

日次POSデータの価格反応モデル分析

(課題番号 12680311)

平成12年度～平成14年度科学研究費補助金
(基盤研究 (C)) 研究成果報告書

平成15年3月

研究代表者 近 藤 文 代
(筑波大学社会工学系)

日次POSデータの価格反応モデル分析

(課題番号12680311)

平成12年度～14年度科学研究費補助金（基盤研究（C））研究成果報告書

平成15年3月

研究代表者 近藤文代
(筑波大学社会工学系)

はしがき

POS (Point of Sales) システム導入実験は通商産業省（現：経済産業省）の支援により、1979年より3次にわたって行われた。その実験終了年の翌年、セブンイレブンは全店一斉にPOSシステムを導入した。その後、セブンイレブンの店舗数も急速に増えるにつれてPOSシステム導入店舗数も増加していった。1987年には総導入店舗数はわずか1万2000店舗弱であったが、その四分の一の3000店をセブンイレブンのPOSシステム導入店が占めていた。さらに、1989年4月、日本政府による消費税の導入が行われ、この消費税導入がPOSシステム普及に拍車をかけたのであった。

このPOSシステムはPOSレジにより入力時間の短縮化、入力ミスの削減などハードの面でのメリットに加えて、POSデータの分析によるマーケティング的活用といったソフト面でのメリットがある。本研究はPOSデータの分析を行うためのデータベースの構築および（特に価格に焦点を当てた）分析モデルの開発に関するものである。

平成12年度は牛乳カテゴリー、平成13年度は牛乳以外のカテゴリーに関して、日次POSデータのデータベース構築とそのデータ解析研究を実施した。平成14年度は特に「海外ブランドと国産ブランド」、「プライベートブランドとナショナルブランド」の対比を個別のテーマとして研究を行った。

データベースの構築

平成12年度の研究実施内容は牛乳カテゴリーに関する日次POSデータのデータベース構築とそのデータ解析である。日次POSデータが既に時系列化してあるので、店舗タイプ、店舗所在地の地域特性、駐車場の有無など店舗に関する属性を加えてデータベース化を行った。平成13年度では1994年～1995年のPOSデータに加えて、全国100以上の店舗における1996年～2000年のPOSデータを（財）流通システム開発センターより購入した。このPOSデータにはスーパーマーケットで販売されているほとんどの商品カテゴリーが週毎のデータファイルとしてカートリッジに含まれた膨大な量のデータファイルとなっており、簡単なデータ操作にも労力を要する。そのデータファイルから、一つの商品カテゴリーを抜き出し、時系列分析に使える時系列データとして整備する目的で一連のプログラムを作成した。

POSデータの解析

8つの食品カテゴリーについて日次POSデータ（価格データおよび販売量データ）の分析を行った。その結果、POSデータをモデル化するには、①購入頻度、②プ

ロモーションの有無、③ゼロ販売量の発生頻度、④価格反応関数の形状、⑤曜日変動の存在、⑥季節性の存在の6項目について留意して分析する必要があることが判明した。モデルとしては曜日変動や季節性を伴う状態空間モデル、3段階最小二乗法および完全情報最尤法によるLA/AIDS(Linear Approximate Almost Ideal Demand System)、説明変数を伴うSARIMAモデルを用いた干渉分析を使用した。

研究組織

研究代表者 近藤 文代 (筑波大学社会工学系)
研究協力者 北川源四郎 (統計数理研究所)
牧之段 拓 (筑波大学社会工学類)
太田 耕司 (筑波大学社会工学類)
市村 幸子 (筑波大学社会工学類)

交付決定額 (配分額)

平成12年度	900千円
平成13年度	500千円
平成14年度	500千円
総計	1,900千円

研究発表

(1) 論文等

1. Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2000), Time Series Analysis of Daily Scanner Sales – Extraction of Trend, Day-of-Week Effect, and Price Promotion Effect –, Marketing Intelligence Planning, Vol.18, No.2, pp.53-66.
2. Kondo, Fumiyo N.; Kitagawa, G. (2001), Discovery of Competitive Structure in Brand Substitution and Category Expansion Caused by Price Promotion, in Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Vol. II, Information Systems, pp.171 - 178.
3. Kondo, Fumiyo N. (2002), Simulation Study on Decomposition of Price Promotion Effect in Competitive Structure, in Proceedings of the 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Vol. XVIII, Information Systems Development III, pp.269 - 275.

(2) 口頭発表

1. Kondo, Fumiyo N. , Simulation Study on Decomposition of Price Promotion Effect in Competitive Structure, in Proceedings of the 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, July, 2002.
2. Kondo, Fumiyo N. , Discovery of Competitive Structure in Brand Substitution and Category Expansion Caused by Price Promotion, in Symposium on Markov chain Monte Carlo: Recent developments and its applications held at The Institute of Statistical Mathematics (ISM) Tokyo, Japan, on December 19 - 20, 2002.
3. 雪印乳業食中毒事件による牛乳市場への影響—干渉分析— , 牧之段 拓, 近藤文代, 2002年度統計関連学会連合大会, 9月10日.

目次

1. 長期 POS データのデータベース化とデータ作成例	1
2. 牛乳の POS データにおける価格反応関数の非線形性	11
3. Discovery of Competitive Structure in Brand Substitution and Category Expansion Caused by Price Promotion	23
4. Decomposition of Multiple Sales Promotion Effects on Infrequently Purchased Category	31
5. プライベートブランドに関するデータ解析	43
6. POS データによる国産ブランドと海外ブランドの分析	51
7. 雪印乳業食中毒事件による牛乳市場への影響 ―干渉分析―	58

長期 POS データのデータベース化とデータ作成例

雪印乳業食中毒事件に関する分析

平成 14 年 4 月 30 日

筑波大学 社会工学系 近藤 文代

1. 長期 POS データのデータベース化

全国の100以上の店舗における1994年4月から2000年12月までの約7年間分の POS データを(財)流通システム開発センターより入手した。POS データは日次の集計データとなっており、1本のカートリッジには7日間分のデータが収納されている。これらのカートリッジはメインフレームで読み込みを行う形式であるため、統計数理研究所のメインフレームである VOS3 を使用し、一部の16進法で書かれている部分を10進法に置き換える FORTRAN プログラム (KONDOXX.COPY0A.CNTL~KONDOXX.COPY3B.CNTL)を作成、実行し、ディスクに2種類のデータファイル(ITEM9409~ITEM0052, TEMP9409~TEMP0052)を作成した。現在、コンピュータの主流はUNIX系で、そのUNIX系の ismsgi3 にデータを移すため、FORTRAN プログラム(KONDOXX.TRANT.CNTL, KONDOXX.TRANI .CNTL)を作成し、実行し、購入数量データなどが入っているファイル ITEM#####はバイナリーモードで、店舗属性データが入っているファイル TEMP####はアスキーモードで ismsgi3 に転送した。ismsgi3 の/work/kondo のディレクトリーの下にはさらに年ごとにディレクトリー(Y94~Y00)が作成してあり、各データは年毎に保管されている。

2000年の第一週目のデータである ITEM0001 はバイナリー形式で、以下のディレクトリー

```
ismsgi3% /work/kondo/Y00/ITEM
```

に item0001 として保管されている(他の年のデータは Y94, ..., Y99 のディレクトリーの下に同様に保管されている)。ファイル item0001 には店舗コード、日付、JAN コード、購入個数、購入金額、特別陳列の有無、来店客数、商品カテゴリーコードの順でその店舗の全ての商品情報が入力されている。これはバイナリー形式のデータファイルなので、C プログラム(cnv)を用いて以下のようにテキスト形式のファイル item0001t に変換した。

```
ismsgi3% ./cnv < item0001 > item0001t
```

もう一つのファイル temp000 はアスキー形式のデータで、POS データが入手できた週について店舗の番号や属性情報が入力されている。この item#### および temp#### のファイルの容量は 1 年分で約 8 ギガバイトで、パナソニックの 7 枚の DVD-RAM メディアにも保存されている。この POS データを使って分析を行いたい場合、全ての商品が含まれているファイルから分析に必要な商品カテゴリーを抜き出す必要がある。さらに、データが欠落している日付の情報は含まれておらず、そのままでは時系列分析を行える形になっていない。以下に雪印乳業食中毒事件に関する市場反応分析を行った際のデータ作成の仕方を例として説明している。まず、牛乳カテゴリーのデータを抜き出し、ゼロの数値を含むデータを補い、時系列データとして整備を行った。

2. 雪印乳業食中毒事件での市場反応分析のためのデータ作成例

2000 年 6 月 26 日に関西で起きた雪印乳業食中毒事件は社会に大きな衝撃を与えた。自主回収の遅れや工場でのずさんな原料管理などの記事が連日紙面を賑わせた。問題の「雪印低脂肪牛乳 1000ml」を飲むことにより発症した患者は 1 万人以上という大事件となり、雪印乳業は行政により、7 月 13 日からの 29 日間、牛乳出荷停止処分を受けた。これらの一連の事件は乳製品シェアナンバーワン企業の失墜の引き金となった。

牛乳は大半の消費者にとっては毎日の食生活に欠かせない食料品である。一連の事件では事件発覚当時から様々な報道がなされ、新たな事実が次々と報道がされた。そこで、どの報道が雪印乳業にとって一番売上げにネガティブな影響を与えたのか、食中毒による被害者が出た関西と他の地域では影響が異なったのか、また、雪印乳業が販売を再開した後の売上げはどうなったのかといった視点から分析を行うこととした。この分析の目的は日次 POS データを用いて、重大な事件が及ぼす効果をモデル化できる干渉分析を行うことによって、こういった疑問点に関して何らかの答えを導き出すことである。

3. 分析データ作成手順

本分析で使用するデータは1節に説明されている(財)流通システム開発センターより提供を受けた日次 POS データ(販売量と価格)である。分析期間は事件が発生した2000年の1月から12月までの一年間で、対象店舗は日本全国124店舗のうち、事件が起きた関西、牛乳生産地である北海道、最大の市場である関東エリアからそれぞれ2店舗ずつ選択した6店舗である。分析対象商品はシェアを算出する際に容量の変換が不要となるように1リットルの牛乳に限定した。この牛乳のカテゴリーには一般的な牛乳や低脂肪乳を含み、主要ブランドとしては例えば以下の商品があげられる(雪印乳業の「3.5牛乳パック」、「低脂肪乳」、明治乳業の「3.6牛乳パック」、「低脂肪乳パック」、森永乳業の「3.5牛乳」「おいしい低脂肪乳」)。また、干渉分析に用いる事件のダミー変数は新聞のニュースを元に作成した。

1節で説明されている週毎のテキストデータファイル(item0001t~item0052t 全商品を含む)を使用した。これ以降のデータファイルの作成は/work/kondo のディレクトリーにあるreadme.txtの指示に従って行った。以下は分析データ作成の大まかなフローチャートである。

分析データ作成のフローチャート

まず、このファイルには全てのデータが含まれているため、FORTRANプログラム(m9601.f)を用いて牛乳のみのデータを作成した。

ステップ1:

全店舗・牛乳のみの週毎のPOSデータファイル item0001n~item0052n の作成

↓ (m9601.f)

ステップ2:

52個(または53個)の一週間分のファイルを1年間分の全店舗・牛乳のみのPOSデータファイ

ル item00n として UNIX の CAT コマンドを用いて一つのファイルにまとめる

↓ (例えば、cat item0003n >> item00n)

ステップ3:

日次POSデータのある店舗のコードのみを店舗属性ファイル(例えば temp0003)から検索し、

店舗コードリスト作成

↓

ステップ4:

FORTRAN プログラム(MILKP4.f)の中で店舗コードを指定してプログラムを実行し、店舗ごとの

牛乳のみの日次データ P*****ファイルを作成 (*****は店舗コード)

↓ (MILKP4.f)

ステップ5:

FORTRAN プログラム(mis.f)を用いて欠落データが「-999」で示されているカレンダーファイル

C*****、データに含まれている JAN コードファイル J*****を作成 (*****は店舗コード)

↓ (mis.f)

ステップ6:

店舗属性ファイルから地域情報を探し、北海道、関東、関西の店舗を検索

↓

ステップ7:

分析対象となる店舗の決定

↓

ステップ8:

J*****から対象商品を絞る (*****は店舗コード)

ステップ9:

対象商品のみの日次販売量データ SA*****ファイルおよび

日次価格データ PR*****ファイルの作成

↓ (pmake.f)

()には使用した FORTRA プログラム名が記されている

分析データ作成の詳しい手順

ステップ1: テキストデータへの変換による週別 item00**n ファイルの作成

全店舗で取り扱っている全ての商品のPOSデータは週毎にファイル(item00**)に保管されているが、これらのデータはバイナリーデータである。これらのデータをC言語のプログラム(cnv)でテキストデータに変換して、item00**t のファイルを作成した。Item00**t の各行は、「どこで(店コード)」「いつ(日付)」「何が(JANコード)」「いくつ」「いくらで」売れたか、といったデータを含んでいる。各行の最後には「JICFS分類コード」が含まれており、このコードで牛乳全般を示す商品カテゴリーコード(140401)を含んでいるデータ(行)だけをFORTRANプログラムで抜き出したのが item00**n である。できあがった item00**n には、その週の全店舗の、全ての牛乳製品のPOSデータが含まれている。

ステップ2: 1年分のファイル item00n の作成

item0001n から item0052n までの各週のデータファイルを1年分まとめた item00n を作成した。

ステップ3: 日別POSデータのある店舗のコードを検索

temp0001~temp0052 というファイルがある。これは、各週の item00*ファイルに含まれている店舗の情報を含んだデータである。つまり、temp0001 に情報が記してある店舗のデータは item0001 に含まれているのである。逆に、item0002 のデータは temp0002 に含まれている店舗からしかとっていない。この temp00**には、日次・週次・月次にデータを収

集している店舗が全て含まれており、このファイルの情報に基づき日次POSデータのある店舗を抜き出す。

temp00*の各行は、「店コード」「地区コード」「年商」「店舗面積」など、各店舗のデータから成っている。行の最後は「収集サイクル」、つまりPOSデータを日別で収集しているか、週別で収集しているかを示すものであり、具体的には1(日別)か7(週別)である。そこで、temp0001 から行の最後が1のものだけを抜き出し、その店舗コードをチェックする。さらに、この店舗コードの店舗が1年間通して日別データを収集しているかというところではない。temp0001 はあくまで1月第1週のデータの基となっている店舗であるからだ。そこで、temp0052 でも同様の作業を行い temp0001 のコードと比較してみると、事実10%ほどの店舗が一致しなかった(0001 にはあって 0052 にはない、0052 にあって 0001 にない)。これは、年頭にはあった店舗がデータ提供をとりやめたケース、または年の途中から新しくデータ提供を開始した店舗である。

分析に必要なのは年間通して日別POSデータのある店舗のみなので、temp0001 と temp0052 に共通して含まれている店舗コードの店舗のみを抜き出した。

ステップ4:牛乳カテゴリーの店舗別 P*****ファイルの作成

item00n の各行の先頭は「店舗コード」である。そこで、ステップ3の手順で調べた店舗のコードを含んでいるデータ(行)を item00n から抜き出すのである。「item00n から行の先頭が P***** (店舗コード)を含む行を抜き出して、P*****というファイルに記しなさい」ということである。できあがった P*****には、その店舗の1年間日次の、全ての牛乳製品のPOSデータが含まれている。

ステップ5:店舗別カレンダーファイル C*****および JAN コードファイル J*****ファイルの作成

ステップ4で作成した P*****ファイルから、さらに各店舗ごとに C*****および J*****とい

うファイルプログラムを使い、作成した。C*****は1列目がカレンダーで2列目が牛乳の売上総計になっている。つまり、1行が1日の牛乳売上の合計を表している。J*****はその店舗で扱われている牛乳製品のJANコードを羅列したものである。また、C*****ファイルを作る際にカレンダーが年間の途中で終わってしまう店舗いくつかあった。これは、ステップ3で「年始と年末にデータがある店舗は年間通じてデータがあるもの」としていたものが、年の途中のデータが数週間(数日だと「データの欠損」として扱われている)抜けている店舗があるためである。今回の分析では1年間データが揃った店舗のみを対象にしているため、こういった店舗は対象から外した。

ステップ6: 関西の店舗の検索

今回の分析では、事件のあった関西と北海道と関東のデータをそれぞれ分析し、比べることによって事件の影響の差異を調べる。北海道は関西と異なり、酪農家が比較的多いのでそれによってどう影響に差異がでるのかを見るためである。大都市である関東は関西と同じ程度に影響を受けたかどうかを見るためである。そこで、対象店舗の中でどれがどの地域の店舗なのかを調べる必要性がでてくる。ステップ3で用いた temp****ファイルには、店舗の年商・地区・駐車場の有無・店舗の床面積などが含まれている。そこで、店舗コードが北海道、関東(1都7県) 関西(2府4県)の店舗を調べた結果、ステップ5までで選んだ店舗、つまり日別POSデータが揃っている108の店舗のうち、16店舗が北海道、19店舗が関東、17店舗が関西の店舗であることがわかった。

ステップ7: 分析対象店舗の決定

先述のとおり、対象店舗として北海道、関東、関西の各地域から2店舗を選んだ。事件の影響を分析する際、問題の雪印の製品を取り扱っていることはもちろんのこと、あまり対象商品が少なく、かつ売上も少ないよりはより大きな店舗で分析を行ったほうがよいと考え、

雪印の製品を扱っていてある程度規模の大きい(具体的には年間通して牛乳の取り扱い商品が20品目以上の店舗)店舗を選び出した。

ステップ8:分析対象商品の抽出(J*****から対象商品を絞る)

ステップ5で製作した J*****ファイルはその店舗で扱われている全ての牛乳製品のJANコードを羅列したものであるが、このJANコードの中には250mlや500mlといった、小さいパックの牛乳製品も含まれている。今回の分析の対象は「1Lパック牛乳」であるので、1Lパック以外の牛乳製品を示すJANコードに関してはこの段階で削除した。修正後の J*****ファイルに羅列されているJANコードは全て1Lパック牛乳のものである。また、対象商品を消す際、それぞれのJANコードがどの製品を示しているか調べる必要があったため、同時に雪印の商品のコードも調べておいた。

