moral Hazard and Observability", *The Bell Journal of Economics*, Vol.10, No.1, pp.74–91 (1979)

[54] B. Holmström : "Moral Hazard in Teams", *The Bell Journal of Economics*, Vol.13, No.2, pp.324–340 (1982)

[55] B. Holmström and P. Milgrom : "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives", *Econometrica*, Vol.55, No.2, pp.303–328 (1987)

[56] B. Holmström and P. Milgrom : "Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design", *Journal of Law, Economics, and Organization*, Vol.7, pp.24–52 (1991)

[57] 今井 賢一："オープン・アーキテクチャー時代の産業組織と企業経営，多層ネットワークにおける新たな分業経営", *InfoCom Review*, 冬季特別号, pp.5–11 (1994)

[58] 伊藤 秀史：契約の経済理論, 有斐閣, 東京, (2003)

[59] D. H. Jacobson : "Optimal Stochastic Linear System with Exponential Performance Criteria and Their Relation to Deterministic Differential Games", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-18, No.2, pp.124–131 (1973)

[60] M. C. Jensen and W. H. Meckling : "Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure", *Journal of Financial Economics*, Vol.3, Issue 4, pp.305–360 (1976)

[61] U. Kaiser and J. Wright : "Price structure in two-sided markets: Evidence from the magazine industry", *International Journal of Industrial Organization*, Vol.24, Issue 1, pp.1–28 (2006)

[62] M. I. Kamien and N. L. Schwartz : Dynamic Optimization second edition, Elsevier Science, Amsterdam (1991)

[63] L. Karatzas and S. Shreve : Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag (1991) （渡邉壽夫訳『ブラウン運動と確率積分』シュプリンガー・フェアラーク東京（2001)）

[64] M. Katz and C. Shapiro : “Network Externalities, Competition, and Compatibility”, *The American Economic Review*, Vol.75, No.3, pp.424–440 (1985)

[65] M. Katz and C. Shapiro : “Technology Adoption in the Presence of Network Externalities”, *Journal of Political Economy*, Vol.94, No.4, pp.822–841 (1986)

[66] M. Katz and C. Shapiro : “Systems Competition and Network Effects”, *Journal of Economic Perspectives*, Vol.8, No.2, pp.93–115 (1994)

[67] 國領 二郎 : “プラットフォーム・ビジネスの取引仲介機能と「オープン型経営」”, *InfoCom Review*, 冬季特別号, pp.12–20 (1994)

[68] 國領 二郎 : オープン・ネットワーク経営, 日本経済新聞社 (1995)

[69] 國領 二郎 : オープン・アーキテクチャ戦略, ダイヤモンド社 (1999)

[70] J-J. Laffont and D. Martimort : The Theory of Incentives, The Principal-Agent Model, Princeton University Press, Princeton (2002)

[71] H. Leibenstein : “Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumers’ Demand”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.64, No.2, pp.183–207 (1950)

[72] J. K. MacKie-Mason and H. R. Varian : “Pricing the Intemet”, in B. Kahin and J. H. Kekker eds. *Public Access to the Internet*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1995)

[73] J. K. MacKie-Mason and H. R. Varian : “Economic FAQs About the Intemet”, in L. W. McKnight and J. P. Bailey eds. *Internet Economics*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1997)

[74] P. Milgrom and J. Roberts : Economics, Organization and Management, Prentice Hall Inc. (1992)（奥野（藤原）正寛，伊藤 秀史，今井 晴雄，西村 理，八木 甫訳『組織の経済学』NTT 出版（1997））

[75] J. A. Mirrlees : “The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour: Part I”, *Review of Economic Studies*, Vol.66, Issue 1, pp.3–21 (1999)

[76] J. Musacchio, G. Schwartz, and J. Walrand : “A Two-Sided Market Analysis of Provider Investment Incentives with an Application to the Net-Neutrality Issue”, *Review of Network Economics*, Vol.8, Issue 1, pp.22–39 (2009)

[77] 長井 英生 : “リスク鋭感的確率最適制御と数理ファイナンス”, システム/制御/情報, Vol.44, No.8, pp.447–454 (2000)

[78] 大住 晃 : 確率システム入門, 朝倉書店, 東京 (2002)

[79] J. Rochet and J.Tirol : “Platform Competiton in Two-Sided Markets”, *Journal of*

Eurapean Economic Association, Vol.1, No.4, pp.990–1029 (2003)

[80] J. Rochet and J. Tirol : “Two-Sided Markets : a progress report”, *Rand Journal of Economics*, Vol.37, No.3, pp.645–667 (2006)

[81] J. Rochet and J. Tirol : “Tying in two-sided markets and the honor all cards rule”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol.26, Issue 6, pp.1333–1347 (2008)

[82] J. Rohlfs : “A Theory of Interdependent Demand for a Communications Service”, *Bell Journal of Economics*, Vol.5, No.1, pp.16–37 (1974)

[83] M. Rysman : “Competition Between Networks: A Study of the Market for Yellow Pages”, *Review of Economic Studies*, Vol.71, Issue 2, pp.483–512 (2004)

[84] M. Rysman : “An Empirical Analysis of Payment Card Usage”, *The Journal of Industrial Economics*, Vol.55, Issue 1, pp.1–36 (2007)

[85] M. Rysman : “The Economics of Two-Sided Markets”, *Journal of Economic Perspectives*, Vol.23, No.3, pp.125–143 (2009)

[86] B. Salanié : The Economics of Contracts, second edition, The MIT Press (2005)（細江守紀，三浦功，堀宣昭訳『契約の経済学　第二版』勁草書房（2010））

