

氏名(本籍)	あさ い やす とも 浅井康友(静岡県)
学位の種類	博士(数学)
学位記番号	博甲第5999号
学位授与年月日	平成24年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	<b>Universal central extensions and Schur multipliers derived from loop groups <math>SL_2(F[X, X^{-1}])</math></b> (ループ群 $SL_2(F[X, X^{-1}])$ の普遍中心拡大およびシュアー乗法因子群について)
主査	筑波大学教授 理学博士 森田 純
副査	筑波大学教授 理学博士 木村 達雄
副査	筑波大学講師 博士(数理学) 木村 健一郎
副査	筑波大学講師 博士(数理学) 永野 幸一

### 論文の内容の要旨

本博士論文では、ループ群の普遍中心拡大とシュアー乗法因子群の決定をテーマとしている。ループ群とは、有限次元半単純代数群の自然な無限次元化として現れる最も基本的な研究対象である。また別の言葉でいうと、無限次元のカッツ・ムーディ群の典型的な例であり、さらに述べると、現代数学では、有限次元と無限次元の丁度境目に位置する、多くの境界領域分野において最も重要な研究対象の一つとなっている。

普遍中心拡大は群論的に非常に大切な概念であり、またシュアー乗法因子群は最も重要な不変量として捉えることができる。普遍中心拡大とは、中心拡大の中で最も支配的なもので、これを把握できれば、他の全ての中心拡大をコントロールすることができ、与えられた群を含む、同じ性質を持った族を全て統括して解明できるというものである。ここに、中心拡大とは群の拡大、すなわち全射準同型であって、その核が中心に含まれるものをいう。この意味で、普遍中心拡大を決定することは非常に意義のあるテーマである。そして、その準同型の核は、与えられた群の射影表現が常に普遍中心拡大の通常表現に持ち上がるという意味で、シュアー乗法因子群と呼ばれる。これは、群が自分自身を含む族の中で、最も支配的な対象から、どの位の距離にあるのかを計る不変量であり、その意味が示す通り、理論上大変に重要なものである。

さて、著者は従来の研究の中で、まだ決定できていなかった  $SL_2(F[X, X^{-1}])$  という形のループ群に焦点を当て、その普遍中心拡大とそれに付随するシュアー乗法因子群を全て決定した。より厳密に言うと、普遍中心拡大の群表示を決定し、その群表示を用いて普遍中心拡大の群構造を解明することにより、シュアー乗法因子群の群表示を決定し、最終的にシュアー乗法因子群の群構造も決定している。

さらに、著者は、今まで良く知られていた場合の現象と、今までの考えでは研究が及ばなかった今回の新たな場合における現象とを丁寧に比較し、新たに加法的スタインバーグ記号を導入し、それにより両者を含む理論体系を構築し、全てを統一的に扱う方法を確認した。従来は、乗法的スタインバーグ記号というものが考えられてきたが、その加法版の有効性は誰も把握できていなかった。本論文では、そこに着目し新たな統一的な結果を導いている。

それだけではなく、本研究結果は有限次元の場合との関係も統一的に解釈できることを示唆している。本

論文の応用として、有限次元の場合にも加法的スタインバーグ記号のアイデアを適用すれば、結果として有限次元の場合にも統一性が史上初めて示されたことになる。特に今までのシユアー乗法因子群の研究では、多くの例外が存在し、それらが存在する理由も長らく不確かであるとされていたが、本研究により、それらは実は例外ではなく、統一的に解釈できることが明確に与えられたことになる。数学の世界では、基本的な部分と、それらに当てはまらない例外的な部分とが混在していて、例外的な部分は各個撃破で説明されることが多々ある。これは仕方がないと認めることが通例であり、また、逆に例外の存在自体が面白く、そして例外の存在理由をあれこれ論じることも多い。しかし、繰り返しになるが、今回の結果においては、従来では例外と思われてきた結果は実は例外ではなく、統一できるという全く新たな驚くべき解釈が得られている。

## 審 査 の 結 果 の 要 旨

ループ群の普遍中心拡大とシユアー乗法因子群の新しい研究成果が得られていることは大いに評価できる。特に、従来の研究では扱えなかった場合に、新しいアイデアを導入して完全に解明したことは非常に卓越したものであると認められる。中でも、加法的スタインバーグ記号を導入し、実際の群に適用して、その実効性を明らかにした点は大変に優れている。さらに、全ての場合を統一する形で構造説明がなされたことは驚くべき内容であると高く評価できる。また、無限次元と有限次元の間の統一性にも光を当てて解明したことは、或る意味、従来の常識を根底から覆す特筆すべき結果である。有限次元の場合に限っても、統一的解釈が可能であることを解明したのは、今後の理論の発展に大きく寄与することは間違いない。以上により、本論文は博士論文として十分に相応しいと判断される。

平成 24 年 2 月 14 日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。