ステップ9:対象商品のみの日次データ SA*****ファイルの作成

実際にSASにインプットするためのファイル SA*****を作成した。ステップ5で製作した C*****ファイル、ステップ8で製作した J*****ファイル、そしてステップ4で製作した P*****ファイルを元に、1行に1日の各商品の売上数が並ぶようにファイルを作成した。つまり、各列がその商品の年間を通しての売上数であり、各行が1日1日の売上数である。1列目は J*****に最初に書かれたJANコードの商品の売上数、2行目は2番目のコードの売上数、というように対応しているので、SA*****ファイル自体にはラベルはないがどの列がどの商品の売上かを調べるのが容易にできる。日次価格データ PR*****ファイルも読み込みデータが価格となるように FORMAT で指定し、同様に作成する。

牛乳のPOSデータにおける 価格反応関数の非線形性

平成13年3月31日

筑波大学 社会工学系 近藤文代

1 研究背景及び目的

Blattberg et al.(1995)、阿部(1999)は、値引きに対する消費者の反応の形状が線形、凸型、凹型、またはS型であるかはプロモーションの研究において実証を欠いた最も重要な課題の一つであると提示している。このような非線形効果は認知科学者のみならず、メーカーや小売店の価格戦略にも重要な意味あいをもつ。この研究では消費者反応として大量な日次POSデータを用いる。日次POSデータの動きは複雑であり、ゼロセールス値、ゼロ店頭在庫による影響も考慮しつつ、自身の値引きがどのように販売量に影響を及ぼすか、どのような非線形性を持つ価格反応モデルが適しているかを牛乳のPOSデータを用いて、検証する。

既存の文献(上田,1985)によると日次POSデータに曜日変動があると指摘されている。そのため、時間的変化及び競合関係が把握できる時系列分野の状態空間モデル(Kondo and Kitagawa,2000)を基本とし、このモデルでの従属変数の部分が線形モデルまたは非線形モデル(凹凸型モデル、S型モデル)であるかを選択することを目的とする。

2 分析対象データ

本研究では3店舗における2年分(1994/3/4～1996/3/3)の牛乳の販売量データ及び価格データを使用した。それぞれの店舗において販売量の上位4商品を選択した。店舗Aでは商品番号1,7,8,27番、店舗Bでは商品番号2,7,8,26番、店舗Cでは商品番号2,5,23,24番を使用した。

表1は店舗別商品別の価格表である。店舗A及び店舗Bの商品3は競合商品の中では最も値段が低く、他の商品とは異なる低脂肪タイプである。

	商品1	商品2	商品3	商品4
店舗A	198	228	178	215
店舗B	208	228	178	218
店舗C	198	228	215	248

表 1: 店舗毎の商品別価格：単位 (円)

2.1 各商品における販売量と価格データ

図1～図3は左が各商品の735日分の販売量の時系列プロットで、右が価格と販売量の散布図である。後者の散布図中の直線は販売量と価格の単純回帰式である。これらの図からわかるように日次POSデータは非常に複雑な動きをしている。日次POSデータの分析における最も大きな問題点は休業日によるゼロ販売量の発生及び全ての商品が常に店頭在庫としておかれていないことである。

3 モデル

3.1 基本モデル

既存研究（上田,1985）より日次POSデータの変動要因としてはトレンドおよび曜日変動が重要であることは明らかである。これらのトレンド成分及び曜日変動成分に加え、外的影響を表す価格の説明変数成分をもつ以下の状態空間モデルを基本モデルとする。

$$y_n = t_n + d_n + x_n + w_n, \quad w_n \sim N(0, \sigma_w^2), \quad n = 1, \dots, 735 \quad (1)$$

ただし、 y_n は観測値、 t_n はベースライン（トレンド）成分、 d_n は曜日変動成分、 x_n は価格関数成分、 w_n は平均が0分散が σ_w^2 の正規分布に従うものとする。

3.1.1 ベースライン成分

ベースライン成分とは時系列において比較的長期の動きをする成分を指す。ベースライン成分 t_n は以下の一次の確率差分方程式で表されるものとする（北川,1993）。また、 $\Delta = 1 - B$ を $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ で定義されるシフトオペレータとする。

$$\Delta t_n = \xi_n, \quad \xi_n \sim N(0, \tau_\xi^2) \quad (2)$$

ただし、 Δ は $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ で定義されるシフトオペレータである。

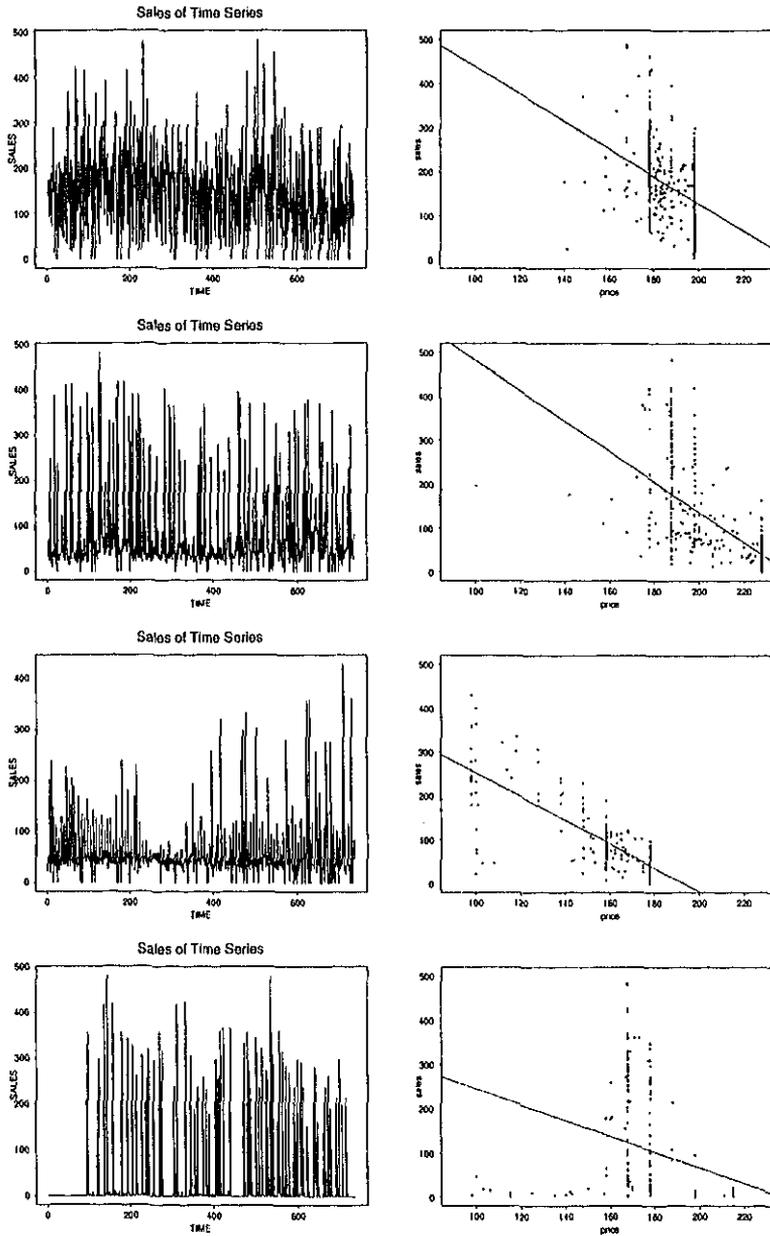


図 1: 店舗 A の販売量及び価格データ
上から下へ順に商品 A 1、商品 A 2、商品 A 3、商品 A 4

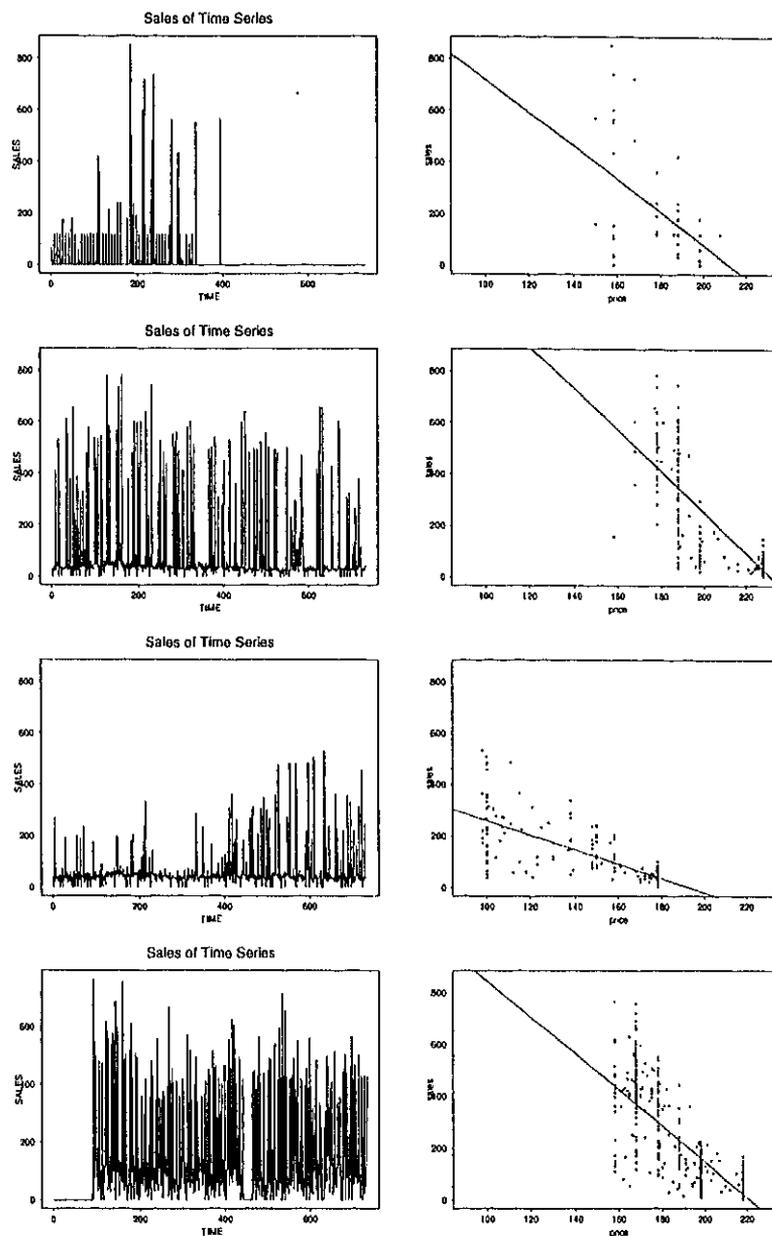


図 2: 店舗Bの販売量及び価格データ
 上から下へ順に商品B 1、商品B 2、商品B 3、商品B 4

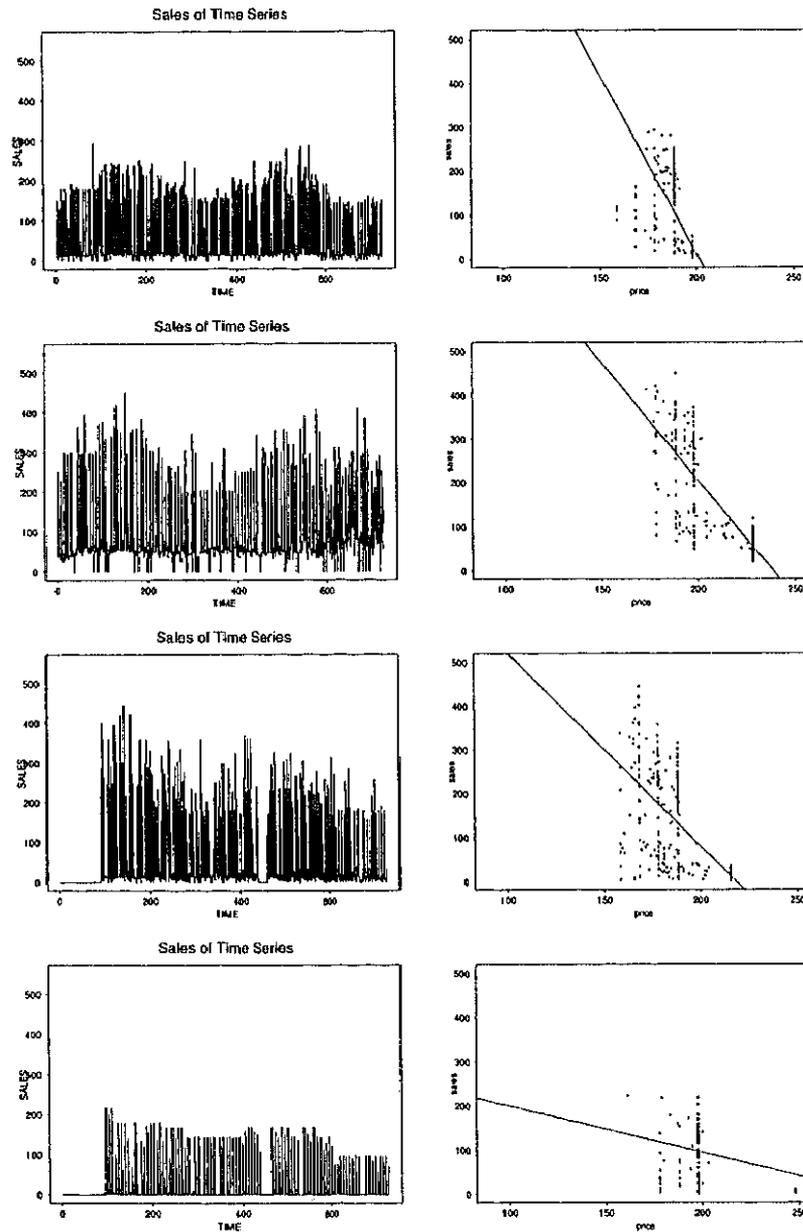


図 3: 店舗Cの販売量及び価格データ
 上から下へ順に商品C1、商品C2、商品C3、商品C4

3.1.2 曜日変動成分モデル

周期的な曜日変動成分は一週間のサイクルで同様なパターンを繰り返す成分である。曜日変動成分 d_n は一周期のモデル和がほぼゼロになる成分として以下の確率モデルで表される。

$$\sum_{i=1}^{p-1} B^i d_n = u_n, p=7, \quad u_n \sim N(0, \xi^2) \quad (3)$$

3.1.3 説明変数成分

説明変数部分は、外的要因が販売量に短期的な影響を及ぼす成分である。説明変数 x_n は以下のように表現できるものとする。

$$x_n = bz \quad (4)$$

ただし、説明変数 z は価格のある関数で、 b はその係数である。

値引きに対する反応の形状として以下の線形モデル、凸型及び凹型モデルとして修正指数モデル、S字型モデルとしてはロジスティックモデルを使用した (Linien and Rangasamy(1997) 参照)。価格関数成分は、価格変動が販売量に与える短期的な影響を表す成分である。価格関数成分 x_n は以下の三種類を用いて表すこととする。

$$\text{(線形モデル)} \quad x_n = bX,$$

$$\text{(修正指数モデル)} \quad x_n = b(e^{cX} - 1), \quad X > 0,$$

$$\text{(ロジスティックモデル)} \quad x_n = b * \left(a * 1000 / \left(1 + (a * 1000 - 1) * e^{cX} \right) - 1 \right), a, b > 0$$

ただし X は値下幅 (期間中の最高価格－現時点の価格) である。

3.1.4 状態空間モデル

y_n を1変量の時系列とする。このとき、この時系列を表現する次のようなモデルを状態空間モデルと呼ぶ。

$$y_n = H_n \alpha_n + w_n \quad \text{(観測モデル)} \quad (5)$$

$$\alpha_n = F_n \alpha_{n-1} + G v_n \quad \text{(システムモデル)} \quad (6)$$

ただし、 α_n は直接観測できないベクトルで、状態と呼ばれている。また、 w_n は観測ノイズ、 v_n はシステムノイズで、以下のような正規分布に従うものとする。

$$\begin{bmatrix} w_n \\ v_n \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_w^2 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \right), Q = \begin{bmatrix} \tau_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_\mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

この研究で用いた状態 α 、システムノイズ v_n 、係数行列 F 、 G 、 H_n は以下のとおりである。

$$\alpha_n = (t_n, d_n, \dots, d_{n-5}, b)^t, v_n = (\xi_n, \mu_n, 0)^t, \quad (8)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_n = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ z], \quad (9)$$

$$F_1 = [1], F_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$G_1 = [1], G_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.1.5 情報量基準

3.1.3節の3つのモデルについてモデル選択評価基準AICを求め、これを小さくするようにモデルを選択することで客観的に最良のものを選択することができる。

$$AIC = -2(\text{最大対数尤度}) + 2(\text{パラメータ数}) \quad (12)$$

4 状態空間モデルによる価格反応モデル分析

ひとつの商品における値下幅と販売量との非線形的に関して分析する。使用しているPOSデータは日次のものであり、状態空間モデルを用いることにより、曜日変動や式(5)～式(5)に示される値下効果の非線形性も関数としてモデルの中に組み込むことを試みた。日次POSデータではゼロ販売量が多く発生するが、分析の際にはゼロ販売量が多い商品はそのままでは意味のない分析結果をもたらすことが多いので、そのような観測値は欠損値とした。途中から投入された商品や途中から店頭から外された商品では時間的に変化するトレンドを推定すると無意味な成分分解となる場合が多いので一定のトレンドをもつとしてそれぞれの商品のメディアンに固定した。

4.1 各データの商品ごとのモデル別 AIC

比較するモデルは以下の4種類である。

1. モデル1 (ベースライン成分) $y_n = t_n + w_n$
2. モデル2 (曜日変動成分) $y_n = t_n + d_n + w_n$
3. モデル3 (価格関数成分) $y_n = t_n + x_n + w_n$
4. モデル4 (価格関数成分) $y_n = t_n + d_n + x_n + w_n$

