

# 数学から物理学へ、物理学から数学へ

筑波大学数学系 西村泰一 (Nishimura Hirokazu)

ヘレニズム期に先行するものが全くないというわけではありませんが、物理学というのは近代になってから発展した学問とっていいと思います。近代物理学はその誕生以来、数学と深い関係があります。特に現代物理学を理解しようすると、かなり高度な数学の知識が要求されます。例えばNewton(ニュートン)が古典力学の基礎を作ったことは誰でも知っていると思いますが、彼は運動する物体を対象とする動学を扱うために、その数学的基礎となる微積分学も作らなければいけませんでした。例をあげると、瞬間の速さという物理的概念は微分係数という数学的概念を要求します。こうしてNewtonはその目指す力学体系の構築のために、自然に微積分学へ導かれました。

電磁気学が成立するのは19世紀で、Newtonが力学の基礎を築いた17世紀からだいぶ時間が経っています。電磁気学ではFaraday(ファラデー)やMaxwell(マクスウェル)が有名ですが、数学者のGauss(ガウス)も重要な役割を果たしています。閉曲面から出て行く電気力線の数は、閉曲面の形状や電荷の分布には依存せず、閉局面の中にある電荷の量にのみ依存するという静電気学で有名なGaussの法則は高校生の皆さんも聞いたことがあると思います。そのほかにも磁束密度の単位系あたりにGaussの名を冠したものが知られています。電磁気学の展開のためには、対応する数学としてベクトル解析という道具立てが必要になりますが、Gaussはこの分野にもGaussの発散定理として知られる重要な貢献をしています。空間の中に水の流れを考えますと、与えられた閉曲面から単位時間に水が流出していく量は、各点で単位時間に単位体積あたりに水が湧き出してくる水量を表す発散と呼ばれる量を、閉曲面で囲まれた領域全体にわたって積分してやることで得られるという、至極当然なことを言っているのが、Gaussの発散定理です。Gaussの発散定理を使うと、先ほど述べたGaussの法則と、2個の電荷の間に働く引力ないし斥力は、万有引力と同じく、逆二乗の法則に従うという18世紀の半ばに発見された事実が、容易に殆ど等価であることがわかります。もっともGaussの発散定理を最初に発見したのはLagrange(ラグランジュ)で1762年のことです。Gaussがこれを発見というより再発見したのが1813年ですから、本来であればLagrangeの発散定理と呼ばれるべきですが、数学の定理には、後で再発見した人があまりにも有名な人のために、再発見した人の名前が冠されている場合がよくあります。もっともLagrangeも18世紀を代表する数学者の一人なんです。なおこのGaussの発散定理は、その後Green(グリーン)が1825年に、Ostrogradsky(オストログラズキー)が1831年に再発見しています。このベクトル解析と、やはりGaussが重要な貢献をした曲面論が、現代微分幾何学の大きな源流となっています。



それでは直線の上に連続に電荷が分布しているとしましょう。この直線の各点に、そこでの電荷密度を対応させてやると、ひとつの関数が決まります。それでは先ほどの連続な電荷分布に代えて、今度は直線上にただ1個の点電荷があるとしましょう。そうすると、電荷の置かれた点以外では、当然のことながら、電荷密度は0ですが、その点電荷のおかれた点での電荷密度は、しいて言えば、 $+\infty$ とでも言うしかありません。こんな変なものも関数とみなして、微分したり積分したりしたいと思いませんか？そういうことを始めたのはDirac(ディラック)という物理学者で、先ほどの変な関数はDiracのデルタ関数と呼ばれています。物理学者はせっかちで、すべての議論が数学者が望むような厳密な基礎付けがなされるまで、待っていてくれません。この話も見切り発車です。それで数学者にはこのDiracのデルタ関数を数学的に厳密に基礎付けるという宿題が残されました。この宿題を解いたのが、フランスの数学者のSchwartzです。その功績が評価されて、彼は数学のNobel(ノーベル)賞と言われるFields(フィールズ)賞を受賞しています。1950年のことです。

高校の物理で運動量保存の法則やエネルギー保存の法則を習ったと思います。近代物理学ではこうした保存則なしには何事も進みませんが、その走りはKepler(ケプラー)の第2法則で、面積速度一定の法則として知られています。現代的な用語でその内容を掻い摘んで述べると、角運動量保存則にあたります。Keplerは16世紀後半から17世紀前半にかけて生きた人で、その意味で人類の保存則に対する認識は随分と古い話と言っていると思います。これに対して、一般に保存則があれば、それに対する対称性があり、逆に何らかの対称性があれば、それに対する保存則があるという認識は20世紀に入ってからのもので、ドイツの女性数学者Noether(ネーター)に帰されるべきものです。空間のすべての点が同等である、つまり場所が変わっても貫徹する物理法則は不変であるという対称性が、運動量保存則に対応しています。時間について特別な点は存在しない、つまり宇宙開闢の頃も現在も同じ物理法則が貫徹しているという対称性が、エネルギー保存則に対応しています。社会科学ではこうはいかず、お隣の北朝鮮と日本では同じ社会法則が貫徹しているとは思えず、同じ日本でも江戸時代と現在では全く違う社会法則が貫徹しています。物理学者は本当に幸せです。Noetherというのは、間違いなく第一級の数学者ですが、あまり恵まれた生涯を送っていません。20世紀前半というのは、ヨーロッパでも“女性が数学をするなんて…”という考えが支配的であった時代ですから、大学の先生になるのにも大変苦労しています。1930年代にナチの軍靴の足音が大きくなってきて、ユダヤ人であった彼女はアメリカへの亡命を余儀なくされ、そこで50代前半で病没しています。このNoetherの定理というのは、多少とも

物理学を齧ったことがある人ならば、誰でも知っている有名な定理で、射程範囲も極めて広い有用な定理ですが、残念ながら、お茶の間には彼女の名前はEinstein(アインシュタイン)やNewtonほど知られていません。本当に残念なことです。対称性は数学でも物理学でも大切な指導原理です。ところで皆さんは、鏡の中の世界とこちらの世界が同じ物理法則に従っていると思いますか？20世紀前半くらいまで、殆どすべての物理学者はそう信じていました。これに疑念を表明したのが李政道と楊振寧です。この話はLederman(レーダーマン)達によって、弱い力に関するparity(パリティ)の破れとして実験的に検証されました。そのおかげで1957年に李政道と楊振寧はNobel物理学賞を受賞しています。なかなか自然というのは天邪鬼です。