[87] S. Salop : “The Noisy Monopolist: Imperfect Information, Price Dispersion, and Price Discrimination”, *Review of Economic Studies*, Vol.44, No.3, pp.393–406 (1977)

[88] S. Salop : “Monopolistic Competition with outside Goods”, *Bell Journal of Economics*, Vol.10, No.1, pp.141–156 (1979)

[89] S. Salop and J. Stiglitz : “A Theory of Sales: A Simple Model of Equilibrium Price Dispersion with Identical Agents”, *American Economic Review*, Vol.72, No.5, pp.1121–1130 (1982)

[90] Y. Sannikov : “A Continuous Time Version of the Principal-Agent Problem”, *Review of Economic Studies*, Vol.75, No.3, pp.957–984 (2008)

[91] C. Shapiro and H. Varian : Information Rules : A Strategic Guide to the Network Economy, Harvard Business Press (1998)（千本倖生監訳，宮本喜一訳『ネットワーク経済の法則』IDG ジャパン（1999））

[92] H. Schattler and J. Sung : “The first-order approach to the continuous-time principal-agent problem with exponential utility”, *Journal of Economic Theory*, Vol.61, pp.331–371 (1993)

[93] H. Schattler and J. Sung : “On optimal sharing rules in discrete- and continuous-time

principal-agent problem with exponential utility", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.21, pp.551–574 (1997)

[94] R. Shmalensee : "Product Differentiation Advantages of Pioneering Brands", *American Economic Review*, Vol.72, No.3, pp.349–365 (1982)

[95] S. E. Shreve : Stochastic Calculus for Finance II: Continuous- Time Models, Springer-Verlag, New York, LLC (2004) （今井 達也，河野 祐一，田中 久充，長森 英雄，長山いずみ訳『ファイナンスのための確率解析 II 連続時間モデル』シュプリンガー・ジャパン (2008)）

[96] J.G. Sidak : "A Consumer-Welfare Approach to Network Neutrality Regulation of the Internet", *Journal of Competition Law and Economics*, Vol.2, No.3, pp.349–474 (2006)

[97] R.M. Solow : "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.70, No.1, pp.65–94 (1956)

[98] M. Spence : "Job Market Signaling", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.87, Issue 3, pp.355–374 (1973)

[99] L.H. Summers : "Taxation and Corporate Investment: A q-Theory Approach", *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.1981, No.1, pp.67–140 (1981)

[100] J. Sung : "Linearity with project selection and controllable diffusion rate in continuous-time principal-agent problem", *Rand Journal of Economics*, Vol.26, pp.720–743 (1995)

[101] J. Tirole : The Theory of Industrial Organization, MIT Press, Cambridge, Mass., (1988)

[102] 海野 大，シュウ ファ："インターネット市場におけるレイヤ間収益配分と ISP の投資インセンティブ"，電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌)，Vol.131, No.4, pp.918-925 (2011)

[103] M. Unno and H. Xu : "Dynamic Optimal Revenue-Sharing Strategy in E-Commerce", in A. König, A. Dengel, K. Hinkelmann, K. Kise, R.J. Howlett, L.C. Jain eds. *Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, Part III, Lecture Notes in Artificial Intelligence, pp.310–319, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2011)

[104] 海野 大，シュウ ファ："スマートフォン市場における最適プラットフォーム戦略"，電

気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌)，Vol.132, No.3, (2012)（掲載予定）

[105] P. Whittle : “Risk-sensitive Linear / Quadratic / Gaussian Control”, *Advances in Applied Probability*, Vol.13, pp.764–777 (1981)

[106] O. E. Williamson : “The Economics of Organization: The Transaction Cost Approach”, *The American Journal of Sociology*, Vol.87, No.3, pp.548–577 (1981)

[107] O. E. Williamson : The Economic Institutions of Capitalism, Free Press, New York, NY (1988)

[108] O. E. Williamson : “Transaction Cost Economics”, in R. Schmalensee and R.W. Willig eds. *Handbook of Industrial Organization Vol.1*, Elsevier Science Publisher (1989)

[109] T. Wu : “Network Neutrality, Broadband Discrimination”, *Journal of Telecommunications and High Technology Law*, Vol.2, pp.141–179 (2003)

研究業績

区分		著者，題目，発表・発行掲載誌名，発表・発行年
論文	[1]	海野 大，シュウ ファ：“インターネット市場におけるレイヤ間収益配分と ISP の投資インセンティブ”，電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌)，Vol.131, No.4, pp.918-925 (2011)
	[2]	Masaru Unno and Hua Xu: “Dynamic Optimal Revenue-Sharing Strategy in E-Commerce”, in A. König, A. Dengel, K. Hinkelmann, K. Kise, R.J. Howlett, L.C. Jain eds. *Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, Part III, Lecture Notes in Artificial Intelligence, pp.310–319, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2011)
	[3]	海野 大，シュウ ファ：“スマートフォン市場における最適プラットフォーム戦略”，電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌)，Vol.132, No.3, (2012)（掲載予定）
国際会議論文	[1]	Masaru Unno, Hiroaki Mukaidani and Hua Xu: “Optimal Revenue-Sharing and Network Investment Strategies in Internet Market”, The 18th IFAC World Congress, Milano, Italia, August 28 - September 2, 2011
	[2]	Masaru Unno, Hiroaki Mukaidani and Hua Xu: “Risk-Sensitive Revenue-Sharing Strategy in an E-Commerce Market”, Proceedings of 2011 Asian Conference of Management Science & Applications, pp.1332-1337, December 21-23, 2011, Sanya, Hainan, China