それぞれのモデルについて価格関数は以下の3種類である。

$$\text{価格関数 } a \quad x_n = bX \quad (13)$$

$$\text{価格関数 } b \quad x_n = b(e^{cX} - 1) \quad X > 0 \quad (14)$$

$$\text{価格関数 } c \quad x_n = b \left(1000a / \left(1 + (1000a - 1) * e^{cX} \right) - 1 \right), \quad a, b > 0 \quad (15)$$

4.1.1 店舗A

商品A4は途中から投入された商品でトレンドをメディアン(0)に固定した。商品A1、商品A3、商品A4(constant trend)についてはベースライン成分+曜日変動成分+価格関数cのモデルのAICが最も小さく、曜日変動が検出された。

値下効果の非線形性については商品A2、商品A3、商品A4についてはS字型であるロジスティックモデルが、商品A3については修正指数モデルが選ばれ、店舗Aについては価格関数の非線形性が確認された。今回の価格関数は非線形性のみ

に焦点をあてているが、図1を見ていると商品A3、商品A4については価格と販売量の関係については2つのグループに分けられることが考えられ、価格関数も場合さらに分けをする必要があると思われる（Kondo and Kitagawa, 2000 参照）。

	商品A 1	商品A 2	商品A 3	商品A 4
モデル1 (t_n)	8131.6	8246.9	7398.3	3422.7
モデル2 ($t_n + d_n$)	8108.3	8254.1	7385.7	3357.5
モデル3 a ($t_n + x_n$)	7959.6	7762.8	7398.3	3406.9
モデル3 b ($t_n + x_n$)	NA	7763.6	NA	NA
モデル3 c ($t_n + x_n$)	NA	7724.1	NA	NA
モデル4 a ($t_n + d_n + x_n$)	7928.6	7790.8	6656.9	3366.3
モデル4 b ($t_n + d_n + x_n$)	7918.2	NA	6815.1	3287.3
モデル4 c ($t_n + d_n + x_n$)	7933.6	NA	6647.3	3258.6

表 2:

a:線形モデル (13) 式

b:修正指数モデル (14) 式

c:ロジスティックモデル (15) 式

4.1.2 店舗B

商品B1、B4は途中から投入された商品でトレンドをメディアン（0および72）に固定した。

店舗Bにおいては商品B1を除くすべての商品がベースライン成分+曜日変動成分+価格関数cのモデルのAICが最も小さく、曜日変動が検出された。商品B1はゼロ販売量の割合が非常に多く、曜日変動の成分は選択されなかった。

値下効果の非線形性については商品B2、商品B4についてはS字型であるロジスティックモデルが、B1、B3については線形モデルが選ばれ、店舗Bについては価格関数の非線形性は半々の結果となった。

4.1.3 店舗C

商品C3および商品C4は途中から投入された商品でトレンドをメディアン（12および0）に固定した。

店舗Cにおいては全ての商品でベースライン成分+曜日変動成分+価格関数bのモデルのAICが低く、曜日変動が検出された。

モデル	商品 B 1	商品 B 2	商品 B 3	商品 B 4
モデル 1 (t_n)	949.5	8819.5	8381.0	9598.7
モデル 2 ($t_n + d_n$)	978.9	8624.0	8353.2	9391.8
モデル 3 a ($t_n + x_n$)	934.1	NA	NA	NA
モデル 3 b ($t_n + x_n$)	939.7	NA	NA	NA
モデル 3 c ($t_n + x_n$)	934.5	NA	NA	NA
モデル 4 a ($t_n + d_n + x_n$)	NA	7762.6	7077.3	6987.8
モデル 4 b ($t_n + d_n + x_n$)	NA	7897.3	7127.8	7071.5
モデル 4 c ($t_n + d_n + x_n$)	NA	7652.9	7095.1	6912.6

表 3:

値下効果の非線形性については商品 C 4 を除く全ての商品について S 字型であるロジスティックモデルが選ばれ、店舗 C については価格関数の非線形性は S 字型であるという結果となった。

	商品 C 1	商品 C 2	商品 C 3	商品 C 4
モデル 1 (t_n)	7986.4	8250.2	7208.0	1480.0
モデル 2 ($t_n + d_n$)	6761.4	7695.9	6916.6	1377.2
モデル 4 a ($t_n + d_n + x_n$)	6473.3	6978.99	6289.0	1329.7
モデル 4 b ($t_n + d_n + x_n$)	6501.5	7112.7	6327.0	1330.9
モデル 4 c ($t_n + d_n + x_n$)	6472.9	6966.2	6285.8	1333.8

表 4:

4.2 価格反応モデル分析に関するまとめ

3店舗まとめて考えると S 字型のロジスティックモデルが選ばれる頻度が 7 回と最も多く、次が 4 回の線形モデルで、最後がわずか 1 回の修正指数モデルが選択された。

図 1 ~ 図 3 の散布図を見ると、値下幅が低い部分のプロットの S 字型の片方がほとんどない場合はロジスティックモデルが選択され、回帰直線を境に対象になって

いる場合は線形モデルが選択された。

5 まとめ

この研究結果から価格の影響を与える価格関数はS字型のロジスティックモデルが最もすぐれたモデルである事が分かった。次に多いのは線形モデルで、データが途中で途切れているセンサリングデータとなっている場合はその部分がないので必然的に線形モデルとなると思われる。また、ゼロセールスの多い商品はトレンドをメディアンに固定するなどの工夫が必要である。

参考文献

- [1] 阿部 誠 (1999), 「ノンパラメトリック効用関数を用いた多項ロジット型の離散的選択モデル」, 日本統計学会誌 29 巻 3 号、1999 年、271-297.
- [2] 上田隆穂 (1985), 「セールスプロモーション変数と環境変数の効果」, 一橋論叢 第 94 巻第 3 号, 337-352.
- [3] 北川源四郎 (1993), 「時系列プログラミング」 岩波書店.
- [4] Blatteberg.R.C, Briesch.R and Fox.E(1995), "How Promotions Work" Marketing Science-14(3), G122-G133.
- [5] Gary,L.Lilien and Arvind Rangasamy(1997), Marketing Engineering, computer-assisted Marketing Analysis and Planning, Addison-Wesley Educational Publishers Inc.
- [6] McCann,J.M.and J.P.Gallagher(1990), The Marketing Data Explosion: The Promise and the Reality,in Expert Systems for Scanner Data Environments,Kluwer Academic Publishers,3-14.
- [7] Kondo,F.N. and Kitagawa,G.(2000), Time Series Analysis of Daily Scanner Sales:Extraction of Trend, Day-of-week Effect and Price Promotion, Marketing Intelligence & Planning, Vol.18.No2.

Discovery of Competitive Structure in Brand Substitution and Category Expansion Caused by Price Promotion

Fumiyo N. Kondo

Institute of Policy and Planning Sciences, University of Tsukuba.

1-1-1 Tennoudai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8573, Japan. kondo@shako.sk.tsukuba.ac.jp

and

Genshiro Kitagawa

Statistical Mathematics and the Graduate University for Advanced Studies.

4-6-7 Minamiazabu, Minato-ku, Tokyo 106-8569, Japan. kitagawa@ism.ac.jp

Abstract

Analysis of scanner data is an important field in discovery science, which may provide retail managers vital information to optimize prices of goods. Retail managers know from their past experiences that price promotion is very effective to cause high incremental sales of a promoted brand during the promotion period. The authors develop a new method for decomposing store level scanner sales into two price promotion effects, brand switching and category expansion, together with long-term component of baseline (trend) sales and cyclical day-of-week effect. A real store level daily scanner sales were analyzed to show how the decomposition works. An interesting fact was found that the price reduction effect could expand short-term category sales, but long-term trends show a little declining tendency. This supports the claim that price promotion is effective only for short term incremental sales.

Keywords: Daily scanner sales, Sales response model, Baseline sales, Day-of-the-week effect, State space model, Kalman filtering, Multi-variate time-varying regression analysis.

1. Introduction

Blattberg and Neslin [6, p.187] used brand sales and category sales instead of brand sales alone in market response models to estimate parameters more efficiently.

Our approach to the decomposition of price promotion effect into brand substitution and category expansion is also to use brand sales and category sales and to regress simultaneously them on explanatory variables in a Bayesian vector state space model with smoothness priors. The used explanatory variables are the functions of prices which are defined to increase the own sales of a brand. We utilize zero-sum information of brand switching effect which disappears in category sales and remains in brand sales. The concept of price-cut effect decomposition is illustrated in Figure 2. In addition, our approach uses a unified model of time series analysis and regression analysis and guaran-

tees the results of category sales model are consistent with those of brand sales model. The results are always comparable among brand sales and the category sales total, which avoids a dilemma to decide which should we believe brand model or category model under a possible contradiction existing between them if separate model fittings were conducted as questioned by [10].

This paper consists of two parts. First, we introduce a method for decomposing an explanatory variable effect of price promotion into the one due to brand switching and that due to category expansion, together with the decomposition on baseline sales and cyclical day-of-week-effect. Secondly, an analysis on daily store level scanner sales are given.

2. Smoothness Priors Approach to Scanner Sales Data

In an input-output relationship analysis on econometric time series, Shiller[21] introduced the notion of "smoothness priors", having "smoothness" constraints on distributed lags in a difference equation: A single trade-off parameter determines the trade-off between infidelity of the model to the data and infidelity of the model to the smoothness constraints. A similar concept appeared in [23], addressing a problem of the estimation of a smooth trend. The smoothness priors (trade-off parameters) were determined subjectively until Akaike[2, 3] formulated an objective method in a quasi-Bayesian approach. Akaike proposed the method of choosing the priors or hyperparameters in a Bayesian framework by maximizing the likelihood of a Bayes model. It incorporates an updating procedure of trade-off parameters by using current observation to yield a marginal likelihood computation among several candidates of distributions of trade-off parameters. The calculation of the marginal likelihood requires intensive computation, of which burden Gersch and Kitagawa[9] eased by employing a state space representation of the model, using the recursive algorithm of Kalman filtering [12, 13]. The Kalman filter technique has been applied successfully also to social fields data analysis ([5], [7], [25]).

Kondo and Kitagawa[16] adopted Bayesian state space model with Kalman filter on scanner data analysis in order to decompose brand sales into baseline sales (trend), cyclical day-of-week effect, and explanatory variable effects in a uni-variate model with constant regression parameters. Kondo and Kitagawa[17] contains multi-variate model with time-varying parameters. This paper is an extended version of the latter work to carry out further decomposition of a price promotion effect into two components, brand switching and category expansion, which is a very useful tool for a retailer to monitor whether price-cuts of a brand increase total category sales or not by using their own store level scanner data.

Basic Model and Price Promotion Effect Definition

The sales of brands are represented by k -variate time series $y_n = (y_n^1, \dots, y_n^k)^T$, $n = 1, \dots, N$ and are assumed to be able to decompose as follows:

$$y_n = t_n + d_n + x_n + w_n, \quad x_n = g_n + z_n, \quad (1)$$

where t_n , d_n , x_n , and w_n represent long-term baseline (trend) component, cyclical day-of-week effect component, short-term component of price promotion, and observation noise, respectively. The short-term component x_n is further decomposed into brand substitution and category expansion, which are represented by g_n and z_n , respectively.

The observation noise w_n is assumed to be Gaussian white noise: $w_n \sim N(0, \Sigma_w)$, where covariances of observation noises between brands, facilitating more precise estimates of regression coefficients if an important explanatory variable is omitted. This is essentially the same treatment as *seemingly unrelated-equation model* in [19, ch.11].

In order to clarify price promotion effects, we adopted the following sales promotion definitions by [6, p.112-113]), in which five mechanisms in sales promotion are reported as follows: 1)Brand switching: the consumer is induced to purchase a different brand from that which would have been purchased had the promotion not been available; 2)Repeat purchasing: the consumer's probability of buying the brand again in the future is influenced by purchasing the brand on promotion; 3)Purchase acceleration: the consumer's purchase timing or purchase quantity is changed by the promotion; 4)Category Expansion: the consumer's total consumption of the product category is increased by the promotion. 5)Store switching: a consumer may respond to a retailer promotion by switching stores, that is, shopping at a different store than the store he or she would have had the retailer promotion not been offered.

Under these definitions, substitution or displacement component can be decomposed into "brand substitution", "purchase acceleration", and "store substitution". These are the effects which do not yield pure increments on consumption, but increments which are borrowed from competitive brands or from future time or from competitive stores. Past researches such as [18] suggested the existence of "store substitution" effect. Although the "store substitution component" is not included in our model and negative store substitution by competitive stores was left out, positive "store substitution" effect by the own store's

price promotion is contained as a part of category expansion effect. In the analysis, we used a perishable product category of milk that is difficult to stockpile at households and no purchase acceleration is assumed to exist. The category is not considered to be the one that strong purchase acceleration would occur with the standard given by [20]: promoted steeply, but infrequently, not bulky (as a measure of easier stockpiling), less expensive, and highly competitive. The time series framework of the model permits the incorporation of additional ARMA component ([15, p.219]) for purchase acceleration.

For each brand i , the sales can be written as

$$y_n^i = t_n^i + d_n^i + g_n^i + z_n^i + w_n^i, \quad i = 1, \dots, k. \quad (2)$$

By summing the sales of each brand, the category total sales can be expressed as

$$y_n^* = \sum_{i=1}^k y_n^i = t_n^* + d_n^* + g_n^* + z_n^* + w_n^*, \quad (3)$$

$$\text{with } g_n^* = \sum_{i=1}^k g_n^i = 0. \quad (4)$$

Thus, for the category total, the term for brand substitution is vanished with the condition (4). Therefore, as long as the condition (4) is satisfied, we can separate brand substitution effect from category expansion effect. This can be the main reason that an aggregation in terms of brand removes a large amount of variances which existed in each brand data under the competitive structure of "brand substitution". Figure 1 shows the actual scanner sales data analyzed in this research. The first to the fourth graphs in the figure show movements of major four brands in the period of 2 years. The last graph shows the sum of the four brands. It shows a brand substitution mechanism in which an aggregation of four brands removed large variances that exist in the original daily brand data and exhibited obvious seasonality.

Long-term Baseline (Trend) Component: Baseline (trend) sales for a brand (or category) are defined as the sales without any sales promotions and baseline component in our model is characterized as habitual repeat purchasing that is not affected by sales promotion. We assume that long-term effects of repeat purchasing or that of category expansion by sales promotion does not exist or negligible. We deal with a matured old product category in the market place. A new product category whose market size is expanding very fast is in the field of a diffusion model (see [25])and is not dealt in this paper.

Baseline (or trend) component, $t_n = (t_n^1, \dots, t_n^k)^T$ is assumed to correspond to habitual repeat purchasing and is modeled as the component that the values in adjacent two periods are almost the same. The baseline (or trend) component was determined as the first order by the result in [17] and is represented by the following first order stochastic difference equation:

$$t_n - t_{n-1} = v_{tn}, \quad (5)$$

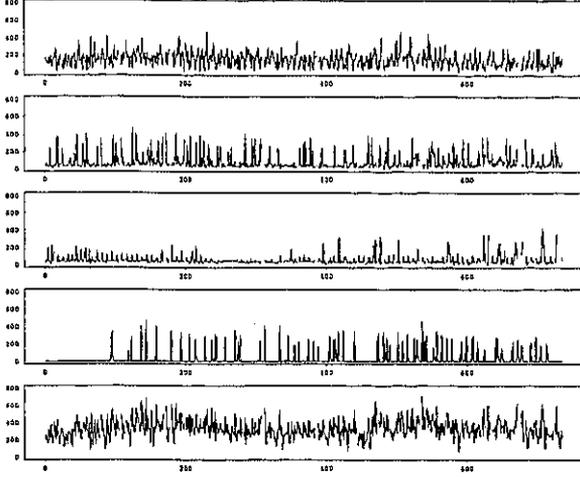


Figure 1:
Four Brands and the Sum of Daily Scanner Milk Data
Variance for Four Brands and the Sum
(7584; 7930; 3138; 8059; 17213)

where the system noise $v_{in} = (v_{in}^1, \dots, v_{in}^k)^T$ obeys the following Gaussian white noise (see [14]): $v_{in}^i \sim N(0, \sigma_{i,i}^2)$.

Cyclical Day-of-Week Component: Cyclical day-of-week component repeats similar patterns on the same day within a week and is modeled as having a constraint that the sum of sales in a cycle of seven days becomes almost zero ([16]). As in the case of seasonal adjustment, let us assume a day-of-week component, $d_n = (d_n^1, \dots, d_n^k)^T$, is represented by

$$\sum_{j=0}^6 d_{n-j} = v_{dn}, \quad (6)$$

where the system noise $v_{dn} = (v_{dn}^1, \dots, v_{dn}^k)^T$ obeys Gaussian white noise and corresponds to the change in day-of-week pattern: $v_{dn}^i \sim N(0, \sigma_{d,i}^2)$. Note that for small v_{dn} , d_n behaves as a periodic function ([14]).

Explanatory Variable Component and Price Function: There are several means for sales promotions such as price promotion, display, advertisements, coupons, and so on. Price promotion is considered to be the largest factor to induce consumers a desire for incremental purchases. We consider the situation that a retailer wants to decompose the effect of price promotion into brand switching and category expansion, while not changing other sales promotional variables. There may be an omission of an important variable, but covariance matrix of observation noise would reflect unexplained competitive relation appropriately. If there are data for other sales promotions, which are not stochastic regressors, but fixed numbers, they may be included in the model.

Price Function: Blattberg and Neslin [6] view sales promotion, including price promotion, as short-term pulses "intervening" with the normal progression of the sales. We share the view by considering price promotions are effec-

tive to cause short-term pulse-like incremental sales. The condition that pulse-like incremental sales of a brand are produced by the own price reduction can be defined and referred to as a "price (response) function" hereafter. Price function is determined from univariate models for the sales of each brand. For details, refer to [16].

Let $u_n = (u_n^1, \dots, u_n^k)^T$ be a k -variate vector function of price such as "price cut" as follows:

$$u_n^i = f(p_n^i) \leq 0, \quad i = 1, \dots, k, \quad (7)$$

where $p_n = (p_n^1, \dots, p_n^k)^T$ is a k -variate vector of actual prices of brands within a product category. The form of price function can be any monotone decreasing function. The larger the absolute value of price function, the greater the potential of incremental sales becomes. In this paper, we used the price functions analyzed in [17].

Two Components of Price Promotion Effect: Regarding sales promotion effects, Blattberg and Neslin [6, p.186] commented as follows:

The category model provides information on purchase acceleration and category expansion, whereas the sales or market share model can provide information on brand switching and purchase acceleration.

In other words, we may be able to state that brand sales are elements of the aggregated category data and form a mechanism that disappears after aggregating the data in the direction of brand and also a mechanism that remains even after the aggregation. The former mechanism can be considered as a brand substitution mechanism and the latter, a category expansion mechanism, if we can ignore that of purchase acceleration.

Brand Substitution Component Model: Brand substitution component model describes a component which has large variances for each brand, but vanishes if they are summed by brand. Therefore, it is characterized as "zero-sum effect" in the direction of brand.

Let us assume a brand substitution component, $g_n = (g_n^1, \dots, g_n^k)^T$, is represented by

$$g_n = B_n u_n, \quad B_n = \{b_n^{ij}\}, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (8)$$

where $u_n = (u_n^1, \dots, u_n^k)^T$ is the price function defined in Eq.(7) and B_n represents time-varying coefficients of u_n .

The competitive structure of brand substitution can be expressed as a constraint of the Eq.(8) and is represented by

$$b_n^{ii} \leq 0, \quad b_n^{ij} \geq 0 \text{ (for } i \neq j), \quad \sum_{i=1}^k b_n^{ij} = 0. \quad (9)$$

The condition, $\sum_{i=1}^k g_n^i = 0$ in Eq.(4) is satisfied if $\sum_{i=1}^k b_n^{ij} = 0$, for each price function, u_n^j , $j = 1, \dots, k$. As illustrated in Figure 2, it is natural to decompose price promotion effect into brand switching effect and category expansion for each price function. These constraints have

a role to define a 100% basis of the sales for brand substitution, confining price promotion effect into the one for brand substitution.

The coefficients, b_n^{ij} are assumed to be flexible time-varying parameters in order to absorb mildly changing phenomena due to competition among brands and/or seasonality. The type of variation is classified as stochastic sequential parameter variation by [24].

Since coefficients are assumed to have mild changes they can be expressed as a locally constant component with the following 1st order stochastic difference equation:

$$b_n^{ij} - b_{n-1}^{ij} = v_{b^{ij}n} \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (10)$$

where a system noise $v_{b^{ij}n}$, obeying the normal distribution, $v_{b^{ij}n} \sim N(0, \sigma_{b^{ij}}^2)$ with the variance

$$\sigma_{b^{ij}}^2 = \sigma_b^2 (\sigma_{i^2}^2 / \sum_{j=1}^k \sigma_{ij}^2), \quad \sigma_b^2 \leq R \sum_{j=1}^k \sigma_{ij}^2. \quad (11)$$

Here $\sigma_{b^{ij}}^2$ is a product of σ_b^2 (a common parameter) and a weight determined by $\sigma_{i^2}^2$, the baseline system noise variance for a brand i , and R is a half of the range of price function to restrict the range of the system noise variance $\sigma_{b^{ij}}^2$. In Eq.(11), $\sigma_{b^{ij}}^2$ is determined in such a way that the share of baseline system noise variance for a brand i equals to the share of explanatory variable system noise variance. Within a brand i , the explanatory variable system noise variance is the same.

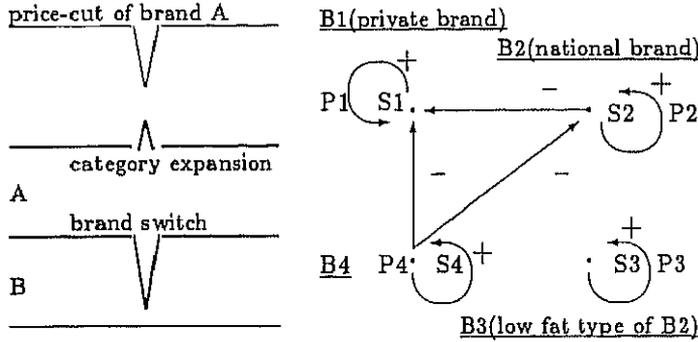


Figure 2: Concept of Price-cut Effect Decomposition

Figure 3: Relationship between Price Reduction (P) and Sales (S)

Category Expansion Component Model: Category expansion component is the remaining incremental sales effects after removing the ones for brand substitution, which contributes to a net increase in category sales. Let us assume a category expansion component, $z_n = (z_n^1, \dots, z_n^k)^T$, $z_n^i \geq 0$, $i = 1, \dots, k$, is represented by

$$z_n = \Lambda_n u_n, \quad \Lambda_n = \{\lambda_n^{ij}\}, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (12)$$

where u_n is the same price function as the one for brand substitution and Λ_n represents time-varying coefficients of u_n with $\lambda_n^{ij} = 0$, for $i \neq j$. Category expansion is a non-competitive effect, but a primary sales effect (for details, refer to [22]). In other words, own sales must increase and competitors' sales do not change by price-cut of a brand. Therefore, only diagonal elements of coefficients must be non-zero, because if off-diagonal elements that represent effects from competitors' prices were non-zero, the sales of some brands can be affected.

The conditions of category expansion can be expressed with coefficients λ_n^i as:

$$\lambda_n^i \leq 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (13)$$

The coefficient, λ_n^i , is assumed to be a flexible time-varying parameter as in brand substitution component, being expressed as a locally constant component with the following 1st order stochastic difference equation:

$$\lambda_n^i - \lambda_{n-1}^i = v_{\lambda^i n} \quad i = 1, \dots, k, \quad (14)$$

with a system noise, $v_{\lambda^i n}$, obeying the following normal distribution, $v_{\lambda^i n} \sim N(0, \sigma_{\lambda^i}^2)$, with the same variance $\sigma_{\lambda^i}^2$ in Eq.(11).

State Space Representation

The time series model explained so far is given by

$$y_n = t_n + d_n + g_n + z_n + w_n. \quad (15)$$

This model can be expressed in the form of a linear state space model:

$$y_n = H_n \alpha_n + w_n \quad (\text{observation model}) \quad (16)$$

$$\alpha_n = F \alpha_{n-1} + G v_n \quad (\text{system model}) \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} w_n \\ v_n \end{bmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_w & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix} \right], \quad (18)$$

where α_n , w_n , and v_n are state vector, observation noise and system noise, respectively.

The system model of the state space model in Eq.(17) can be specified as follows: $F = \text{Diag}\{F_T, F_D, F_B, F_\lambda\}$, $G = \text{Diag}\{G_T, G_D, G_B, G_\lambda\}$, $H_n = (H_T \ H_D \ H_B \ H_\lambda)$. Each component of $t_n, d_n, b_n, \lambda_n, v_{t_n}, v_{d_n}, v_{b_n}, v_{\lambda_n}, F_T, F_D, F_B, F_\lambda, G_T, G_D, G_B, G_\lambda, H_T, H_D, H_B, H_\lambda$ are defined in the Appendix.

Identification of the Model and Information Criterion

Kalman filter algorithm provides a method for the exact maximum likelihood estimation of the model and a prediction on the dependent variable is effectively made.

The likelihood of the model can be expressed as the factorized conditional distributions with parameter θ as follows:

$$L(\theta) = f(y_1, \dots, y_N | \theta) = \prod_{n=1}^N f(y_n | Y_{n-1}, \theta), \quad (19)$$

where $Y_{n-1} \equiv \{y_1, \dots, y_{n-1}\}$. The individual terms are given by

$$f(y_n|Y_{n-1}) = (2\pi)^{-k/2} |V_{n|n-1}|^{-1/2} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\varepsilon_{n|n-1}^T V_{n|n-1}^{-1} \varepsilon_{n|n-1}\right\}, \quad (20)$$

where $\varepsilon_{n|n-1} = y_n - y_{n|n-1}$ is one-step-ahead prediction error of time series and $y_{n|n-1}$ and $V_{n|n-1}$ are the conditional mean and the variance covariance matrix of the observation y_n , respectively, and are defined by

$$y_{n|n-1} = H_n \alpha_{n|n-1}, \quad (21)$$

$$V_{n|n-1} = H_n W_{n|n-1} H_n^T + \Sigma_w. \quad (22)$$

Here $\alpha_{n|n-1}$ and $W_{n|n-1}$ are the conditional mean and the variance covariance matrix of the state vector given the observations Y_{n-1} and can be obtained by the Kalman filter (refer to [4]).

The distribution of y_n based on the information up to $n-1$ time period obeys the following Gaussian white noise, $y_n \sim N(y_{n|n-1}, V_{n|n-1})$.

From Eqs.(19) and (20), the log-likelihood of the model can be written as

$$\log L(\theta) = -\frac{1}{2} \left\{ Nk \log 2\pi + \sum_{n=1}^N \log |V_{n|n-1}| + \sum_{n=1}^N \varepsilon_{n|n-1}^T V_{n|n-1}^{-1} \varepsilon_{n|n-1} \right\}. \quad (23)$$

The best parametric model among alternatives estimated by the maximum likelihood method was chosen by the information criterion AIC developed by Akaike [1]. A model with a smaller value of AIC is determined as a better model.

Structural Model Having Major Brands and Category Total

The benefit of the analytical framework of brand sales model and category sales model for decomposing a price promotion effect into brand switching and category expansion was explained earlier. In practice, when we analyze marketing sales data, we seldom do analysis on every SKU(stock keeping unit). We select interested brands and make the other brands total, and the category total. The very information which researchers need is on interested brands and the category total, instead of brands and the other brands total, so that we arrange to estimate and forecast on brands and the other total by using information on brands and the category total.

Consider the situation that we have $k-1$ brands and the other total. Define a matrix, Γ as follows:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} I_{k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \Gamma^{-1} = \begin{pmatrix} I_{k-1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, |\Gamma^{-1}| = |\Gamma| = 1. \quad (24)$$

By multiplying y_n by Γ , lets produce \tilde{y}_n as follows:

$$\tilde{y}_n = \Gamma y_n = \Gamma H \alpha_n + \Gamma w_n, \quad (25)$$

where \tilde{y}_n is for $k-1$ brands and the category total.

The distribution of \tilde{y}_n based on the information up to $n-1$ time point obeys the following normal distribution, $\tilde{y}_n \sim N(\tilde{y}_{n|n-1}, \tilde{V}_{n|n-1})$, $\tilde{V}_{n|n-1} = \{\sigma_{\tilde{y}ij}^2\} = \{\sigma_{yji}^2\}$, $i, j = 1, \dots, k$ where $\sigma_{\tilde{y}ii}^2 > 0$, $\sigma_{\tilde{y}ki}^2 > 0$, $i = 1, \dots, k$.

From (25), the distribution of y_n based on the information of \tilde{y}_n up to $n-1$ period obeys the following normal distribution:

$$y_n \sim N(\Gamma^{-1} \tilde{y}_{n|n-1}, \Gamma^{-1} \tilde{V}_{n|n-1} \Gamma^{-T}). \quad (26)$$

Therefore, the log-likelihood of the model is given by

$$\log L(y|\theta) = -\frac{1}{2} \left\{ Nk \log 2\pi + \sum_{n=1}^N \log |\tilde{V}_{n|n-1}| + \sum_{n=1}^N (\Gamma y_n - \tilde{y}_{n|n-1})^T \tilde{V}_{n|n-1}^{-1} (\Gamma y_n - \tilde{y}_{n|n-1}) \right\}. \quad (27)$$

3. Analysis of Scanner Data

The analyzed data contains brand sales and prices of 2 years daily aggregated data in the period of 1994/2/28-1996/3/3 ($N=735$). In this study, brand is defined as brand-size and sales quantity is defined as the litre of product purchased. The top four brands (B1 to B4) and the category total were analyzed. Kalman filter requires initial values of state mean and variance. The state variances for day-of-the-week component or for explanatory variable component were set to some large arbitrary values, which produces flatter prior distributions. A discussion on the determination of initial values is in Harvey ([11, pp.120-125]). All zero-sales were treated as missing values. The maximum likelihood estimates of parameters were obtained by a quasi-Newton numerical optimization procedure.

The following three models given in Eqs. (28)-(30) were applied to the data.

$$\text{Model TD} \quad y_n = t_n + d_n + w_n \quad (28)$$

$$\text{Model TDX} \quad y_n = t_n + d_n + x_n + w_n \quad (29)$$

$$\text{Model TDGZ} \quad y_n = t_n + d_n + g_n + z_n + w_n \quad (30)$$

The values of the log-likelihood, AIC, and the number of parameters on the analysis were summarized in Table 1 where T, D, X, G, and Z denote trend component, the day-of-week effect component, time-varying explanatory variable component, time-varying brand substitution, and time-varying category expansion, respectively. The results in Table 1 showed the smallest AIC value was attained at Model (T, D, G, Z), price promotion effect decomposition model among the three.

Figure 3 shows the relationship between sales and price functions among the top four brands. The price-cuts affect the own sales positively for each brand. B3 is a low fat type of B2, which has no competitive relationship with the other three brands of regular type. B1 is a private

Table 1:
Log-likelihood and AIC for three models

Model	log-likelihood	AIC	No. of Parameters
Model (T,D)	-19512.0	39128.0	52
Model (T,D,X)	-18259.9	36695.8	88
Model (T,D,G,Z)	-18246.4	36668.8 †	88

brand and the sales is taken a large amount by the price-cuts of two competitors, B2 and B4. The price-cuts of B4, on the other hand, negatively affect two competitors B1 and B2. B2 takes the sales from B1 by its price-cut, but being taken from B4.

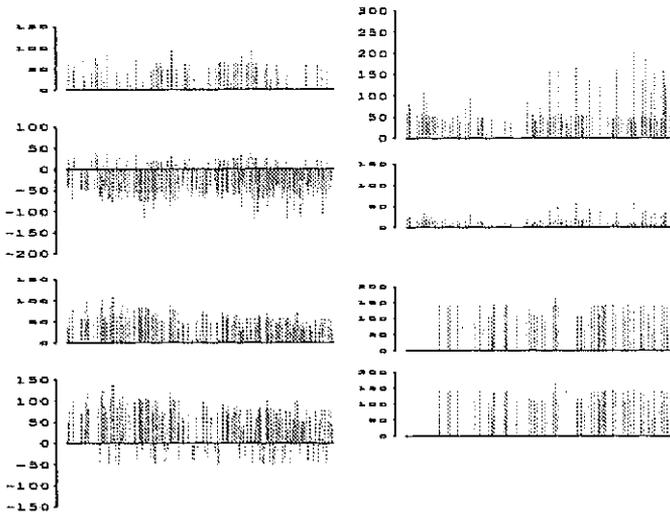


Figure 4:

Top, Category Expansion: (left) B1; (right) B3
 2nd, Brand Switch: (left) B1; (right) B3
 3rd, Category Expansion: (left) B2; (right) B4
 4th, Brand Switch: (left) B2; (right) B4

Graphs in Figure 4 exhibit clear decomposition of price-cut effect for each brand. The top right graph shows the category expansion of the low fat type brand, B3, was much greater than its positive brand substitution shown in the second right graph. The top left graph shows that the category expansion of B1 was much greater than the positive brand substitution in the second left graph. In addition, the negative brand substitution due to the price cuts of B2 and B4 was also large. The third left graph shows the incremental sales of B2 were due to both the increments of the category expansion and the positive brand substitution taken from B1, while there was smaller reduction due to the price-cuts of B4. The category expansion increments for B4 in the third right graph were almost the same as those of the brand substitution.

Figure 5 shows graphs of category sales concerning (a) fitted trend, (b) day-of-week component, (c) price reduction (category expansion) effect component, (d) observations, (e) trend + day-of-week + price reduction effect component, and (f) residuals. We can see that the price reduction effect could expand short-term category sales (see (c)), but long-term trends show a little

declining tendency(see (a)).

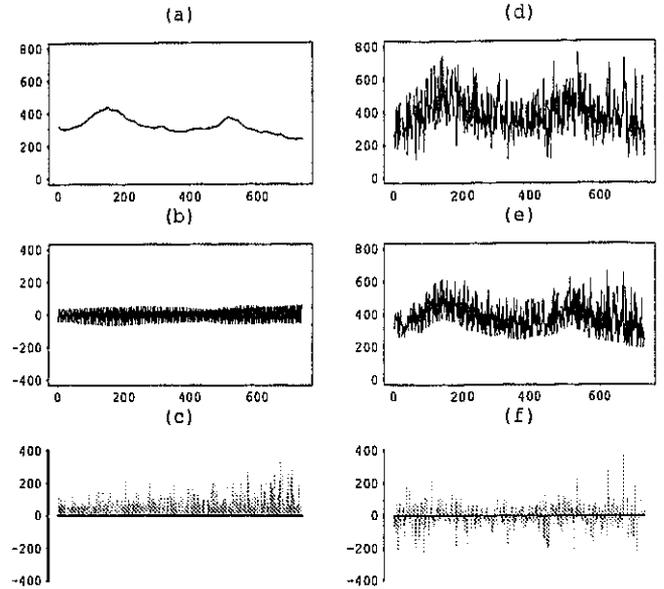


Figure 5:

(a) fitted trend, (b) day-of-the-week component, (c) price reduction effect component, (d) observations, (e) trend + day-of-the-week + price reduction effect component, and (f) residuals on category total data

4. Conclusion

We propose a new method based on state space model to decompose price promotion effect of scanner sales into brand substitution and category expansion, together with sales decomposition into component of baseline (trend) and day-of-week effect.

A real complex data of store level daily scanner sales were analyzed to show how the decomposition works. The analysis showed the decomposition model of an explanatory component gave the best result among the three alternatives, accomplishing the purpose of a decomposition of an explanatory component.

Our smoothness priors state space approach allows a researcher to fit very flexible models with more parameters than the number of data points. This is the most significant difference of our approach from conventional models with parameters estimated by OLS, where we would quickly use up permissible number of parameters for similar models. In this many parameter estimation environment, our semi-automatic procedure with the objective information criterion of AIC, gives an advantage. After we set up possible alternative models with different structures, we only have to search for the model with the minimum AIC value.

References

- [1] Akaike, Hirotugu (1973), "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", in second International Symposium in Information Theory, eds. B.N. Petrov and F. Caski, Budapest, Akademiai Kiado, pp.267-281.
- [2] Akaike, Hirotugu (1980a), "Likelihood and the Bayes procedure", in Bayesian Statistics, J.M. Bernardo, M.H. De Groot, D.V. Lindley and A.F.M. Smith, A.F.M. eds., (University Press, Valencia), 143-166.
- [3] Akaike, Hirotugu (1980b), "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modeling", *Journal of Time Series Anal.*, 1,1-13.
- [4] Anderson, Brian O. and J.B. Moore (1979), *Optimal Filtering*, Prentice Hall, New Jersey.
- [5] Athans, Michael (1974), "The Importance of Kalman Filtering Methods for Economic Systems", *Annals of Economic and Social Measurement*, 3(1), 49-64.
- [6] Blattberg, Robert C. and Scott A. Neslin (1990), *Sales Promotion: Concepts, Methods, and Strategies*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey.
- [7] Duncan, George, Wilpen L. Gorr, and Janusz Szczy-pula (1993), "Bayesian Forecasting for Seemingly Un-related Time Series: Application to Local Govern-ment Revenue Forecasting", *Management Science*, 39, 275-293.
- [8] Frank, Ronald E. and Massy William F. (1971), "An Econometric Approach to a Marketing Decision Model", Cambridge, Mass: MIT Press.
- [9] Gersch, Will and Genshiro Kitagawa (1983a), "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonal-ities", *Journal of Bus. Econ. Statist*, 1, 253-264.
- [10] Hanssens, Dominique M., Leonard J. Parsons, and Randall L. Schultz (1990), *Market Response Models: Econometric and Time Series Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [11] Harvey, Andrew C. (1989), *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman* Cambridge Uni-versity Press, Victoria, Australia.
- [12] Kalman, Rudolf E. (1960), "A new Approach to Lin-ear Filtering and Prediction Problems", *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., J. Basic Engineering*, 82, 35-45.
- [13] Kalman, Rudolf E. and Richard S. Bucy (1961), "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory", *Trans. of the ASME, J. Basic Engng.*, 83D, 95-108.
- [14] Kitagawa, Genshiro and Will Gersch (1984), "A Smoothness Priors - State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality", *Journal of the American Statistical Association*, 79, No. 386, 378-389.
- [15] Kitagawa, Genshiro and Will Gersch(1996), *Lecture Notes in Statistics 116: Smoothness Priors Analysis of Time Series*, Springer-Verlag, New York.
- [16] Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2000a), *Time Series Analysis of Daily Scanner Sales - Extraction of Trend, Day-of-Week Effect, and Price Promotion Effect -*, *Marketing Intelligence Planning*, Vol.18, No.2, pp.53-66.
- [17] Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2000b), *Forecasting with time-varying competitive structure models: Application to daily scanner sales*, Research Memo-randum No.765, the Institute of Statistical Mathe-matics.
- [18] Kumar, V. and Robert P. Leone (1988), "Measuring the Effect of Retail Store Promotions on Brand and Store Substitution", *Journal of Marketing Research*, 25, May, 1988, 177-185.
- [19] Pindyck, Robert S. and D.L. Rubinfeld (1981), *Econometric Models and Economic Forecasts*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- [20] Raju, Jagmohan S. (1992), "The Effect of Price Pro-motions on Variability in Product Category Sales", *Marketing Science*, 11 (Summer), 207-220.
- [21] Shiller, Robert J. (1973), "A Distributed Lag Estima-tor Derived from Smoothness Priors", *Econometrica*, 41, 775-788.
- [22] Shultz, Randall and Wittink, Dick R., 1976, "The Measurement of Industry Advertising Effects", *Jour-nal of Marketing Research*, 13 (February), 71-75.
- [23] Whittaker, Edmund T. (1923), "On a New Method of Graduation", *Proc. Edinborough Math. Assoc.*, 78, 81-89.
- [24] Wildt, Albert R. and Russell S. Winer (1983), "Mod-eling and Estimation in Changing Market Environ-ments", *Journal of Business*, 56, 365-388.
- [25] Xie, Jinhong, Michael X. Song, Marvin Sirbu, and Qiong Wang (1997), "Kalman Filter Estimation of New Product Diffusion Models", *Journal of Market-ing Research*, 34, 378-393.

Appendix

Specification of System Model and Matrix H_n for Observation Model

The system model of the state space model in (17) was given as follows:

$$\begin{pmatrix} t_n \\ d_n \\ b_n \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{n-1} & F_T \\ d_{n-1} & F_D \\ b_{n-1} & F_B \\ \lambda_{n-1} & F_\Lambda \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{t_n} & G_T \\ v_{d_n} & G_D \\ v_{b_n} & G_B \\ v_{\lambda_n} & G_\Lambda \end{pmatrix}.$$

Fixing the number of variables as 3 ($k=3$), each component of t_n, d_n, b_n, λ_n , system noise of v_t, v_d, v_b, v_λ , and matrices of $F_T, F_D, F_B, F_\Lambda, G_T, G_D, G_B, G_\Lambda, H_T, H_D, H_B, H_\Lambda$ are defined as follows:

1st order trend component

$t_n = (t_{1n}, \dots, t_{3n})^T$, $v_{t_n} = (v_{t_{1n}}, \dots, v_{t_{3n}})^T$, $F_T = I_3$, $G_T = I_3$, $H_T = I_3$. If decomposition into brand substitution and category expansion is involved, t_{3n} and $v_{t_{3n}}$ are replaced with t_{*n} and $v_{t_{*n}}$, respectively.

Day-of-week component

$$\begin{aligned} d_n &= (d_{1n}, \dots, d_{1n-5}, \dots, d_{3n}, \dots, d_{3n-5})^T, \\ v_{d_n} &= (v_{d_{1n}}, \dots, v_{d_{1n-5}}, \dots, v_{d_{3n}}, \dots, v_{d_{3n-5}})^T, \\ G_D &= \text{Diag}\{G_d, G_d, G_d\}, \quad G_d = (1 \ 0, \dots, 0)^T, \\ H_D &= \text{Diag}\{H_d, H_d, H_d\}, \quad H_d = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), \end{aligned}$$

$$F_D = \text{Diag}\{F_d, F_d, F_d\}, \quad F_d = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

If decomposition into brand substitution and category expansion is involved, d_{3n} and $v_{d_{3n}}$ are replaced with d_{*n} and $v_{d_{*n}}$.

Explanatory variable component

a) Brand substitution component

$$\begin{aligned} b_n &= (b_n^{11}, \dots, b_n^{13}, \dots, b_n^{31}, \dots, b_n^{33})^T, \\ v_{b_n} &= (v_{b_{11n}}, \dots, v_{b_{13n}}, \dots, v_{b_{31n}}, \dots, v_{b_{33n}})^T, \\ H_b &= (u_{1n} \ \dots \ u_{3n}), \end{aligned}$$

$$F_B = G_B = \text{Diag}\{I_3, I_3, F_b\}, \quad H_B = \text{Diag}\{H_b, H_b, H_b\}.$$

If no decomposition of price promotion effect into brand substitution and category expansion is involved, let $F_b = I_3$ and no category expansion component is necessary. If a decomposition is performed, b_n^{31} is replaced with $b_n^{*1} = 0$, b_n^{32} with $b_n^{*2} = 0$, b_n^{33} with $b_n^{*3} = 0$ and $F_b = 0$. The coefficients, $b_n^{3i}, i=1, 2, 3$ are calculated as $b_n^{3i} = -b_n^{1i} - b_n^{2i}$.

b) category expansion

$$\begin{aligned} \lambda_n &= (\lambda_n^{11}, \dots, \lambda_n^{13}, \lambda_n^{21}, \dots, \lambda_n^{23}, \lambda_n^{*1}, \dots, \lambda_n^{*3})^T, \\ v_n &= (v_{\lambda_{11n}}, \dots, v_{\lambda_{13n}}, v_{\lambda_{21n}}, \dots, v_{\lambda_{23n}}, v_{\lambda_{*1n}}, \dots, v_{\lambda_{*3n}})^T, \end{aligned}$$

$$F_\Lambda = G_\Lambda = \begin{pmatrix} F_{\lambda^1} & 0 \\ F_{\lambda^2} & \\ F_{\lambda^3} & F_{\lambda^3} \end{pmatrix},$$

$$F_{\lambda^1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_{\lambda^2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_{\lambda^3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H_{\lambda n} = (u_{1n} \ u_{2n} \ u_{3n}), \quad H_{\Lambda n} = \text{Diag}\{H_{\lambda n}, H_{\lambda n}, H_{\lambda n}\}. \quad (32)$$

Constraint Specification for Brand Substitution Component

$$\begin{aligned} \Gamma \begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} &= \Gamma \begin{pmatrix} b^{11} & b^{12} & b^{13} \\ b^{21} & b^{22} & b^{23} \\ b^{31} & b^{32} & b^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} b^{11} & b^{12} & b^{13} \\ b^{21} & b^{22} & b^{23} \\ b^{*1} & b^{*2} & b^{*3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b^{11} & b^{12} & b^{13} \\ b^{21} & b^{22} & b^{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}. \quad (33) \end{aligned}$$

System Model for Brand Substitution Component on Simultaneous Equation

$$\begin{pmatrix} b_n^{11} \\ b_n^{12} \\ b_n^{13} \\ \vdots \\ b_n^{*1} \\ b_n^{*2} \\ b_n^{*3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & I_3 & & & & \\ & & & & 0 & & & \\ & & & & & 0 & & \\ & & & & & & 0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{n-1}^{11} \\ b_{n-1}^{12} \\ b_{n-1}^{13} \\ \vdots \\ b_{n-1}^{*1} \\ b_{n-1}^{*2} \\ b_{n-1}^{*3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{b_{11n}} \\ v_{b_{12n}} \\ v_{b_{13n}} \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Constraint Specification for Category Expansion Component

$$\Gamma \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \Gamma \begin{pmatrix} \lambda^{11} & 0 \\ & \lambda^{22} & \\ 0 & & \lambda^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^{11} & 0 \\ \lambda^{11} & \lambda^{22} & \\ \lambda^{11} & \lambda^{22} & \lambda^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

System Model for Category Expansion Component on Simultaneous Equation

Due to the category expansion condition, the non-diagonal coefficients of λ_n^{ij} are zero, so that the following conditions hold:

$$\lambda_n^{*1} = \lambda_n^{11}, \quad \lambda_n^{*2} = \lambda_n^{22}, \quad \lambda_n^{*3} = \lambda_n^{33}. \quad (36)$$

This leads to the following system model:

$$\begin{pmatrix} \lambda_n^{11} \\ \lambda_n^{22} \\ \lambda_n^{33} \\ \lambda_n^{*1} \\ \lambda_n^{*2} \\ \lambda_n^{*3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{n-1}^{11} \\ \lambda_{n-1}^{22} \\ \lambda_{n-1}^{33} \\ \lambda_{n-1}^{*1} \\ \lambda_{n-1}^{*2} \\ \lambda_{n-1}^{*3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{\lambda_{11n}} \\ v_{\lambda_{22n}} \\ v_{\lambda_{33n}} \\ v_{\lambda_{*1n}} \\ v_{\lambda_{*2n}} \\ v_{\lambda_{*3n}} \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Decomposition of Multiple Sales Promotion Effects on Infrequently Purchased Category

Fumiyo N. Kondo

Institute of Policy and Planning Sciences, University of Tsukuba.

1-1-1 Tennoudai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8573, Japan.

kondo@shako.sk.tsukuba.ac.jp

Abstract

A Bayesian inference is an important technique for data analysis in large scale as discovery science. Kondo and Kitagawa [14] introduced a Bayesian method in order to decompose price promotion effect of store level scanner sales into brand switching and category expansion, together with long-term component of baseline (trend) sales and cyclical day-of-week effect. This paper presents another analytical example of an infrequently purchased category, Chinese Tea, by adding one more promotional variable of display as explanatory variable. The analysis on this category shows that display causes very sharp spikes of incremental sales having day-of-week effect.

Keywords: Daily scanner sales, Display, Sales response model, State space model, Baseline sales, Day-of-week effect, Multi-variate regression analysis.

1. Introduction

Bayesian analyses on cross-sectional and longitudinal scanner data can be largely classified into two groups, i.e., cross-sectional analysis and time series analysis. There are many applications in terms of Bayesian analysis on scanner data in marketing. The first one is to focus on the cross-sectional aspect of scanner data, such as choice data. When customers choose a brand among competitive brands stocked on the shelf of a store, brand choice data such as scan panel data, can be obtained. There is an increasing interest in analyzing this kind of choice data from a Bayesian point of view with recent powerful computational algorithms such a Markov Chain Monte Carlo methods. As a theoretical framework, Albert and Chib [2] developed exact Bayesian

methods of modeling categorical response data, using the idea of data augmentation, combined with Gibbs sampling. This data augmentation approach provides a general framework for analyzing multinomial response models with mixtures of normal distributions to model the latent data. McCulloch and Rossi [5] also developed new Bayesian methods for conducting a finite sample, likelihood-based analysis of multinomial probit model with Gibbs sampler. This sampling algorithm is developed to draw from the exact posterior of the multinomial probit model with correlated errors, avoiding direct evaluation of the likelihood and the problems related to calculating choice probabilities.

Secondly, longitudinal aspect of scanner data can be focused in the analysis. This paper deals with store level scanner data (i.e., consumer choice data by individual are aggregated within a store). Our approach is to consider cross-sectional and longitudinal scanner data as time series in a Bayesian framework. Household level scan panel data contain only a sample of purchases of the store sales, while store level scanner data contain the entire store sales. We utilize a Bayesian vector state space model with smoothness priors by using brand sales on two kinds of explanatory variables in this paper. The used explanatory variables are defined to increase the own sales of a brand.

This paper consists of two parts. First, we briefly explain a method for decomposing scanner sales into baseline sales, cyclical day-of-week-effect, and explanatory variable effects. Secondly, an analysis on daily store level scanner sales is given.

2. Sales Decomposition Model

Basic Model: The sales of brands are represented by k -variate time series

$y_n = (y_n^1, \dots, y_n^k)^T$, $n = 1, \dots, N$ and are assumed to be able to decompose as follows:

$$y_n = t_n + d_n + x_n + w_n, \quad x_n = g_n + z_n \quad (1)$$

where t_n, d_n, x_n , and w_n represent long-term baseline (trend) component, cyclical day-of-week effect component, short-term component, and observation noise, respectively. The short-term component can be further decomposed into brand substitution and category expansion, which are represented by g_n and z_n , respectively.

The observation noise w_n is assumed to be Gaussian white noise:

$w_n \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_w)$, $\Sigma_w = \left\{ \sigma_{w_{ij}}^2 = \sigma_{w_{ji}}^2 \right\}$, $i, j = 1, \dots, k$, where Σ_w is the covariances of observation noises between brands, facilitating more precise estimates of regression coefficients if an important explanatory variable is omitted.

Long-term Baseline (Trend) Component: Baseline (trend) sales for a brand (or category) are defined as the sales without any sales promotions and baseline component in our model is characterized as habitual repeat purchasing that is not affected by sales promotion. We assume long-term effects of repeat purchasing or that of category expansion by sales promotion does not exist or negligible. We deal with a matured old product category in the market place.

Baseline (or trend) component, $t_n = (t_n^1, \dots, t_n^k)^T$ is assumed to correspond to habitual repeat purchasing and is modeled as the component that the values in adjacent two periods are almost the same. The baseline (or trend) component was determined as the first order by the result in [13] and is represented by the following first order stochastic difference equation:

$$t_n - t_{n-1} = v_{t_n}, \quad (5)$$

where the system noise $v_n = (v_{t_n}^1, \dots, v_{t_n}^k)^T$ obeys the following Gaussian white noise (see[10]): $v_{t_n}^i \sim N\left(0, \sigma_{t_i}^2\right)$.

Cyclical Day-of-Week Component: Cyclical day-of-week component repeats similar patterns on the same day within a week and is modeled as having a constraint that the sum of sales in a cycle of seven days becomes almost zero. As in the case of seasonal adjustment, let us assume a day-of-week component, $d_n = (d_n^1, \dots, d_n^k)^T$ is represented by

$$\sum_{j=0}^6 d_{n-j} = v_{d_n}, \quad (6)$$

where the system noise $v_{d_n} = (v_{d_n}^1, \dots, v_{d_n}^k)^T$ obeys Gaussian white noise and corresponds to the change in day-of-week pattern: $v_{d_n}^i \sim N\left(0, \sigma_{d_i}^2\right)$. Note that for small v_{d_n} , d_n behaves as a periodic function ([10]).

Explanatory Variable Component Model: Explanatory variable component model describes a component which has large variances for each brand, but vanishes if they are summed by brand.

Let us assume a brand substitution component, $x_n = (x_n^1, \dots, x_n^k)^T$ is represented by

$$x_n = B_n u_n, \quad B_n = \{b_n^{ij}\}, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (7)$$

where $u_n = (u_n^1, \dots, u_n^k)^T$ is the price function defined in Eq.(11) and B_n represents time-varying coefficients of u_n .

(8)

The coefficients, b_n^{ij} are assumed to be flexible time-varying parameters in order to absorb mildly changing phenomena due to competition among brands and/or seasonality. The type of variation is classified as stochastic sequential parameter variation .

Since coefficients are assumed to have mild changes they can be expressed as a locally constant component with the following 1st order stochastic difference equation:

$$b_n^{ij} - b_{n-1}^{ij} = v_{b^{ij}} \quad i, j = 1, \dots, k, \quad (9)$$

with a system noise $v_{b^{ij}}$, obeying the following normal distribution,

$$v_{b^{ij}} \sim N\left(0, \sigma_{b^i}^2\right), \quad \sigma_b^2 \leq R \sum_{j=1}^k \sigma_{t^j}^2. \quad (10)$$

In Eq.(10), $\sigma_{b^i}^2$ is determined in such a way that the share of baseline system noise variance for a brand i equals to the share of explanatory variable system noise variance. Within a brand i , the explanatory variable system noise variance is the same.

Explanatory Variable Component and Price Function: There are several means for sales promotions such as price promotion, display, advertisements, coupons, and so on. As sales promotion variables, temporary price-cuts and display are used in this analysis. There may be an omission of an important variable, but the covariance matrix of observation noise would reflect

unexplained competitive relation appropriately.

Let $u_n = (u_n^p, u_n^{d1}, u_n^{d2})^T$ be a k -variate vector function of explanatory variables. The variables, u_n^p , u_n^{d1} , and u_n^{d2} are price-cut variable, display variable, a transformation of a display variable of u_n^{d1} that expresses day-of-week variation in display effect, respectively.

Price-cut variable:

Let $u_n = (u_n^1, \dots, u_n^k)^T$ be a k -variate vector function of price such as "price cut" as follows:

$$u_n^i = f(p_n^i) \leq 0, \quad i = 1, \dots, k, \tag{11}$$

where $p_n = (p_n^1, \dots, p_n^k)^T$ is a k -variate vector of actual prices of brands within a product category.

The form of price function can be any monotone decreasing function with the start point where the sales level corresponds to that of the trend plus day-of-week effect. The larger the absolute value of price function, the greater the potential of incremental sales becomes. In this paper, we used the price functions of price-cuts level itself.

Display variable 1:

Display variables express display condition for each store by using dummy variables. The value is zero if the display is ordinary or small-scale special display such as display at the central isle, and one if large display on the flat shelf at the end of an isle.

$$u_n^{di} = 0 \quad \text{if ordinary or small-scale special display}$$

$$= 1 \quad \text{if large-scale special display,}$$

where $i = 1, \dots, k$.

Display variable 2:

A close examination of sales data and display data revealed that there exists day-of-week effect of display on sales. For example, a majority of data indicates that the incremental sales are the highest on Sundays if large-scale special display exists. Further, if the same promotion continued, the effect will be decreasing. Therefore, we introduced a transformation of original display data as follows:

$$u_n^{d2i} = 0 \quad \text{if ordinary or small-scale special display (non-promotional)}$$

$$= a/(a-1+j) \quad \text{if large-scale special display (promotional)}$$

where $a > 1$ and $i = 1, \dots, k$ and the value of j is determined as follows:

$$\begin{aligned} & \vdots \\ j = 2 & \quad \text{if the day is promotional Saturday just before the first Sunday} \\ j = 1 & \quad \text{if the day is the first promotional Sunday} \\ j = 2 & \quad \text{if the day is promotional Monday just after the first Sunday} \\ & \vdots \\ j = 8 & \quad \text{if the day is the second promotional Sunday} \\ & \vdots \end{aligned}$$

Identification of the Model and Information Criterion: The time series model explained so far can be expressed in the form of a linear state space model, which is consisted of system model and observation model. The exact maximum likelihood estimation of the model and a prediction on the dependent variable is effectively made by Kalman filter algorithm (for details, refer to [10]). The best parametric model among alternatives determined by the maximum likelihood method was chosen by the information criterion of AIC developed by Akaike [1]. A model with a smaller value of AIC is determined as a better model.

3. Analyzed Data

The analyzed data contain brand sales and prices of one and a half years of daily aggregated data of bottled Chinese Tea category in the period of 2000/1/2--2001/5/31 (N=516). Chinese Tea category is not a staple food or drink. Therefore, a consumer would purchase a product of this category in a whim. Figure 1 shows the actual scanner sales data analyzed in this research. The first to the fourth graphs in the figure show movements of top four brands in the period. The last graph shows the sum of the four brands. It shows a rare brand substitution occurred for this product category. Actually, the variance of the total four brands is 607.9, is almost equal to the sum of variances of

four brands, 642.1, and the ratio is about 0.95. Therefore, we could

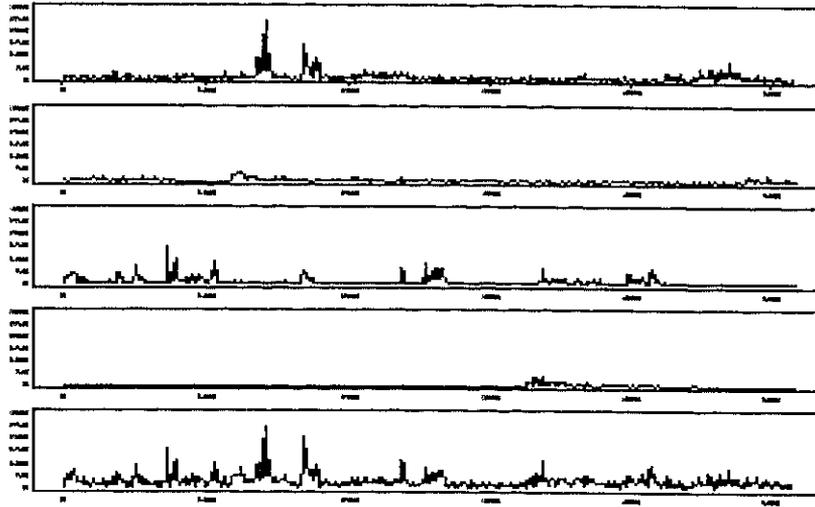


Figure 1:
Four Brands and the Sum of Daily Scanner Chinese Data
Variance for Four Brands and the Sum
(349.61; 31.97; 238.545; 21.97; 607.8965)

conclude that rare competitive effect exists. For any drink category, seasonality supposedly exists. From the bottom graph of Figure 1, we may recognize seasonality, but it is not so obvious due to the small number of spikes from baseline sales. In this study, brand is defined as brand-size and sales quantity is defined as the unit of product purchased. The top five brands (B1 to B5) were analyzed. The sales of the fifth brand are zero or just one digit number of sales in many days, so that we can see this category is infrequently purchased. A state space model has sequential estimation procedures and requires initial values of state mean and variance. We determined the initial values in such a way that the likelihood is maximized in a model with trend component and day-of-the-week component. The maximum likelihood estimates of parameters were obtained by a quasi-Newton numerical optimization procedure based on Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algorithm.

4. Analysis of Scanner Data

The following two kinds of models without decomposition into brand switching and category expansion were applied to the data because there is only 5 % variation that can be accounted for as

brand switching variation and the rest is a category expansion:

Model TD,

$$y_n = t_n + d_n + w_n,$$

Model TDX,

$$y_n = t_n + d_n + x_n + w_n,$$

The values of the log-likelihood, AIC, and the number of parameters on the analysis were summarized in Table 1 where T, D, and X^{p1} denote trends, day-of-week variation, time-varying explanatory variable component of price-cut, respectively. Similarly, X^{d1} and X^{dd1} denote explanatory variable component of the first type of display and the second type of display, respectively. Since there were many cases that many zero value observations were recognized for B3 and B4, the trends of these two brands were fixed as constant.

Table 1:
Log-likelihood and AIC for each model

Model	log likelihood	AIC	No. of Parameters
Model (T)	-36406.5	32861.2	21
Model (T,D)	-12072.7	24263.4	50
Model (T,D, X^{p1})	-12068.0	24256.0	60
Model (T,D, X^{p2})	-12064.0	24249.8	60
Model (T,D, X^{p3})	-12046.0	24212.0 ^{*1}	60
Model (T,D, X^{p4})	-12077.0	24274.0	60
Model (T,D, X^{d1})	-12058.8	24237.0	60
Model (T,D, X^{d2})	-12063.3	24246.0	60
Model (T,D, X^{d3})	-12060.7	24259.4	60
Model (T,D, X^{d4})	-12162.3	24444.0	60
Model (T,D, X^{dd1})	-12058.0	24236.0 ^{*2}	60
Model (T,D, X^{dd2})	-12073.5	24267.0	60
Model (T,D, X^{dd3})	-12068.6	24257.2 ^{*3}	60
Model (T,D, X^{dd4})	-12070.2	24272.4	60
Model (T,D, X^{p2+dd2})	-12030.8	24183.6 †	61
Model (T,D, $X^{d1+p2+dd2}$)	-12020.8	24183.6 †	62

Table 1 showed the results on various models with the combination of trend component, cyclical component, and explanatory variables. The AIC value for Model TW (24263.4) was much smaller than that for Model T (32861.2), so that we confirmed that the existence of the day-of-week effect. Each explanatory variable was added to the model of trend component and the day-of-week effect

component. The table shows that the inclusion of price-cuts variable of B3 has the biggest effects to the sales among explanatory variables, reducing the value of AIC by 51.4. The variable that causes the second largest decline in AIC value, was the transformed variables of display for B1, reducing the AIC value from 24212.0 to 24183.6 by 28.4 points. The inclusion of the transformed variables of display for B2 reduced the log-likelihood, but does not change the value of AIC. We decided to include it in the model. The results on this category showed that the transformed variables which include day-of-week effect were much better than the original display dummy variable. The other explanatory variables did not contribute to the reduction of the AIC value.

Figure 1 shows that only brand B1 and B3 has many dominant spikes in the sales. Figure 2 and Figure 3 are the graph of observations against fitted values (Fitted trends + Day-of-week Effect + Display Effect (transformed)) of B1 and B3, respectively. The tall spikes of incremental sales were caused by display variable, whose response levels are different among days within a week. The sales level, which recorded the highest incremental sales on Sunday, shows obvious and sharp reduction on Saturday in Figure 2 and Figure 3. Further, we could recognize from these Figures that the display effect with a gradual day-of-week decay appeared to produce a reasonable model.

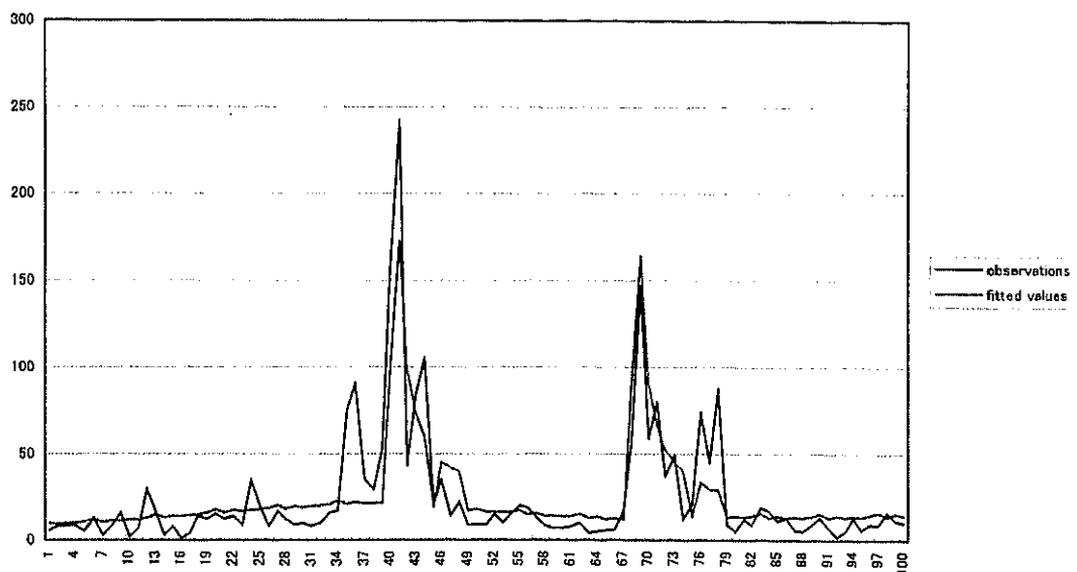


Figure2 : B1

Observations vs. Fitted trends + Day-of-week Effect + Display Effect (transformed)

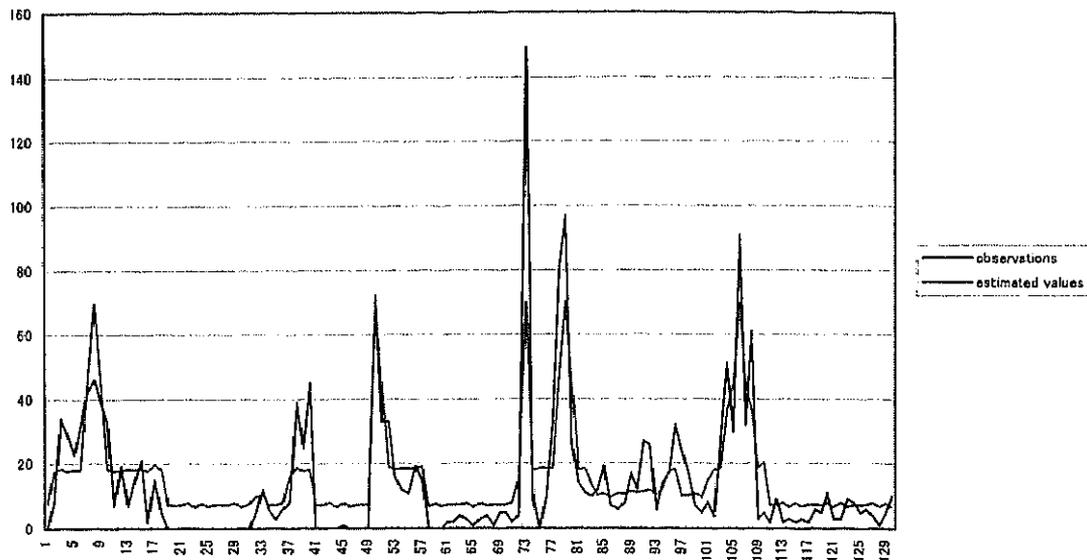


Figure3 : B3

Observations vs. Fitted trends + Day-of-week Effect + Display Effect (transformed)

For infrequently purchased categories characterized by sharp incremental sales, it appeared to be important to keep track with correct data of display because it would cause the largest variation in daily sales data.

Conclusion

On the analysis of a bottled Chinese Tea Category, we could successfully decompose scanner sales into component of baseline (trend), day-of-week effect, and two kinds of sales promotion effects. With respect to infrequently purchased category of Chinese Tea, we could confirm that our framework for analysis on daily scanner data is valid, i.e., to consider (a) trends, (b) day-of-week variation, (c) explanatory variables such as price-cuts and display, and (d) brand switch and category expansion as factors for sales variation. However, for a bottled Chinese Tea Category, the last factor does not have a large impact because the sales movements of brands are mostly independent. On the other hand, the effect of display on daily scanner sales is so large that it is very important to gather correct information on display and to model the display effect appropriately. In this paper, we devised a way to reflect gradual day-of-week decay on display effect. In this way, our smoothness priors state space approach allows a researcher to fit a very flexible and useful framework of models to represent daily scanner sales movements.

Reference

- [1] Akaike, Hirotugu (1973), "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", in second International Symposium in Information Theory, eds. B.N. Petrov and F. Caski, Budapest, Akademiai Kiado, pp.267--281.
- [2] Albert, J.H. and Chib S. (1993), Bayesian Analysis fo Binary and Polychotomous Response Data. Journal of the American Statistical Association, 88, 669-679.
- [3] Athans, Michael (1974), "The Importance of Kalman Filtering Methods for Economic Systems", Annals of Economic and Social Measurement, 3(1), 49--64.
- [4] Blattberg, Robert C. and Scott A. Neslin (1990), Sales Promotion: Concepts, Methods, and Strategies, Englewood Cliffs, Prentice Hall, New Jersey.
- [5] McCulloch and P.e. Rossi (1994). An Exact Likelihood Analysis of the Multinomial Probit Model. Journal of Econometrics, 64, 207-240.
- [6] Duncan, George, Wilpen L. Gorr, and Janusz Szczypula (1993), "Bayesian Forecasting for Seemingly Unrelated Time Series: Application to Local Government Revenue Forecasting", Management Science, 39, 275--293.
- [7] Frank, Ronald E. and Massy William F. (1971), "An Econometric Approach to a Marketing Decision Model", Cambridge, Mass: MIT Press.
- [8] Gersch, Will and Genshiro Kitagawa (1983a), "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonalities", Journal of Bus. Econ. Statist, 1, 253--264.
- [9] Hanssens, Dominique M., Leonard J. Parsons, and Randall L. Schultz (1990), Market Response Models: Econometric and Time Series Analysis, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [10] Kitagawa, Genshiro and Will Gersch (1984), "A Smoothness Priors - State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality", Journal of the American Statistical Association, 79, No. 386, 378--389.

[11]Kitagawa, Genshiro and Will Gersch(1996), Lecture Notes in Statistics ¶quad 116: Smoothness Priors Analysis of Time Series, Springer-Verlag, New York.

[12]Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2000a), Time Series Analysis of Daily Scanner Sales-- Extraction of Trend, Day-of-Week Effect, and Price Promotion Effect --, Marketing Intelligence & Planning, Vol.18, No.2, pp.53--66.

[13]Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2000b), Forecasting with time-varying competitive structure models: Application to daily scanner sales, Research Memorandum No.765, the Institute of Statistical Mathematics.

[14]Kondo, F. N. and Kitagawa, G. (2001), Discovery of Competitive Structure in Brand Substitution and Category Expansion Caused by Price Promotion, in Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Vol. II, Information Systems, pp.171 - 178.

[15]Pindyck, Robert S. and D.L. Rubinfeld (1981), Econometric Models and Economic Forecasts, 2nd ed., McGraw-Hill, New York.

プライベートブランドに関するデータ解析

筑波大学社会工学類 経営工学専攻：太田 耕司

筑波大学社会工学系：近藤 文代

1. 研究の背景と目的

日本の流通業界ではここ数年様々なカテゴリーにプライベートブランド (PB^{注1}) が進出してきてきた。しかし、これらの日本のプライベートブランドはそれほどシェアを獲得できていないものと思える。ヨーロッパではプライベートブランドがナショナルブランドを凌駕している国も多く、特にイギリスでは食品雑貨の 55% を占めるに至っている。

実際の POS データを用いた日本の PB に関する研究、論文は私が調べた限りで無い。本研究では POS データを用いて、現在の日本における PB のシェアの把握と、PB が発展している国の一つであるアメリカの論文、Cotterill, Putsis, Dhar (2000) で使われたモデルを日本の POS データで当てはめ、アメリカと日本における PB の特性の違いを見つける。

2. PB と NB

プライベートブランド (PB) の定義は、流通業者の企画、仕様に基づきメーカーが製造したブランド、流通独自の名前を冠したブランドのことを指す。例えば、ジャスコのトップバリュや無印良品、生協、ユニクロなどが有名である。PB に対してナショナルブランド (NB) がある。NB とは、生産者が生産した自社製品につけられる名称であり、商品は全国的に単一の商標で販売されることからナショナルブランド (NB) と呼ばれる。本研究ではカテゴリー内の商品の分類をこの NB と PB の二つに大きく分け、話を進めていくものとする。

3. PB の特徴

1.所有者が流通業、特に小売業である。

POS システムを扱うようになってから販売情報が小売業に集まるようになり、消費者の需給情報を迅速に得られるようになる。

⇒①プロモーション活動を適切かつ効率的に行うことができる。

②PB の売上予測することができる。

注1) PB：百貨店やスーパーなどの小売店が独自に商品を企画し、完全買い取りでメーカーに生産を発注するオリジナルブランドのこと。反対に生産者が生産した自社製品のことをナショナルブランド (NB) と言う。

③生産量のコントロールができる。

④需要にあった製品開発できる。

2.安価である。

理由)

a) PB は問屋を通さずに製造元から販売店に直接に流れるので中間マージンをカットすることができること。

b) NB は全国的に宣伝するプロモーションに対し PB はインスタ・マーチャライジングのプロモーションの形態を取っていて、費用の面から安くすることができることからである。

⇒認知度が低く、低品質のイメージ (ジェネリクスの影響も出ている)

3. 景気変動と逆相関しており、またそれは周期的に変動し、長期的な傾向としてはあまり変化しない。

理由) 低価格志向といった所得効果の影響が働き低価格である PB の需要は増加するから。

⇒現在のデフレの原因が PB の参入から来ているのではないのか。

4. 分析データ

財)流通システム開発センターから入手した、全国の 400 以上の店舗のうち、1999 年の日次 POS データから FORTRAN プログラムを用い、PB が存在している小売企業を 3 店舗を抜き出した。商品カテゴリーはマヨネーズ、パスタ、インスタントコーヒー、ポテトチップス、バター、マーガリン、粉末の紅茶の 7 つを選択した。この POS データの内容は次の通りである。

- 1)日付 2)JAN コード 3)店舗コード 4)売上金額 5)個数
6)プロモーション (0 または 1) ※ただし、入手できる店舗もできない店舗もある。
7)来客人数 8)カテゴリーコード

※主キーは日付、JAN コードである。

これらのデータから分析で使う次のようなデータにも変換した。

9)価格 = 売上金額 ÷ 個数

10)割引率

割引率は割引をした定価に対する割合である。また定価は入手することができなかったもので、定価を価格の年間を通しての最大値とした。

定価＝価格の最大値

$$\text{割引率} = \frac{\text{定価} - \text{価格}}{\text{定価}} \times 100$$

また、JANコード表から商品を特定し商品1単位あたりの量（gなど）を調べた。

11) 商品1単位あたりの量

このような1～11のデータを用いて、分析する。

5. 日本のPBシェアの現状

表1を見るとアメリカのPBのシェアは平均28%であるのに対し、日本のPBは非常に低く5%にも満たない。しかし、その中にはNBのシェアに匹敵するPBが存在していることが分かった。正田達夫(1995)の先行研究によると、PBの成功しやすいカテゴリーの性質に関して説明しているが、今回の研究で同じカテゴリーでもシェアの差が出ており、カテゴリーだけでは決めることができないことが分かる。今回、PBとNBの2つの競合交互作用を調べるモデルを用いるので、日本のPBのシェアがあまりにも低く、PBの価格がNBに影響与えないと考えられるので、海外のPBに劣らないB店のパスタとA店のマヨネーズの2つに関して調べることにする

また、日本のPBの現状の大きな特徴として、PBの価格を変動させない小売企業（A店とC店）が存在しているということである。

日本							海外							
	バター	パスタ	インスタント コーヒー	マーガリン	マヨネーズ	ポテト チップス	粉末の 紅茶		バター	パスタ	インスタント コーヒー	マーガリン	牛乳	パン
A店	0%	5%	2%	0%	11%	1%	0%	PB平均シェア	46%	19%	6%	16%	70%	38%
B店	0%	23%	1%	0%	2%	0%	0%							
C店	0%	2%	0%	0%	2%	1%	0%							
3店平均	0%	10%	1%	0%	5%	1%	0%							

表1:日本とアメリカのPBシェア

6. LA/AIDS モデル

Cotterill, Putsis, Dhar (2000)と同様のLA / AIDSを適用したモデルを使用した。

需要シェア式

$$S^1_{ij} = \alpha_{10} + \alpha_{11} \ln P^1_{ij} + \alpha_{12} \ln P^2_{ij} + \alpha_{13} \ln E_{ij} + \alpha_{14} D_{ij} \quad (1)$$

$$S^2_{ij} = \alpha_{20} + \alpha_{21} \ln P^1_{ij} + \alpha_{22} \ln P^2_{ij} + \alpha_{23} \ln E_{ij} + \alpha_{24} D_{ij} \quad (2)$$

$$E_{ij} = \frac{\text{一人当たりのカテゴリーへの消費支出}}{S^1_{ij} \ln P^1_{ij} + S^2_{ij} \ln P^2_{ij}}$$

価格反応関数

$$\ln P^1_{ij} = \beta_{10} + \beta_{11} \ln P^2_{ij} + \beta_{12} \ln D_{ij} + \beta_{13} E_{ij} + \beta_{14} \ln C^1_{ij} \quad (3)$$

$$\ln P^2_{ij} = \beta_{20} + \beta_{21} \ln P^1_{ij} + \beta_{22} \ln D_{ij} + \beta_{23} E_{ij} + \beta_{24} \ln C^2_{ij} \quad (4)$$

カテゴリー: i , 市場: j ,

S^1_{ij} はNBの(円換算)市場シェア,

S^2_{ij} はPBの(円換算)市場シェア

P^1_{ij} はNBの1単位における小売価格,

P^2_{ij} はPBの1単位における小売価格

D_{ij} は小売需要シフト変数のベクトル(本研究ではプロモーション、割引率、PBの配荷率)

C^1_{ij} はナショナルブランドの供給側シフト変数、

C^2_{ij} はプライベートブランドの供給側シフト変数(1単位あたりの量)

α 、 β はパラメータである。

ただし、今回、従属変数としてシェアを使用していることから、 $S^1_{ij} + S^2_{ij} = 1$ であるので、(2)の式を除く。各パラメータの推定は同時方程式を求めるときに用いられる3段階最小二乗法、完全情報最尤法を用いる。

三段階最小二乗法は同時方程式によるバイアスと方程式間の誤差項の相関を考慮した推定方法で、以下のステップで行う。

- (1) 個々の誘導型方程式で最小二乗法を用い、各方程式の内生変数の予測値を求める。
- (2) 内生変数の予測値を説明変数として用い、2段階最小二乗法で全ての係数及び各式の誤差分散の推定を求める。
- (3) 一般化最小二乗法(GLS)により、方程式間の残差の分散共分散を求め、それを利用して式間の誤差項の相関を考慮した係数の推定値を求め、各方程式を同時に推定する。

完全情報最尤法は誤差項に正規分布を仮定し、全ての方程式を同時に推定する方法である。

7. LA/AIDSモデルの結果

LA/AIDSモデルの結果

マヨネーズの結果

	NBシェア		PBシェア		NB価格	
	推定値	t値	推定値	t値	推定値	t値
切片	-1.05	-4.75 **	1.05	4.75 **	4.22	25.60 **
priceNB	
pricePB	
expenditure	0.51	8.49 **	-0.51	-8.49 **	0.003	2.92 **
rednNB	0.010	3.38 **	-0.010	-3.38 **	-0.03	-5.25 **
rednPB	
distnPB	
volNB		0.65	5.91 **
volPB	
Adj R-sq	0.1861		-		0.1842	

パスタの結果

	NBシェア		PBシェア		NB価格		PB価格	
	推定値	t値	推定値	t値	推定値	t値	推定値	t値
切片	-0.42	-2.32 **	1.35	7.38 **	0.27	1.35	1.13	8.55 **
NBの価格対数	
PBの価格対数	0.27	7.49 **	-0.27	-7.50 **	
Eij		0.01	3.71 **
NBの割引率		-1.12	-9.44 **	
PBの割引率		-1.61	-67.72 **
NBのプロモーション		0.12	2.15 *	-0.28	-6.17 **	
PBのプロモーション	-0.16	-8.97 **	0.16	9.29 **	0.02	1.88	
NBの1単位の量		0.88	26.10 **	
PBの1単位の量		0.65	32.85 **
Adj R-sq	0.2995		0.3033		0.7748		0.9321	

結果の考察

a) マヨネーズではすべての方程式で修正済み決定係数が非常に低い。

理由) PBの価格が変化しないこととNBの価格に問題があること。

b) パスタについてはNBのプロモーションはNB価格に影響を与えているが、シェアには影響を与えていない。逆にPBのプロモーションはシェアに影響を与えているが、価格には影響を与えていない。つまり、NBの特徴としてNBのシェアはプロモーションを行うことによって変化せず、一方PBは価格を下げないプロモーションを行い、効果的にシェアを伸ばしていることを示唆している。このような意味でPBはプロモーションが有効であると言える。

c) NBにおける需要シェア式での価格弾力性において、符号逆転の問題がある。

d) 三段階最小二乗法と完全情報最尤法の結果がほとんど変わらない。

⇒需要シェア式において修正済み決定係数が低すぎる。

⇒NBの価格がNBのシェアに影響を与えていないからなのでは？

⇒データを調べてみる。

8. 集計バイアスの問題

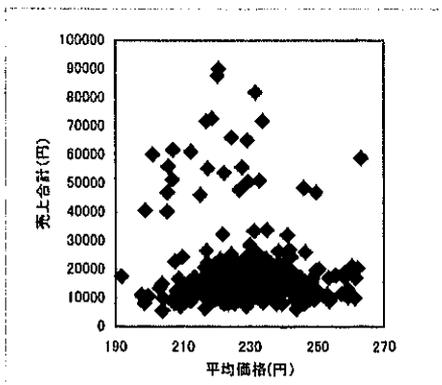


図 2-1) NB を一つにまとめた散布図

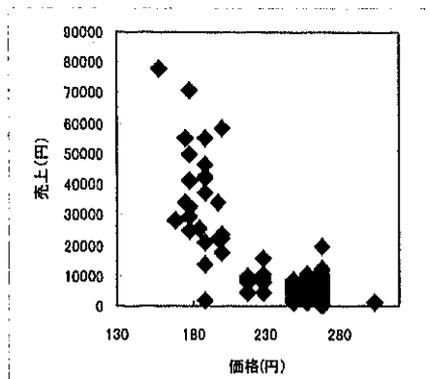


図 2-2) 年間売上の高い商品だけの散布図

左の図 2-1)を見ると関係ないものと考えられるが、右の1つの NB だけの図 2-2)を見てみると明らかに右下がりの関係となっていることが分かる。

このように起きた理由として次のように考えられる。

- i) 売上の高い商品と売上の低い商品において、同じ量の価格下げの効果が一緒と扱っていること。
- ii) 売上がほとんどない商品の価格に平均価格が引っ張られること。

よって、価格に関しての需要への影響を見るには、個々の NB を別々に扱う必要がある。

9. 競合交互作用に関する店内モデルの構築

集計バイアスを避けるために NB で売上の高い商品を別々に扱ったモデルを構築する。定義として、NB の売上順に NB1、NB2、NB3・・・とする。NB のシェア分布やグラフを見て、マヨネーズは NB3 までを別々に扱うモデル、パスタは NB5 までを別々に扱うモデルとし、売上の高い NB と PB の価格、競合との価格差、他の売上、割引率の2乗、プロモーション（※パスタの場合のみ）に関する競合関係の分析を行った。

10. モデル

$$S^i = \alpha_{i1} + \sum_{k=1, k \neq i}^m \alpha_{ik} S^k + \alpha_{i3} P + \alpha_{i4} R^2 + \alpha_{i5} M$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

ただし、mはブランド個数（マヨネーズはm=5、パスタはm=7）、Sは売上（円）、Pは（価格、価格差）のベクトル、R²は割引率の2乗、Mはプロモーション変数（パスタのみ）である。αはパラメータである。推定手法は普通の最小二乗法（ordinary least square）を使用する。

		被説明変数				
		残りのNBの売上	NB1の売上	NB2の売上	NB3の売上	PBの売上
説明変数	残りのNB	割引率 ² 140.8(7.40)**	----	----	----	----
	NB1	----	割引率 ² 27.8(34.05)**	価格 -22.1 (-3.27)**	----	----
	NB2	価格 13.6(2.92)**	割引率 ² -8.6(-11.71)	割引率 ² 7.4(20.34)**	価格 13.3 (2.90)**	売上 割引率 ² -0.21 (-5.74)** 2.3(6.72)**
	NB3	----	----	----	割引率 ² 24.6(22.32)**	価格 14.8 (4.78)
	PB	----	売上 -0.38(-2.60)**	売上 -0.36 (-5.05)**	売上 0.54 (5.20)**	----
平均シェア		(35.9%)	35.1%	10.6%	7.0%	11.4%
修正決定係数		0.1609	0.806	0.7311	0.5911	0.1681

図2) マヨネーズの店内モデルの結果

		被説明変数						
		残りのNB	NB1	NB2	NB3	NB4	NB5	PB
説明変数	残りのNB	割引率 ² 9.8(8.45)**	---	---	(NB1との価格差) -3.03 (-2.07)*	プロモーション -253.5 (-3.01)**	---	プロモーション 4158.7 (3.81)**
	NB1	---	割引率 ² 2.7 (9.97)**	売上 0.03 (3.14)**	(残りのNBとの価格差) -3.03 (-2.07)*	---	---	プロモーション -1578.3 (-2.33)*
	NB2	割引率 ² -0.68 (-2.54)*	売上 0.90 (4.82)**	割引率 ² 0.8(12.42)**	プロモーション 534.3 (25.35)**	価格 7.2(2.62)*	---	---
	NB3	---	---	---	割引率 ² 1.5(4.08)**	プロモーション 1759 (3.92)**	---	---
	NB4	---	---	---	割引率 ² -30.5(-2.27)*	プロモーション 425.5 (10.25)**	---	---
	NB5	価格 7.6(2.61)*	---	---	プロモーション -345.8 (-2.4)*	---	割引率 ² 0.6(17.42)**	---
	PB	価格 11.7(3.88)**	---	---	売上 -0.02 (-2.33)**	プロモーション 101.1 (3.25)**	---	割引率 ² 2.0(9.40)**
	平均シェア	(35%)	23%	7%	5%	5%	4%	21%
修正済み決定係数	0.224	0.2881	0.4013	0.6563	0.2745	0.4579	0.2605	

図3) パスタの店内モデルにおける分析結果

1.1. 分析結果

- 1) 売上の高いNBの売上は自分自身の割引率の2乗で説明できるものが多く、PBの価格が変動するパスタの場合、PBも自分自身の割引率に非常に影響を受け、価格が売上に与える影響も大きいことが分かった。マヨネーズの場合も価格を変化させたほうがよい。
- 2) パスタの結果を見るとPBはプロモーションの効果がNBよりも高く、プロモーションに敏感である。(マヨネーズはプロモーション変数なし)

しかし、PBの修正済み決定係数は0.20前後と低く競合NBの交互作用だけでは説明しきれていないことが分かった。

1.2. 結論、今後の課題

—日本のプライベートブランドの現状—

1. 日本のPBは海外よりも全体的にシェアは低い。しかし、その中には非常にシェアを獲得しているものもある。
2. PBのシェアはカテゴリーの性質だけでは決まらず、高いものも低いものもある。
3. どのカテゴリーにおいてもPBの価格を変化させない日本の小売企業がある。

—高いPBの性質—

1. 価格弾力性やプロモーションの効果が売上の高いNBと同程度またはそれ以上高い。
2. 店内における競合NBの相互作用だけでは決まらず、もつとほかの要因で決まるのだろう。
⇒全体のシェアで見た場合、アメリカの論文では、需要シェア方程式においてPBの配荷率が最も大きく有意となっているので、日本の場合もそうであると考えられる。ま

たはパッケージの良さ、信頼性などの消費者の嗜好性の要素が高いと思われる。

今後の課題として、1つのカテゴリーでPBが違う複数の店舗を扱い、PBの配荷率、消費者の嗜好性がきちんと反映できるモデルを構築することが最も重要であると思う。そして、同じカテゴリーでシェアを獲得できたものとできなかったものを比較することによって、PBが成功する要因を見つけたいと思う。

POS データによる国産ブランドと海外ブランドの分析

筑波大学社会工学類 経営工学専攻：市村 幸子
筑波大学社会工学系：近藤 文代

1. 研究の目的と背景

同一カテゴリーにおける国産ブランドと海外ブランドでは、その購買行動に特徴があるのではないかという観点から、分析対象カテゴリーとしてパスタを取り上げた。そこでパスタの国産ブランドと海外ブランドのプロモーションの有無と販売個数の推移を POS データを用いて調べた結果、海外ブランドにおいてはプロモーション期間の短いほうが売上が伸びていることが分かった。同様に、価格変化と販売個数の関係を調べると (図 A)、海外ブランドは価格が最も低くなった、わずかな期間に売上を伸ばしていることが分かる。

これらのことから、価格差とともにプロモーション期間も売上に影響を与える重要な要素であると仮定することができる。この仮説をモデル化し、国産ブランドと海外ブランドにおいて購買行動の違いがあるかどうかを検証することが本研究の目的である。

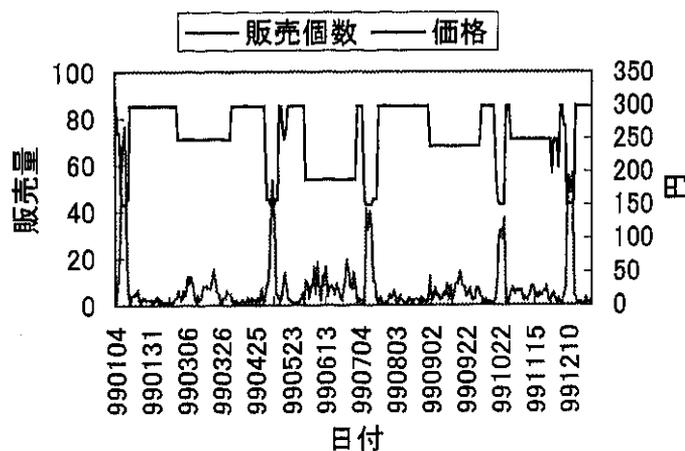


図 A：ある海外ブランドにおける価格変化と販売個数の推移

2. 分析対象データ

本研究で使用するデータは（財）流通システム開発センターより提供を受けた日次 POS データである。分析期間は 1999 年の 1 月から 12 月までの 1 年間で、対象店舗はプロモーションを行っている 4 店舗を選択した。分析対象商品はインスタント商品や冷凍パスタなどの加工済みパスタを除いた、乾燥パスタのみとした。

また、それぞれの店舗において、国産ブランド、海外ブランドとも販売量が最も多いブランドを分析対象とした。

海外	ブランド 1	〔店舗 A〕	ブイトーニ NO71 スパゲティーニ 1KG
	ブランド 1	〔店舗 B〕	ブイトーニ NO71 スパゲティーニ 1KG
	ブランド 2	〔店舗 C〕	ブイトーニ NO71 スパゲティーニ 300G
	ブランド 3	〔店舗 D〕	ブイトーニ NO71 スパゲティーニ 450G
国産	ブランド 4	〔店舗 A〕	マ・マースパゲティ 1.6MM 450G
	ブランド 4	〔店舗 B〕	マ・マースパゲティ 1.6MM 450G
	ブランド 5	〔店舗 C〕	オーマイスパゲティ 1.9MM 300G
	ブランド 6	〔店舗 D〕	マ・マースパゲティ 1.8MM 700G

3. 基本モデル

本研究で使用した基本モデルは状態空間モデルとする。

$$y_n = t_n + d_n + x_n + w_n \quad w_n \sim N(0, \sigma_w^2)$$

y_n : 実測値

t_n : トレンド成分

d_n : 曜日変動成分

x_n : 説明変数成分

w_n : 観測ノイズ

3.1 説明変数成分

本研究において説明変数成分は、価格差及びプロモーション期間がブランドの販売量に影響を及ぼす成分とする。 x_n はプロモーション関数 u_n を用いて以下のように表現できるものとする。

$$x_n = Cu_n \quad u_n = \begin{pmatrix} u_{1n} \\ u_{2n} \end{pmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

u_{1n} : 価格差 P_n と販売量の関数

u_{2n} : プロモーション期間の関数

C : プロモーション関数 u_n の係数行列

また、価格差 P_n とは以下のように定義する。

$$P_n \equiv \max_{j \in \{1, \dots, n\}} a_j - a_n$$

a_n : n 期における価格

3.2 モデル選択基準

パラメータの推定には最尤法を用いるものとする。

また、いくつかの時系列モデルの候補がある場合は、それぞれのモデルの統計的当てはまりの良さを情報量基準 AIC によって評価し、比較することができる。AIC の最も小さな値をとるモデルを採用することによって、客観的なモデル選択が実現できる (Akaike(1973))。

$$AIC = -2 (\text{最大対数尤度}) + 2 (\text{パラメーター数})$$

4. ベースライン販売量成分と曜日変動のみのモデルの場合

まず、ベースライン販売量 (トレンド) 成分のみのモデル (モデル 1) をデータに当てはめ、次にベースライン販売量成分と周期的な曜日変動成分を持つモデル (モデル 2) を当てはめた。その際、店舗が休業日の場合などは欠損値として扱った。

$$\text{モデル 1} \quad y_n = t_n + w_n$$

$$\text{モデル 2} \quad y_n = t_n + d_n + w_n$$

ベースライン成分のみのモデル 1 に曜日変動を加えたモデル 2 での分析も試みたが、AIC の値は改善されなかった。このことからこのブランドについて曜日変動の影響はないということが言える。また、AIC が最小となる最も良いモデルを用いても観測データを充分説明することはできない。そこで次節以降は、説明変数を入れたモデルで分析を行うことにした。

5. 説明変数に関数を導入したモデル

f1: 価格差は対数を取り、プロモーション期間の関数はそのままのデータを用いる

$$u_{1n} = \log(P_n + 1)$$

$$u_{2n} = \begin{cases} 1 & \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

f2: 価格差の対数を取り、プロモーション期間の関数は期間の長さの逆数を取る

$$u_{1n} = \log(P_n + 1)$$

$$u_{2n} = \begin{cases} \frac{1}{S_n} & \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

S_n : プロモーション期間 (日数)

f3: 価格差の関数を二次曲線、プロモーション期間の関数は期間の長さの逆数を取る

$$u_{1n} = P_n^2$$

$$u_{2n} = \begin{cases} \frac{1}{S_n} & \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

S_n : プロモーション期間 (日数)

f4: 価格差の関数を二次曲線、プロモーション期間の関数は指数関数

$$u_{1n} = P_n^2$$

$$u_{2n} = \begin{cases} \exp(-S_n) & \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

S_n : プロモーション期間 (日数)

f5: 価格差の関数を二次曲線、プロモーション期間の関数はプロモーションの経過日数

$$u_{1n} = P_n^2$$

$$u_{2n} = \begin{cases} i & i = 1, 2, \dots, S_n \quad \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

i : プロモーションが始まってから経過日数

f6: 価格差の関数を三次曲線、プロモーション期間の関数はプロモーションの経過日数

$$u_{1n} = P_n^3$$

$$u_{2n} = \begin{cases} i & i = 1, 2, \dots, S_n \quad \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

i : プロモーションが始まってから経過日数

6. 海外ブランドについての分析結果

海外ブランドに関しては、店舗 A・店舗 B のブランド 1、及びブランド 2 で同じモデル f6 が採用されるという結果になった。この三つの海外ブランドは価格差を三乗し、プロモーションを始めてからの経過日数を導入することで、AIC の値が大きく改善した。

ブランド 3 においては他の海外ブランドとは異なるモデルが選択された。ブランド 3 は、欠損値が多く、データの変動も少なかったので、結果的に全体的な動きに沿ったモデル f2 が選ばれたと考えられる。

海外ブランドにおいてモデル f6 が多く選択されたという結果から、海外ブランドに対してはプロモーションを始めてからの経過日数、それもプロモーションを始めた直後の期間と価格差の大きさが購買行動に多大な影響を与えたと考えられる。

	ブランド 1 (店舗 A)	ブランド 1 (店舗 B)	ブランド 2	ブランド 3
モデル f1	3381.6	2690.1	2409.6	2706.4
モデル f2	3375.0	2694.6	2390.2	2704.9
モデル f3	3244.6	2613.3	2394.3	2714.0
モデル f4	3243.5	2613.7	2406.7	2713.0
モデル f5	3191.8	2506.2	2388.6	2723.1
モデル f6	3175.9	2486.1	2387.0	2730.0

表 1：各海外ブランドの AIC 値

7. 国産ブランドについての分析結果

国産ブランドについては、店舗 A と店舗 B のブランド 4 においては、それぞれ異なるモデルが選択されたが、価格差の関数に関してはどちらも二次関数のモデルが選ばれたという点は共通していた。ブランド 5 について選択されたモデル f6 は多くの海外ブランドで選択されたモデルと同じであった。また、ブランド 6 に関しては、モデル f3 と f4 では AIC の値がほぼ等しいことから、これまで考えていたモデル f1～f6 のみでこのブランドをモデル化するには不十分であると考え、ブランド 6 に対して新たなモデルを構築することを試みた。その際、価格差は三乗をとり、プロモーション期間にはもっとも AIC の小さかったモデル f4 の指数関数の形を取り入れた。これをモデル f7 とし（以下に示す）、分析を行った結果、AIC の値は改善され、それまでのモデルより大幅に当てはまりの良さが上昇した。

しかし、選択されたモデルだけに注目してみると、そのモデルは各ブランドによってさまざま

まであり、海外ブランドほどは共通した特徴は見られない、という結果になった。

f7：価格差の関数を三次曲線、プロモーション期間は指数関数

$$u_{1n} = P_n^3$$

$$u_{2n} = \begin{cases} \exp(-S_n) & \text{プロモーション有りの場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

S_n ：プロモーション期間（日数）

	ブランド4 (店舗A)	ブランド4 (店舗B)	ブランド5	ブランド6
モデル f1	2680.4	2118.7	3468.8	3119.8
モデル f2	2705.3	2119.3	3470.1	3122.8
モデル f3	2562.5	2084.4	3440.9	3054.8
モデル f4	2565.8	2088.5	3440.4	3054.4
モデル f5	2571.9	2082.3	3425.2	3064.2
モデル f6	2576.6	2100.4	3379.4	*
モデル f7				3038.0

表2：各国産ブランドのAIC値

8. 結論

今回分析を行ったどのデータに関しても、全体の傾向をモデル化することについては、達成されたとみてよいだろう。特に海外ブランドに関しては、店舗A・Bのブランド1、及びブランド2で同じモデルf6が採用されるという結果が表れた。このことから、海外ブランドに対しては、プロモーションを始めてからの経過日数と値引きの深さが大きな影響を及ぼす傾向があると結論付けることができる。

私の考えでは、価格差を大きく、かつプロモーション期間を短く設定したモデルというのは海外ブランドの方がよりよく当てはまるのではないかと考えていた。しかし、今回の研究によって、海外ブランドは実際にはプロモーション期間の長さというよりもむしろプロモーションを始めてから何日目であるかということの方が大きく影響しており、しかもプロモーション直後の方が影響が大きいということがいえる。

このことから、海外ブランドの価格差に対して消費者は敏感に反応し、またプロモーションを始めてから徐々に売上が減衰していくというモデルが選択されたことから、普段は海外ブランドを買わないが、プロモーションを行ない始めたときだけ買う、という消費者が潜在していることが予想される。国産ブランドに関しては、海外ブランドほど共通した特徴が見られなかったことから、国産ブランドという分類ではなく各ブランド固有の消費構造があるのではないかとということが考えられる。

9. 今後の課題

本研究においては、前述したとおり大まかなデータの動きをモデル化することに関しては成功したといえるが、今回のモデルでは、実際の観測データの細かく、大きな動きを十分に表現するまでには至らなかった。今後の課題として、価格差とプロモーション期間の交互作用をモデルに取り入れたり、あるいは競合関係を考慮したモデルを構築してみるなど、さらなるモデルの改善が必要となってくるであろう。

雪印乳業食中毒事件による牛乳市場への影響

－干渉分析－

筑波大学社会工学類 経営工学専攻：牧之段 拓

筑波大学社会工学系：近藤 文代

1. 背景と目的

2000年6月26日に起きた一連の雪印乳業食中毒事件は乳製品シェアNo. 1企業の失墜と共に社会に大きな衝撃を与えた。雪印乳業は、行政からの許可が出るまで事件後7月13日から29日の間、牛乳の出荷が出来なかった。ここで疑問に思えてくるのが、当の雪印の牛乳の売上が激減するのはもちろんだが、それに伴って他社製品の売上がどう変動したかということである。また、雪印が販売を再開した後の売上はどうなったのか。食中毒による被害者が出た関西と他の地域では影響が違うのか。一連の事件では発覚から様々な報道がなされ、新たな事実が次々と発覚したのだが、どの報道が一番売上に影響を与えたのか。これらのような疑問が浮かぶ。

本研究では日次 POS データを用いて、重大な事件が及ぼす効果をモデル化できる干渉分析を行うことによって、こういった疑問点に関して何らかの答えを導き出すことを目的とする。

2. 分析データ

本研究で使用するデータは日次 POS 販売量データである。分析データ期間は事件が起きた2000年の1月から12月までで、対象店舗は日本全国124店舗のうち、事件が起きた関西、牛乳生産地である北海道、最大の市場である関東エリアからそれぞれ2店舗ずつ選択した6店舗である。

3. 仮説

- ・事件後、雪印乳業の売上は激減する
- ・雪印のシェア低下により、他社のシェアが拡大
- ・事件によって牛乳市場全体への影響は少ない
- ・つまり、事件は競合ブランドにプラスに働く

- ・生産再開後も雪印の売上は低迷
- ・事件の起こった関西では他地域より影響が大きい
- ・事件第一報の影響が一番大きい

4. 分析モデル

今回の分析に使用する干渉モデルは入力の $f_B(x_n)$ がダミー変数の SARIMA モデルである。SARIMA モデルとは周期性を考慮した ARIMA モデルのことであり、今回のモデルは以下の数式で表される。

$$\Phi_s(B^s)\Phi_p(B)(\Delta^d\Delta_s y_n - f_B(x_n)) = \Theta_s(B^s)\Theta_q(B)\varepsilon_n, \quad \varepsilon_n \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\text{ただし、} \quad \Phi_p(B) \equiv 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i, \quad \Theta_q(B) \equiv 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$$

$$\Phi_s(B^s) \equiv 1 - \sum_{j=1}^s \phi_{sj} B^{sj} \quad \Theta_s(B^s) \equiv 1 - \sum_{j=1}^s \theta_{sj} B^{sj}$$

$$\Delta^d y_n \equiv (1-B)^d y_n \quad \Delta_s y_n \equiv (1-B^s)y_n = y_n - y_{n-s}$$

y_n は雪印製品の販売量シェア

$f_B(x_n)$ は雪印製品に関する各事件のダミー変数のある関数 ε_n は白色雑音

また、ダミー変数として以下の5つを設定した。

$$x_1 = \begin{cases} 1 & (2001/6/29) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad \text{事件発生を1} \quad x_2 = \begin{cases} 1 & (7/13-7/29) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad \text{製造停止期間を1}$$

$$x_3 = \begin{cases} 1 & (2001/7/30) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad \text{生産再開を1} \quad x_4 = \begin{cases} 1 & (2001/7/2) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad \text{ブドウ球菌発見の報道を1}$$

$$x_s = \begin{cases} 1 & (10/9 - 12/31) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad \text{事件発生後100日以降を1}$$

5.分析結果

表1

x1					x2				
p / q	0	1	1,2	2	p / q	0	1	1,2	2
0	-274.02	-283.43	-281.91	-273.08	0	-285.43	-293.84	-292.08	-284.20
1	-284.48	-301.86	-301.46	-282.56	1	-294.40	-300.81	-300.55	-292.41
1,2	-283.20	-281.93	-300.33	-299.91	1,2	-292.62	-300.27	-299.27	-298.88
2	-273.40	-282.67	-299.94	-292.21	2	-284.41	-292.43	-298.88	-292.31

x3					x4				
p / q	0	1	1,2	2	p / q	0	1	1,2	2
0	-273.42	-283.58	-282.14	-272.80	0	-293.24	-297.44	-297.63	-295.02
1	-284.77	-301.76	-301.24	-282.88	1	-298.97	<u>-313.92</u>	-311.99	-298.12
1,2	-283.65	-301.01	-299.87	-299.81	1,2	-300.13	-311.98	-301.95	-311.99
2	-273.29	-283.02	-299.82	-292.58	2	-294.92	-298.90	-311.96	-305.98

各店舗で選択されたモデル

関西の店舗1(店舗A) ARIMA(1,0,1)(1,0,1)7(x4)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi B)\Delta_7(y_n - a_4 x_{4n}) = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta B)\varepsilon_n$$

関西の店舗2(店舗B) ARIMA(2,0,2)(2,0,2) 7(x2,x4)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)\Delta_7\{y_n - (a_2 x_{2n} + a_4 x_{4n})\} = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_n$$

関東の店舗1(店舗C) ARIMA(1,0,1)(1,0,1)7(x2)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi B)\Delta_7(y_n - a_2 x_{2n}) = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta B)\varepsilon_n$$

関東の店舗2(店舗D) ARIMA(2,0,1)(2,0,1)7(x2,x4)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)\Delta_7\{y_n - (a_2 x_{2n} + a_4 x_{4n})\} = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta B)\varepsilon_n$$

北海道の店舗1(店舗E) ARIMA(1,0,1)(1,0,1)7(x3)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi B)\Delta_7(y_n - a_3 x_{3n}) = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta B)\varepsilon_n$$

北海道の店舗2(店舗F) ARIMA(1,0,2)(1,0,2)7(x4)

$$(1 - \phi_s B^7)(1 - \phi B)\Delta_7(y_n - a_4 x_{4n}) = (1 - \theta_s B^7)(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_n$$

6. 結論と今後の課題

6店舗のうち4店舗で x_4 が雪印製品のシェアに影響を与えていることがわかったことから、分析を行った店舗において事件当初の影響として最も大きかったものはブドウ球菌発見の報道(7月2日)であったことが言える。このことから、仮説の中で「事件第一報の影響が一番大きい」は覆された。

また、パラメータ推定値を比較すると x_4 の係数が関西の2店舗において他の地域と比べ大きいことから、分析を行った店舗においては関西は他地域に比べブドウ球菌の報道に対する反応が大きかったことがわかる。このことから、仮説は支持された。

今後の課題として、事件後の雪印製品のシェア回復をどうモデル化するか、という点があげられる。今回はARIMAモデルで影響の減衰をうまくモデルとして表現できなかった。ARIMAモデルではなく、よりフレキシブルなモデルを使用する必要がある。事件の影響の地域差についても、今回は推定されたパラメータの大きさを比較して影響の差異を判断したが、このことだけでは根拠が少ないように感じた。今後の課題として、分析店舗数を増加させることにより事件の影響の地域差をより説得力のあるものにした。